

**UNIVERSIDADE METODISTA DE PIRACICABA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA, ARQUITETURA E URBANISMO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**ESTUDO DO EFEITO DAS INCERTEZAS NA VARIÁVEL DE  
ESTRESSE EM ENSAIOS ACELERADOS**

**MARIA CÉLIA DE OLIVEIRA PAPA**

ORIENTADOR: PROF. DR. ALVARO JOSÉ ABACKERLI

SANTA BÁRBARA D'OESTE

2007

**UNIVERSIDADE METODISTA DE PIRACICABA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA, ARQUITETURA E URBANISMO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**ESTUDO DO EFEITO DAS INCERTEZAS NA VARIÁVEL DE  
ESTRESSE EM ENSAIOS ACELERADOS**

**MARIA CÉLIA DE OLIVEIRA PAPA**

ORIENTADOR: PROF. DR. ALVARO JOSÉ ABACKERLI

Exemplar apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Faculdade de Engenharia, Arquitetura e Urbanismo da Universidade Metodista de Piracicaba - UNIMEP, como requisito para o exame título de Mestre em Engenharia de Produção.

SANTA BÁRBARA D'OESTE

2007

Com carinho para

José Rinaldo, Gabriel e Clara.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Prof. Alvaro José Abackerli pela orientação e confiança indispensáveis para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores Paulo Cauchick Miguel e Felipe Calarge por acreditarem que a parceria para o desenvolvimento deste trabalho daria certo.

Aos meus amigos do laboratório Leonam, Octávio, Eduardo, Maíra e Brunna, pela agradável convivência e amizade.

Às meninas da biblioteca, ao pessoal que cuidaram da ordem do laboratório e ao pessoal da segurança, pelas chaves sempre a disposição.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Ao Prof. José Eduardo Corrente, pelos anos de amizade, a quem eu agradeço imensamente, pelo conhecimento compartilhado.

A minha grande amiga Sandra, pela sempre pronta ajuda, e a disposição para discussões sobre o método SIMEX.

À minha mãe pela compreensão e todos os cafés da manhã. E para as minhas irmãs com muito carinho.

Agradeço também o carinho e amizade de uma lista de amigos, cuja ordenação seria injusta, pois cada um deles ajudou se alguma forma no decorrer destes dois anos e que, todos considero pessoas especiais.

Em especial, agradeço ao Papa, pelo apoio e ajuda incondicional, pela sua conduta, que sempre me aponta caminhos nas horas de dúvidas. E aos meus filhos, cuja simples existência se traduz em força e estímulo.

E especialmente a Deus, pelo dom da vida e por ter colocado todas estas pessoas especiais em meu caminho, com as quais eu divido o resultado deste trabalho.

Nunca me esquecerei desse acontecimento  
na vida de minhas retinas tão fatigadas.  
Nunca me esquecerei que no meio do caminho  
tinha uma pedra  
tinha uma pedra no meio do caminho  
no meio do caminho tinha uma pedra.

Carlos Drummond de Andrade

PAPA, Maria Célia de Oliveira Papa. ***Estudo do Efeito das Incertezas na Variável de Estresse em Ensaios Acelerados***. 2007. 130f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Faculdade de Engenharia, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Metodista de Piracicaba, Santa Bárbara D'Oeste.

## RESUMO

Uma grande preocupação da engenharia é criar produtos com qualidade suficiente para garantir a satisfação do seu usuário final. Neste contexto, os ensaios acelerados podem contribuir com a qualidade desejada gerando boas informações sobre a vida do produto, sobre as suas características em uso e seus limites de garantia. Um ensaio acelerado consiste em colocar o produto para funcionar em condições que excedem as normais de uso, dadas pelo projeto do produto, visando a determinar o tempo até a sua falha ou “missão”, sob condições dadas. Para isso, um ensaio acelerado assume cargas de estresse virtualmente constantes que são usadas para acelerar a ocorrência de falhas. Contudo, as cargas de estresse definidas experimentalmente estão sempre sujeitas às incertezas, criando, assim, dúvidas sobre as estimativas de vida obtidas por meio de ensaios acelerados. Neste estudo, investiga-se o efeito das incertezas sobre a vida estimada experimentalmente em ensaios acelerados de relés eletromagnéticos. Inicialmente, o método SIMEX é implementado numa rotina computacional e testado. Dados reais de testes acelerados são, então, usados para mostrar que as previsões de vida não são significativamente influenciadas sob condições experimentais favoráveis com pequenas incertezas. Por outro lado, o problema investigado mostra que o aumento da incerteza pode provocar alterações sistemáticas nas previsões de vida, podendo se tornar significativas quando as incertezas excedem 4% do valor nominal das cargas de estresse usadas no ensaio acelerado.

**PALAVRAS-CHAVE:** Ensaio Acelerado; Confiabilidade; Incertezas; SIMEX.

PAPA, Maria Célia de Oliveira Papa. ***Estudo do Efeito das Incertezas na Variável de Estresse em Ensaios Acelerados***. 2007. 130f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Faculdade de Engenharia, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Metodista de Piracicaba, Santa Bárbara D'Oeste.

### **ABSTRACT**

A great engineering concern is creating products with sufficient quality to guarantee the satisfaction of final consumers. In this context, accelerated life tests can contribute to achieve the intended quality by providing good life information about the product behavior and its warranty limits. An accelerated life test requires using the product in a condition that exceeds its normal use, given by the product design, aiming at measuring the time until failure or its "mission". To do so, an accelerated test assumes virtually constant stress loads that are used to speed up the occurrence of failures. However, experimentally defined stress loads are always subjected to uncertainties, creating, therefore, doubts about the life estimates obtained through accelerated life testing. Here, the effect of experimental uncertainties on life estimates is investigated for accelerated tests of electromagnetic relays. To do so, the SIMEX method was implemented and tested in a computer program. Actual accelerated test data was then used to show that the life estimates are not significantly affected under adequate test conditions, with small values of uncertainties. On the other hand, the investigated problem shows that the increase of uncertainties can create systematic changes in the life estimates, reaching significant values when the uncertainties exceed 4% of the nominal stress load used in the accelerated test.

**KEYWORDS:** Accelerated Testing, Reliability, Uncertainties, SIMEX.

## SUMÁRIO

<b>RESUMO</b> .....	<b>VI</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>VII</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS E SIGLAS</b> .....	<b>IX</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>XII</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	<b>XIII</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1. OBJETIVO.....	3
1.2. MÉTODO .....	4
1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO .....	5
<b>2. DESENVOLVIMENTO DE PRODUTOS E O ENSAIO ACELERADO</b> .....	<b>7</b>
2.1. PROCESSO DE DESENVOLVIMENTO DE NOVOS PRODUTOS.....	7
2.2. O ENSAIO ACELERADO .....	10
2.2.1. Verificação Preliminar dos Dados .....	16
2.2.2. Função de Confiabilidade pelo Método Kaplan-Meier .....	16
2.2.3. Gráfico de Linearização das Funções de Confiabilidade .....	17
2.2.3.1. Distribuição Exponencial .....	19
2.2.3.2. Distribuição de Weibull.....	21
2.2.3.3. Distribuição log-normal.....	23
2.2.4. Ajuste do Modelo de Regressão .....	25
2.2.4.1. Relação Arrhenius.....	26
2.2.4.1.1. Modelo Arrhenius - exponencial.....	27
2.2.4.1.2. Modelo Arrhenius - Weibull.....	28
2.2.4.1.3. Modelo Arrhenius - log-normal.....	29
2.2.4.2. Relação Potência Inversa.....	31
2.2.4.2.1. Modelo Potência Inversa - exponencial .....	31
2.2.4.2.2. Modelo Potência Inversa - Weibull .....	32
2.2.4.2.3. Modelo Potência Inversa - log-normal.....	33
2.2.4.3. Método de Máxima Verossimilhança para Dados Censurados.....	36
2.2.5. Adequação do Modelo de Regressão Ajustado.....	38
2.2.6. Estimativas de Interesse para as Condições Normais de Uso .....	40
<b>3. PROBLEMA DE ERROS DE MEDIÇÃO</b> .....	<b>43</b>
3.2. O MÉTODO SIMEX.....	47
3.2.1. Teste da rotina SIMEX .....	52
<b>4. O ENSAIO ACELERADO, ANÁLISES E DISCUSSÕES</b> .....	<b>57</b>
4.2. O ENSAIO ESTUDADO .....	57
4.3. ANÁLISE CONVENCIONAL .....	59
4.4. TESTE DA ROTINA .....	67
4.4.1. Análise da solução nula .....	67
4.4.2. Análise da Tendência dos Resultados SIMEX .....	71
4.4.3. Análise da Influência dos Níveis de Censura .....	73
4.5. ANÁLISE SIMEX.....	77
<b>5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b> .....	<b>82</b>
<b>6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>85</b>
<b>APÊNDICES</b> .....	<b>93</b>

## LISTA DE SÍMBOLOS E SIGLAS

$t_0$	Missão do produto
$T$	Variável aleatória de tempo de falha/censura
$t$	Tempo de falha/censura
$n$	Número de elementos
$d$	Número de elementos que não falharam
$R(t)$	Função de confiabilidade
$\hat{R}_{KM}(t)$	Função de confiabilidade pelo método Kaplan-Meier
$E(\cdot)$	Valor Médio de uma variável aleatória
$Var(\cdot)$	Variância de uma variável aleatória
$\lambda(t)$	Função taxa de falha de uma distribuição de probabilidade
$\eta$	Parâmetro de escala das distribuições exponencial e Weibull
$\gamma$	Parâmetro de forma da distribuição Weibull
$f(\cdot)$	Função densidade de probabilidade de uma variável aleatória
$\mu$	Média do logaritmo do tempo de falha da distribuição log-normal
$\sigma$	Desvio padrão da distribuição log-normal e parâmetro de escala do modelo de regressão locação e escala
$\Gamma(\cdot)$	Função Gama
$\Phi(\cdot)$	Função acumulada da distribuição normal padrão
$z_p$	Valor crítico para o $p$ -ésimo percentil da distribuição normal padrão
$\mu(x)$	Parâmetro de locação do modelo de regressão locação e escala
$\varepsilon_{i,j}$	Resíduos do modelo de regressão

$A, B, \omega$	Característica do produto nas relações estresse/resposta
$T_a$	Temperatura absoluta
$V$	Carga de estresse
$t_p$	Tempo correspondente ao percentil de uma distribuição de probabilidade
$\tau$	Característica de vida nos modelos de relacionamento estresse/resposta
$\beta$	Parâmetro da relação estresse/resposta linearizada
$\alpha$	Parâmetro da relação estresse/resposta linearizada
$u_c$	Incerteza combinada
$u_i$	Incerteza de cada fator de influência
$c_i$	Coefficiente de sensibilidade
$r_{i,j}$	Medida de correlação entre dois fatores de influência na incerteza
$X$	Valor verdadeiro da variável independente no modelo de regressão
$Y$	Variável dependente no modelo de regressão
$W$	Valor Verdadeiro Convencional da Variável Independente
$(R_{eq})$	Resistência equivalente
$u_c(R_{eq})$	Incerteza combinada da resistência equivalente
$I$	Corrente de carga
$u_c(I)$	Incerteza Combinada da corrente de carga
$k$	Fator de abrangência
$\theta$	Vetor de parâmetros do modelo de regressão
$L(\theta)$	Função de Verossimilhança

$\delta$	Variável indicadora de censura
$\Delta t$	Coeficiente de variação dos tempos de falha
$\tau_{50}$	Mediana do logaritmo dos tempos de falha para as condições normais de uso
$\tau(V)$	Vida característica do produto
$L_i$	Limite inferior de 95% de confiança
$L_s$	Limite superior de 95% de confiança
$\lambda$	Fatores de incerteza do método SIMEX
$\xi$	Fator de extrapolação
$p$	Grau do polinômio <i>spline</i>
$b$	Número de simulações método SIMEX
$\sigma_U^2$	Variância do erro de medida na variável independente
$\hat{B}_j(\lambda_m)$	Média das estimativas dos parâmetros pelo método SIMEX
$B_{10}$	Tempos de falha para 10% dos produtos
$B_{50}$	Tempos de falha para 50% dos produtos (mediana)
$MTTF$	Tempo médio de falha dos produtos
$AIC$	<i>Akaike's Information Criterion</i>

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: CONCEITOS DE ENSAIO ACELERADO E MODELO DE RELACIONAMENTO.....	2
FIGURA 2: PROCESSO DE DESENVOLVIMENTO DE NOVOS PRODUTOS INTEGRADO .....	8
FIGURA 3: VISÃO GERAL DO ENSAIO ACELERADO E ANÁLISE DOS DADOS.....	15
FIGURA 4: DADOS E CURVAS DE REGRESSÃO .....	26
FIGURA 5: SIMEX: SIMULAÇÃO E EXTRAPOLAÇÃO .....	49
FIGURA 6: ETAPAS DE TESTE DA ROTINA SIMEX .....	53
FIGURA 7: GRÁFICO DE DISPERSÃO DOS TEMPOS DE .....	60
FIGURA 8: FUNÇÃO DE CONFIABILIDADE ESTIMADA KAPLAN MEIER.....	61
FIGURA 9: GRÁFICOS DE LINEARIZAÇÃO DAS DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE .....	62
FIGURA 10: GRÁFICO DE LINEARIZAÇÃO PARA CADA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE .....	63
FIGURA 11: GRÁFICO DOS RESÍDUOS DOS MODELOS DE REGRESSÃO.....	64
FIGURA 12: RESULTADOS SIMEX PARA OS DADOS DE SASSERON (2005).....	77
FIGURA 13: RESULTADOS DO TESTE DA SOLUÇÃO NULA.....	71
FIGURA 14: RESULTADO GRÁFICO DO TESTE DA TENDÊNCIA DOS RESULTADOS SIMEX.....	73
FIGURA 15: INFLUÊNCIA DOS NÍVEIS DE CENSURA NAS ESTIMATIVAS DE $B_{50}$ .....	76
FIGURA 16: INFLUÊNCIA DOS NÍVEIS DE CENSURA NAS ESTIMATIVAS DE $B_{10}$ .....	105
FIGURA 17: INFLUÊNCIA DOS NÍVEIS DE CENSURA NAS ESTIMATIVAS DO MTTF ....	106

**LISTA DE TABELAS**

TABELA 1: CARACTERÍSTICAS DO RELÉ SEGUNDO O FABRICANTE .....	58
TABELA 2: DEFINIÇÃO EXPERIMENTAL DA CARGA DE ESTRESSE .....	58
TABELA 3: DADOS EXPERIMENTAIS .....	59
TABELA 4: RESULTADOS DO TESTE DO CRITÉRIO DE AKAIKE .....	65
TABELA 5: ESTIMATIVAS CONVENCIONAIS DOS CICLOS DO RELÉ .....	66
TABELA 9: CARGAS DE ESTRESSE PARA SIMULAÇÃO .....	68
TABELA 10: DADOS SIMULADOS COMPLETOS.....	69
TABELA 11: NÍVEIS DE CENSURA E NÚMERO DE ELEMENTOS DAS AMOSTRAS.....	69
TABELA 12: DADOS SIMULADOS COM NÍVEL DE 50% DE CENSURA .....	70
TABELA 13: INCERTEZAS COMBINADAS $U_c$ .....	72
TABELA 14: TEMPOS DE FALHA ESTIMADOS PARA OS DADOS ORIGINAIS E DIFERENTES INCERTEZAS.....	72
TABELA 6: VALORES DOS PARÂMETROS SIMEX PARA EXTRAPOLAÇÃO LINEAR E QUADRÁTICA.....	78
TABELA 7: ESTIMATIVAS DOS PARÂMETROS CONVENCIONAIS E SIMEX COM SUAS RESPECTIVAS VARIÂNCIAS .....	79
TABELA 8: ESTIMATIVAS DOS TEMPOS DE FALHA DO RELÉ PARA AS CONDIÇÕES.....	80

## 1. Introdução

Uma grande preocupação da engenharia é desenvolver produtos que possibilitem o bem-estar humano. Porém, o projeto e o desenvolvimento destes produtos podem estar sujeitos a uma série de restrições físicas, econômicas e sociais, que limitam e tornam impraticáveis seu planejamento e operação nas condições idealizadas pela engenharia. Desta forma, produtos fabricados sob restrições podem expor o usuário a situações de risco. Para Lafraia (2001), se estas situações de risco existem, elas implicam em riscos de vidas humanas e/ou prejuízos econômico-financeiros de elevado valor. Por isso, devem ser feitos grandes esforços que visem a evitar ou minimizar tais situações. Além disso, se implantadas, é preciso que as situações indesejadas somente sejam usadas se o risco envolvido puder ser muito bem avaliado em ambos os aspectos, tanto qualitativo, como quantitativo, e se puderem ser aplicadas ações corretivas ou preventivas o mais eficientemente possível às tais situações.

A avaliação destes riscos é feita por meio da teoria da Confiabilidade. Esta teoria é composta de técnicas capazes de avaliar, em bases probabilísticas, as chances dos produtos falharem. Para isso, são analisadas estatisticamente todas ou a maioria das variáveis envolvidas na avaliação destes riscos. O'Connor (2004), por exemplo, expressa a confiabilidade como a probabilidade de um produto ou item executar uma função requerida, sem falhas, sob condições especificadas, por um período de tempo determinado.

Esta definição de confiabilidade pode ser expressa em termos dos quatro elementos básicos que norteiam esta definição: a probabilidade, o desempenho, o tempo de funcionamento e as condições de uso (LAFRAIA, 2001).

A grande importância destes elementos está na sua relação com a especificação do tempo de garantia do produto, que é a quantificação do seu

tempo mínimo de funcionamento até a ocorrência da falha. Além disso, é importante, também, a qualificação das suas condições de uso na especificação dos seus limites e condições de garantia.

Por isso, testes e cálculos de confiabilidade de produtos e, conseqüentemente, as suas definições de garantia, dependem da obtenção do tempo  $t_0$ , que caracteriza a chamada missão do produto. Ela pode ser expressa como uma função do tempo transcorrido em sua vida até a falha, obtida, por exemplo, por meio de ensaios acelerados.

Um dos principais objetivos de um ensaio acelerado é obter estimativas de tempos de falha do produto, ou do tempo  $t_0$ , de uma maneira muito mais rápida do que seria possível se o produto fosse deixado a falhar nas condições normais de uso.

Para que a aceleração da falha ocorra, o produto é colocado em funcionamento sob cargas de estresse que excedem as suas condições normais de uso. Os dados de tempo de falha assim obtidos são extrapolados para as condições normais de uso por meio de regressões, que utilizam modelos matemáticos que relacionam os tempos medidos de vida com as cargas de estresse utilizadas no ensaio (VASSILIOU e METAS, 2002). A Figura 1 ilustra, de forma geral, os principais elementos de um ensaio acelerado.

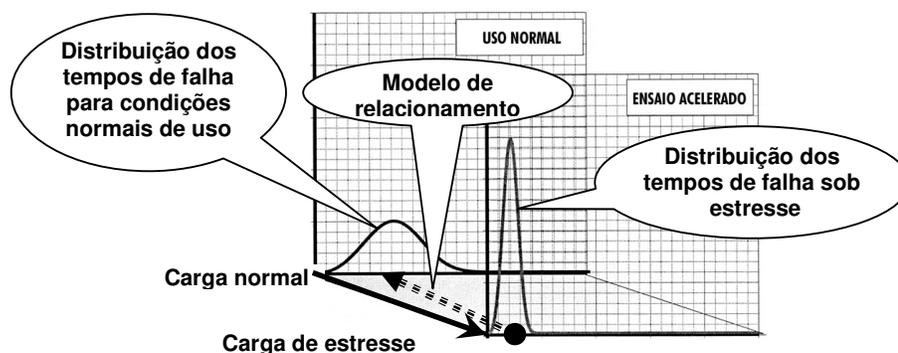


FIGURA 1: CONCEITOS DE ENSAIO ACCELERADO E MODELO DE RELACIONAMENTO

Fonte: Adaptado de Vassiliou e Mettas (2002)

Dos principais elementos de um ensaio acelerado, ilustrados na Figura 1, observa-se que, tanto os tempos de falha obtidos em condições aceleradas (sob estresse), quanto aqueles estimados para as condições normais de uso, são modelados por distribuições de probabilidade e são dados em função das cargas. Desta forma, a variável dependente  $Y$  (tempo de falha) é obtida em função da variável independente  $X$  (carga de estresse). A extrapolação dos dados de tempo de falha acelerada para as condições normais de uso é feita por meio de modelos de relacionamento estresse/resposta, cujos parâmetros possuem significados físico-químicos relacionados às condições do teste e aos mecanismos de falha do produto ensaiado.

Tanto na realização dos ensaios, como na análise dos dados, é comum que tais cargas de estresse sejam consideradas medidas exatas, com valores nominalmente definidos. Porém, na prática experimental, não é possível a definição absoluta de tais cargas devido à existência de incertezas de medição (INMETRO, 2003). Estas incertezas não permitem que a carga definida no ensaio tenha um valor verdadeiro, obrigando a adoção de um valor verdadeiro convencional para a definição experimental desta carga de estresse. Por definição, esse valor verdadeiro convencional é bom o suficiente para representar a quantidade de interesse. A ele estão associadas as incertezas, cujos efeitos devem ser avaliados nos resultados das estimativas de tempos de falhas de interesse no ensaio acelerado.

### **1.1. Objetivo**

Considerando a necessidade de estimativas de tempos e condição de garantia cada vez mais rápidas e precisas, além do importante papel que os ensaios acelerados desempenham nesta questão, este trabalho tem por objetivo investigar as conseqüências das incertezas das variáveis de estresse sobre as estimativas dos tempos de falha obtidos de ensaios acelerados. Esta investigação permitirá conhecer e comparar as estimativas dos tempos de falha

de interesse para as condições normais de uso, tanto em análises que consideram as incertezas, quanto em análises que as ignoram. Em consequência disso, o efeito destas incertezas na estimativa do tempo de falha  $t_0$  do produto, e as suas implicações na sua confiabilidade e nas estimativas de tempos de garantia deverão ser avaliadas e discutidas.

## 1.2. Método

A pesquisa aqui em discussão se caracteriza como teórico-experimental e está fundamentalmente centrada na busca por uma resposta a um problema real de engenharia, qual seja; avaliar o efeito das incertezas experimentais na previsão de tempos de falha obtidos por meio de ensaios acelerados.

Neste sentido, o caráter experimental se limita ao uso de dados reais e nas consequências das suas incertezas, tanto para o delineamento metodológico do trabalho quanto para a solução do problema. Já o caráter teórico, centro da investigação focaliza a busca por uma solução matemática / estatística adequada, que acomode as condições de contorno do problema real de engenharia e responda à pergunta de pesquisa, mostrando sua obediência às condições reais de contorno, bem como a validade da solução obtida.

Dentro destas premissas, a abordagem metodológica aqui adotada se inicia pela identificação formal do problema real investigado e suas implicações para a engenharia, além das suas condições de contorno e das restrições que estas condições de contorno geram para a solução matemática / estatística a ser identificada.

Com base nesta identificação formal, investigam-se, em literatura cientificamente referenciada, os métodos potenciais para a solução do problema, apontando-se neles os condicionantes teóricos e suas relações com as condições de contorno dadas pelo problema de engenharia sob

investigação. Como resultado, busca-se um método que atenda às condições reais de contorno e cuja validade seja visualizada no contexto em discussão.

Assim, o método científico para a solução do problema investigado fica determinado pelo método matemático / estatístico selecionado para a solução, suas restrições teóricas, metodológicas, estratégia de implementação e validade.

O desempenho do método escolhido e implementado é avaliado por meio de testes formalmente estabelecidos segundo referências. Este desempenho é avaliado, tanto no problema real e específico em discussão, como em problemas similares. Como resultado, busca-se avaliar a estabilidade e a eficácia da solução obtida, num domínio que engloba o problema de engenharia de interesse.

Mediante comportamento adequado do método implementado, derivam-se as inferências sobre a relevância da incerteza experimental no problema estudado e suas tendências em condições experimentais mais severas, além das potencialidades da sua reutilização em outros problemas da engenharia.

### **1.3. Estrutura do Trabalho**

O desenvolvimento deste estudo está organizado em seis capítulos.

Na introdução é apresentada uma visão geral do problema que contextualiza o estudo em discussão.

O Capítulo 2 apresenta o cenário geral de um processo de desenvolvimento de novos produtos, destacando a importância dos ensaios acelerados dentro deste processo. Ainda neste capítulo, são apresentadas questões teóricas convencionais dos ensaios acelerados e as técnicas estatísticas utilizadas para análise dos dados de tempo de falha. Além disso, é

mostrado um cenário atualizado de trabalhos desenvolvidos que tratam estes ensaios.

No Capítulo 3, são apresentadas as questões teóricas mais importantes para este estudo, quais sejam: os modelos de regressão com erros nas variáveis e os métodos estatísticos que tratam este problema. Ao final deste capítulo é feita uma descrição detalhada do método aqui implementado, com a apresentação de algumas aplicações do mesmo para diferentes tipos de problemas.

O Capítulo 4 descreve um ensaio acelerado desenvolvido por Sasseron (2005) e discutido por Abackerli *et al.* (2006), gerador dos dados analisados neste estudo. Em seqüência, este capítulo apresenta os resultados da análise convencional destes dados, seguido dos resultados obtidos com a implementação do método proposto. Para finalizar, é feita a discussão comparativa dos resultados obtidos com ambos os métodos.

No Capítulo 5, são apresentadas as conclusões, baseadas no desenvolvimento descrito no Capítulo 4, seguidas das sugestões e justificativas para trabalhos futuros.

Finalmente, as referências bibliográficas utilizadas para a fundamentação e para o desenvolvimento do trabalho.

## **2. Desenvolvimento de Produtos e o Ensaio Acelerado**

Para eliminar ou minimizar as restrições físicas, econômicas e sociais a que os produtos podem estar sujeitos no seu desenvolvimento, utilizam-se processos com técnicas e métodos específicos para o desenvolvimento de novos produtos. Entre as principais técnicas deste processo, está o ensaio acelerado, tema central deste estudo. Assim, antes da apresentação detalhada das questões teóricas e práticas mais relevantes de um ensaio acelerado, objeto deste estudo, apresenta-se um processo de desenvolvimento de produtos discutido por Aw (2005). Esta apresentação visa enfatizar o papel do ensaio acelerado dentro deste processo como importante ferramenta para estabelecer requisitos importantes referentes à confiabilidade e à qualidade do produto.

### **2.1. Processo de Desenvolvimento de Novos Produtos**

Atualmente, a necessidade de desenvolver novos produtos em intervalos de tempo cada vez menores é um grande desafio dos fabricantes. Paralelamente a isso, é preciso que a qualidade e a confiabilidade destes novos produtos sejam garantidas. Para assegurar que estas duas condições importantes sejam abordadas de maneira correta, são utilizadas técnicas específicas de desenvolvimento de novos produtos.

Testes que validam a confiabilidade e a qualidade do produto fazem parte deste processo de desenvolvimento. Em abordagens tradicionais, estes testes, geralmente, são realizados no final do processo, tornando-o caro, pois os problemas que eventualmente ocorrem são identificados somente nesta fase. Isso, em muitos casos, resulta em re-projeto ou novas especificações, que prolongam o tempo para a introdução do produto no mercado e, conseqüentemente, geram perdas de oportunidades de vendas (AW, 2005).

Na tentativa de evitar re-projetos e novas especificações, Aw (2005) integra estes testes no decorrer do processo, tornando-o uma ferramenta adequada para identificação rápida de problemas relacionados à confiabilidade e à qualidade do produto.

Este processo integrado proposto por Aw (2005) utiliza como base o processo tradicional apresentado por Theije *et al.* (1998). Ele é dividido em estágios distintos que dependem da complexidade do produto e da estrutura de gerenciamento da organização, mas, em geral, é composto de cinco estágios. Na Figura 2 verifica-se a estrutura deste processo integrado.

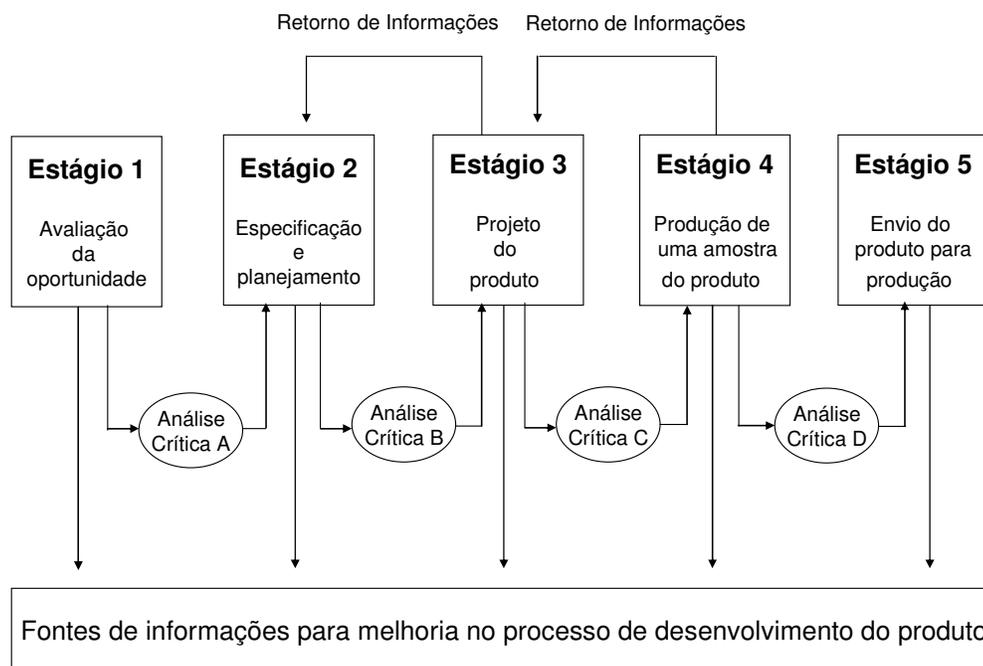


FIGURA 2: PROCESSO DE DESENVOLVIMENTO DE NOVOS PRODUTOS INTEGRADO

Fonte: Aw (2005)

O processo apresentado neste estudo e discutido por Aw (2005) é dividido em cinco estágios distintos. O estágio 1 é a formação do conceito do novo produto e a avaliação de condições de viabilidade para seu lançamento. Estas atividades são realizadas pelas áreas de marketing, engenharia e

vendas. Aspectos importantes deste estágio podem ser verificados em Yap e Souder (1994), Calantone, *et al.* (2006) e Kahn *et al.* (2006).

No estágio 2 são elaboradas as especificações do novo produto, e um plano do projeto, com seu respectivo orçamento, que posteriormente, são submetidos à aprovação da gerência. Este estágio é realizado por uma equipe multifuncional composta por profissionais de projeto, qualidade e confiabilidade, engenharia de produto, engenharia de teste, produção, planejamento, marketing entre outros.

No estágio 3 são produzidos alguns protótipos do produto em uma linha de produção piloto. Com estes protótipos são realizados testes para validação da pré-produção. Estes testes devem ser capazes de verificar se o produto alcança os requisitos estabelecidos no seu projeto.

O estágio 4 é responsável pela produção de quantidades limitadas do produto, que são divididas em duas amostras. A primeira amostra é submetida à utilização de alguns clientes. A segunda é utilizada pela equipe de confiabilidade e qualidade para a realização de testes. Os resultados obtidos destas amostras são submetidos a análises críticas sob diversos pontos de vista, como, por exemplo, material, produção e outros que visam assegurar a produção em série de acordo com as especificações do produto. Além disso, esta análise proporciona elementos importantes para determinar o tempo de garantia do produto e especificar suas condições de uso.

Finalmente, o quinto estágio deve assegurar que os requisitos estabelecidos foram alcançados, de acordo com as necessidades do consumidor, permitindo, assim, que a produção em série seja iniciada.

Além dos cinco estágios, verifica-se na Figura 2, a existência de Análises Críticas (*Gates*), realizadas após cada estágio. Estas análises garantem a identificação de possíveis problemas em cada estágio e a possibilidade de apresentar procedimentos de correção antes da realização do próximo estágio.

Os possíveis problemas identificados nos estágios 3 e 4, (Figura 2), durante os testes de validação da pré-produção e validação da qualidade/confiabilidade, fornecem informações importantes para prover melhorias com as modificações necessárias no produto. Para Aw (2005), umas das principais vantagens da realização destes testes de validação no decorrer do processo é a redução de custos associados ao desperdício de materiais, recursos humanos e oportunidades de mercado.

Os testes realizados para validação da confiabilidade e da qualidade, visam principalmente, estabelecer as especificações do produto e garantir que ele funcione sob várias condições severas de uso. Na prática, a forma mais usual de realização destes testes é por meio de ensaios acelerados. Em geral, as variáveis mais comuns a serem testadas são: a temperatura, tensão, vibração mecânica, compatibilidade eletromagnética, entre outras.

Exemplo de aplicações que utilizam diferentes teste de confiabilidade dentro do processo de desenvolvimento de produtos são encontrados em Ahmed (1996), Elleklaer e Bisgaard (1998), Theije *et al.* (1998) e Booker (2003).

Destacada a importância do ensaio acelerado no processo de desenvolvimento de produtos e conseqüentemente, o seu importante papel em questões relacionadas à confiabilidade e à qualidade, o próximo item apresenta, de forma detalhada, as questões teóricas e práticas mais importantes destes ensaios.

## **2.2. O ensaio acelerado**

Segundo Nelson (2004), um ensaio acelerado consiste de uma variedade de métodos que intencionalmente diminuem a vida útil de um produto ou, de outro modo, aceleram a sua degradação.

Assim, em um ensaio acelerado, um produto é induzido a falhar de forma organizada e planejada. O principal interesse na realização destes ensaios é obter o “tempo de vida do produto até a ocorrência da falha” e, dele, a estimativa da sua confiabilidade. A primeira etapa para realizar um ensaio acelerado é o seu planejamento, feito por meio de um plano de teste.

Para Tang *et al.* (2002), um plano de teste acelerado deve ser elaborado e realizado com o objetivo de se obter as melhores estimativas dos tempos de falha dos produtos ensaiados. Este plano inclui a definição das principais características e condições de realização do ensaio e dentre elas, a definição dos modos de aplicação das cargas de estresse, dos tempos e tipos de censura, o número de produtos em cada amostra.

Na literatura são encontrados vários tipos de planos de teste. Segundo Nelson (2004), o plano mais utilizado é chamado de tradicional que consiste da utilização de cargas de estresse constantes, com níveis de carga igualmente espaçados entre si, e cada amostra com o mesmo número de elementos ensaiados. Nelson e Kielpinski (1976) propõem um plano de teste que utiliza apenas dois níveis de estresse, porém, para os autores, este tipo de teste pode não apresentar resultados consistentes, em especial na validação do modelo de relacionamento estresse/resposta que deve ser assumido. Nelson (2004) *apud* Meeker e Hahn (1988) discute um plano definido como plano ótimo. Nele são utilizados três níveis de estresse (baixo, médio e alto), assumindo que o nível intermediário é o valor médio entre a carga baixa e a carga alta de teste.

Outros planos de teste foram apresentados mais recentemente por Tang *et al.* (2002) e MacKane *et al.* (2005), ambos preocupados em dimensionar tamanhos de amostras, tipos e número máximo de censuras, buscando elevar as chances de sucesso do ensaio acelerado.

Das características abordadas no plano de teste sobre o ensaio acelerado, a primeira a ser aqui detalhada é a carga de estresse. Uma variável de estresse é aquela que acelera a ocorrência de falha no produto, quando

utilizada em um ensaio acelerado em níveis superiores aos existentes nas condições normais de uso.

De acordo com Freitas e Colosimo (1997), os modos de aplicação das cargas de estresse mais freqüentes na literatura são: constante, escada, progressivo, cíclico e aleatório. Segundo Nelson (2004), o modo de aplicação constante é a que gera o plano de teste tradicional, que é o mais utilizado na prática. Neste caso, as amostras do produto são ensaiadas sob as mesmas condições, porém, com níveis de estresse constantes e distintos para cada uma delas. A análise dos tempos de falha com cargas de estresse constantes é simples e utiliza modelos matemáticos também simples.

Já para as cargas de estresse aplicadas no modo escada, as amostras são ensaiadas em um determinado nível de estresse por um período de tempo estabelecido. Caso não ocorra a falha, o nível de estresse é elevado e o teste prossegue. Este procedimento se repete até a ocorrência do número de falhas desejado. A vantagem de utilizar este modo de aplicação da carga de estresse é que o tempo total de teste tende a diminuir. Porém, a análise e a extrapolação dos tempos acelerados para as condições normais de uso são mais complicadas e exigem o uso de modelos matemáticos mais complexos.

O modo de aplicação progressivo é similar ao modo escada, com as mesmas vantagens e desvantagens, diferenciando-se apenas pelo fato de que o aumento do nível das cargas não ocorre em degraus, mas de maneira programada, progressiva e contínua.

Já no modo de aplicação cíclica, as amostras são submetidas a níveis de estresse altos e baixos que variam em níveis de forma cíclica. Neste caso, as vantagens e desvantagens também são análogas aos do modo de aplicação escada.

Finalmente, alguns produtos são submetidos ao modo de aplicação aleatórios. Neste caso, a definição da carga segue uma distribuição de probabilidade mais próxima possível das condições de uso do produto, porém,

com valores mais elevados. A análise dos tempos de falha para este modo de estresse é análoga à análise para o modo constante.

Sobre as variáveis de estresse vale ainda destacar que os tipos mais utilizados na prática são: alta ou baixa temperatura, umidade, voltagem, pressão, vibração ou uma combinação de diferentes tipos de cargas (VASSILIOU e METTAS, 2002).

Outra característica importante de um ensaio acelerado é a presença de dados parciais, ou seja, as chamadas censuras ou os dados censurados. Para Louzada Neto *et al.* (2002), a presença de censuras é um fato complicador nos dados de tempos de falha, porque, em um ensaio acelerado, se tem interesse exatamente nos tempos de falha dos produtos e os dados censurados informam apenas parcialmente sobre esses tempos. Porém, ainda que parciais, os dados censurados possuem informações importantes que não devem ser descartadas na análise. Para que estes dados censurados sejam considerados, é necessário incorporar no problema uma nova variável que indica se o tempo relacionado à falha é ou não censurado, sendo esta variável chamada de variável indicadora de censura.

Segundo Lawless (1982), um tempo de censura  $T$  é considerado uma censura à direita quando não se conhece o seu tempo exato, sabe-se apenas que ele é maior ou igual a  $T$ . De forma similar, uma observação é considerada uma censura à esquerda quando o seu tempo exato de falha também é desconhecido, porém, sabe-se que ele é menor ou igual a  $T$ . Em ensaios acelerados, as censuras à direita são mais comuns.

Independente da forma em que a censura ocorra, ela pode ser classificada por tipos. Entre os tipos mais utilizados na prática, tem-se a censura do tipo I, a censura do tipo II e a censura aleatória.

De acordo com Colosimo e Giolo (2006), na censura do tipo I o ensaio é realizado por um período de tempo pré-fixado. Neste caso, o tempo de falha do produto será conhecido somente se ele falhar antes deste tempo estabelecido,

e os que não falharem neste período são consideradas observações censuradas. No caso da censura do II é fixado um número de falhas que se pretende obter no ensaio. Quando este número é obtido o ensaio é interrompido. Os produtos que não falharam até a interrupção são considerados censuras. Já na censura aleatória, o produto é retirado do ensaio antes da ocorrência da falha esperada. Neste caso, o produto pode ser retirado por diversas razões, tais como, a ocorrência de um tipo de falha diferente daquele esperado no ensaio.

Em geral, o mecanismo de censura adotado não altera a análise dos dados. Porém, existem vantagens práticas no uso de um tipo de censura em relação a outro, em função das condições de realização do ensaio e das informações já conhecidas do produto ensaiado. A censura do tipo II (por falha), em geral, é utilizada quando se tem pouca ou nenhuma informação sobre a durabilidade do produto. A utilização deste tipo de censura garante um número mínimo de falhas necessário para a análise estatística. A censura do tipo I (tempo) é utilizada em combinação com informações anteriores sobre o produto, o que possibilita planejar o tempo de duração do ensaio (FREITAS e COLOSIMO, 1997).

De maneira geral, o plano do teste organiza os elementos necessários para a realização do ensaio acelerado. Os dados obtidos nestes ensaios são analisados estatisticamente para gerar as estimativas de tempos de falha de interesse para as condições normais de uso. A Figura 3 sistematiza a visão geral do ensaio e as etapas da análise estatística convencional dos dados, a partir dos conceitos apresentados por Freitas e Colosimo (1997) e Nelson (2004).

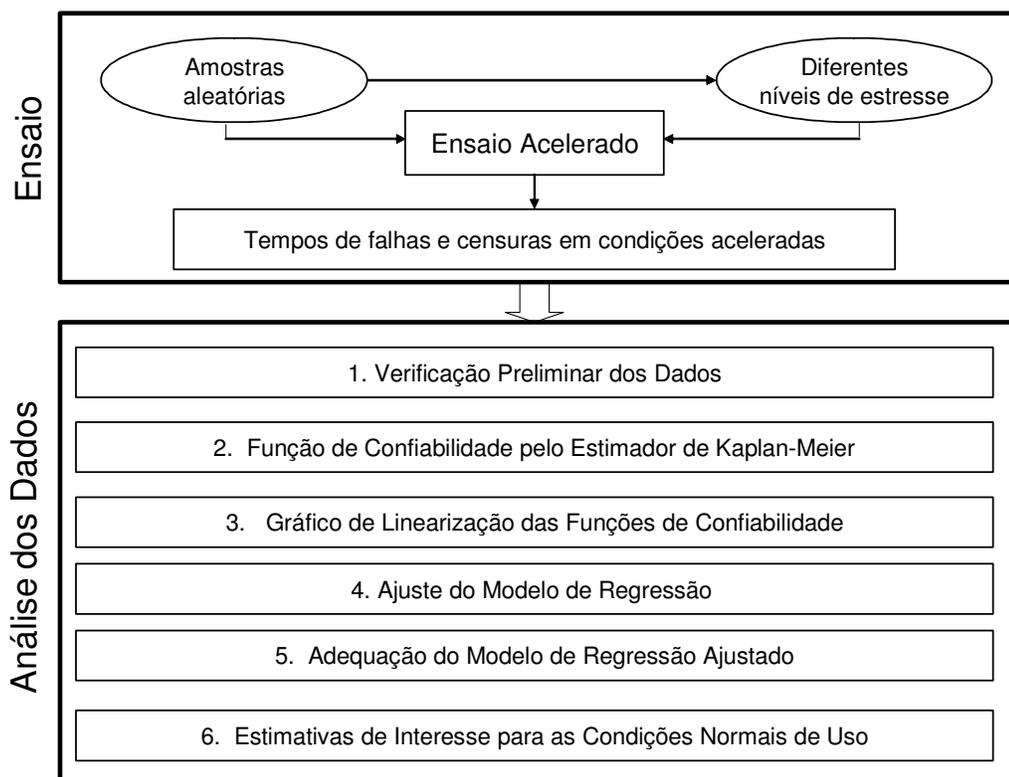


FIGURA 3: VISÃO GERAL DO ENSAIO ACELERADO E ANÁLISE DOS DADOS

Nota-se na Figura 3 que a realização do ensaio acelerado depende principalmente de amostras aleatórias do produto. Além disso, verifica-se que a análise dos dados de falhas obtidos neste ensaio é realizada de forma seqüencial. Neste estudo, esta análise seqüencial será chamada de análise convencional, porque não considera a incerteza na variável de estresse. Ela é importante para o ajuste do modelo de regressão, que será utilizado posteriormente na análise que considera a incerteza, e porque seus resultados serão usados para fins de comparação.

Desta forma, os itens seguintes apresentam as questões teóricas mais importantes e os procedimentos necessários para a realização de cada uma das seis etapas da Figura 3.

### 2.2.1. Verificação Preliminar dos Dados

Esta é a primeira etapa da Figura 3, e consiste na análise preliminar dos dados obtidos no ensaio acelerado. Seu objetivo é verificar a existência de eventuais problemas nos dados que possam ser observados graficamente. Para isso é construído um gráfico de dispersão com pontos que permitem a constatação de erros grosseiros ou a existência de dados com valores muito diferentes da grande maioria, ou seja, a presença de dados discrepantes.

Em geral, para ensaios que consideram apenas um modo de falha, tempo e tipo de censura pré-estabelecido, esperam-se intuitivamente observar duas características importantes nesta etapa. A primeira é que um número maior de produtos falhe quando submetidos a cargas de estresse mais altas, e o segundo, é menor variabilidade nos dados para as cargas maiores (FREITAS e COLOSIMO, 1997).

### 2.2.2. Função de Confiabilidade pelo Método Kaplan-Meier

A segunda etapa da Figura 3 utiliza o estimador não-paramétrico de Kaplan-Meier. Ele foi proposto por Kaplan e Meier, em 1958, para estimar a função de sobrevivência a partir dos dados amostrais. Este estimador, também conhecido como o estimador do produto-limite, permite a estimação da função de sobrevivência na presença de dados censurados, sendo, portanto, útil para ensaios acelerados. De acordo com Louzada-Neto *et al* (2002), tomando  $n$  produtos e os tempos de sobrevivência até a falha, incluindo os tempos censurados, ordenados de forma que  $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$ , a função de sobrevivência empírica pode ser obtida pelo estimador Kaplan-Meier da seguinte forma

$$\hat{R}_{KM}(t) = \frac{n_1 - d_1}{n_1} \frac{n_2 - d_2}{n_2} \dots \frac{n_r - d_r}{n_r} = \prod_{r: t_r < t} \frac{n_i - d_i}{n_i} \quad (1)$$

Na expressão (1),  $t_r$  é o maior tempo de sobrevivência menor ou igual a  $t$ ,  $n_i$  é o número de produtos que não falharam até o tempo  $t_r$  e  $d_i$  é o número

de falhas no tempo  $t_r$ . Se a falha corresponde a um tempo censurado, então  $d_i = 0$ .

Freitas e Colosimo (1997) sugerem que as curvas de sobrevivência para cada nível de estresse sejam geradas num mesmo gráfico. Este procedimento possibilita a comparação das curvas umas com as outras. Além disso, é possível verificar a forma funcional que estas curvas assumem, possibilitando assim constatar se os dados realmente podem ser modelados por uma única distribuição de probabilidade.

### **2.2.3. Gráfico de Linearização das Funções de Confiabilidade**

A terceira etapa da Figura 3 é a construção de um gráfico da função de confiabilidade linearizada para cada uma das possíveis distribuições de probabilidade que eventualmente modelem os dados acelerados. (COLOSIMO e GIOLO, 2006). Aqui, a idéia é comparar a função de confiabilidade obtida pelo estimador Kaplan-Meier com a função de confiabilidade da probabilidade proposta, verificando se esta função se aproxima da função de confiabilidade obtida pelo método de Kaplan-Meier.

Este procedimento gráfico é realizado com dois objetivos principais. O primeiro é auxiliar na seleção da distribuição de probabilidade que melhor modele os tempos de falha. Neste caso, a distribuição mais adequada produz gráficos aproximadamente lineares. Para o caso de modelos não adequados, a violação de linearidade pode ser verificada visualmente.

O segundo objetivo é a verificação de indícios de violação da igualdade dos parâmetros de escala do modelo de regressão. Em termos práticos, é possível verificar se os parâmetros são aproximadamente iguais, observando se há um certo paralelismo entre as curvas do gráfico, geradas a partir das funções de confiabilidade linearizadas. Na prática, quando se trabalha em uma escala diferente da original, como, por exemplo, a logarítmica, a suposição de

igualdade dos parâmetros de escala para os diferentes níveis de estresse torna-se aproximadamente válida para a maioria dos casos (FREITAS e COLOSIMO, 1997).

Muitos modelos paramétricos são utilizados na análise de dados de tempos de falha. Porém, algumas distribuições de probabilidade ocupam papel de destaque nesta classe de modelos, por serem amplamente utilizadas em um grande número de situações práticas (LOWLESS, 1982).

Neste estudo, destacam-se a distribuição exponencial, Weibull e log-normal como as mais úteis na prática de análise de dados acelerados. Aqui são detalhadas as características de cada distribuição, em particular, sua forma, suas respectivas funções de confiabilidade e suas funções taxa de falha. Além destas características, é de grande interesse conhecer o valor médio  $E(T)$ , a variância  $Var(T)$  e os percentis  $t_p$ , que também são apresentados e discutidos neste estudo.

A função de confiabilidade  $R(t)$  é uma função muito importante para descrever dados de falha. De acordo com O'Connor (2004), esta função é definida como a probabilidade de um produto ou item não falhar até o término da sua missão, com duração  $t$ . Ou seja, a probabilidade de um produto ou item sobreviver ao tempo  $t$ . Em termos de probabilidade, esta função é expressa da seguinte forma

$$R(t) = P(T \geq t) \quad (2)$$

Outra função de grande importância para estes dados é a função taxa de falha  $\lambda(t)$  ou função risco. Esta função descreve a forma com que a taxa de falha muda com o tempo (COLOSIMO e GIOLO, 2006). Na sua forma geral, a função taxa de falha de uma variável aleatória  $T$  é definida por

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (3)$$

Quando  $\Delta t$  tende a zero,  $\lambda(t)$  passa a ser taxa de falha instantânea no tempo  $t$ , dado que a falha não ocorreu até este tempo. A função taxa de falha pode ser crescente, decrescente ou constante, indicando que a taxa de falha do produto aumenta, diminui ou permanece constante com o transcorrer do tempo. Assim como as demais funções, cada distribuição de probabilidade apresenta uma forma particularizada da função de confiabilidade e da função taxa de falha. Porém, as funções de confiabilidade podem apresentar formas semelhantes enquanto que suas respectivas taxas de falha podem diferir drasticamente. Por isso, a função taxa de falhas  $\lambda(t)$  também é muito útil para descrever tempos de falha, fazendo com que em algumas análises ela seja por si só uma importante ferramenta para a análise de tais tempos (COLOSIMO e GIOLO, 2006).

Considerando a grande importância das distribuições de probabilidade na análise dos tempos de falha, os tópicos seguintes descrevem as principais distribuições consideradas neste estudo.

### **2.2.3.1. Distribuição Exponencial**

A distribuição exponencial descreve situações em que a função taxa de falha  $\lambda(t)$  é constante, além de ser um dos modelos probabilísticos mais simples para modelagem de tempos de falha. Esta simplicidade é devida à existência de um único parâmetro nesta distribuição, que modela sua taxa de falha, sendo ele constante. Esta distribuição tem sido utilizada para descrever adequadamente o tempo de vida de óleos isolantes, dielétricos, entre outros (COLOSIMO e GIOLO, 2006). É possível verificar que a distribuição exponencial é um caso particular da distribuição de Weibull (item 2.2.3.2), quando o seu parâmetro de forma é unitário. Uma variável aleatória  $T$  tem distribuição exponencial com tempos médios de falha  $\eta \geq 0$ , se a sua função densidade é dada por

$$f(t) = \frac{1}{\eta} e^{-\left\{\frac{t}{\eta}\right\}}, t \geq 0 \quad (4)$$

Na expressão (4), o parâmetro  $\eta > 0$  é o tempo médio de falha e tem a mesma unidade de medida do tempo de falha  $t$ .

A função de confiabilidade da distribuição exponencial é dada por

$$R(t) = e^{-\left\{\frac{t}{\eta}\right\}} \quad (5)$$

A sua função taxa de falha é da seguinte forma

$$\lambda(t) = \frac{1}{\eta}, t \geq 0 \quad (6)$$

Conforme já citado, a equação (6) mostra que a função taxa de falha é constante, com valor  $\frac{1}{\eta}$  obtido da equação (4), que modela a distribuição de falhas do produto.

Os tempos de vida médio  $E(T)$ , sua variância  $Var(T)$  e os tempos correspondentes aos percentis  $t_p$  da distribuição exponencial são dados por

$$E(T) = \eta \quad (7)$$

$$Var(T) = \eta^2 \quad (8)$$

e

$$t_p = -\eta \ln(1 - p) \quad (9)$$

A forma linearizada da função de confiabilidade da distribuição exponencial dada pela expressão (5), é da seguinte forma

$$-\log[R(t)] = \frac{t}{\eta} \quad (10)$$

Neste caso,  $-\log[R(t)]$  é uma função linear de  $t$ . O gráfico de  $-\log[\hat{R}(t)]$  versus  $t$ , com  $\hat{R}(t)$  sendo o estimador de Kaplan-Meier, deverá ser uma reta passando pela origem quando o modelo exponencial for o mais adequado para modelar os dados de tempo de falha (COLOSIMO e GIOLO, 2006).

### 2.2.3.2. Distribuição de Weibull

A distribuição de Weibull é amplamente utilizada para modelar tempos de falha de produtos compostos por vários itens, cuja falha ocorre quando o primeiro item falhar. Outra característica que contribui para o grande uso da distribuição de Weibull é a grande variedade de formas por ela assumidas em função de seus parâmetros, todas com taxa de falha monótona, isto é, crescente, decrescente ou constante (COLOSIMO e GIOLO, 2006). Assim, uma variável aleatória  $T$  tem distribuição de Weibull se sua função densidade de probabilidade é dada por

$$f(t) = \frac{\gamma}{\eta^\gamma} t^{\gamma-1} e^{-\left\{\left(\frac{t}{\eta}\right)^\gamma\right\}}, t \geq 0 \quad (11)$$

Na expressão (11),  $\gamma > 0$  é o parâmetro de forma e não tem unidade de medida,  $\eta > 0$  é o parâmetro de escala, que possui a mesma unidade de medida de  $t$ .

A função de confiabilidade da distribuição de Weibull é da seguinte forma

$$R(t) = e^{-\left\{\left(\frac{t}{\eta}\right)^\gamma\right\}} \quad (12)$$

Sua função taxa de falhas é da seguinte forma

$$\lambda(t) = \left(\frac{\gamma}{\eta}\right) \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\gamma-1}, t > 0 \quad (13)$$

Para a distribuição de Weibull os tempos médios de vida  $E(T)$  e a variância  $Var(T)$  são obtidos de forma implícita, ou seja, em função da distribuição Gama ( $\Gamma$ ), da seguinte forma

$$E(T) = \eta \Gamma \left[ 1 + \left( \frac{1}{\gamma} \right) \right] \quad (14)$$

$$Var(T) = \eta^2 \left\{ \Gamma \left[ 1 + \left( \frac{2}{\gamma} \right) \right] + \Gamma \left[ 1 + \left( \frac{1}{\gamma} \right) \right]^2 \right\} \quad (15)$$

Nas equações acima  $\Gamma(\cdot)$  é a função Gama definida por  $\Gamma(k) = \int_0^{\infty} x^{k-1} e^{-x} dx$ , com  $k > 0$ .

O tempo relativo ao percentil  $t_p$  da distribuição de Weibull é dado por

$$t_p = \eta \left[ -\ln(1-p) \right]^{\frac{1}{\gamma}} \quad (16)$$

A linearização da função de confiabilidade da distribuição de Weibull, dada pela expressão (12) é verificada em Colosimo e Giolo (2006), na seguinte forma

$$-\log[R(t)] = \left( \frac{t}{\eta} \right)^{\gamma} \quad (17)$$

$$\log[-\log[R(t)]] = -\gamma \log(\eta) + \gamma \log(t) \quad (18)$$

Deste modo,  $\log[-\log[R(t)]]$  é uma função linear de  $\log(t)$ . Assim, o gráfico de  $\log[-\log[\hat{R}(t)]]$  versus  $\log(t)$ , sendo que  $\hat{R}(t)$  é o estimador de Kaplan-Meier de  $R(T)$ , deve ser uma função aproximadamente linear em casos

em que a distribuição de Weibull for a mais adequada para os dados de tempo falha analisados (COLOSIMO e GIOLO, 2006).

### 2.2.3.3. Distribuição log-normal

A distribuição log-normal é uma distribuição bastante utilizada na prática de confiabilidade para caracterizar tempos de falha de produtos, entre eles a fadiga de metais, de semicondutores, de diodos e de isolamento elétrica (COLOSIMO e GIOLO, 2006). Segundo Colosimo e Giolo (2006), existe uma relação entre as distribuições log-normal e normal. Como o nome sugere, o logaritmo de uma variável com distribuição log-normal de parâmetros  $\mu$  e  $\sigma$  tem uma distribuição normal com média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ . Isso equivale a dizer que os dados provenientes de uma distribuição log-normal podem ser analisados segundo uma distribuição normal, desde que, seja considerado o logaritmo da variável dependente (tempos de falha) no lugar de seus valores originais.

Uma variável  $T$  tem distribuição log-normal se a sua função densidade é dada por

$$f(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi t\sigma}} e^{-\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{\log(t)-\mu}{\sigma}\right)^2\right\}}, t > 0 \quad (19)$$

Na expressão (19),  $\mu$  e  $\sigma$  são, respectivamente, a média e o desvio padrão do logaritmo dos tempos de falha.

A função de confiabilidade da distribuição log-normal também não é dada de forma analítica explícita. Ela é dada em função da distribuição normal padrão, da seguinte forma

$$R(t) = \Phi\left(\frac{-\log(t) + \mu}{\sigma}\right) \quad (20)$$

Na equação (20)  $\Phi(\cdot)$  é a função de distribuição acumulada de uma distribuição normal padrão. Sua função taxa de falhas também se apresenta de forma implícita, dada por

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (21)$$

A função taxa de falhas da distribuição log-normal não é monótona. Os tempos de falha médio  $E(T)$  e variância  $Var(T)$  da distribuição log-normal são dados por

$$E(T) = e^{\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)} \quad (22)$$

$$Var(T) = e^{(2\mu + \sigma^2)}(e^{\sigma^2} - 1) \quad (23)$$

O tempo  $t_p$ , correspondente ao p-ésimo percentil da distribuição log-normal, também é dado de forma implícita, obtido em função do percentil correspondente da distribuição normal padrão dado por  $z_p$ , da seguinte forma

$$t_p = e^{(z_p \sigma + \mu)} \quad (24)$$

Assim como para as distribuições exponencial e de weibull, a linearização da função de confiabilidade da distribuição log-normal dada pela expressão (20) é da seguinte forma

$$\Phi^{-1}(R(t)) = \frac{-\log t + \mu}{\sigma} \quad (25)$$

Na expressão (25)  $\Phi^{-1}(\cdot)$  corresponde aos valores do percentil da distribuição Normal padrão. O gráfico de  $\Phi^{-1}(R(t))$  versus  $\log(t)$  deve ser aproximadamente linear, com intercepto  $\frac{\mu}{\sigma}$  e inclinação  $-\frac{1}{\sigma}$ , para casos em que a distribuição log-normal for a que melhor ajuste os dados acelerados (COLOSIMO e GIOLO, 2006).

Após o ajuste do modelo de regressão e a verificação de sua adequação, a etapa 4, de acordo com a Figura 3, é o ajuste do modelo de regressão, que é discutido no item seguinte.

#### 2.2.4. Ajuste do Modelo de Regressão

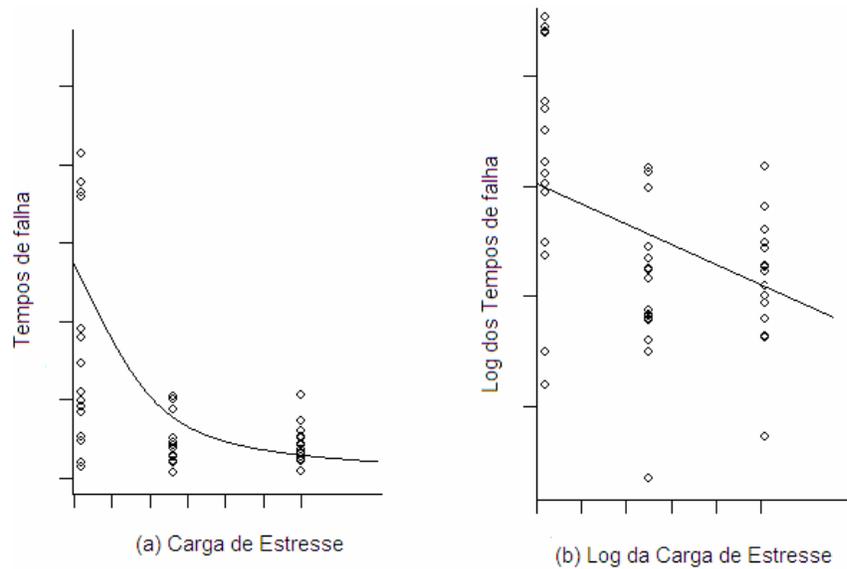
Os modelos de regressão utilizados na análise de tempo de falha acelerado são denominados modelos de locação e escala. Estes modelos são construídos para o logaritmo do tempo de falha  $T$ ; ou seja,  $Y = \ln(T)$ . A principal característica destes modelos é que os tempos de falha  $Y = \log(T)$  têm distribuição com parâmetro de locação  $\mu(x)$ , que depende da variável de estresse  $x$ , e parâmetros de escala  $\sigma > 0$  constantes. A partir destas características, o modelo de regressão locação e escala tem a seguinte forma

$$Y = \mu(x) + \sigma\varepsilon \quad (26)$$

onde  $\varepsilon$  é o erro aleatório independente de  $x$  e  $Y = \ln(T)$ .

Verifica-se pela equação (26), que este modelo de regressão é linear no logaritmo dos tempos de falha. O parâmetro de escala  $\sigma$  é obtido a partir da distribuição de probabilidade que modela os tempos de falha. O parâmetro de locação  $\mu(x)$  é dado por um modelo determinístico denominado relação estresse/resposta.

Desta forma, os tempos de falha  $T$ , são obtidos nos ensaios acelerados na escala original e transformados para a escala logarítmica. A Figura 4, ilustra este procedimento.



*FIGURA 4: DADOS E CURVAS DE REGRESSÃO*

Os dados ilustrados na Figura 4 (a) estão na escala original, já os dados da Figura 4 (b) estão transformados para a escala logarítmica. A curva que ilustra a regressão das Figura 4 (a) e (b) representam a relação estresse-resposta, utilizada para a extrapolação dos valores acelerados para as condições normais de uso. Na prática, a curva utilizada é a forma linear, conforme verificado na Figura 4(b).

As relações estresse/resposta mais utilizadas na prática de ensaios acelerados, para um modo de falha e cargas de estresse constantes, são as relações Arrhenius e Potência Inversa. Estas duas relações são consideradas modelos essenciais pelo fato de que muitas outras existentes serem obtidas por meio de suas generalizações. (NELSON, 2004).

#### **2.2.4.1. Relação Arrhenius**

A relação Arrhenius é amplamente utilizada quando a variável de estresse do ensaio acelerado é a temperatura (VASSILIOU e METAS, 2002). São encontradas aplicações desta relação em ensaios com isolantes,

dielétricos, semicondutores, baterias, lubrificantes, plásticos, lâmpadas incandescentes, entre outros. A forma geral da relação Arrhenius é dada pela equação (27), onde  $\tau$  é a característica da vida desejada (média, mediana, percentis, etc.),  $T_a$  é a variável de estresse (valores em temperatura absoluta) e  $A$  e  $B$  são os parâmetros da relação a serem estimados.

$$\tau(T_a) = Ae^{\frac{B}{T_a}} \quad (27)$$

A forma linearizada da expressão (27) é dada por

$$\ln(\tau) = \ln(A) + \frac{1}{T_a} B \quad (28)$$

Na expressão 28,  $\ln(A)$  é o intercepto e  $B$  é a inclinação da reta ilustrada. Neste caso, a variável  $T_a$ , que é a variável independente do modelo, é o inverso do estresse e não o estresse.

Além disso, o parâmetro de locação  $\mu(x)$  do modelo de regressão locação e escala dado pela equação (26), assume a forma da relação Arrhenius linearizada, dada em (28). Quando o parâmetro de escala assume uma das distribuições de probabilidade apresentadas no item 2.2.3, têm-se os seguintes modelos de regressão: Arrhenius - exponencial; Arrhenius - Weibull e Arrhenius - log-normal a seguir.

#### **2.2.4.1.1. Modelo Arrhenius - exponencial**

Como citado, este modelo combina a distribuição de probabilidade exponencial com a relação de Arrhenius. A utilização deste modelo implica nas seguintes suposições:

- Em qualquer valor de temperatura absoluta  $T_a$ , os tempos de falha têm distribuição exponencial;

- O tempo médio  $\eta$  da distribuição de  $Y = \log(T)$  é uma função linear do inverso da temperatura absoluta  $T_a$ , com parâmetros  $\alpha = \ln(A)$ ,  $\beta = B$  característicos do produto e do teste, na seguinte forma

$$\ln[\eta] = \alpha + \frac{\beta}{T_a} \quad (29)$$

As suposições acima produzem a função de distribuição acumulada do tempo de falha e os percentis. Para uma determinada temperatura absoluta  $T_a$ , a função de distribuição acumulada e, dela, a fração de produtos que falharam no tempo  $t$  é dada por

$$F(t; T_a) = 1 - e^{-\left\{ -te^{\left[ -\alpha - \left( \frac{\beta}{T_a} \right) \right]} \right\}} \quad (30)$$

Os valores dos tempos relativos aos percentis para este modelo são dados por

$$t_p(T_a) = e^{\left[ \alpha + \beta \left( \frac{1000}{T_a} \right) \right]} [-\ln(1-p)] \quad (31)$$

Estritamente falando, a equação (30) modela a distribuição acumulada de falhas em função da condição de operação  $T_a$  (ou estresse) e do tempo  $t$  de interesse, que, por sua vez, é calculado em função do percentil  $p$  desejado, fazendo na equação (30)  $t = t_p$  com  $t_p$  dado pela equação (31).

#### 2.2.4.1.2. Modelo Arrhenius - Weibull

Este modelo combina a distribuição de probabilidade de Weibull com a relação Arrhenius. O uso deste modelo implica nas seguintes suposições:

- Para cada nível de estresse com temperatura absoluta  $T_a$ , os tempos de falha têm distribuição Weibull ou, de forma equivalente, o logaritmo do tempo de falha do produto tem distribuição do valor extremo.
- O parâmetro de forma  $\gamma$  da distribuição de  $Y = \log(T)$  é constante, ou seja, independe da temperatura absoluta  $T_a$ .
- O tempo médio  $\eta$  da distribuição de  $Y = \log(T)$  é uma função linear do inverso da temperatura absoluta  $T_a$ , na mesma forma da expressão (29).

As suposições do modelo Arrhenius – Weibull produzem a função de distribuição acumulada do tempo de falha e dos percentis. Para uma determinada temperatura absoluta  $T_a$ , a função de distribuição acumulada para este modelo é dada por

$$F(t; T_a) = 1 - e^{-\left\{ \left[ \frac{t}{\eta(T_a)} \right]^\gamma \right\}} = 1 - e^{-\left\{ \left[ te^{\left[ -\frac{\beta}{T} \right]} \right]^\gamma \right\}} \quad (32)$$

Os valores dos tempos correspondentes aos percentis de acordo com a expressão (16) são, neste caso, dados por

$$p_p(T_a) = \alpha(T_a) [-\ln(1-p)]^{\frac{1}{\gamma}} = e^{\left[ \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{1000}{T_a} \right) \right]} [-\ln(1-p)]^{\frac{1}{\gamma}} \quad (33)$$

#### 2.2.4.1.3. Modelo Arrhenius - log-normal

Este modelo combina a distribuição de probabilidade log-normal com a relação Arrhenius. O uso deste modelo implica nas seguintes suposições:

- Na temperatura absoluta  $T_a$ , os tempos de falha têm distribuição log-normal. De forma equivalente, o logaritmo dos tempos de falha tem distribuição normal;
- O desvio padrão  $\sigma$  da distribuição de  $Y = \log(T)$  é constante, ou seja, independente da variável de estresse;
- O valor médio  $\mu(x)$  da distribuição de  $Y = \log(T)$  é uma função linear de  $x = \frac{1000}{T_a}$ , da seguinte forma

$$\log[\mu(x)] = \alpha + \beta x \quad (34)$$

- A vida mediana da distribuição de  $Y = \log(T)$   $\tau_{50}$  é uma função linear do inverso da temperatura absoluta da seguinte forma

$$\log[\tau_{50}] = \alpha + \left(\frac{\beta}{T_a}\right) \quad (35)$$

As suposições do modelo Arrhenius - log-normal produzem a função de distribuição acumulada do tempo de falha do produto e os percentis. Para uma determinada temperatura absoluta  $T_a$ , a função de distribuição acumulada para este modelo, com  $x = \frac{1000}{T_a}$ , é dada por

$$F(t; T_a) = \Phi \left\{ \left[ \frac{\log(t) - \mu(x)}{\sigma} \right] \right\} \quad (36)$$

Os tempos correspondentes aos percentis do modelo Arrhenius-log-normal são obtidos por meio da seguinte expressão

$$t_p(T_a) = \mu(x) + z_p \sigma \quad (37)$$

Na equação (37),  $z_p$  é o percentil da distribuição de probabilidade normal padrão.

### 2.2.4.2. Relação Potência Inversa

A relação potência inversa é utilizada para vários tipos de variável de estresse, exceto a temperatura. Por exemplo, lâmpadas incandescentes, isolantes, dielétricos, entre outros que envolvem variáveis como tensão e corrente (FREITAS e COLOSIMO, 1997). Supondo que a carga de estresse assuma valores positivos, o modelo tem a forma dada pela expressão (38) onde  $\tau(V)$  é o tempo de falha,  $A$  e  $\omega$  são parâmetros do modelo, a serem estimados, e  $V$  é a variável de estresse, como segue

$$\tau(V) = \frac{A}{V^\omega} \quad (38)$$

A forma linearizada do modelo da equação (38) com parâmetros  $\alpha = \ln(A)$ ,  $\beta = \omega$  é dada por

$$\ln(\tau) = \alpha + \beta[-\ln(V)] \quad (39)$$

Para a relação Potência Inversa, o parâmetro de locação  $\mu(x)$  do modelo de regressão de locação e escala, dado pela equação (26), assume a forma da relação Potência Inversa-Arrhenius linearizada. Quando o parâmetro de escala assume uma das distribuições apresentadas no item 2.2.3, tem-se os seguintes modelos de regressão: Potência Inversa - exponencial; Potência Inversa - Weibull e Potência Inversa-log-normal, que são descritos a seguir.

#### 2.2.4.2.1. Modelo Potência Inversa - exponencial

De modo análogo aos anteriores, este modelo é dado pela relação Potência Inversa e a distribuição de probabilidade exponencial. Sua utilização implica nas seguintes suposições:

- Em qualquer nível de estresse  $V$  os tempos de têm distribuição exponencial.

- O tempo médio  $\eta$  da distribuição de  $Y = \log(T)$  é uma função linear do inverso de  $V$ , com parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  característicos do produto e do teste, na seguinte forma

$$\log[\eta] = \frac{e^\alpha}{V^\beta} \quad (40)$$

Estas suposições produzem a função de distribuição acumulada do tempo de falha e seus respectivos percentis. Para um nível de estresse qualquer  $V$ , a função de distribuição acumulada para este modelo é dada por

$$F(t; V) = 1 - e^{\{-te^{-\alpha V^\beta}\}} \quad (41)$$

Os valores dos tempos relativos aos percentis para este modelo são dados por

$$t_p(V) = \left[ \frac{e^\alpha}{V^\beta} \right] [-\ln(1-p)] \quad (42)$$

#### 2.2.4.2.2. Modelo Potência Inversa - Weibull

O modelo Potência Inversa-Weibull combina a relação Potência Inversa com a distribuição de Weibull e, assim como os demais modelos, sua utilização implica nas seguintes suposições:

- Em qualquer nível de estresse  $V$ , os tempos de falha têm distribuição Weibull, de forma equivalente, os logaritmo dos tempos de falha tem distribuição do valor extremo.
- O parâmetro de forma  $\gamma$  da distribuição de  $Y = \log(T)$  é constante, ou seja, independe da temperatura absoluta  $T_a$ .

- O tempo médio  $\eta$  da distribuição de  $Y = \log(T)$  é uma função linear de  $V$ , com parâmetros  $\alpha, \beta$ , característicos do produto e do ensaio, da seguinte forma

$$\log[\eta] = \frac{e^\alpha}{V^\beta} \quad (43)$$

Estas suposições produzem a função de distribuição acumulada do tempo de falha do produto e seus respectivos percentis. Para um nível de estresse qualquer  $V$ , a função de distribuição acumulada do modelo Potência Inversa - Weibull é dado por

$$F(t; V) = 1 - e^{-\left[te^{-\alpha} V^\beta\right]^\gamma} \quad (44)$$

Os valores dos percentis  $\tau_p(V)$  são obtidos por meio da seguinte expressão

$$\tau_p(V) = \left[ \frac{e^\alpha}{V^\beta} \right] \left[ -\ln(1-p) \right]^{\frac{1}{\gamma}} \quad (45)$$

#### 2.2.4.2.3. Modelo Potência Inversa - log-normal

O modelo Potência Inversa - log-normal é dado pela relação Potência Inversa e a distribuição de probabilidade log-normal. O uso deste modelo implica nas seguintes suposições:

- Para cada nível de estresse  $V$ , os tempos de falha do produto seguem uma distribuição log-normal, de forma equivalente, os logaritmos dos tempos de falha seguem uma distribuição Normal.
- O desvio padrão  $\sigma$  da distribuição de  $Y = \log(T)$  é constante, ou seja, independente da variável de estresse;

- O valor médio  $\mu(x)$  da distribuição de  $Y = \log(T)$  é uma função linear de  $V$  da seguinte forma

$$\log[\mu(V)] = \alpha + \beta V \quad (46)$$

- A vida mediana da distribuição de  $Y = \log(T)$   $\tau_{50}$  é uma função linear de  $V$  da seguinte forma

$$\log[\tau_{50}(V)] = \frac{10^\alpha}{V^\beta} \quad (47)$$

Assim como para os demais modelos de regressão, as suposições feitas para o modelo Potência Inversa - log-normal produzem a função de distribuição acumulada do tempo de falha do produto e seus respectivos percentis. Para um nível de estresse qualquer  $V$ , a função de distribuição acumulada para este modelo, é dada por

$$F(t;V) = \Phi \left\{ \left[ \frac{\log(t) - \mu(-\log(V))}{\sigma} \right] \right\} \quad (48)$$

Os valores dos tempos para os percentis deste modelo de regressão são obtidos por meio da seguinte expressão

$$t_p(V) = \mu(x) + z_p \sigma \quad (49)$$

Na equação (49),  $z_p$  é o percentil da distribuição da normal padrão.

Todos os modelos de regressão utilizados na análise de tempo de falha acelerado devem representar dois aspectos importantes. O primeiro deles é a tendência dos dados, que é dada pela parte determinística do modelo e representada pela relação estresse/resposta assumida. Esta relação deve refletir as mudanças do comportamento da falha do produto em função das diferentes cargas de estresse, incluindo as condições normais de uso. O segundo aspecto é a variabilidade dos tempos de falha entre os diferentes níveis de estresse, que é representada pela parte probabilística do modelo, e é

dada pelas distribuições de probabilidade que modelam os tempos de falha, obtidos em função das diferentes cargas de estresse.

Para Freitas e Colosimo (1997), a análise de tempos de falha em ensaios acelerados, depende de três condições importantes. A primeira delas é realizar ensaios com mais de um nível de estresse; a segunda é estimar os parâmetros do modelo com base nos tempos de falha acelerada e, finalmente, a terceira, realizar a análise utilizando modelos e técnicas de regressão.

A primeira condição deve ser abordada no plano de teste. A segunda condição é verificada pela utilização do método de máxima verossimilhança para a estimação dos parâmetros do modelo de regressão, baseada nos dados de tempos de falhas. Para a terceira condição, é preciso entender alguns aspectos importantes sobre de análise de regressão.

Para Carrol e Ruppert (1988), uma análise de regressão, em geral, necessita de quatro suposições básicas e, em alguns casos, deve ser considerada ainda uma quinta suposição. Estas suposições são: a correta especificação do modelo em seu valor médio esperado, os erros independentes, os erros com a mesma distribuição de probabilidade e a variabilidade constante, conforme listadas abaixo:

1.  $E(T) = \text{valor esperado de } Y = f(x, \theta)$ ;
2.  $\varepsilon = t - f(x, \beta)$ ,  $Var(T) = Var(\varepsilon) = \sigma^2$ ;
3. Os erros  $\varepsilon$  têm a mesma distribuição, independente do valor de da carga de estresse  $x$ ;
4. Dado  $x$ , os erros  $\varepsilon = t - f(v, \theta)$  são independentemente distribuídos.
5. A suposição 3 implica na suposição 4 e, por isso, em alguns casos, somente a suposição 4 é assumida.

O principal objetivo de uma análise que utiliza modelos de regressão é estimar os parâmetros deste modelo. Para o modelo de locação e escala deste estudo, os parâmetros a serem estimados são dados pela expressão abaixo.

$$\theta = (\alpha; \beta; \sigma) \quad (50)$$

De acordo com Nelson (2004), na presença de dados censurados deve-se utilizar o estimador de máxima verossimilhança para estimar o vetor  $\theta$  de parâmetros. Desta forma, o item a seguir apresenta seus principais elementos.

#### 2.2.4.3. Método de Máxima Verossimilhança para Dados Censurados

Segundo Cordeiro (1992), o método de máxima verossimilhança foi apresentado por Fisher, em 1921, como um critério de comparação de duas hipóteses a serem testadas. Desta forma, a verossimilhança é interpretada como uma medida de crença racional para se chegar a conclusões baseadas nos dados. O método de máxima verossimilhança não contradiz os dados observados e visa estimar o vetor  $\theta$  de parâmetros (ou a hipótese acerca dos parâmetros) que melhor quantifique as chances de que os fatos (dados) se repitam. Desta forma, a estimativa de máxima verossimilhança de  $\theta$  é o vetor  $\hat{\theta}$  que maximize  $L(\theta)$  na expressão 51 (CORDEIRO, 1992).

$$L(\theta) = \prod_{\delta_i=1} f(t_i / \theta) \prod_{\delta_i=0} R(t_i / \theta) \quad (51)$$

Na expressão 51,  $f(t_i / \theta)$  e  $R(t_i / \theta)$  são respectivamente as funções densidade de probabilidade e de confiabilidade indexadas pelo vetor  $\theta$  de parâmetro.

Para Louzada Neto *et al.* (2002), a função de verossimilhança pode ser genericamente escrita na forma da expressão 51, em situações nas quais se tem disponível uma amostra aleatória  $t_1, t_2, \dots, t_n$  de tempos de falhas com variáveis indicadoras  $\delta_i = 1$ , se  $t_i$  é um tempo completo, e,  $\delta_i = 0$ , se  $t_i$  é um tempo de falha censurado à direita, com os  $t_i$  pertencentes à mesma

distribuição de probabilidade e com vetor  $\theta$  de parâmetros do modelo de regressão.

Assim, a verossimilhança verifica a capacidade do vetor  $\theta$  de parâmetros explicar os dados  $T_i$ . Desta forma, este método informa a ordem natural de preferência entre os possíveis modelos, equivalendo dizer que um conjunto de dados é mais consistente com um vetor  $\hat{\theta}_1$  que outro  $\hat{\theta}_2$  se a verossimilhança associada a  $\hat{\theta}_1$  for numericamente maior que a verossimilhança associada a  $\hat{\theta}_2$  (CORDEIRO, 1992).

O método de máxima verossimilhança é ainda utilizado para a construção de intervalos de confiança para os parâmetros e para as estatísticas de interesse, a exemplo do tempo médio de falhas, mediana, percentis, entre outros. Este procedimento é possível devido às propriedades deste estimador em grandes amostras (COLOSIMO e GIOLO, 2006). As apresentações e justificativas matemáticas destas propriedades são bastante complexas e fogem do escopo deste estudo, porém podem ser encontradas em Cordeiro (1992).

No problema em discussão, este método possibilita estimar estes valores dos parâmetros do modelo de regressão da expressão (26) e suas respectivas variâncias estimadas. Estes valores possibilitam a construção de intervalos de confiança para a previsão de vida discutida, da seguinte forma

$$L_i = \hat{\phi} - 1,96\sqrt{Var(\hat{\phi})}; \quad (52)$$

$$L_s = \hat{\phi} + 1,96\sqrt{Var(\hat{\phi})} \quad (53)$$

Nas expressões (52) e (53),  $L_i$  e  $L_s$  são os limites inferior e superior, respectivamente;  $\hat{\phi}$  é a estimativa de máxima verossimilhança da estatística de interesse e  $Var(\hat{\phi})$  a sua variância, para as condições do modelo de regressão deste estudo. Como a função  $\hat{\phi}$  de interesse envolve a estimativa de mais de

um parâmetro, a obtenção de  $Var(\hat{\phi})$  é obtida pela aproximação multivariada do Método Delta (Colosimo e Giolo, 2006), sendo dada da seguinte forma.

$$\begin{aligned} Var(\hat{\phi}) = & Var(\hat{\alpha})\hat{\phi}^2 + Var(\hat{\beta})x_0^2\hat{\phi} + Var(\hat{\sigma})\hat{\sigma}^2\hat{\phi}^2 \dots \\ & \dots + 2Cov(\hat{\alpha};\hat{\beta})x_0\hat{\phi}^2 + 2Cov(\hat{\alpha};\hat{\sigma})\hat{\sigma}\hat{\phi}^2 + 2Cov(\hat{\beta};\hat{\sigma})\sigma x_0\hat{\phi}^2 \end{aligned} \quad (54)$$

Em (54)  $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\sigma}$  são as estimativas dos parâmetros do modelo de regressão e  $x_0$  é o valor da carga utilizada para obter a estatística de interesse, podendo ser uma carga de estresse ou a carga nas condições normais de uso.

### 2.2.5. Adequação do Modelo de Regressão Ajustado

Retomando as etapas da análise convencional, apresentadas na Figura 3, nesta quinta etapa verifica-se a adequação do modelo de regressão assumido na etapa anterior. Para isso, é utilizado um método gráfico para análise dos resíduos  $\varepsilon_{ij}$ . Retomando o modelo de regressão dado pela expressão 26, os resíduos  $\varepsilon_{ij}$  desta expressão, podem ser calculados da seguinte forma

$$\varepsilon_{ij} = \frac{(y_{ij} - \alpha - \beta x_i)}{\sigma} \quad (55)$$

Segundo Freitas e Colosimo (1997), se a amostra  $\varepsilon_{ij}$  contém um misto de dados completos e dados censurados ela deve ser tratada como uma amostra censurada. De forma similar, se o tempo  $y_{ij}$  é uma censura, o seu respectivo resíduo, dado pela expressão 55, é um resíduo censurado. Além disso, para modelos de regressão utilizados em ensaios acelerados as seguintes suposições devem ser observadas:

Se os tempos de falha  $T$  têm distribuição de Weibull,  $Y = \log(T)$  tem distribuição do valor extremo ou, de forma equivalente,  $\varepsilon_{ij}$  tem distribuição do valor extremo padrão (com média zero e variância um).

Se os tempos de falha  $T$  têm distribuição log-normal,  $Y = \log(T)$  tem distribuição normal ou, de forma equivalente,  $\varepsilon_{ij}$  tem distribuição normal padrão (com média zero e variância um).

Na análise constrói-se um gráfico da função de confiabilidade linearizada versus o logaritmo dos tempos de falha, porém, neste caso, os  $\varepsilon_{ij}$  e não os tempos de falha são utilizados nos modelos linearizados.

Uma outra etapa para verificar a adequação do modelo de regressão é o critério denominado *Akaike's Information Criterion (AIC)*. Segundo Floriano *et al.* (2006), este teste envolve teorias matemáticas refinadas que fogem do escopo deste estudo e podem ser verificadas em Burnham e Anderson (2003). De forma geral, o AIC é uma estatística utilizada para especificação de um modelo de regressão e pode ser utilizado para comparar qualquer tipo de modelo: linear, não linear entre outros. O critério Akaike é definido da seguinte forma

$$AIC = \frac{2(k - L)}{N} \quad (56)$$

Na expressão (56),  $L$  é a estatística log-verossimilhança,  $N$  é o número de observações e  $k$  é o número de coeficientes estimados (incluindo a constante) no modelo de regressão.

Neste critério, quanto menor o valor do *AIC*, melhor o ajuste. Desta forma, o modelo de regressão mais adequado entre os propostos é aquele, cujo valor do critério de Akaike apresentado é menor.

Após verificar a adequação do modelo de regressão, a próxima etapa é a obtenção das estimativas do tempo de falha de interesse.

### 2.2.6. Estimativas de Interesse para as Condições Normais de Uso

A sexta e última etapa da Figura 3 utiliza os resultados de todas as etapas anteriores. Em especial, usa o modelo de regressão para obter as estimativas dos tempos médios de falha, medianas, percentis, entre outras estatísticas de interesse, para condições normais de uso. Neste estudo, as estimativas obtidas nesta análise serão denominadas estimativas convencionais.

A análise convencional apresentada na Figura 3 é amplamente utilizada na prática. Vassiliou e Mettas (2002) apresentam um roteiro sintetizado e claro sobre análise de tempo de falha acelerado, baseado nas considerações teóricas de Nelson (2004). Outras aplicações que também utilizam este procedimento convencional podem ser verificadas em Nelson (1983), Zhang *et al.* (2002), Miyano *et al.* (2004), Alwis e Burgoyone (2005), Fekete e Lengyel (2005), Caillard *et al.* (2006), entre outros autores.

Porém, existe ainda uma grande diversidade de trabalhos sendo conduzidos com a inclusão de conceitos e técnicas menos convencionais para a engenharia, como ocorre com as abordagens bayesianas que visam aprimorar os métodos e análises existentes. Exemplos destas abordagens podem ser verificados em Dorp e Mazzuchi (2002), Sinhá *et al.* (2003), Dorp e Mazzuchi (2004), dentre outros. Os autores apresentam as condições e suposições necessárias para a realização de uma análise bayesiana e validam as abordagens com exemplos de aplicações práticas. Porém, também não abordam a existência de incertezas na variável de estresse.

Escobar *et al.* (2003) também apresentam um texto completo e atualizado sobre alterações recentes no conceito de confiabilidade e dos testes acelerados. Os autores destacam a necessidade da engenharia e da estatística levantar novas questões no âmbito da confiabilidade e dos ensaios acelerados, alertando para a necessidade de se desenvolver novos métodos e abordagens diferenciadas neste contexto.

Disso, nota-se que há indicativos claros sobre a necessidade de inovar os procedimentos de confiabilidade e ensaios acelerados. Com base nesses indicativos, neste trabalho analisa-se o efeito da incerteza no estudo experimental da confiabilidade como uma contribuição dentro dos tópicos abertos à discussão.

A existência da incerteza na definição experimental das variáveis em um experimento é uma realidade para a engenharia, que também está presente na definição experimental da carga de estresse em ensaios acelerados, sendo esta a importância de verificar o impacto desta incerteza neste contexto.

*“Incerteza de medição é um parâmetro associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que podem ser fundamentalmente atribuídos a um mensurado (INMETRO, 2003).”*

De acordo com esta definição de incerteza, a ISO, recomenda que ela seja caracterizada pela chamada incerteza combinada  $u_c$ , dada pela equação 57, por meio de sua variância  $u_c^2$ , na forma.

$$u_c^2 = \sum_{i=1}^n c_i^2 u_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n c_i c_j u_i u_j r_{ij} \quad (57)$$

Na equação (57),  $c_i$  é o coeficiente de sensibilidade relativo a um dado fator de influência "i", calculada a partir do modelo de medição (INMETRO, 2003),  $u_i$  é a incerteza deste fator de influência e  $r_{ij}$  é a medida da correlação entre os dois fatores que interfiram de modo correlacionado na incerteza combinada  $u_c$ .

A incerteza combinada  $u_c$  pode ser interpretada como um desvio padrão de uma distribuição normal. O caráter probabilístico da incerteza permite a utilização de modelos de regressão que considerem os eventuais erros na variável independente, e que possam ser usados sob as restrições já discutidas.

Ainda sobre a definição de incerteza, cabe uma nova observação sobre a terminologia usada nos próximos tópicos. Para fidelidade desta discussão com suas fontes bibliográficas, os modelos discutidos serão referidos como modelos de regressão com erros nas variáveis. Contudo, dado o senso probabilístico destes erros nestes modelos, eles têm a mesma natureza das incertezas discutidas, não se devendo, portanto, confundi-los com erros no senso metrológico do problema experimental, conforme definido em INMETRO (2003).

Considerando o modelo de regressão assumido na análise convencional da Figura 3, a verificação do efeito da incerteza na variável de estresse será feita utilizando a teoria de modelos de regressão com erros de medição e métodos que tratam esta classe de modelos. Por isso, o Capítulo seguinte descreve a estrutura e as principais características destes modelos, seguido de alguns métodos de tratam este tipo de modelo e, finalmente, a descrição detalhada do método utilizado para o desenvolvimento deste estudo.

### 3. Problema de Erros de Medição

Em termos práticos, o desenvolvimento deste estudo depende de regressões que permitam obter as estimativas de tempos de falha quando as incertezas nas variáveis de estresse são consideradas. Para isso, o modelo de regressão de locação e escala, abordado no Capítulo 2, será tratado no contexto teórico de modelos de regressão com erros de medição. Porém, antes de abordar o método que resolve o problema em estudo, trata-se aqui das questões teóricas que fundamentam o problema, no contexto dos modelos de regressão com erros de medição.

Para Carroll *et al.* (2006), erros de medição nas variáveis podem prejudicar os resultados obtidos na análise dos dados das seguintes formas:

- Causar tendências nas estimativas dos parâmetros dos modelos estatísticos;
- Prejudicar a verificação de relações importantes entre as variáveis;
- Mascaram as características dos dados, tornando a análise gráfica complicada.

Segundo Carroll *et al.* (2006), para realização de uma análise de regressão com erros de medição dois requisitos são importantes: a especificação da estrutura dos dados e da estrutura dos erros. A estrutura dos dados é definida pelas propriedades dos valores verdadeiros da variável independente  $X_i$ ,  $i = 1 \dots n$ , que não pode ser observada devido a existência dos erros. Tradicionalmente, é feita distinção entre o modelo funcional clássico, em que os valores de  $X_i$  são tratados como uma seqüência de valores constantes fixados, e o modelo estrutural clássico, em que os valores de  $X_i$  são tratados como variáveis aleatórias.

Ainda de acordo com Carroll *et al.* (2006), com relação à especificação da estrutura dos erros os modelos podem ser classificados em dois tipos:

- Modelos de Erro, que incluem o modelo de erro de medição clássico;
- Modelos de Calibração, que incluem o modelo de erro de Berkson.

Neste estudo, os verdadeiros valores das variáveis de estresse que não podem ser observados são considerados constantes, o que equivale dizer que a estrutura dos dados deste estudo é funcional. Com relação à estrutura dos erros, segundo Montenegro (2006), em problemas que utilizam os modelos de locação e escala (equação (26)), é especificada a estrutura de Modelo de Erro, dado na forma abaixo.

$$W = X + U \quad (58)$$

Na equação (58),  $U$  é o erro de medida. Nela, o valor verdadeiro da variável de estresse  $X$  não pode ser observado diretamente num experimento devido à existência de erros de medição. Por isso, em seu lugar, observa-se a variável  $W$ . Esta nova variável  $W$  corresponde ao valor verdadeiro de  $X$  adicionado de erros aleatórios, dados pela variável  $U$ , estes últimos com média zero e variância  $\sigma_u^2$ .

Assim, o modelo de regressão de locação e escala, para  $Y = \log(T)$ , assume a forma (59) quando as incertezas são consideradas.

$$Y = \mu(X) + \sigma\varepsilon, \text{ com } W = X + U \quad (59)$$

A partir da nova forma do modelo de regressão da equação 59 e da estrutura do erro de medida da variável  $X$ , da equação 58, é possível utilizar métodos estatísticos que tratem problemas de regressão com erros de medição. Optou-se por iniciar este estudo pelos métodos de regressão não

paramétricos, na tentativa de verificar a possibilidade de não impor um modelo paramétrico aos dados.

Um método não paramétrico amplamente utilizado em diversas áreas de conhecimento é o método *spline*. Este método possibilita a estimativa da curva de regressão utilizando funções polinomiais de baixo grau. Para isso, a função polinomial deve ser definida em um intervalo  $[a;b]$  qualquer. A idéia principal deste método é dividir este intervalo de interesse em intervalos menores  $[z_0, z_1] \dots [z_k, z_{k+1}]$  e ajustar polinômios de grau  $p_i$  para cada  $[z_k, z_{k+1}]$ . A partir deste procedimento, é possível obter um polinômio por partes, utilizado posteriormente para aproximar a curva de regressão desejada (ROSA e SOLER, 2004).

Este método tem sido amplamente utilizado na prática, em particular vinculado a outras metodologias, como, por exemplo, as abordagens *bayesianas*. Detalhes deste método podem ser encontrados em Ruppert e Carroll (2000), Berry *et al.* (2002), Ganguli *et al.* (2005).

A opção pela não utilização da *spline* neste estudo, foi principalmente motivada pelo fato de que, segundo Carroll *et al.* (2006), este método funciona bem para pequenos intervalos. Entretanto, para intervalos grandes, este método não fornece boas estimativas. Considerando que o intervalo para extrapolação dos dados acelerados é definido a partir das características do produto e do ensaio, ele pode variar, não garantindo um intervalo suficientemente bom para o ajuste da curva de regressão, o que pode comprometer a qualidade dos resultados, se usado o método *spline*.

Desta forma, a possibilidade de utilizar um método não-paramétrico para a estimativa da curva de regressão, já introduzindo as incertezas foi desconsiderada, e o estudo prosseguiu com a utilização de métodos paramétricos. Neste caso, foram considerados os modelos apresentados no item 2.2.4, e tratados nos métodos descritos a seguir como modelos de regressão com erros de medição.

A princípio, verificou-se o método de calibração da regressão. Segundo Montenegro (2006), a idéia central deste método é a substituição da variável independente  $X$ , que não pode ser medida exatamente devido à existência de incertezas, pela esperança condicional de  $X$  dado  $W$ , ou seja,  $E(X|W)$ . Este procedimento é obtido por meio de aproximações para gerar novos valores da variável independente, considerando os erros de medição. A partir disso, procedimentos convencionais de regressão podem ser utilizados.

Para Carroll *et al.* (2006), apesar de o método calibração da regressão ser aparentemente simples, dois inconvenientes podem ser encontrados no seu uso. Primeiro, a obtenção do valor da esperança condicional de  $X$  dado  $W$ , que pode ser uma tarefa complicada em muitos casos. Segundo, a precisão das estimativas obtidas, que são dadas por meio de aproximações. Contudo, os autores afirmam que este método produz estimativas consistentes para os parâmetros do modelo de regressão, em especial para casos do modelo logístico. Em um modelo logístico a variável resposta, ou seja, a variável dependente  $Y$  é uma variável binária (0 ou 1) (CARROLL *et al.*, 2006).

Diversos autores utilizam as técnicas baseadas no método de calibração da regressão. Dentre eles é possível verificar Buonaccorsi (1996), Wang *et al.* (1996), Xie *et al.* (2001) e Freedman *et al.* (2004). Em grande parte dos trabalhos é verificado que tanto a calibração da regressão sozinha como associada com outro método, não apresenta resultados consistentes para casos em que o modelo de regressão utilizado não é o logístico. Além disso, os autores relatam que, em especial, este método é altamente tendencioso quando aplicado a modelos de regressão linear. Por isso, optou-se pela não utilização deste método no problema em estudo.

Outro método investigado foi o método SIMEX. Ele foi proposto inicialmente por Cook e Stefanski (1994) e, de acordo com os autores, a sua principal exigência é que a variância das incertezas na variável independente seja conhecida ou possa ser razoavelmente estimada. Além disso, este método pode ser utilizado para uma grande classe de modelos, desde modelos

lineares, até modelos mais complexos, podendo ainda ser aplicado com estimadores diversos como os de mínimos quadrados, máxima verossimilhança, quase-verossimilhança, entre outros.

Dada a flexibilidade do método SIMEX com relação à utilização do modelo de regressão e do estimador, optou-se pela sua implementação para atingir o objetivo deste estudo. Esta flexibilidade, a princípio, permite utilizar o modelo de regressão de locação e escala e a estrutura assumida para as incertezas, com todas as suposições que este modelo necessita. Além disso, permite utilizar o estimador de máxima verossimilhança que acomoda o problema de estimativas para dados censurados. Assim, considerando o método SIMEX como o método a ser implementado, o próximo tópico apresenta as questões teóricas mais importantes deste método para o problema aqui estudado.

### **3.2. O Método SIMEX**

Segundo Carroll *et al.* (2006) o método SIMEX é um baseado em simulação e extrapolação, utilizado para estimar e reduzir tendências causadas por erros de medição. Inicialmente o método era destinado apenas para modelos com erros de medição aditivos. Depois, sua utilização foi estendida para casos de modelos com erros nas variáveis e para modelos com erros multiplicativos.

Além de Cook e Stefanski (1994), estudos desenvolvidos por Carroll *et al.* (1996) e Stefanski e Cook (1995) aprimoraram o SIMEX. De acordo com os autores, o método fornece por si mesmo a visualização dos efeitos dos erros nos valores estimados dos parâmetros do modelo de regressão. Esta visualização é possível a partir de um gráfico de dispersão, gerado com os valores destes parâmetros. A disposição dos pontos deste gráfico indica a forma funcional do modelo de regressão necessário para atenuar estas

tendências por meio de extrapolações. Esta forma funcional indica visualmente se os pontos do gráfico têm tendência linear, quadrática ou não-linear.

Assim, o método SIMEX pode ser entendido em dois passos; simulação e extrapolação. No passo de simulação, erros de medição crescentes e proporcionais a  $(1 + \lambda)\sigma_u^2, \lambda \geq 0$ , são adicionados aos dados originais, possibilitando verificar a tendência que eles provocam nos valores dos parâmetros. No passo de extrapolação estes valores estimados para os parâmetros, em função das incertezas adicionadas aos dados, são modelados apropriadamente e extrapolados para a situação em que os efeitos dos erros são atenuados (LECHNER E POHLMEIER, 2005).

A Figura 5 apresenta uma visão geral dos passos de simulação e extrapolação do SIMEX. Inicialmente, são fixados valores para  $\lambda_m$  e gerados  $b$  conjuntos de pseudo-erros aleatórios independentes das demais variáveis, com distribuição Normal, média zero e variância  $\sigma_u^2$ . Para cada valor de  $\lambda_m$  fixado, são geradas as novas variáveis independentes  $W_{(i,b)}(\lambda_m)$ , de acordo com a expressão 58. Estas novas variáveis são utilizadas nas regressões, utilizando um estimador adequado para obter as estimativas dos parâmetros do modelo. Neste estudo, como já discutido, o modelo é de locação e escala e o estimador é o de máxima verossimilhança. Dado que esta seqüência de procedimentos é repetida  $B$  vezes, geram-se  $B$  valores para cada parâmetro do modelo em função dos valores de  $\lambda_m$  fixados. A estimativa final para cada um dos parâmetros do modelo é dada pela média dos  $b$  valores obtidos em função de cada valor de  $\lambda_m$ , da seguinte forma

$$\hat{\beta}_j(\lambda_m) = \frac{1}{b} \sum_1^b \hat{\beta}_{j,b}(\lambda_m) \quad (60)$$

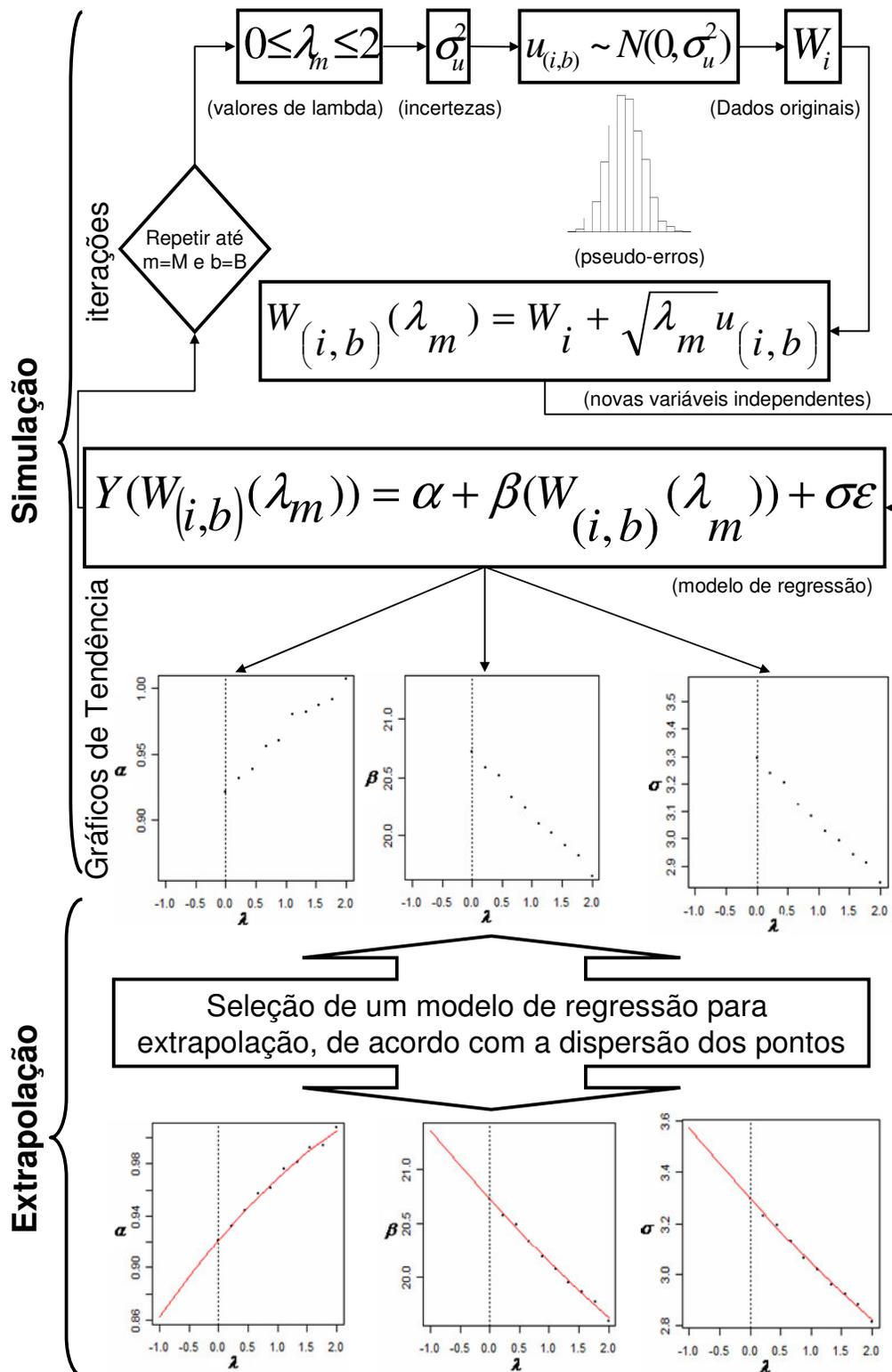


FIGURA 5: SIMEX: SIMULAÇÃO E EXTRAPOLAÇÃO

Este procedimento permite obter os pares  $(\lambda, \hat{\beta}_j(\lambda_m))$ , com os quais, são construídos gráficos de tendência dos parâmetros (Figura 5), permitindo extrapolá-los para a condição em que os efeitos das incertezas são eliminados.

As variâncias acrescentadas aos dados no passo de simulação correspondem a  $\lambda_m \sigma_u^2$ , que somadas aos dados originais geram uma variância total de  $\sigma_u^2 + \lambda_m \sigma_u^2 = (1 + \lambda_m) \sigma_u^2$  (CARROLL *et al.*, 2006).

Quando  $\lambda = 0$ , tem-se a variável com valor influenciado por incertezas, ou seja, a variável  $W$ . As estimativas obtidas nesta condição são chamadas de estimativas ingênuas. Quando  $\lambda = -1$ , tem-se o valor verdadeiro convencional da variável independente  $X_i$ , não influenciado por incertezas. As estimativas obtidas neste caso são denominadas de estimativas SIMEX.

Dentre os modelos utilizados no passo de extrapolação (Figura 5) estão o linear, o quadrático e um não-linear. De forma geral, os três modelos possibilitam bons ajustes, porém, um deles deve ser selecionado para a extrapolação dos valores do parâmetro para a situação em que  $\lambda = -1$ .

Considerando que as estimativas dos parâmetros  $\theta$  do modelo de regressão são obtidas a partir do valor médio, no passo de simulação do método SIMEX, a variância SIMEX destas estimativas é obtida utilizando o método Jackknife, que também é baseado em procedimentos de simulação e extrapolação. Estas estimativas da variância SIMEX são utilizadas para construir os intervalos de confiança para as estimativas dos parâmetros. Mais detalhes sobre esta questão pode ser verificado em Carroll *et al.* (2006).

Aplicações do método SIMEX foram encontradas em diversas áreas, com modelos de regressão e estimadores distintos, tais como em Samworth e Poore (2005) com aplicações na área de oceanografia. Porém, muitos destes estudos estão concentrados na área de saúde, com trabalhos que tratam problemas de análise de sobrevivência para dados clínicos que, assim como neste estudo, envolvem dados censurados.

De forma geral, os estudos aqui exemplificados foram desenvolvidos de acordo com a descrição do SIMEX aqui apresentada, variando apenas os tipos de modelos e estimadores utilizados. Aplicações na área de saúde podem ser verificadas em Li e Lin (2003a), Li e Lin (2003b) e Greene e Cai (2004). Uma característica importante destes estudos é a variação dos valores das incertezas modeladas pelas variâncias, como forma de simular situações práticas em que os erros das variáveis independentes assumam desde valores moderados até severos.

Greene e Cai (2004) demonstram as propriedades do SIMEX para pequenas e grandes amostras, utilizando tanto variâncias conhecidas, como estimadas. Os valores da variância também variam entre valores altos, médios e baixos. A partir de exemplos práticos, os autores concluem que o método SIMEX fornece estimativas consistentes e assintoticamente normais, tanto para pequenas como para grandes amostras.

Aplicações do método SIMEX para modelos de regressão com respostas binárias podem ser verificadas em Solow (1998), Devanarayan e Stefanski (2002), Kuchenhoff *et al.* (2006) e de Castro e Tieppo (2006).

Kangas (1998) desenvolveu uma aplicação do método SIMEX com um modelo multiplicativo para verificação dos efeitos das incertezas em modelos de crescimento de árvores. O modelo utilizado pelo autor possui diversas covariáveis correlacionadas e com incertezas, todas elas correlacionadas. Porém, apenas três são consideradas na análise como variáveis com erros de medição, sendo as demais assumidas fixas.

No contexto da engenharia, Brondino e Vacario (2006) utilizam o método SIMEX para avaliar o efeito das incertezas de medida em teste de resistência de materiais usando um modelo que descreve uma relação entre força e estresse. Neste caso, o autor considera a presença de erros de medição em ambas as variáveis, dependente e independente.

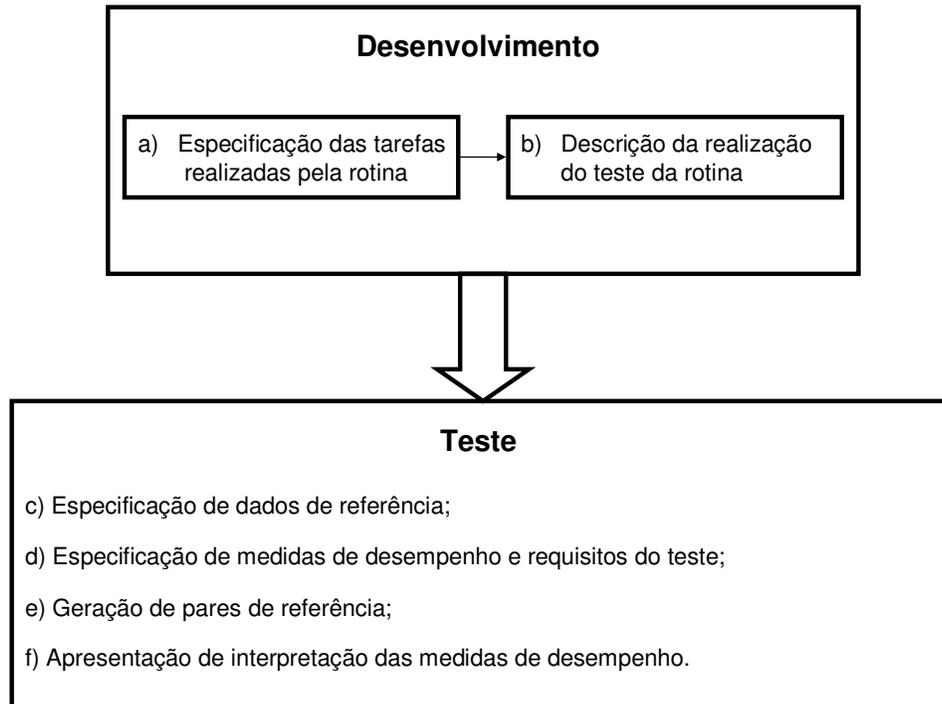
Além destas aplicações, Montenegro (2006) apresenta um estudo detalhado que engloba a utilização do método SIMEX em modelos de regressão de locação e escala.

A implementação do método SIMEX neste estudo foi realizada utilizando o sistema R (*R Development Core Team, 2006*), que impõe a implementação de uma rotina computacional para os passos de simulação e extrapolação já discutidos; vide Apêndice E. Porém, para que esta rotina seja válida é preciso que alguns procedimentos de teste sejam realizados. O próximo tópico detalha o método proposto teste desta rotina.

### **3.2.1. Teste da rotina SIMEX**

Neste estudo, a realização de procedimentos para o teste da rotina SIMEX (*Apêndice A*) é importante por dois motivos. Primeiro para verificar a adequação dos resultados. Segundo para verificar o comportamento do método SIMEX para problemas semelhantes ao deste estudo, porém com incertezas variando desde valores moderados até severos e para diferentes níveis de censura. Assim, a discussão final do estudo será feita considerando além dos resultados obtidos a partir dos dados reais, os obtidos em função dos dados simulados.

Para isso, é utilizada como referência para testes a abordagem de Cox e Harris (1999), desenvolvida para fins de testes de *softwares* aplicados à metrologia. Ela envolve utilizar dados no *software* sob teste a conjuntos de dados de referência, seguindo-se a comparação com outros resultados previamente conhecidos para o problema estudado. O teste é realizado em seis etapas, de (a) a (f), Figura 6, e tem escopo e desenvolvimento detalhado a seguir.



*FIGURA 6: ETAPAS DE TESTE DA ROTINA SIMEX*

As etapas (a) e (b) integram a fase de desenvolvimento da rotina e consistem essencialmente da especificação clara de todas as suas funcionalidades, além dos procedimentos necessários para o bom desempenho de suas tarefas. Sempre que possível, deve-se criar uma interface de teste que permita realizar os procedimentos de forma automática, com a mínima intervenção manual, envolvendo inclusive a entrada e a saída de dados. No problema em questão estas etapas foram executadas usando rotinas de teste que implementam os casos de uso discutidos a seguir. Estes casos de uso envolvem desde a simulação dos pseudodados em testes acelerados até a sistematização dos resultados para posterior análise.

De acordo Cox *et al.* (2000), das etapas de (c) a (f) da Figura 6, o principal resultado é a geração dos pares de referência. Estes pares são formados pelos dados de referência e pelas respostas calculadas pelo *software* sob teste. Os dados de referência são entradas dos problemas cujos resultados já são conhecidos para situações similares aos resolvidos pelo *software*. A

definição dos dados de entrada da rotina depende da utilização de algum padrão de variação, com a finalidade de aumentar gradativamente a severidade do problema analisado. Os pares de referência assim formados são posteriormente interpretados e analisados frente ao comportamento esperado da rotina.

No problema em discussão, não se dispõe exatamente de pares de referência (entrada-saída) válidos na aplicação do SIMEX, já que não se sabe a priori sobre a influência esperada da incerteza no problema em discussão. Ao invés disso, dispõe-se de casos de uso sobre os quais se tem expectativas sobre resultados a obter com a implementação da rotina.

Portanto, adaptando a abordagem de Cox e Harris (1999) e Cox *et al.* (2000), a estratégia de teste da rotina fica aqui definida em três passos assim estabelecidos: (a) o teste da solução nula; (b) o teste da tendência dos resultados SIMEX com o aumento da incerteza, e; (c) o teste do comportamento SIMEX com diferentes níveis de censura; cada qual com as características abaixo descritas.

**a) Teste da solução nula:** o teste da solução nula consiste em executar o método SIMEX com incertezas  $u_c$  nulas, utilizando tanto os dados reais descritos no Capítulo 4, quanto pseudo-dados de falha, gerados via simulação a partir dos dados originais (Apêndices D e F). Como resultado desta etapa, esperam-se pequenas variações na vida prevista para a condição normal de uso, independente do valor nominal da carga de estresse simulada. Considerando que o método SIMEX utiliza um gerador aleatório para simular a distribuição de incertezas, neste teste verificam-se eventuais tendências sistemáticas da plataforma R na geração das distribuições, influenciadas principalmente pela forma adotada para a implementação da rotina em discussão.

**b) Tendência dos resultados SIMEX:** visa verificar a tendência dos resultados SIMEX com o aumento da incerteza, fazendo-a variar desde zero até valores extremos, no contexto do ensaio acelerado investigado. Neste teste

serão usados apenas os dados originais. Como resultado espera-se verificar o aumento gradativo da correção gerada pelo SIMEX com o aumento da incerteza, a partir da solução nula (caso anterior), confirmando assim a expectativa de que o aumento da incerteza na variável de estresse forneça estimativas de falhas sistematicamente mais tendenciosas no problema investigado. Estas diferenças poderão ser analisadas tanto na tendência dos parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\sigma$  do modelo de regressão da equação (26), quanto nas estimativas de tempos de falha para as condições normais de uso.

**c) *Influência dos níveis de censura:*** aqui é avaliada a resposta da rotina para os pseudodados de falha, considerando dados completos e dados censurados. Aqui também são considerados o teste nulo e o teste com diferentes valores de incerteza, possibilitando assim relacionar os resultados obtidos neste passo com os anteriores. É importante notar que, diferentemente do verificado nos passos (a) e (b) acima, aqui não existem dados de referência para comparar os resultados obtidos neste teste. Porém, a motivação para este procedimento é a freqüente presença de censuras em dados acelerados, como é o caso dos dados de Sasseron (2005) discutidos a seguir. Com base nos resultados deste procedimento poder-se-á fundamentar eventuais inferências sobre a influência das censuras na análise dos dados reais discutidos no Capítulo 4.

Sobre os testes aqui discutidos, cabem ainda duas observações relevantes no contexto deste trabalho.

A primeira observação é que, de fato, o teste que mais se aproxima do conceito dos valores de referência, segundo Cox e Harris (1999), é o uso da solução nula, discutida no teste (a). As demais condições de teste implementam casos de uso sobre os quais se têm expectativas sobre os resultados com base na engenharia do problema, porém, deles não se dispõe em verdade de soluções de referências para a comparação dos resultados.

A segunda é que não estão sendo testadas as funções básicas do ambiente R, como a geração de números pseudo-aleatórios, os algoritmos de

regressão, o manuseio de vetores, dentre outros. Os resultados de tais funções são aceitos como corretos, com base na qualidade intrínseca da plataforma, segundo seus criadores (R, *Development Core Team, 2006*). O que será testado prioritariamente é o encadeamento destas funções básicas para gerar soluções, que correspondam às expectativas de resultados do método SIMEX nos casos de uso acima discutidos.

Conforme destacado nos passos acima, a realização destes testes depende da geração de pseudodados de falha que servirão como valores de referência dentro da abordagem adotada. Estes pseudo-dados serão simulados utilizando o fator de extrapolação  $\xi$ , descrito em Nelson (2004), dado pela seguinte expressão

$$\xi \equiv \frac{(x_H - x)}{(x_H - x_L)} \quad (61)$$

Na equação (61),  $x$  é um nível genérico de estresse;  $x_H$  é o seu nível mais baixo e  $x_L$  é o nível mais alto.

Segundo Nelson (2004), o fator de extrapolação  $\xi$  é um dos parâmetros para a definição das cargas de estresse intermediárias, entre a carga menor e a carga de estresse mais alta usada no ensaio acelerado. Para o autor, este fator de extrapolação pode variar entre  $0.1 \leq \xi \leq 2$ , sendo obtido em função de informações prévias sobre o problema investigado. Para geração dos pseudodados de falha baseados em Sasseron (2005), utilizou-se um plano de teste acelerado para dados censurados conforme Nelson (2004). Para isso, foram necessários os valores estimados para os parâmetros de locação e escala do modelo de regressão, o tempo estimado do ensaio (tempo de censura); o valor do estresse máximo e o valor da carga normal, sendo eles determinados em função do fator de extrapolação. Neste procedimento, a relação Potência Inversa foi adotada, com distribuições de falhas também conhecidas, geradas por simulação sob a hipótese de variância constante.

## **4. O Ensaio Acelerado, Análises e Discussões**

Neste capítulo, é apresentado o ensaio acelerado gerador dos dados utilizados neste estudo. Em seguida, é descrito o desenvolvimento da análise convencional da Figura 3, discutida no Capítulo 2. Finalmente, o método SIMEX é implementado e seus resultados apresentados e discutidos.

### **4.2. O Ensaio Estudado**

O ensaio acelerado aqui discutido analisou a vida de relés eletromagnéticos submetidos a estresse na corrente de carga. De forma simplificada, o relé tem a função de ligar e desligar motores, resistências, entre outros equipamentos. Existem diversos tipos de relés, mas o tipo analisado no ensaio aqui discutido é composto por uma bobina enrolada em um núcleo fixo de material magnético, que, ao ser submetido à corrente elétrica, produz um campo magnético que gera uma força mecânica responsável pelo procedimento de liga/desliga do relé. Os modos de falhas apresentados por este tipo de relé são diversos. Dentre eles, são comuns a queima da bobina, devido ao aumento da voltagem a ela aplicada, e a colagem dos contatos, causada pelo aumento da corrente de carga que passa nestes contatos.

As especificações do relé, de acordo com o fabricante, estão apresentadas na Tabela 1. Estas especificações foram utilizadas como informações fundamentais para planejamento e para a realização do ensaio, visando a elaborar conclusões válidas sobre os resultados do teste.

TABELA 1: CARACTERÍSTICAS DO RELÉ SEGUNDO O FABRICANTE

<i>Características do Relé</i>	<i>Definição do Fabricante</i>
Tensão nominal	24 VCC
Corrente nominal da bobina	21 mA
Consumo do relé	0.5 W
Corrente nominal (resistiva)	5 A
Corrente nominal (indutiva)	2 A
Temperatura máxima de funcionamento	55 °C
Tempo mediano de vida ( $B_{50}$ )	1000000 de ciclos
Tempo limite de chaveamento	30 ms
Tempo mínimo entre chaveamentos	2 s

FONTE: ABACKERLI *et al.* (2006)

De acordo com Abackerli *et al.* (2006), o ensaio dependeu da implementação de um banco de testes composto de várias partes. As características determinadas no plano do teste envolveram vários aspectos, dentre os quais os níveis de estresse, o número de elementos em cada amostra e o tipo de censura, entre outros. A determinação dos valores das cargas de estresse considerou os limites de projeto do relé, além dos cálculos das incertezas das resistências equivalentes  $R_{eq}$  com base no INMETRO (2003), o que resultou na definição final dos valores de 6.12A, 9.25A, 11.6A e 15.27A para a variável de estresse, conforme mostrado na Tabela 2.

Verifica-se, na Tabela 2, o valor nominal do estresse e a resistência equivalente  $R_{eq}$  que geram a carga do relé, suas incertezas combinadas  $u_c(R_{eq})$ , a carga de estresse definida experimentalmente  $I$ , as suas incertezas combinadas  $u_c(I)$  e as correspondentes incertezas expandidas  $U(I)$ , modeladas por uma distribuição Normal com um fator de abrangência  $k = 2$  (INMETRO, 2003).

TABELA 2: DEFINIÇÃO EXPERIMENTAL DA CARGA DE ESTRESSE

<i>Estresse nominal**</i>	$R_{eq}^*$	$u_c(R_{eq})^*$	$I^{**}$	$u_c(I)^{**}$	$U(I)^{**}$	$U(I)[\%]$
6	3.922	0.010	6.12	0.034	0.068	1.1
9	2.600	0.012	9.22	0.063	0.126	1.4
12	2.073	0.012	11.60	0.088	0.176	1.5
15	1.572	0.009	15.27	0.116	0.232	1.5

Nota: \* Valores em Ohms ( $\Omega$ ); \*\* Valores em amperes (A)

FONTE: ABACKERLI ET AL. (2006)

Em função do uso de quatro níveis de estresse distintos, foram utilizadas, neste ensaio, quatro amostras contendo 16 relés em cada uma. Os elementos da amostra foram retirados de forma aleatória de lotes de relés que seriam comercializados. O mecanismo de censura considerado foi a censura do tipo I e a forma de ocorrência dos tempos de falha gerou censuras à direita.

O resultado final do teste é apresentado na Tabela 3. Para a diferenciação dos tempos completos de tempos censurados, utilizou-se a variável indicadora de censura, com  $\delta = 1$  para dados completos e  $\delta = 0$  para dados censurados. O modo de falha considerado no ensaio foi a forma como o relé falhou, se aberto ou fechado, sendo que, neste caso, todas as amostras falharam do mesmo modo. A coluna da esquerda indica a ordem crescente dos tempos de falhas e as colunas chamadas de “ciclos” mostram os números de ciclos liga/desliga executados por cada relé até ele ser retirado do teste, seja por falha ou por censura.

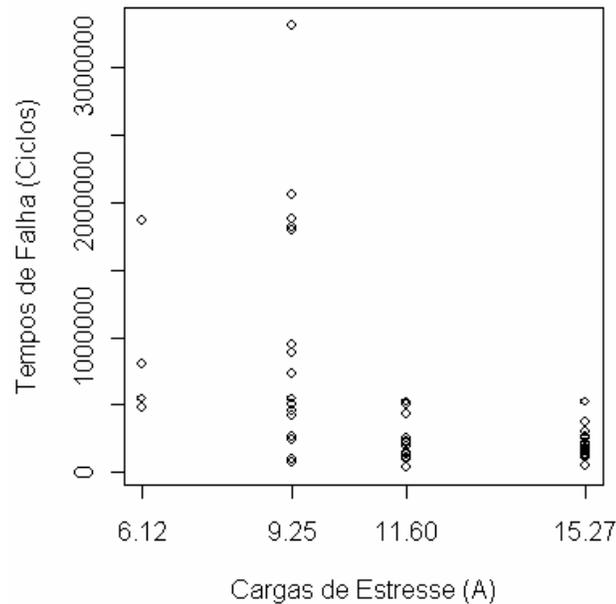
TABELA 3: DADOS EXPERIMENTAIS

n	Nível de Estresse							
	6.12 A		9.25 A		11.6 A		15.27 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	480406	1	73352	1	31085	1	45588	1
2	551402	1	98033	1	98888	1	111632	1
3	813123	1	236320	1	109381	1	113205	1
4	1868621	0	264699	1	131948	1	132499	1
5	1868621	0	420441	1	132251	1	153180	1
6	1868621	0	455503	1	136459	1	163699	1
7	1868621	0	495202	1	13840	1	164788	1
8	1868621	0	550119	1	143818	1	179237	1
9	1868621	0	733991	1	191223	1	204592	1
10	1868621	0	894067	1	208244	1	211918	1
11	1868621	0	953393	1	209839	1	216590	1
12	1868621	0	1793409	1	229059	1	251962	1
13	1868621	0	1817479	1	254377	1	266807	1
14	1868621	0	1882756	1	433524	1	300019	1
15	1868621	0	2064540	1	500092	1	367829	1
16	1868621	0	3309823	0	522573	1	526826	1

FONTE: SASSERON (2005)

### 4.3. Análise Convencional

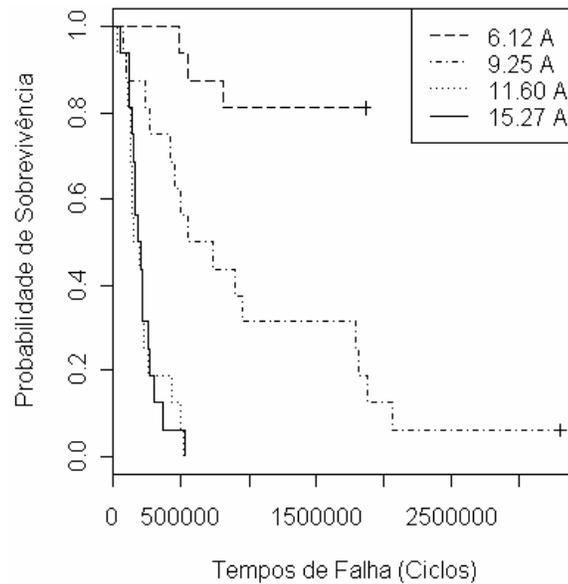
A primeira etapa da análise convencional discutida é a construção do gráfico de dispersão dos tempos de falha *versus* as cargas de estresse, conforme discutido item no 2.2.1. Este gráfico de dispersão é mostrado na Figura 7.



*FIGURA 7: GRÁFICO DE DISPERSÃO DOS TEMPOS DE FALHA EM CICLOS*

Na Figura 7, verifica-se a existência aparente de apenas um dado discrepante na carga de 9.25A. Conforme discutido no item 2.2.1, observa-se maior número de falhas e menor variabilidade para as cargas de estresse maiores. Este fato já era intuitivamente esperado porque, para os níveis de estresse mais altos, os relés devem apresentar falhas mais rapidamente, contribuindo assim para que a variabilidade dos dados diminua. Uma observação que pode ser importante para a discussão final do estudo é a presença de um número pequeno de falhas para a carga de estresse mais baixa. Uma justificativa disso é a carga de 6.12 A estar muito próxima da condição normal de uso, gerando o grande número de censuras já identificado na Tabela 3.

Dando seqüência à análise convencional, a próxima etapa, discutida no item 2.2.2, envolve a obtenção das funções de confiabilidade pelo método Kaplan-Meier para todos os níveis de estresse. Segundo Freitas e Colosimo (1997), as curvas foram construídas no mesmo gráfico para facilitar a sua comparação. A Figura 8 ilustra estas curvas de confiabilidade.



*FIGURA 8: FUNÇÃO DE CONFIABILIDADE ESTIMADA KAPLAN MEIER*

Observa-se, na Figura 8, que a probabilidade de um produto sobreviver por um determinado tempo, ou seja, a sua confiabilidade, cai muito mais rapidamente para os níveis mais altos de estresse. Além disso, observa-se também, na Figura 8, que as curvas de sobrevivência para as duas cargas de estresse mais altas de 11.60A e 15.27A, estão aparentemente sobrepostas. Sob o enfoque puramente estatístico aqui discutido, esta aparente sobreposição pode significar que os tempos de falha destas duas cargas de estresse apresentam o mesmo comportamento.

De acordo com a Figura 3, a terceira etapa, descrita no item 2.2.3, é a construção do gráfico de linearização das funções de confiabilidade a partir das funções de sobrevivência obtidas e verificadas na Figura 8. Este procedimento equivale à construção das curvas de falhas em papel de probabilidade. Conforme já discutido, o modelo mais adequado é aquele em que os pontos não mostram afastamento marcante com relação a uma reta. Para os dados da Tabela 3, estes gráficos são mostrados na Figura 9.

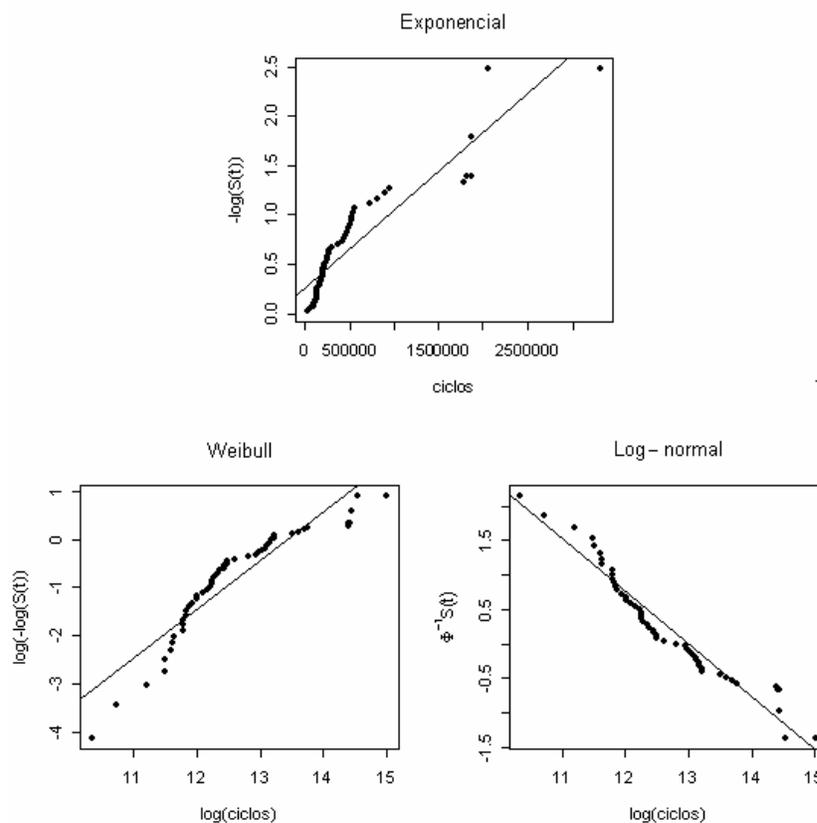


FIGURA 9: GRÁFICOS DE LINEARIZAÇÃO DAS DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE

Verifica-se, na Figura 9, que para as distribuições de Weibull e log-normal, os pontos não mostram afastamentos tão marcantes em relação à reta como o verificado para a distribuição exponencial. Esta análise gráfica permite verificar que, aparentemente, tanto a distribuição log-normal, como a weibull se mostram adequadas aos dados deste estudo.

Antes do ajuste do modelo de regressão, é preciso verificar a suposição de igualdade do parâmetro de escala, ou seja, da dispersão dos resultados. Uma das formas de se verificar esta igualdade é o método gráfico de linearização da função de confiabilidade já realizada na etapa anterior, com a diferença de que as curvas são geradas individualmente para cada nível de estresse mostrados na Tabela 3. Para igualdade dos parâmetros, é preciso que seja observado certo paralelismo entre as curvas apresentadas na Figura 10.

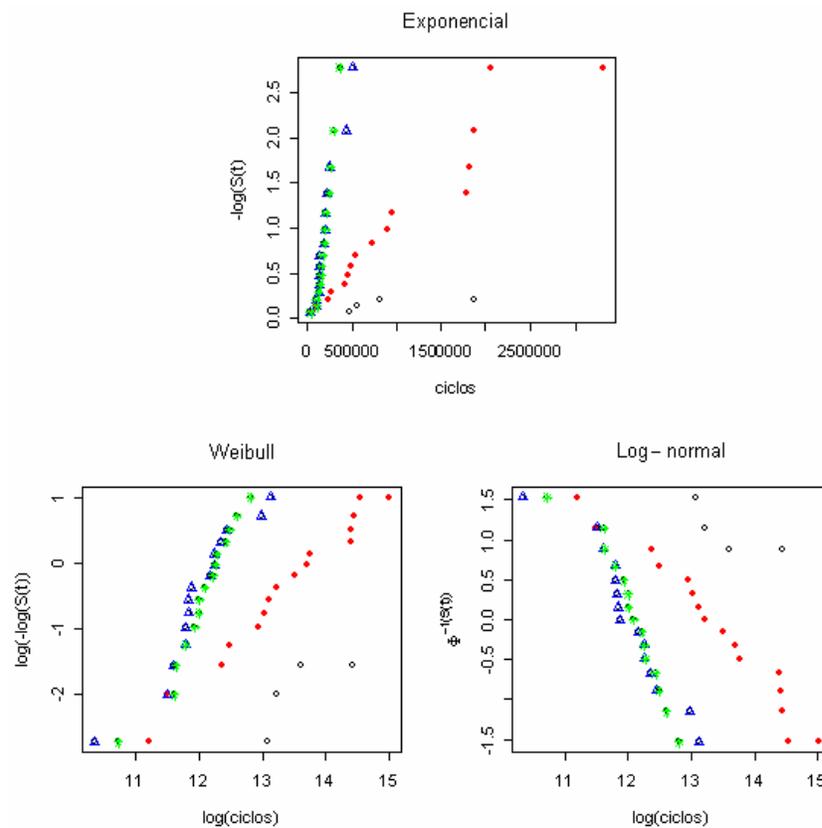


FIGURA 10: GRÁFICO DE LINEARIZAÇÃO PARA CADA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

Verifica-se, que para as mesmas distribuições Weibull e log-normal, existe um certo paralelismo na região central do gráfico. Porém, permanece a sobreposição das curvas para as cargas de estresse mais altas.

A quarta etapa da Figura 3, discutida no item 2.2.4, é o ajuste do modelo de regressão. Para isso, a parte probabilística do modelo é assumida como uma das distribuições de probabilidade identificadas acima. A parte determinística do modelo é dada pela relação estresse/resposta que, segundo Nelson (2004), deve ser a relação Potência Inversa quando a variável de estresse utilizada no ensaio é diferente de temperatura. Neste estudo, o tipo de carga de estresse utilizada é a corrente elétrica, e isso torna adequada esta relação. Desta forma, entre os modelos disponíveis para este estudo, estão, a Potência Inversa-exponencial, Potência Inversa-Weibull e Potência Inversa-log-normal, cuja seleção é feita na quinta etapa da análise, discutida a seguir.

Para a quinta etapa da Figura 3 utilizaram-se dois métodos: o método gráfico de análise dos resíduos e a estatística  $AIC$  (Floriano, *et al.*, 2006) para confirmação do resultado gráfico. A análise dos resíduos utiliza o mesmo procedimento gráfico já discutido na linearização das distribuições propostas, porém, desta vez, considerando os resíduos calculados pela equação 55, e não os tempos de falha.

Os gráficos apresentados na Figura 11 mostram que, de acordo com esta análise, tanto os resíduos calculados para o modelo de regressão Potência Inversa-Weibull, como Potência Inversa-log-normal mostram tendência linear. Isso permite concluir que tanto um quanto outro podem ser apropriados para a análise neste estudo, conforme já verificado na etapa 3.

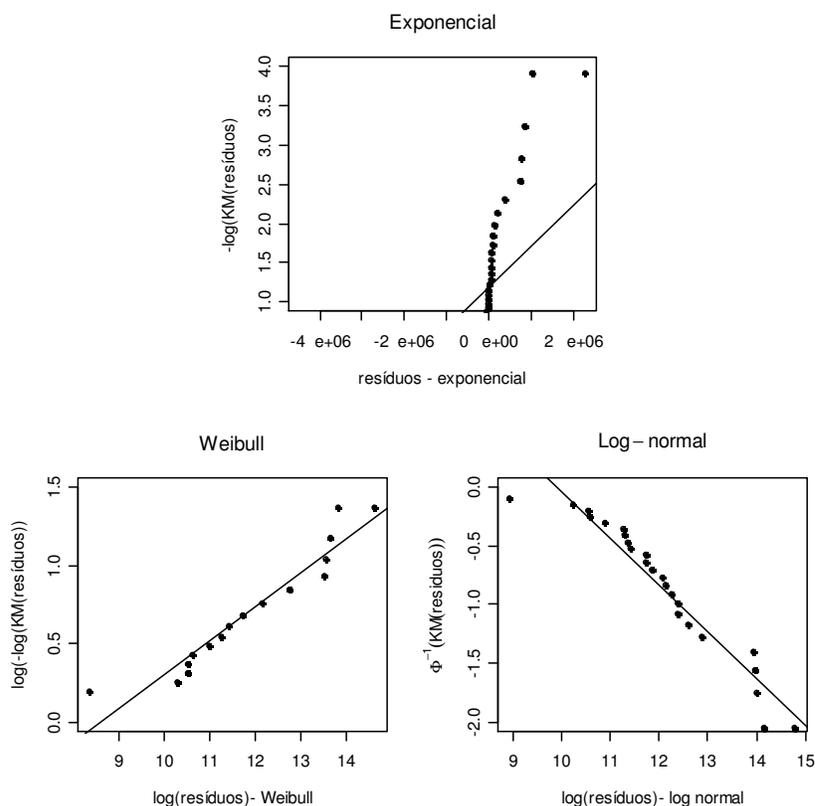


FIGURA 11: GRÁFICO DOS RESÍDUOS DOS MODELOS DE REGRESSÃO

Para a decisão por um dos modelos de regressão, o critério de *AIC* discutido no item 2.2.5, dado pela expressão 56, foi aplicado aos três modelos propostos e seus resultados são mostrados na Tabela 4.

*TABELA 4: RESULTADOS DO TESTE DO CRITÉRIO DE AKAIKE*

<i>Modelo de Regressão</i>	<i>AIC</i>
Potência Inversa-log-normal	1408.813
Potência Inversa-Weibull	1408.890
Potência Inversa-exponencial	1411.549

Considerando os resultados gráficos da Figura 11 e os resultados numéricos da Tabela 4, neste estudo assume-se o modelo de regressão Potência Inversa log-normal, visto no Capítulo 2. A opção por este modelo equivale a assumir que os tempos de falha  $T$  têm distribuição log-normal, ou, de maneira equivalente, o logaritmo dos tempos de falhas  $Y = \log(T)$  tem distribuição normal com parâmetro de locação  $\mu(x)$ , representado pela relação Potência Inversa, e parâmetro de escala  $\sigma^2$  constante e independente da variável de estresse.

Ainda como parte da análise convencional, a sexta e última etapa da Figura 3 trata da obtenção das estimativas de tempos de falha de interesse. Neste estudo, são obtidas as estimativas  $B_{10}$ , que representa o tempo em que 90% dos produtos não falharão;  $B_{50}$  ou mediana, que representa o tempo para que 50% dos produtos ainda sobrevivam e  $MTTF$ , que representa o tempo médio de falha dos produtos.

Porém, entre estas estimativas, Sterl (1997), destaca o  $B_{50}$  como o valor estimado da vida elétrica característica do relé, em especial para a estimativa de seu tempo de garantia. Neste estudo, considerando Sterl (1997), supõem-se duas formas de quantificar o limite máximo esperado de falhas durante o período de garantia do relé. A primeira é considerar a estimativa do limite

inferior do Intervalo de Confiança de 95%. A segunda é utilizar o menor valor de  $B_{50}$ , obtido a partir de um grande número de ensaios acelerados de relés.

Para a análise convencional, os valores dos parâmetros do modelo de regressão Potência Inversa-log-normal foram estimados considerando o estimador de máxima verossimilhança. Os valores estimados nesta análise convencional são  $\hat{\alpha} = 20.273$ ,  $\hat{\beta} = 3.297$  e  $\hat{\sigma} = 0.921$ .

As estimativas dos tempos de falha com seus respectivos intervalos de 95% de confiança, estimados a partir destes parâmetros, são mostradas na Tabela 5.

*TABELA 5: ESTIMATIVAS CONVENCIONAIS DOS CICLOS DO RELÉ*

<i>Estimativas *</i>	$B_{10}$	$B_{50}$	$MTTF$
Condições usuais	<b>1523221</b>	<b>4959954</b>	<b>7581445</b>
Limite inferior do IC de 95%	614678	2001531	3059403
Limite superior do IC de 95%	2431764	7918377	12103488

\* Estimativas dadas em ciclos

A Tabela 5 contém as estimativas dos tempos de falha do relé para as condições normais de uso de 5 A. Como se trata da análise convencional para ensaio acelerado, estas estimativas não consideram as incertezas nas variáveis de estresse. Porém, servirão de base para comparação das estimativas obtidas a partir da implementação do SIMEX.

Dos resultados da Tabela 5, verifica-se que, considerado o limite inferior do intervalo de confiança de 95%, tem-se uma estimativa da vida característica  $B_{50}$  do relé de cerca de 2.000.000 ciclos. Neste caso, para os dados e as condições de teste deste estudo, este valor corresponde ao dobro do valor apresentado pelo fabricante na Tabela 1.

Esta etapa encerra a análise convencional e permite conhecer, além do modelo de regressão, utilizado posteriormente na análise Simex, as estimativas dos tempos de falha convencional. Estes resultados serão posteriormente comparados com os resultados das estimativas de falhas da análise SIMEX para verificar o efeito das incertezas na variável de estresse nestas estimativas. Porém, antes de realizar a análise SIMEX, são realizados os testes da rotina desenvolvida para a implementação do SIMEX, sendo eles mostrados e discutidos no tópico a seguir.

#### **4.4. Teste da rotina**

Nesta fase da análise, os resultados são discutidos sob dois pontos de vista. O primeiro diz respeito ao correto funcionamento da rotina, e o segundo, aos efeitos do aumento dos valores das incertezas simuladas e dos níveis de censura no comportamento da rotina e nas previsões de tempos de falha sob condições de incerteza.

##### **4.4.1. Análise da solução nula**

O teste da solução nula foi realizado utilizando tanto os dados originais (Tabela 3), como os dados simulados. Primeiramente, é descrito o mecanismo de simulação destes dados com os respectivos dados resultantes. Para este processo de simulação, optou-se pela variação de duas características importantes dos dados. A primeira é o fator de extrapolação  $\xi$ , calculado a partir da equação 61, e variado dentro de limite de  $0.1 \leq \xi \leq 2$  sugerido por Nelson (2004). A segunda é a variação dos níveis de censura.

Para a variação de  $\xi$ , partiu-se dos dados originais (Tabela 3), para o qual o valor de extrapolação é de  $\xi = 1.12$ . Para variação deste fator, os valores das cargas de estresse foram gradativamente aumentados em 5%, 10%, 15%, 20%, 25% e 30%, resultando em fatores de extrapolação com valores  $\xi = 1.25, 1.38, 1.53, 1.68, 1.85$  e  $\xi = 2$ , respectivamente. Este

procedimento permitiu a geração de novas cargas de estresse com valores de  $\xi$  dentro dos limites estabelecidos por Nelson (2004). É importante destacar que este procedimento equivale a afastar os valores das cargas de estresse do valor da carga para as condições normais de uso, representando, assim, condições progressivamente mais severas de estresse no ensaio acelerado e problemas de extrapolação progressivamente mais sensíveis aos efeitos da incerteza. Os novos valores das cargas assim calculados são apresentados na Tabela 6.

*TABELA 6: CARGAS DE ESTRESSE PARA SIMULAÇÃO*

<i>Dados</i>	<i>Cargas de Estresse [A]</i>			$\xi$
Originais (Tabela 3)	6.12	9.25	11.60	1.12
Originais + 5 %	6.43	9.71	12.18	1.25
Originais + 10 %	6.73	10.18	12.76	1.38
Originais + 15 %	7.04	10.63	13.34	1.53
Originais + 20 %	7.34	11.10	13.92	1.68
Originais + 25 %	7.65	11.56	14.50	1.85
Originais + 30 %	7.96	12.03	15.08	2.00

Ainda sobre a simulação dos novos conjuntos de dados, foram considerados os parâmetros de locação e escala obtido de Sasseron (2005), além do modelo Potência Inversa-log-normal. Assim, em conjunto com as novas cargas de estresse, geradas com diferentes  $\xi$ , foram simuladas quatro novas amostras aleatórias de tempos de falhas em função de cada novo valor para as cargas da Tabela 6. Este procedimento de simulação também foi desenvolvido em linguagem R, cujo código de implementação é mostrado no Apêndice A Como resultado desta simulação, obtiveram-se seis novos conjuntos de pseudodados completos, com 64 elementos cada um. A Tabela 7 apresenta um exemplo desta simulação com o conjunto de pseudo-dados gerados para  $\xi = 1.25$ . Os demais são mostrados no Apêndice B.

TABELA 7: DADOS SIMULADOS COMPLETOS

<i>n</i>	Nível de Estresse para $\xi = 1.25$							
	6.43 A		9.71 A		12.18 A		16.03 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	515620	1	157776	1	35955	1	55414	1
2	531146	1	159235	1	50652	1	70505	1
3	1013601	1	185829	1	56463	1	75003	1
4	1056242	1	206077	1	87464	1	91302	1
5	1230642	1	364550	1	87800	1	103875	1
6	1381046	1	461111	1	100847	1	110116	1
7	1602330	1	462003	1	106763	1	110699	1
8	1692340	1	517549	1	121331	1	120986	1
9	2318279	1	560806	1	126168	1	130679	1
10	2653138	1	645418	1	151231	1	146403	1
11	2940808	1	688260	1	198406	1	232397	1
12	2959080	1	1045954	1	199016	1	237023	1
13	3238960	1	1077172	1	208115	1	258882	1
14	6063047	1	1174657	1	299266	1	309182	1
15	8879528	1	1385468	1	472818	1	365657	1
16	9123613	1	1946697	1	2114191	1	395251	1

Para a geração dos pseudo-dados censurados, considerou-se a censura do tipo II, ou seja, censura por falha. A Tabela 8 mostra os níveis de censura utilizados na simulação e o número de falhas e censuras para cada amostra simuladas em função de cada carga de estresse.

TABELA 8: NÍVEIS DE CENSURA E NÚMERO DE ELEMENTOS DAS AMOSTRAS

Nível de censura	Nº de falhas	Nº de censuras
10 %	14	2
30 %	11	5
50 %	8	8

A geração dos dados censurados também se baseou nos valores de  $\xi$ , para os quais se gerou novos dados com níveis de censura de acordo com a Tabela 8. A rotina utilizada para esta simulação, foi faz parte da rotina utilizada para simulação de dados completos e é verificada no Apêndice A. Como resultado, esta rotina gera 18 novos conjuntos de dados, cada um com 64 elementos. Para ilustrar este procedimento, a Tabela 9 mostra os dados obtidos para  $\xi = 1.25$  com 50% de censura; os demais conjuntos de dados estão mostrados no Apêndice C.

TABELA 9: DADOS SIMULADOS COM NÍVEL DE 50% DE CENSURA

n	Nível de Estresse para $\xi = 1.25$							
	6.43 A		9.71 A		12.18 A		16.03 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	569366	1	73156	1	149731	1	34043	1
2	639168	1	258240	1	226613	1	149731	1
3	1292121	1	385250	1	306322	1	226613	1
4	2350019	1	505729	1	341178	1	306322	1
5	2883308	1	583208	1	432263	1	341178	1
6	3499669	1	1120282	1	524198	1	432263	1
7	4523458	1	1317098	1	603256	1	524198	1
8	6041687	1	1323963	1	1198273	1	603256	1
9	6041687	0	1323963	0	1198273	0	1498273	0
10	6041687	0	1323963	0	1198273	0	1498273	0
11	6041687	0	1323963	0	1198273	0	1498273	0
12	6041687	0	1323963	0	1198273	0	1498273	0
13	6041687	0	1323963	0	1198273	0	1498273	0
14	6041687	0	1323963	0	1198273	0	1498273	0
15	6041687	0	1323963	0	1198273	0	1498273	0
16	6041687	0	1323963	0	1198273	0	1498273	0

O teste da solução nula consistiu, portanto, em executar a rotina SIMEX com todos os dados, tanto completos, quanto censurados, usando valores nulos para as incertezas. O resultado observado no teste é a diferença entre as estimativas dos tempos de falha quando  $\lambda = 0$  e  $\lambda = -1$ , medindo-se assim o efeito da incerteza, que neste caso é nula.

Para ilustrar os resultados deste teste nulo, utilizou-se as estimativas obtidas, tanto para os dados completos, como para os dados censurados, conforme mostrado na Figura 12. Nota-se nesta figura que, tanto para dados completos como para dados censurados, os valores obtidos para  $\lambda = -1$  são praticamente iguais aos valores obtidos com  $\lambda = 0$ . Para os quatro gráficos da Figura 12, a discreta variação dos valores em torno de zero é atribuída ao gerador aleatório utilizado no método. Analisando os demais resultados, pode-se dizer que a rotina não gera indevidamente valores de correções, coincidindo com a expectativa deste teste e atendendo ao desempenho esperado.

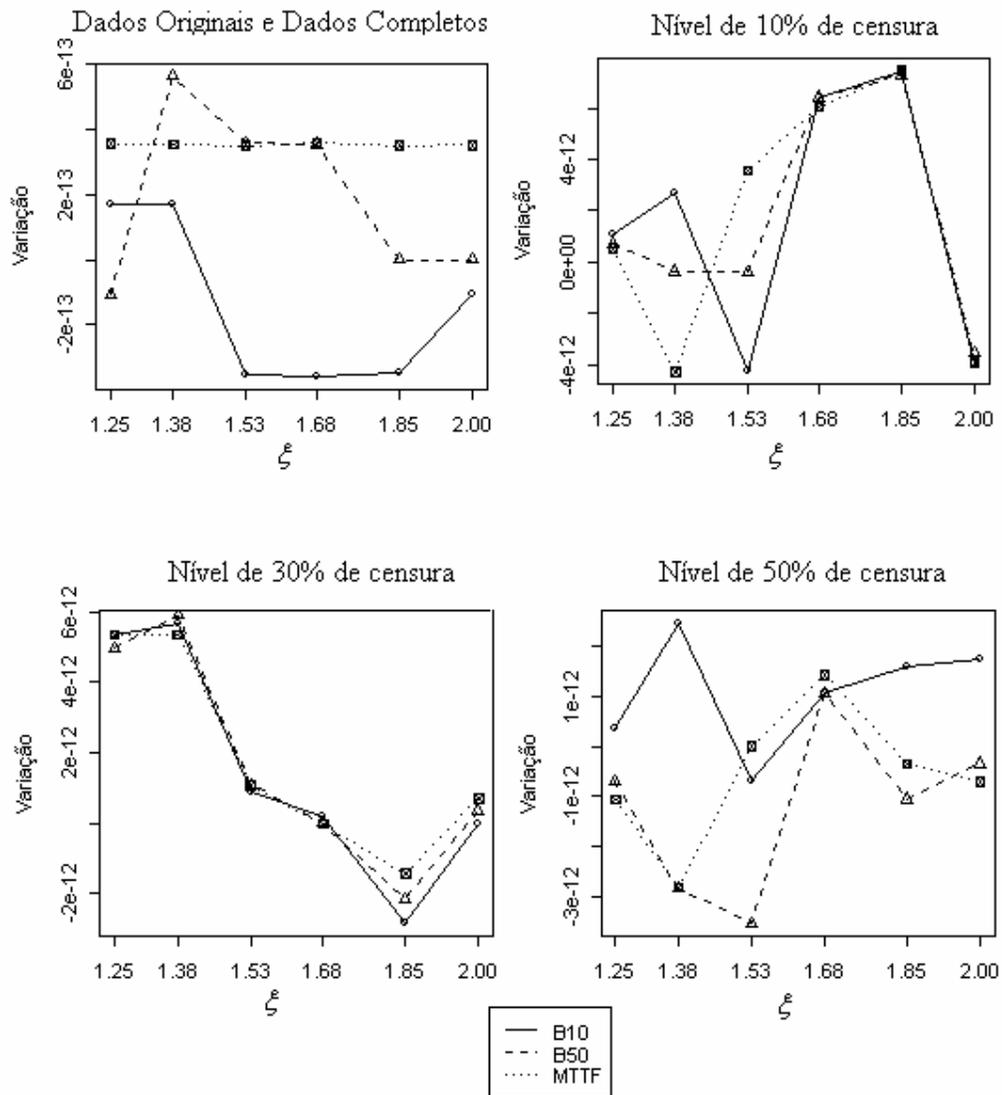


FIGURA 12: RESULTADOS DO TESTE DA SOLUÇÃO NULA

#### 4.4.2. Análise da Tendência dos Resultados SIMEX

Conforme proposto, o segundo teste é a execução da rotina SIMEX com parâmetros de entrada, que incluem os dados originais (Tabela 3), os pseudo-dados simulados (Tabelas 10 e 12), incertezas de 0% a 8% do valor nominal do estresse utilizado, que, na prática experimental, correspondem a valores desde baixos até severos. Estes valores de incertezas são mostrados na Tabela 10.

TABELA 10: INCERTEZAS COMBINADAS  $U_c$ 

Incertezas (%)*	Cargas de Estresse (A)			
	6.12	9.25	11.60	15.27
1	0.061	0.093	0.116	0.153
2	0.122	0.185	0.232	0.305
3	0.184	0.278	0.348	0.458
4	0.250	0.365	0.464	0.611
5	0.313	0.456	0.580	0.764
6	0.367	0.555	0.696	0.916
7	0.438	0.638	0.812	1.069
8	0.500	0.720	0.928	1.221

\*Incertezas combinadas  $u_c$  dados em Amperes (A)

Como parâmetros de saída, buscaram-se correções SIMEX gradativamente maiores em função do aumento gradativo das incertezas. Os resultados numéricos deste teste são mostrados na Tabela 11.

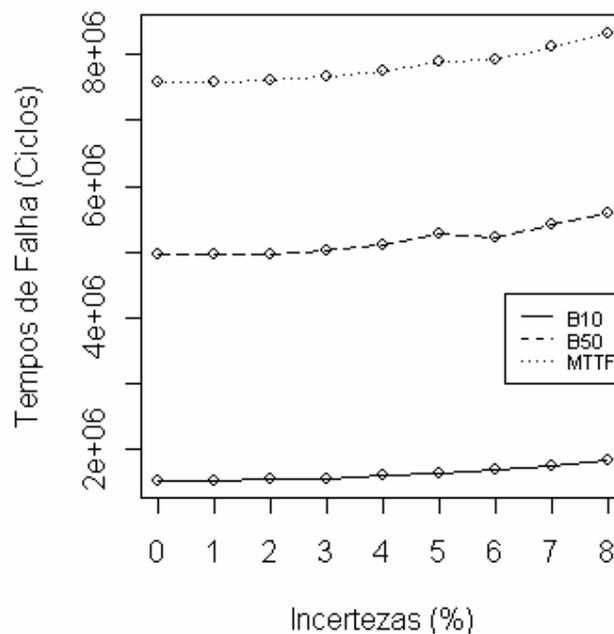
TABELA 11: TEMPOS DE FALHA ESTIMADOS PARA OS DADOS ORIGINAIS E DIFERENTES INCERTEZAS

Incertezas (%)	Tempos de falha estimados SIMEX					
	$B_{10}$	Efeitos (%)	$B_{50}$	Efeitos (%)	MTTF	Efeitos (%)
0	1523221	$5.33 e^{-12}$	4959953	$5.33 e^{-12}$	7581445	$5.33 e^{-12}$
1	1526902	0.24	4967652	0.15	7588507	0.09
2	1535739	0.80	4984884	0.50	7602229	0.30
3	1552383	1.90	5028480	1.40	7657342	1.00
4	1592502	4.00	5112723	3.10	7761497	2.40
5	1642443	6.90	5220677	5.30	7894740	4.10
6	1694711	8.10	5225718	6.00	7919555	4.50
7	1739347	13.8	5430702	9.60	8127201	7.20
8	1830629	17.0	5590507	12.70	8315653	9.70

Verifica-se, na Tabela 11 que, do ponto de vista de teste da rotina, o método SIMEX se comporta de forma previsível mostrando aumento gradativo do efeito das incertezas nas estimativas dos tempos de falha. Do ponto de vista de análise de incertezas, pode-se dizer que, para as cargas de estresse com incertezas combinadas a partir de 4% , os efeitos verificados nas estimativas

de tempos de falha começam a ser importantes, e devem ser considerados nas estimativas de confiabilidade e tempos de garantia.

A visualização gráfica destes resultados é mostrada na Figura 13. Nota-se que, conforme esperado, o aumento da incerteza na variável de estresse provoca estimativas de tempos de falha sistematicamente maior para os dados deste estudo. De acordo com a Figura 13, verifica-se influência similar nas estimativas de  $B_{10}$ ,  $B_{50}$  e MTTF.



*FIGURA 13: RESULTADO GRÁFICO DO TESTE DA TENDÊNCIA DOS RESULTADOS SIMEX*

Já verificado o comportamento da rotina SIMEX para incertezas nulas e para problemas com diferentes valores de incerteza, o item seguinte apresenta o terceiro teste, que verifica o comportamento da rotina SIMEX para dados com diferentes níveis de censura.

#### **4.4.3. Análise da Influência dos Níveis de Censura**

De forma geral, o objetivo deste teste é similar ao do teste da tendência dos resultados SIMEX, porém, neste caso, variaram-se também os níveis de censura.

Para este teste, foram considerados os pseudodados completos com nível zero de censura (Tabela 7) Apêndice B, além dos dados com 10%, 30% e 50%, já discutidos (Tabela 9), Apêndice C. Como resultado do teste, espera-se verificar o efeito dos valores crescentes da incerteza para tempos de falha com diferentes níveis de censura. Analisam-se as estimativas  $B_{10}$ ,  $B_{50}$  e MTTF, porém, serão discutidos a seguir (Figura 14) apenas os resultados nas estimativas de  $B_{50}$ , pela sua importância na previsão do tempo de garantia do relé (Sterl, 1997). Os resultados correspondentes a  $B_{10}$  e MTTF são mostrados no Apêndice D.

Observa-se na Figura 14 que os efeitos de incertezas crescentes nos dados censurados é análogo ao verificado nos dados reais deste estudo, conforme pode ser visto na Figura 13. Verifica-se que, independente do valor de  $\xi$  utilizado para gerar os dados, e do nível de censura destes dados, o aumento crescente das incertezas provoca o aumento gradativo das estimativas de tempos de falha.

Além disso, nota-se na Figura 14 que, para valores de incertezas iguais ou superiores a 4%, as estimativas de tempos de falhas aumentam mais rapidamente, indicando efeitos maiores quando a variável de estresse possui estes níveis de incertezas. Este mesmo comportamento é verificado para os dados reais, conforme Figura 13, com valores numéricos dados na Tabela 11.

De forma geral, observa-se ainda que o aumento dos valores de  $\xi$  aumenta os valores previstos de tempos de falha. Isso ocorre porque, aumentar o valor de  $\xi$  significa afastar as cargas de estresse das condições normais de uso e, portanto aumentar a severidade do processo de extrapolação. Nota-se que estas estimativas são maiores para valores de  $\xi = 1.85$  e  $\xi = 2$ , onde os valores das cargas de estresse mais baixas passam de 6.12 (dados reais) para 7.65 e 7.96, respectivamente. Assim, o aumento das estimativas de falha pode ser atribuído ao aumento de  $\xi$ , provocando o aumento do intervalo considerado para a extrapolação dos dados.

Outra observação importante é que, em alguns casos, as estimativas de falha para o nível de censura de 30% e 50% são maiores do que aquelas obtidas para dados completos ou com nível de censura de 10%. Intuitivamente, espera-se que as estimativas de tempos de falha sejam inversamente proporcionais aos níveis de censura, ou seja; o aumento dos níveis de censura deve proporcionar estimativas de tempos de falhas progressivamente menores.

Entretanto, para a geração dos dados censurados considerou-se a distribuição de probabilidade log-normal dos dados reais, tomando-se os parâmetros desta distribuição para a geração de pseudodados com as suas características. De fato, as mesmas características dos dados reais foram observadas nos pseudodados, pois eles apresentaram médias e desvios padrões amostral semelhantes, notando-se ainda a queda dos valores médios e dos desvios padrões na medida em que os níveis de censura foram aumentados em 0%, 10%, 30% e 50%, conforme intuitivamente esperado. Contudo, este mesmo comportamento não foi verificado nas estimativas de tempos de falha (Figura 14), sendo esse fato atribuído à variação dos valores de  $\xi$  e ao efeito das incertezas nos níveis simulados de estresse.

De forma geral, os resultados deste teste correspondem às expectativas apresentadas no item 3.2.1, pois nota-se o aumento dos valores das estimativas dos tempos de falhas com o aumento das incertezas, para todos os níveis de censura. Este fato, permitindo concluir que a existência de dados censurados não compromete o comportamento esperado do método SIMEX.

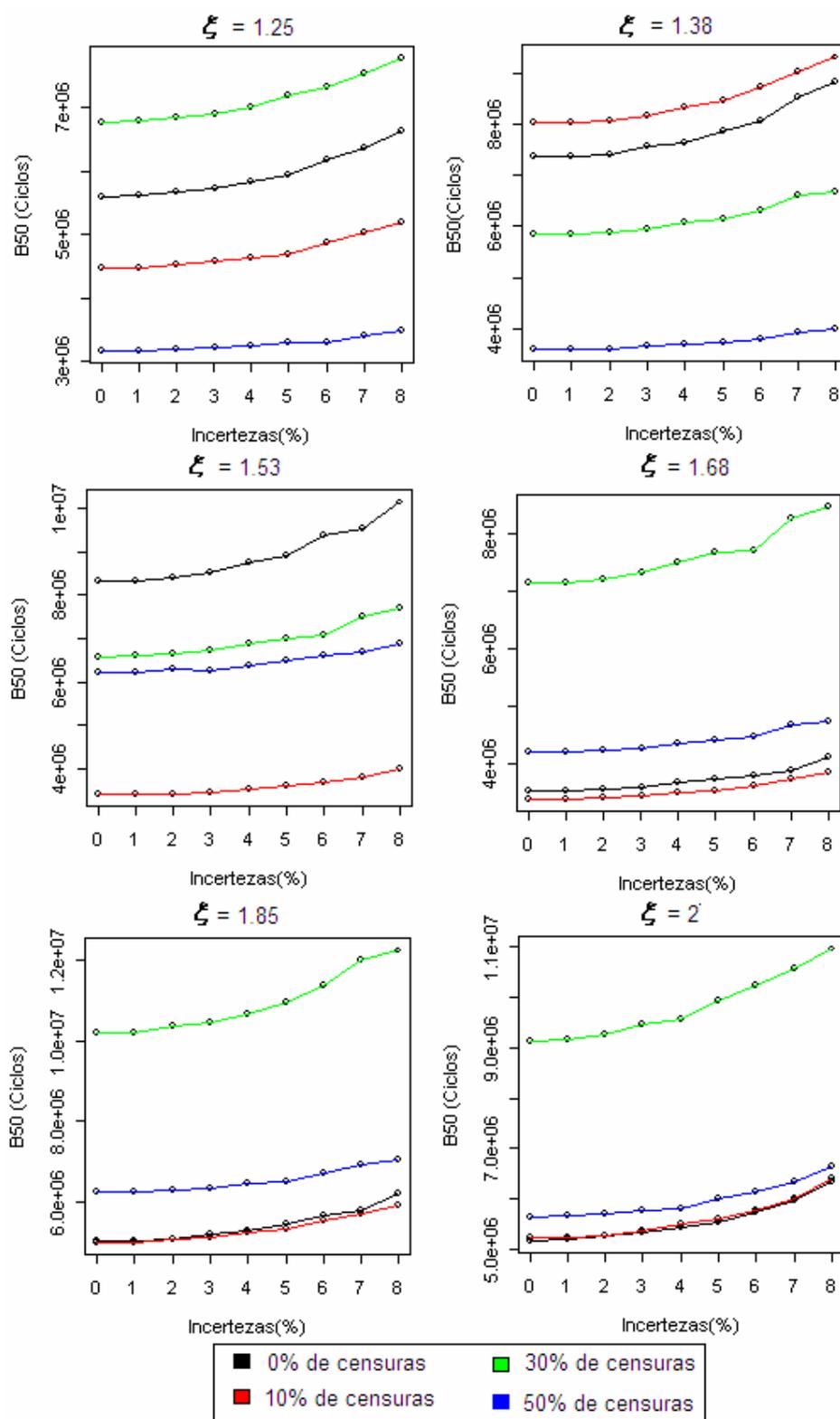


FIGURA 14: INFLUÊNCIA DOS NÍVEIS DE CENSURA NAS ESTIMATIVAS DE  $B_{50}$

#### 4.5. Análise SIMEX

Finalizada a análise convencional, e testada a rotina para implementação, análise SIMEX é feita utilizando o mesmo modelo de regressão Potência Inversa-log-normal e o estimador de máxima verossimilhança. Os dados são os tempos de falha (variável dependente) e cargas de estresse (variável independente), apresentados na Tabela 3, acrescidos das incertezas combinadas (Tabela 2), representadas por  $u_c(I)^{**}$ , que correspondem ao desvio padrão das incertezas da variável de estresse. Estas condições são assumidas para realizar 1000 simulações na primeira fase do SIMEX (Figura 5), implementado conforme mostra o Apêndice A. Para a fase de extrapolação foram utilizados os modelos linear e quadrático, selecionando-se aquele com melhor aderência aos dados no ajuste. A Figura 15 mostra os resultados gráficos da tendência dos parâmetros em função do aumento da incerteza, além das duas curvas de extrapolação para a estimativa SIMEX dos parâmetros.

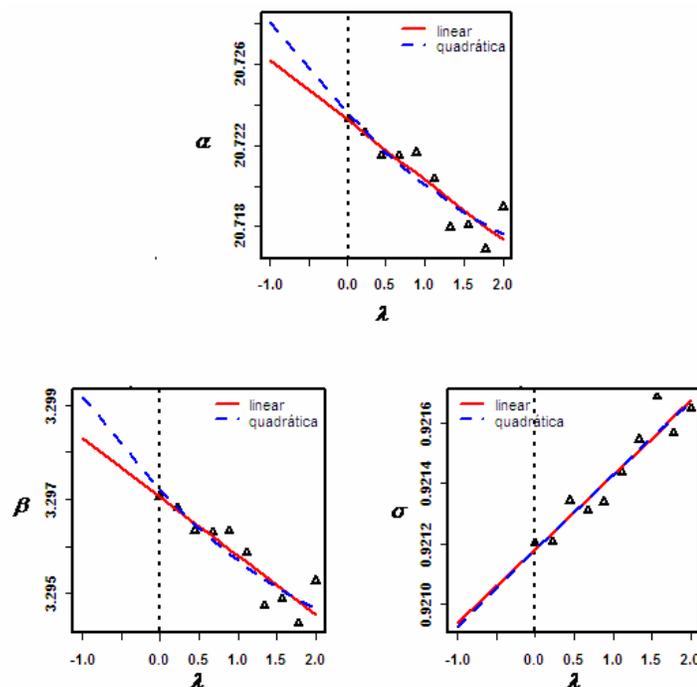


FIGURA 15: RESULTADOS SIMEX PARA OS DADOS DE SASSERON (2005)

Observa-se na Figura 15, que os valores estimados para os parâmetros de escala  $\sigma$  do modelo de regressão aumentam com o aumento das incertezas e em função de  $\lambda$ . Este comportamento era esperado, uma vez que, com o aumento das incertezas, as estimativas tendem a ser menos precisas. Sobre o comportamento dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , sabe-se, de acordo com Cook e Stefanski (1996), que o aumento das incertezas em função de  $\lambda$  influencia as estimativas dos parâmetros, quando o modelo de regressão utilizado é o linear simples e os dados não possuem censuras. Porém, para o modelo de locação e escala, tinha-se apenas a expectativa da correção para estes parâmetros. Agora, a partir da Figura 15, nota-se o comportamento esperado para o parâmetro de escala  $\sigma$  e a visível influência do aumento das incertezas nos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ .

De maneira geral, os pontos dos gráficos da Figura 15 representam os valores dos parâmetros obtidos em função de cada valor de  $\lambda$  usado na etapa de simulação. As curvas de regressão representadas pela linha contínua vermelha (regressão linear) e linha tracejada azul (regressão quadrática) possibilitaram extrapolar os valores dos parâmetros para a condição em que  $\lambda = -1$  e obter as estimativas SIMEX dos parâmetros do modelo. Estas estimativas com seus respectivos intervalos de 95% de confiança são mostrados na Tabela 12.

TABELA 12: VALORES DOS PARÂMETROS SIMEX PARA EXTRAPOLAÇÃO LINEAR E QUADRÁTICA

<i>Parâmetros</i>	$\alpha_{SIMEX}$	$\beta_{SIMEX}$	$\sigma_{SIMEX}$
<b>Linear</b>	20.726	3.198	0.921
Desvio padrão	$5.62 e^{-04}$	$2.48 e^{-04}$	$0.36 e^{-05}$
Limite inferior 95% confiança	20.724	3.198	0.921
Limite superior 95% de confiança	20.728	3.299	0.921
<b>Quadrático</b>	20.728	3.199	0.921
Desvio Padrão	$7.94 e^{-04}$	$3.451 e^{-04}$	$5.122 e^{-05}$
Limite inferior 95% confiança	20.720	3.296	0.920
Limite superior 95% de confiança	20.726	3.304	0.921

Nota-se que ambos os modelos, linear e quadrático, apresentam resultados muito parecidos. Esta similaridade é verificada tanto nas estimativas dos parâmetros, quanto nos valores dos desvios padrões das estimativas. A diferença surge apenas a partir da terceira casa decimal, levando à conclusão de que, neste caso, as duas extrapolações geram resultados satisfatórios. Para adotar um dos modelos foi utilizada a medida  $R^2$  ajustado, que, para a regressão quadrática, apresenta maior valor e, portanto, melhor ajuste sob o enfoque estatístico.

A Tabela 13 apresenta as estimativas dos parâmetros das suas análises, convencional e SIMEX, com seus respectivos desvio padrão. Para as estimativas SIMEX, considerou-se o modelo quadrático para extrapolação, tanto para as estimativas dos parâmetros como as estimativas do desvio padrão.

*TABELA 13: ESTIMATIVAS DOS PARÂMETROS CONVENCIONAIS E SIMEX COM SUAS RESPECTIVAS VARIÂNCIAS*

<i>Parâmetros</i>	$\alpha$ (desvio padrão)	$\beta$ (desvio padrão)	$\sigma$ (desvio padrão)
Estimativa convencional	20.723 (0.9506)	3.297 (0.3990)	0.921 (0.1026)
Estimativa SIMEX	20.728 (0.9510)	3.299 (0.3992)	0.920 (0.1028)

Os parâmetros do modelo de regressão e os respectivos desvios padrão, mostrados na Tabela 13 foram necessários para o cálculo das estimativas dos tempos de falha deste estudo e os seus respectivos intervalos de 95% de confiança. Para a obtenção destes valores utilizou-se o modelo de regressão da equação 26. A Tabela 14 reorganiza as estimativas convencionais da Tabela 5 e apresenta as estimativas SIMEX dos tempos de falha para as condições normais de uso. O arquivo de saída que contém estes resultados é mostrado no Apêndice F.

*TABELA 14: ESTIMATIVAS DOS TEMPOS DE FALHA DO RELÉ PARA AS CONDIÇÕES  
NORMAIS DE USO*

Estimativas de tempo de falha	Convencional	SIMEX	Efeitos (%)
<b>B<sub>10</sub></b>	<b>1523221</b>	<b>1525849</b>	<b>0.2</b>
Limite inferior	614678	444453	-28.0
Limite superior	2431764	2607245	7.0
<b>B<sub>50</sub></b>	<b>4959954</b>	<b>4966726</b>	<b>0.1</b>
Limite inferior	2001531	1446721	-28.0
Limite superior	7918377	8486731	7.0
<b>MTTF</b>	<b>7581445</b>	<b>7589836</b>	<b>0.1</b>
Limite inferior	3059403	2210788	-27.0
Limite superior	12103488	12968885	7.0
Estimativas dadas em ciclos			

Verifica-se na Tabela 14 que, comparando os resultados das estimativas SIMEX com as estimativas convencionais, os efeitos das incertezas nas estimativas dos tempos de falha dos relés correspondem a apenas 0.2% para B<sub>10</sub>, 0.1% para B<sub>50</sub> e 0.1 para o MTTF, respectivamente.

Assim, do ponto de vista das estimativas dos tempos de falha para as condições normais de uso, pode-se dizer que, nas condições de teste de Sasseron (2005), que possuem incertezas relativamente pequenas na variável de estresse, seus efeitos são praticamente nulos. Porém, os intervalos de confiança de 95% mostram que o limite inferior é superestimado em 28% e o superior é subestimado em 7%, quando incertezas desta ordem não são consideradas na análise. Este fato provoca um aumento do intervalo de confiança de 95% de confiança das estimativas dos tempos de falhas, tornando-as menos precisas. Além disso, assumindo a possibilidade já discutida, da vida característica do relé ser obtida a partir deste limite inferior de 95%, tem-se a possível superestimativa da vida, em torno de 28%, quando incertezas, mesmo pequenas, não são consideradas na análise.

Ainda, considerando os resultados da Tabela 13, poder-se-ia concluir que a análise convencional apresenta melhor resultado que a análise SIMEX devido ao seu menor desvio padrão. Porém, analisando conjuntamente os

efeitos das incertezas sobre o intervalo de confiança (Tabela 14), fica claro o necessário cuidado na análise, pelo fato das incertezas poderem afetar as estimativas dependendo, conforme definição dada pelo fabricante do componente, que pode envolver valores mínimos de estimadores médios ou limites inferiores de confiança desses estimadores; vide Tabela 1.

Além disso, é importante destacar que uma nova execução da rotina SIMEX do Apêndice E, com os mesmos dados de entrada mostrados no Apêndice F, resulta em valores de parâmetros (Tabelas 6 e 7), tendências (Figura 15) e estimativas (Tabela 14) um pouco diferentes das mostradas e discutidas neste tópico. Isso ocorre em função de formulação do método SIMEX, que depende do uso de números aleatórios para modelar a distribuição de incerteza e gerar seus resultados. Apesar disso, testes repetidos com os mesmos dados de entrada mostram variações desprezíveis nas estimativas.

## 5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O estudo para verificar o efeito das incertezas na variável de estresse em ensaios acelerados foi feito utilizando um conjunto de dados reais. O produto testado neste ensaio foi um relé eletromagnético, para o qual se considerou um modo de falha. Utilizou-se o modelo de regressão Potência Inversa-log-normal e dentre alguns métodos potenciais investigados, optou-se pelo uso do método SIMEX para investigar estes efeitos da incerteza.

A implementação do método SIMEX dependeu da implementação de uma rotina, que foi desenvolvida e testada para o modelo de regressão adotado. A rotina foi desenvolvida em ambiente R, para versão 2.2.1 ou superior. Ela pode ser utilizada para quaisquer problemas que usa o modelo de Potência Inversa-log-normal, o que a torna adequada para quantificar o efeito destas incertezas nas estimativas de vida em ensaios acelerados.

Para as cargas de estresse com incertezas acima de 4% do seu valor nominal, os seus efeitos das incertezas nas estimativas de falha foram importantes, tanto para os dados originais quanto para os dados simulados. Conseqüentemente, nestes casos, conclui-se que as incertezas influenciam os tempos de falha e a garantia do produto ensaiado sob estas condições.

No que se refere ao problema de engenharia em discussão, nas condições em estudo, as estimativas de tempos de falha obtidos da implementação do método SIMEX foram similares às obtidos na análise convencional. Porém, a análise SIMEX proporcionou limites inferiores de 95% de confiança cerca de 28% menores que os obtidos na análise convencional. Desta forma, considerando a vida típica do relé dada em função do limite inferior de confiança, pode-se dizer que as influências na definição das cargas de estresse podem ser importantes mesmo para incertezas menores que 4%. Hipoteticamente, assumindo que o relé testado seja utilizado em um equipamento que realiza uma média de 500 ciclos liga-desliga ao dia, sua vida

estimada seria de aproximadamente 5.4 anos para atingir os 1.000.000 de ciclos informados pelo fabricante. Entretanto, se a vida mínima é determinada pelo fabricante a partir do limite inferior de confiança, sem considerar incertezas, sua vida típica estaria superestimada em 28% se a incertezas discutidas, mesmo pequenas, estivessem presentes no ensaio acelerado do produto. Em termos práticos, isso implicaria na necessidade de reduzir a vida estimada para 3.9 anos, o que não seria feito se as incertezas fossem negligenciadas na análise dos resultados do ensaio acelerado.

No que se refere ao desempenho geral da rotina implementada, ela foi testada também utilizando dados de falha simulados, com e sem censuras e, obtidas a partir de valores de  $\xi = 1.12$ . Verificou-se que, de modo geral, a rotina tem bom desempenho e não calcula valores irreais para este tipo de análise.

Do desenvolvimento deste estudo ficam as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- A investigação do efeito das incertezas e a implementação do SIMEX para outros modelos de regressão utilizados em ensaios acelerados, em especial para modelos em que a variável de estresse é a temperatura. Esta sugestão se sustenta no fato de que na prática, a temperatura é uma variável também importante e o modelo de regressão aqui utilizado não acomoda esta variável de estresse.
- Além disso, os trabalhos práticos estudados destacam um grande número de aplicações em que ocorrem mais de um modo de falha no teste, ou seja, existe a suposição de riscos competitivos. Este problema afeta os resultados da análise, e pouca literatura trata este problema no âmbito de ensaios acelerados. Por isso, ele é sugerido, tanto para análises convencionais, como para análises que considerem a incerteza.

- Outra sugestão é a implementação do método Calibração da Regressão. Neste estudo, este método foi apenas investigado como um alternativo potencial ao problema. Apesar de Carroll *et al* (2006), sugerirem que este método não apresenta bons resultados para modelos diferentes do logístico, Montenegro (2006) afirma que ele pode apresentar resultados satisfatórios para estudos que envolvem modelos de regressão locação e escala.
- Finalmente, acredita-se que o SIMEX, pela sua flexibilidade, em particular com relação ao modelo de regressão e ao estimador adotados, pode ser utilizado para outros problemas da Engenharia, inclusive problemas que envolvam incertezas em ambas as variáveis (dependente e independente). Esta é mais uma sugestão que pode tornar a solução aqui discutida uma alternativa em outros contextos da Engenharia.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABACKERLI, A.; SASSERON, P. L.; DEMOLIN, F. L. A Test JIG for Relay's Accelerated Testing. In **5<sup>th</sup> International Conference on Mechanics and Materials in Design**, Porto, Jul. 2006.

AHMED, J. U. Modern Approaches to Product Reliability Improvement. **International Journal of Quality & Reliability Management**, Bradford, v. 13, n. 3, p.27-41, Apr. 1996.

ALWIS, K. G. N. C.; BURGOYNE, C. J. Statistical Lifetime Predictions for Aramid Fibers, **Journal of Composites for Construction**, Baltimore, v. 109, n. 9, p.106-116, Mar. 2005.

AW, K. C. Integrating Quality and Reliability Assessment into Product Development Process: A New Zealand Case Study. **International Journal of Quality & Reliability Management**, Bradford, v. 22, n. 5, p. 518-530, Jun. 2005.

BERRY, S. M.; CARROLL, R. J.; RUPPERT, D. Bayesian Smoothing and Regression Splines for Measurement Error Problems. **Journal of the American Statistical Association**, Alexandria, v. 97, n. 475, p. 160-169, Mar. 2002.

BOOKER, J. D. Industrial Practice in Designing for Quality. **International Journal of Quality & Reliability Management**, Bradford, v. 20, n. 3, p. 288-302, Apr. 2003.

BRONDINO, G.; VACARIO, G. An Empirical Comparison of Estimating Methods for the Ramberg-Osgood EIV Model, **Communication in Statistics-Simulation and Computation**, London, v. 35, n. 2, p. 407-417, Jul. 2006. .

BURNHAM, K. P.; ANDERSON, D. **Model Selection and Multimodel Inference: A Pactical Information-Theoretic Approach**, Hardcover: Springer, Second Edition, 2003, 496 p.

BUONACCORSI, J. P. Measurement Error in the Response in the General Linear Model. **Journal of the American Association**, Alexandria, v. 91, n. 434, p. 633-642, Jun. 1996.

CAILLARD, B. *et al.* A Highly Simple Failure Detection Method for Electrostatic Microactuators Application to Automatic Testing and Accelerated Lifetime Estimation, **IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing**, Cambridge, v. 19, n. 1, p. 35-42, Feb. 2006.

CALLANTONE, R. J.; CHAN, K.; CUI, A. S. Decomposing Product Innovativeness and its Effects on New Products Success, **Product Innovation Management**, Philadelphia, v. 23, n. 5, p. 408-421, Sep. 2006.

CARROLL, R. J. *et al.* Asymptotic for the SIMEX estimator in structural measurement error models. **Journal of the American Statistics Association**, Alexandria, v. 91, n. 433, p. 242-250, Mar. 1996.

CARROLL, R. J.; RUPPERT, D. **Transformation and Weighting in Regression**, New York: Chapman & Hall, Monographs on Statistics and Applied Probability 30, First Edition, 1988, 264 p.

CARROLL, J. R. *et al.* **Measurement Error in Nonlinear Models: A Modern Perspective**. New York: Chapman & Hall, Monographs on statistics and Applied Probability 63, Second Edition, 2006, 456 p.

COLOSIMO, E.; GIOLO, S. R. **Análise de sobrevivência Aplicada**. Primeira Edição, São Paulo: Edgard Blucher, 2006. 367 p.

COOK, J. ; STEFANSKI, L. A. A Simulation Extrapolation Method in Parametric Measurement Error Models. **Journal of the American Statistical Association**, Alexandria, v. 98, n. 428, p. 1314-1328, Dec.1994.

CORDEIRO, G. Introdução à Teoria de Verossimilhança. In: **Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística**, Rio de Janeiro. 1992. 10p.

COX, M. G.; DALTON, M. P.; HARRIS, P. M. **Testing Spreadsheets and others Packages Used in Metrology**: Testing Functions for Linear Regression, Middlesex: National Physical Laboratory – NPL, 2000, 29 p.

COX, M. G; HARRIS, P.M. Design and Use of Reference Data Sets for Testing Scientific Software. **Analytica Chimica Acta**, London, v. 380, p. 339-351, Feb. 1999.

DE CASTRO, M; TIEPPO, S. M. Inferência em um modelo de Regressão com Resposta Binária na Presença de Sobredispersão e Erros de Medição, In **SINAPE**, 17, Caxambu. MG, Jul. 2006.

DEVANARAYAN, V.; STEFANSKI, L. A. Empirical Simulation Extrapolation for Measurement Error Models with Replicate Measurement. **Statistics & Probability Letters**, Madson, v. 59, p. 219-225, Oct. 2002.

DORP, J. R. V.; MAZZUCHI, T. A. A General Bayes Exponential Inference Model for Accelerated Life Testing, **Journal of Statistical Planning and Inference**, Ontario, v. 119, p. 55-74, Jan. 2002.

DORP, J. R. V.; MAZZUCHI, T. A. A General Bayes Weibull Inference Model for Accelerated Life Testing, **Reliability Engineering & System Safety**, Cambridge, v. 90. p. 40-147, Jan. 2004.

ELLEKLAER, M. R.; BISGARD, S. The Use of Experimental Design in the Development of New Product, **International Journal of Quality Science**, Fargo, v. 3, n. 3, p. 254-274, Sep. 1998.

ESCOBAR, I.; VILLA, E.; YAÑES, S. Confiabilidad: Historiam Estado Del Arte y Desafios. **Dyna**, v. 140, p. 5-21. 2003.

FEKETE, E.; LENGYEL, B. Accelerated Testing of Waterborne Coatings. **Progress in Organic Coatings**, Fargo, v. 54, p. 211-215, Nov. 2005.

FLORIANO, E. P. *et al.* Ajuste e Seleção de Modelos Tradicionais para Série Temporal de Dados de Altura de Árvores. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 102, p. 177-199, Jun. 2006.

FREDMAN, L. S. *et al.* A New Method for Dealing with Measurement Error in Exploratory Variables of Regression Models, **Biometrics**, Texas, v. 60, p. 172-181, Mar. 2004.

FREITAS, M. A.; COLOSIMO, E. **Confiabilidade**: Análise de Tempos de Falha e Testes de Vida Acelerados. Primeira Edição Belo Horizonte: Fundação Christiano Ottoni, 1997. 326 p. (Série Feramentas da Qualidade).

GANGULI, B.; STAUDENMAYER, J.; WAND, M. P. Additive Models with Predictors Subject to Measurement Error, **Australian & New Zealand Journal of Statistical**, Brisbane, v. 47, n. 2, p. 193-202, Jun. 2005.

GREENE, W. F.; CAI, J. Measurement Error in Covariate in the Marginal Hazard Model for Multivariate Failure Time, **Biometrics**, Texas, v. 60, p. 987-996, Dec. 2004.

INMETRO. **Guia para a Expressão da Incerteza da Medição**, Terceira Edição Brasileira em Língua Portuguesa – Rio de Janeiro, 2003, 120 p.

KAHN, K. B.; BARCZAK, G.; MOSS, R. Dialogue on Best Practices in New Product Development Perspective Establishing an NPD Best Practices Framework. **Journal of Product Innovation Management**, Philadelphia, v. 23, p. 106-116, Mar. 2006.

KANGAS, A. S. Effect of Errors-in-Variables on Coefficients of a Growth Model and on Prediction of Growth, **Forest Ecology and Management**, Victória, v. 23, p. 203-212, Mar. 1998.

KUCHENHOFF, H.; MWALILI, S. M.; LESAFFRE, E. A General Method for Dealing with Misclassification in Regression: The Misclassification SIMEX. **Biometrics**, Texas, p. 85-96, Mar. 2006.

LAFRAIA, B. R. J. **Manual de Confiabilidade, Manutenibilidade e Disponibilidade**. Primeira Edição Rio de Janeiro: Qualitymark, 2001. 388 p. (Petrobrás).

LAWLESS, J. F. **Statistical Models and Methods for Lifetime Data**, First Edition, New Jersey: John Wiley & Sons, 1982, 580 p.

LECHNER, S.; POHLMEIER, W. Data Masking by Noise Addition and the Estimation of Nonparametric Regression Models, **Jahrbucher Fur Nationalokonomie and Statistik**, Stuttgart, v. 5, n. 225, p. 517-528, Sep. 2005.

LI, Y.; LIN, X. Functional Inference in Frailty Measurement Error Models for Clustered Survival Data Using the IMEX Approach, **Journal of the American Statistical Association**, Alexandria, v. 98, p. 191-203, Mar. 2003.

LI, Y.; LIN, X. Testing the Correlation for Clustered Categorical and Censored Discrete Time-to Event Data when Covariates are measured without/with Errors, **Biometrics**, Texas, v. 59, p. 25-35, Mar. 2005.

LOUZADA NETO, F.; MAZZUCHELLI, F.; ACHAR, J. **Análise de Sobrevivência e Confiabilidade**. Primeira Edição Peru: Monografias Del IMCA, 2002. 107 p.

MACKANE, S. W.; ESCOBAR, L. A.; MEEKER, W. Q. Sample Size and Number of Failure Requirements for Demonstration Tests with Log-Location-Scale Distributions and Failure Censoring. **American Statistical Association and the American Society for Quality**, New Orleans, v. 47, n. 2, p. 182-190, Mar. 2005.

MIYANO, Y.; NAKADA, M.; SEKINE N. Accelerated Testing for Long-term Durability of GFRP Laminates for Marine Use. **Composites Part**, New Orleans, v. 35, part (B), p. 497-502, Apr. 2004.

MONTENEGRO, L. C. C. **Modelo de Efeito Aleatório e Erros de Medida**. 2006. 196 f. Tese - Curso de Ciências, Departamento de Instituto de Matemática e Estatística, USP, São Paulo, 2006.

NELSON, W. Graphical Analysis of Accelerated Life Test Data with a Mix of Failure Modes, **IEEE Transaction on Reliability**, Knoscville, v. 24, p. 103-107, Apr. 1983,

NELSON, W. **Accelerated Testing: Statistical Models, Test Plans and Data Analysis**. Second Edition, New Jersey: John Wiley and Sons, 2004. 601p.

NELSON, W.; KIELPINSKI, T. J. Theory for Optimum Censored Accelerated Life tests for Normal and Lognormal Life Distributions. **Technometrics**, Alexandria, v. 19, n. 1, p. 105-114, Apr. 1976.

O'CONNOR, T. D. P. **Practical Reliability Engineering**, Fourth Edition, New Jersey: John Wiley & Sons, 2004, 513 p.

R Development Core Team (2006). **R: A language and Environment for Statistical Computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>.

ROSA, F. H. F. P; SOLER, J. M. Avaliando Técnicas de normalização para microarrays de cDNA, In **16° Sinape** , Caxambu, MG. Jul. 2004.

RUPPERT D.; CARROLL, R.J. Spatially Adaptive Penalties for Spline Fitting, **Australian & New Zealand Journal of Statistics**, Brisbane, v. 42, p. 205-223, Jun. 2000.

SAMWORTH R.; POORE, H. Understanding past Ocean Circulations: a Nonparametric Regression Case Study, **Statistical Modeling**, Thousand Oaks, v. 5, p. 289- 307, Jun. 2005.

SASSERON, P. L. **Estudo Experimental de Ensaio Acelerado Aplicado a Relés**, 2005, 104p, Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Engenharia

de Produção, Universidade Metodista de Piracicaba - Unimep, Santa Bárbara D'Oeste, 2005.

SINHA, D.; PATRA, K.; DEY, D. K.. Modeling Accelerated Life Test Data by Using a Bayesian Approach. **Journal Royal Statistical Society C**. London, v. 52, n.2, p. 249-259, May. 2003.

SOLOW, A. R. On Fitting a Population Model in the Presence on Observation Error. **Ecological Society of America**, New York, v. 79, n. 4, p. 1463-466, Sep. 1998.

STEFANSKI, L. A.; COOK, J. Simulation Extrapolation: the Measurement Errors Jackknife, **Journal of the American Statistical Association**, Alexandria, v. 90, n. 432, p. 1247-1256, Dec. 1995.

STERL, N. **Power Relays**. First Edition, Vienna: Eh-schrack Components AG, 1997, 141p.

THEIJE S. M.; SANDER, P. C.; BROMBACHER, A. C. Reliability tests to Control Design Quality: a Case Study, **International Journal of Quality & Reliability Management**, Bradford, v. 15, n. 6, p. 599-618, Sep. 1998.

TANG, L. C.; TAN, A. P.; ONG, S. H. Planning Accelerated Life Tests with Tree Constant Stress Level, **Computers & Industrial Engineering**, Portalegre, v. 42, p. 439-446, Sep. 2002.

VASSILIOU, P, METTAS, A. Understanding Accelerated Life – Testing Analysis. In: Annual Reliability and Maintainability Symposium, Seattle, **Proceedings**, Tucson: ReliaSoft Corp., 2002, p. 1-14.

YAP, C. M.; SOUDER, W, E. Factors Influencing New Product Success and Failure in Small Entrepreneurial High-Technology Electronics Firms. **Journal Production Innovation Management**, Philadelphia, v.11, p. 418-432, Nov. 1994.

ZHANG, C. *et al.* Mechanical Component Lifetime Estimation Based on Accelerated Life Testing with Singularity Extrapolation, **Mechanical Systems and Signal Processing**, Haifa, v. 16, n. 4, p. 705-718, Jul. 2002.

WANG, N.; CARROLL, R. J.; LIANG K. Y. Quasilikelihood Estimation in Measurement Error Models with Correlated Replicates, **Biometrics**, Texas, v. 52, p. 401-411, Jun. 1996.

XIE, S. X.; WANG, C. Y.; PRENTICE, R. L. A risk set calibration method for failure time regression by using a covariate reliability sample. **Journal Royal Statistical Society B**, London, v. 63, p. 855-870, Nov. 2001.

## Apêndices

### Apêndice A: Rotina para a Geração dos Dados Completos e Censurados

```

# completos_censurados.r Este script simula dados para o teste da rotina SIMEX,
# segundo Cook e Stefanski, Simulation-Extrapolation in Parametric
# Measurement Error Model, Journal of the American Statistical
# Association, 89(428):1314-1328, (1994). Aqui são simulados seis
# novos conjuntos de dados completos e 18 novos conjuntos de dados
# censurados, a partir de um conjunto de dados reais (Sasseron,
# Estudo Experimental de ensaio Acelerado aplicado a Relés,
# Programa de Pós-graduação em engenharia de Produção-UNIMEP,
# 104p. 2005). Utiliza-se ainda, o fator de extrapolação, de acordo
# com Nelson, Accelerated Testing: statistical model,
# test plan and data analysis, New York: John Wiley & Sons, 2004,
# 601p.

# Início do script

# Implementação
# Maria Célia de Oliveira Papa : 11/01/2007

# Versão 4.0

# Última atualização
# Maria Célia de Oliveira Papa : 30/04/2007

# Dados de entrada
# Dados de Falha testes acelerados, arquivo dadospedro.r
# Dados das condições do teste acelerado, arquivo: condtestepedro.r
# Dados de saída
# Arquivos no formato .r, cujos nomes são formados pela denominação de
# "DadosCompletos" ou "DadosCensurados", o nível de censura, mais o
# valor percentual utilizado para a geração do fator de extrapolação.

# Carga de bibliotecas
require("survival")

# Carrega o arquivo com os dados (tempos de falha e indicação de censura).
ndados = readline("Digite o nome do arquivo de dados:\n")
dados = read.table(ndados, header = TRUE)

# Carrega o arquivo com dados auxiliares (cargas de estresse,
# Número de elementos em cada amostra e desvio padrão das
# incertezas para cada amostra).
ndados.aux = readline("Digite o nome do arquivo com as todas as cargas,
# Variâncias e número de elementos de cada amostra:\n")
dadosaux = read.table(ndados.aux, header = TRUE)

# Leitura do dados de entrada
dados = read.table("dadospedro.r", header = T)
lestresse = -log(dados$estresse)
dadosaux = read.table("condtestepedro.r", header = T)

# Análise convencional
reg = survreg(Surv(dados$falha, dados$censura) ~ lestresse, dist = "lognormal")

# Definição dos percentuais de acréscimo das cargas de estresse originais de
# Sasseron (2005)
ac = c(0,5,10,15,20,25,30)

# Cálculo do vetor de proporção a partir dos percentuais de acréscimo
p = 1+ac/100
# Calculo das novas cargas de estresse a partir dos FE's
ncargas = n.cargas = NULL

```

```

# Interação sobre todos os percentuais de acréscimo
for (i in 1:length(ac))
{
  n.cargas = c(p[i]*dadosaux$carga[-1])
  ncargas = c(ncargas,n.cargas)
}

# Gera nova matriz com as novas cargas de estresse
n.cargas=matrix(ncargas,nrow=length(dadosaux$nElementos[-1]),ncol=length(ac))
lncargas = -log(n.cargas)

# Gera os tempos médios de falha em função de cada nova carga de estresse
media = coef(reg)[[1]]+ coef(reg)[[2]]*lncargas
ds = rep(reg$scale, times=5)
n = c(16,14,11,8)
c = c(0,2,5,8)

#----Dados Completos----
# Simula os novos conjuntos de dados completos
nfalhas = n.falhas = NULL
# Interação para todos os percentuais de acréscimo
for (m in 2:length(ac))
{
  nfalhas=c(mapply(rnorm,n=dadosaux$nElementos[-1],mean=media[,m],sd=ds[-1]))
  n.falhas = c(n.falhas, nfalhas)
}

# Gera a matriz com os tempos de falhas
n_falhas = matrix(n.falhas, nrow = length(dados$falha), ncol = length(ac[-1]))
ord1 = apply(n_falhas[1:n[1],],2,sort)
ord2 = apply(n_falhas[(n[1]+1):(2*n[1]),],2,sort)
ord3 = apply(n_falhas[((2*n[1])+1):(3*n[1]),],2,sort)
ord4 = apply(n_falhas[((3*n[1])+1):(4*n[1]),],2,sort)
falhas_ord = rbind(exp(ord1),exp(ord2),exp(ord3),exp(ord4))
falha = apply(falhas_ord,2,as.integer)

# Gera a matriz com as indicações de censura
censuras = c(rep(1, times = length(n_falhas[,1])))

# Gravação dos dados gerados para todos os percentuais de acréscimo
for (i in 2:length(ac)-1)
{
  falhas = falha[,i]
  dadoscompletos = cbind(falhas, censuras)
  nome <- paste("DadosCompletos",ac[i+1],'.r',sep="")
  sink(nome)
  show(dadoscompletos)
  sink()
}

#----10% de censuras----
# Interação para todos os percentuais de acréscimo
nfalhas = n.falhas = NULL
for (m in 2:length(ac))
{
  nfalhas=c(mapply(rnorm,n=dadosaux$nElementos[-1],mean=media[,m],sd=ds[-1]))
  n.falhas = c(n.falhas, nfalhas)
}

# Gera a matriz com os tempos de falhas
n_falhas = matrix(n.falhas, nrow = length(dados$falha), ncol = length(ac[-1]))
ord1 = apply(n_falhas[1:n[1],],2,sort)
ord2 = apply(n_falhas[(n[1]+1):(2*n[1]),],2,sort)
ord3 = apply(n_falhas[((2*n[1])+1):(3*n[1]),],2,sort)
ord4 = apply(n_falhas[((3*n[1])+1):(4*n[1]),],2,sort)
falhas_ord = rbind(exp(ord1),exp(ord2),exp(ord3),exp(ord4))

cens = ncens = NULL
for(r in 1:6)
{
  cens = c(rep(falhas_ord[n[2],r],times = 2),rep(falhas_ord[((2*n[2])+2),r],
times = 2), rep(falhas_ord[((3*n[2])+4),r], times = 2),
rep(falhas_ord[((4*n[2])+6),r], times = 2))
}

```

```

        ncens = c(ncens,cens)
    }
    ncens = matrix(ncens, nrow = n[4], ncol = length(ac)-1)

# Agrupa os tempos de falha e censura em uma matriz
falha10 = rbind(falhas_ord[1:(n[2]),],ncens[1:(c[2]),],
falhas_ord[((n[2])+3):((2*n[2])+2),],ncens[(c[2]+1):(2*c[2]),],
falhas_ord[((2*n[2])+5):((3*n[2])+4),],ncens[((2*c[2])+1):(3*c[2]),],
falhas_ord[((3*n[2])+7):((4*n[2])+6),],ncens[((3*c[2])+1):(4*c[2]),])
falha = apply(falha10,2,as.integer)

# Gera a matriz com as variáveis indicadoras de censura
a = matrix(1,nrow = n[2]*length(n), ncol = length(ac)-1)
a.c = matrix(0, nrow = c[2]*length(dadosaux$carga[-1]), ncol = length(ac)-1 )
censura = rbind(a[1:n[2],],a.c[1:c[2],],
a[((n[2])+1):(2*n[2]),],a.c[(c[2]+1):(2*c[2]),],
a[((2*n[2])+1):(3*n[2]),],a.c[((2*c[2])+1):(3*c[2]),],
a[((3*n[2])+1):(4*n[2]),],a.c[((3*c[2])+1):(4*c[2]),])

# Gravação dos arquivos de saída
falhas = censuras = NULL
for (i in 2:length(ac)-1)
{
    falhas = falha[,i]
    censuras = censura[,i]
    dadoscensurados10c = cbind(falhas, censuras)
    nome <- paste("DadosCensurados10c",ac[i+1],'.r',sep="")
    sink(nome)
    show(dadoscensurados10c)
    sink()
}

#----30% de censuras----
# Interação para todos os percentuais de acréscimo
nfalhas = n.falhas = NULL
for (m in 2:length(ac))
{
    nfalhas=c(mapply(rnorm,n=dadosaux$nElementos[-1],mean=media[,m],sd=ds[-1]))
    n.falhas = c(n.falhas, nfalhas)
}

# Gera a matriz com os tempos de falhas
n_falhas = matrix(n.falhas, nrow = length(dados$falha), ncol = length(ac)-1))
ord1 = apply(n_falhas[1:n[1],],2,sort)
ord2 = apply(n_falhas[(n[1]+1):(2*n[1]),],2,sort)
ord3 = apply(n_falhas[((2*n[1])+1):(3*n[1]),],2,sort)
ord4 = apply(n_falhas[((3*n[1])+1):(4*n[1]),],2,sort)
falhas_ord = rbind(exp(ord1),exp(ord2),exp(ord3),exp(ord4))

cens = ncens = NULL
for(r in 1:6)
{
    cens = c(rep(falhas_ord[n[3],r],times = c[3]),
rep(falhas_ord[((2*n[3])+5),r],times = c[3]),
rep(falhas_ord[((4*n[3])-1),r], times = c[3]),
rep(falhas_ord[((5*n[3])+4),r], times = c[3]))
    ncens = c(ncens,cens)
}
ncens = matrix(ncens, nrow = c[3]*length(dadosaux$carga[-1]), ncol = length(ac)-1)

# Agrupa os tempos de falha e censura em uma matriz
falha30 = rbind(falhas_ord[1:n[3],],ncens[1:c[3],],
falhas_ord[(n[3]+6):((2*n[3])+5),],ncens[(c[3]+1):(2*c[3]),],
falhas_ord[(3*n[3]):((4*n[3])-1),],ncens[((2*c[3])+1):(3*c[3]),],
falhas_ord[((4*n[3])+5):((5*n[3])+4),],ncens[((3*c[3])+1):(4*c[3]),])
falha = apply(falha30,2,as.integer)

# Gera a matriz com as variáveis indicadoras de censura
a = matrix(1,nrow = n[3]*length(n), ncol = length(ac)-1)
a.c = matrix(0, nrow = c[3]*length(n), ncol = length(ac)-1 )

censura = rbind(a[1:n[3],],a.c[1:c[3],],
a[((n[3])+1):(2*n[3]),],a.c[(c[3]+1):(2*c[3]),],
a[((2*n[3])+1):(3*n[3]),],a.c[((2*c[3])+1):(3*c[3]),],

```

```

a[((3*n[3])+1):(4*n[3]),,a.c[((3*c[3])+1):(4*c[3]),,])

# Gravação dos arquivos de saída
falhas = censuras = NULL
for (i in 2:length(ac)-1)
{
  falhas = falha[,i]
  censuras = censura[,i]
  dadoscensurados30c = cbind(falhas, censuras)
  nome <- paste("DadosCensurados30c",ac[i+1],'.r',sep="")
  sink(nome)
  show(dadoscensurados30c)
  sink()
}

#----50% de censuras----
# Interação para todos os percentuais de acréscimo
nfalhas = n.falhas = NULL
for (m in 2:length(ac))
{
  nfalhas=c(mapply(rnorm,n=dadosaux$nElementos[-1],mean=media[,m],sd=ds[-1]))
  n.falhas = c(n.falhas, nfalhas)
}

# Gera a matriz com os tempos de falhas
n_falhas = matrix(n.falhas, nrow = length(dados$falha), ncol = length(ac[-1]))
ord1 = apply(n_falhas[1:n[1],],2,sort)
ord2 = apply(n_falhas[(n[1]+1):(2*n[1]),],2,sort)
ord3 = apply(n_falhas[((2*n[1])+1):(3*n[1]),],2,sort)
ord4 = apply(n_falhas[((3*n[1])+1):(4*n[1]),],2,sort)
falhas_ord = rbind(exp(ord1),exp(ord2),exp(ord3),exp(ord4))
cens = ncens = NULL
for(r in 1:6)
{
  cens = c(rep(falhas_ord[n[4],r],times = c[4]),
  rep(falhas_ord[(3*n[4]),r],times = c[4]),
  rep(falhas_ord[(5*n[4]),r],times = c[4]),
  rep(falhas_ord[(7*n[4]),r],times = c[4]))
  ncens = c(ncens,cens)
}
ncens=matrix(ncens, nrow = c[4]*length(dadosaux$carga[-1]), ncol = length(ac)-1)

# Agrupa os tempos de falha e censura em uma matriz
falha50 = rbind(falhas_ord[1:n[4],],ncens[1:c[4],],
falhas_ord[((2*n[4])+1):(3*n[4]),],ncens[(c[4]+1):(2*c[4]),],
falhas_ord[((4*n[4])+1):(5*n[4]),],ncens[(2*c[4]+1):(3*c[4]),],
falhas_ord[((6*n[4])+1):(7*n[4]),],ncens[(3*c[4]+1):(4*c[4]),])
falha = apply(falha50,2,as.integer)

# Gera a matriz com as variáveis indicadoras de censura
a = matrix(1,nrow = n[4]*length(n), ncol = length(ac)-1)
a.c = matrix(0, nrow = c[4]*length(n), ncol = length(ac)-1 )
censura = rbind(a[1:n[4],],a.c[1:c[4],],
a[((n[4])+1):(2*n[4]),],a.c[(c[4]+1):(2*c[4]),],
a[((2*n[4])+1):(3*n[4]),],a.c[(2*c[4]+1):(3*c[4]),],
a[((3*n[4])+1):(4*n[4]),],a.c[(3*c[4]+1):(4*c[4]),])

# Grava os arquivos de saída
falhas = censuras = NULL
for (i in 2:length(ac)-1)
{
  falhas = falha[,i]
  censuras = censura[,i]
  dadoscensurados50c = cbind(falhas, censuras)
  nome <- paste("DadosCensurados50c",ac[i+1],'.r',sep="")
  sink(nome)
  show(dadoscensurados50c)
  sink()
}
# Fim da rotina

```

## Apêndice B: Dados Simulados Completos

$n$	Nível de Estresse para $\xi = 1.38$							
	6.73 A		10.18 A		12.76 A		16.8 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	189168	1	152103	1	14350	1	11420	1
2	509218	1	158239	1	22129	1	28548	1
3	543703	1	160927	1	29590	1	46899	1
4	924676	1	191224	1	94627	1	55663	1
5	1412987	1	229111	1	96804	1	57721	1
6	1618111	1	270630	1	119171	1	57873	1
7	2034766	1	321618	1	120356	1	59815	1
8	2049215	1	493650	1	128762	1	74066	1
9	2446843	1	543315	1	189409	1	77343	1
10	2492656	1	555723	1	204571	1	86572	1
11	3008407	1	573776	1	225692	1	143684	1
12	3015552	1	798046	1	305622	1	152196	1
13	3162668	1	967971	1	375274	1	184558	1
14	3348434	1	1163200	1	447870	1	212178	1
15	5214544	1	2390089	1	586685	1	290912	1
16	6394633	1	9790264	1	710303	1	2350466	1

$n$	Nível de Estresse para $\xi = 1.53$							
	7.04 A		10.63 A		13.34 A		17.56 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	255365	1	63903	1	28366	1	13634	1
2	738002	1	88639	1	78655	1	18397	1
3	993420	1	160346	1	93820	1	32515	1
4	993684	1	275044	1	117460	1	37422	1
5	1043438	1	282165	1	119250	1	48120	1
6	1271612	1	307881	1	176944	1	53986	1
7	1277314	1	320843	1	254326	1	68800	1
8	1427430	1	398562	1	259783	1	72698	1
9	2092294	1	403637	1	275986	1	77504	1
10	2838676	1	413648	1	339222	1	80659	1
11	3688999	1	454172	1	402288	1	93373	1
12	3736555	1	555144	1	478564	1	122537	1
13	4182287	1	571245	1	595876	1	214509	1
14	4605286	1	745787	1	599497	1	226864	1
15	4608580	1	772506	1	658706	1	380155	1
16	6605289	1	987733	1	664533	1	542474	1

$n$	Nível de Estresse para $\xi = 1.68$							
	7.96 A		12.03 A		15.08 A		19.85 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	331941	1	106493	1	26871	1	14027	1
2	482944	1	126335	1	32474	1	21618	1
3	616769	1	135054	1	69417	1	30878	1
4	655741	1	155303	1	72245	1	33083	1
5	684721	1	157693	1	73504	1	33672	1
6	720334	1	181571	1	118183	1	39244	1
7	1158889	1	183350	1	134024	1	40326	1
8	1230145	1	231370	1	146657	1	43175	1
9	1711554	1	266449	1	176358	1	63982	1
10	2159445	1	339751	1	219962	1	73632	1
11	2825203	1	406569	1	244031	1	73839	1
12	2827896	1	434169	1	253619	1	105133	1
13	2967763	1	553954	1	465844	1	139184	1
14	3815889	1	701556	1	552383	1	152616	1
15	5486849	1	742360	1	810648	1	203689	1
16	5815289	1	2135028	1	859545	1	343895	1

n	Nível de Estresse para $\xi = 1.85$							
	6.73 A		10.18 A		12.76 A		16.8 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	120391	1	32342	1	37421	1	3026	1
2	147417	1	34606	1	99687	1	12466	1
3	448259	1	51636	1	141140	1	38572	1
4	698506	1	101320	1	152782	1	38956	1
5	726493	1	102362	1	200224	1	39023	1
6	879728	1	103831	1	234635	1	44912	1
7	1.015539	1	162020	1	237092	1	45719	1
8	1017782	1	298836	1	266812	1	66797	1
9	1407501	1	300648	1	272057	1	67657	1
10	1845067	1	306530	1	293104	1	79668	1
11	1872039	1	337774	1	305704	1	98925	1
12	1941927	1	356463	1	347388	1	107135	1
13	2013592	1	373782	1	415083	1	110194	1
14	2200250	1	434836	1	479389	1	111839	1
15	2938980	1	1390507	1	552992	1	155446	1
16	11206813	1	8402854	1	1990228	1	587553	1

n	Nível de Estresse para $\xi = 2$							
	7.04 A		10.63 A		13.34 A		17.56 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	107218	1	34847	1	22519	1	13.684	1
2	292763	1	75787	1	33720	1	19833	1
3	343854	1	113022	1	38464	1	27021	1
4	416715	1	226336	1	55472	1	35657	1
5	612976	1	269281	1	62724	1	37037	1
6	635176	1	309187	1	84325	1	40123	1
7	700423	1	407074	1	92308	1	43365	1
8	963211	1	426211	1	94292	1	44969	1
9	1019508	1	464492	1	101694	1	50464	1
10	1147767	1	693246	1	101719	1	51039	1
11	1181901	1	736638	1	163524	1	52889	1
12	1229354	1	981135	1	170877	1	72620	1
13	1475292	1	1021277	1	188976	1	76001	1
14	1629733	1	1105866	1	251565	1	79087	1
15	1816609	1	1628769	1	276430	1	79554	1
16	2152591	1	2040932	1	386751	1	193697	1

### Apêndice C: Dados Simulados com Censura

Dados com 10% de censura

n	Nível de Estresse para $\xi = 1.25$							
	6.73 A		10.18 A		12.76 A		16.8 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	412392	1	218865	1	52094	1	31177	1
2	565146	1	352681	1	56229	1	32998	1
3	1422571	1	435705	1	130739	1	41986	1
4	1465268	1	488388	1	156558	1	42075	1
5	2033220	1	549760	1	209001	1	65713	1
6	2153126	1	553265	1	260142	1	104148	1
7	2174907	1	578745	1	274218	1	147750	1
8	2487915	1	778968	1	308262	1	154242	1
9	2657787	1	825156	1	365606	1	155489	1
10	2879264	1	979252	1	394504	1	195531	1
11	2944407	1	1167991	1	397663	1	195923	1
12	3604394	1	1206256	1	425301	1	203062	1
13	3894393	1	1661888	1	494278	1	266167	1
14	4169254	1	2683517	1	820261	1	402211	1
15	4169254	0	2683517	0	820261	0	402211	0
16	4169254	0	2683517	0	820261	0	402211	0

n	Nível de Estresse para $\xi = 1.38$							
	7.04 A		10.63 A		13.34 A		17.56 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	336687	1	99231	1	35.801	1	28814	1
2	510422	1	10383	1	55703	1	30261	1
3	598697	1	208146	1	77125	1	35807	1
4	1593561	1	208961	1	123833	1	36420	1
5	1636360	1	251665	1	126023	1	44125	1
6	1905818	1	319217	1	127772	1	49274	1
7	2091494	1	329762	1	158418	1	49721	1
8	2241760	1	343331	1	210056	1	63521	1
9	2878564	1	757184	1	238301	1	66529	1
10	3782588	1	783321	1	249694	1	68408	1
11	6952878	1	912332	1	249719	1	93149	1
12	7245480	1	940681	1	327907	1	488039	1
13	12198730	1	1010354	1	374465	1	611159	1
14	13112237	1	1177552	1	791490	1	1384975	1
15	13112237	0	1177552	0	791490	0	1384975	0
16	13112237	0	1177552	0	791490	0	1384975	0

n	Nível de Estresse para $\xi = 1.53$							
	7.34 A		11.10 A		13.92 A		18.32 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	590218	1	29981	1	9862	1	14635	1
2	647455	1	63603	1	46171	1	20787	1
3	665307	1	145892	1	52123	1	24060	1
4	1138666	1	250352	1	63930	1	24959	1
5	1178109	1	259414	1	67654	1	56190	1
6	1281883	1	261463	1	155924	1	57611	1
7	1627360	1	338992	1	156973	1	61482	1
8	2023352	1	382105	1	200420	1	65269	1
9	2426480	1	434687	1	176451	1	66579	1
10	2964438	1	905661	1	205401	1	68721	1
11	3106000	1	1177552	1	388608	1	90506	1
12	3957616	1	1353676	1	604710	1	111817	1
13	6453916	1	1480666	1	791490	1	118206	1
14	13112237	1	2160010	1	1271038	1	1384975	1
15	13112237	0	2160010	0	1271038	0	1384975	0
16	13112237	0	2160.010	0	1271038	0	1384975	0

n	Nível de Estresse para $\xi = 1.68$							
	6.73 A		10.18 A		12.76 A		16.8 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	117444	1	128104	1	49841	1	4.095	1
2	180281	1	153294	1	61012	1	22294	1
3	260490	1	159280	1	64556	1	29259	1
4	437485	1	169101	1	88712	1	31129	1
5	829651	1	192126	1	126076	1	33149	1
6	944338	1	194704	1	136086	1	34261	1
7	1097.010	1	239096	1	143575	1	38246	1
8	1380956	1	251894	1	152740	1	38962	1
9	1818273	1	305616	1	273648	1	65273	1
10	3061245	1	638659	1	325116	1	78938	1
11	3195338	1	714631	1	326754	1	94021	1
12	3822785	1	853899	1	326980	1	101367	1
13	5727112	1	965641	1	427575	1	203387	1
14	9284337	1	999439	1	599740	1	252862	1
15	9284337	0	999439	0	599740	0	252862	0
16	9284337	0	999439	0	599740	0	252862	0

n	Nível de Estresse para $\xi = 1.85$							
	7.04 A		10.63 A		13.34 A		17.56 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	230.857	1	142751	1	43846	1	9599	1
2	429354	1	153206	1	51613	1	18184	1
3	501777	1	228302	1	66636	1	26285	1
4	696397	1	240959	1	75658	1	30400	1
5	795770	1	257111	1	92578	1	31341	1
6	800824	1	258967	1	94894	1	37416	1
7	905982	1	259452	1	103964	1	43009	1
8	1014460	1	275739	1	109898	1	48691	1
9	1162606	1	379309	1	116345	1	51382	1
10	1377801	1	437742	1	128071	1	59730	1
11	3455393	1	554540	1	140523	1	102118	1
12	4624209	1	566616	1	193295	1	196381	1
13	5559548	1	1219997	1	282797	1	261852	1
14	9497128	1	1612868	1	469157	1	416638	1
15	9497128	0	1612868	0	469157	0	416638	0
16	9497128	0	1612868	0	469157	0	416638	0

n	Nível de Estresse para $\xi = 2$							
	7.34 A		11.10 A		13.92 A		18.32 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	321915	1	54758	1	43728	1	7432	1
2	345070	1	102962	1	49613	1	18382	1
3	554884	1	103345	1	78781	1	18605	1
4	573226	1	113060	1	91091	1	18914	1
5	634645	1	139933	1	122258	1	21253	1
6	701874	1	221616	1	123226	1	24957	1
7	710813	1	246337	1	129329	1	26133	1
8	980769	1	347329	1	133701	1	27058	1
9	1090464	1	363751	1	157188	1	61653	1
10	1323362	1	501869	1	176416	1	68403	1
11	1959372	1	611919	1	207958	1	68610	1
12	3323905	1	638274	1	237134	1	107712	1
13	4333895	1	1689685	1	282372	1	123075	1
14	5287700	1	1998084	1	371328	1	175173	1
15	5287700	0	1998084	0	371328	0	175173	0
16	5287700	0	1998084	0	371328	0	175173	0

## Dados com 30% de censuras

n	Nível de Estresse para $\xi = 1.25$							
	6.73 A		10.18 A		12.76 A		16.8 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	950408	1	124834	1	121622	1	22965	1
2	1107196	1	188298	1	139610	1	38957	1
3	1158355	1	192141	1	194946	1	57974	1
4	1169406	1	266286	1	200873	1	72746	1
5	1861451	1	534776	1	215709	1	86784	1
6	2368528	1	600696	1	229966	1	100290	1
7	2493124	1	712724	1	312443	1	125771	1
8	3345948	1	807034	1	422281	1	136384	1
9	3757508	1	966185	1	459704	1	325315	1
10	4161205	1	2225981	1	493167	1	1.003894	1
11	8165206	1	3081302	1	872616	1	1785354	1
12	8165206	0	3081302	0	872616	0	1785354	0
13	8165206	0	3081302	0	872616	0	1785354	0
14	8165206	0	3081302	0	872616	0	1785354	0
15	8165206	0	3081302	0	872616	0	1785354	0
16	8165206	0	3081302	0	872616	0	1785354	0

n	Nível de Estresse para $\xi = 1.38$							
	7.04 A		10.63 A		13.34 A		17.56 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	325453	1	53681	1	22424	1	18719	1
2	374404	1	109.953	1	45989	1	25888	1
3	681272	1	174936	1	127386	1	34875	1
4	692935	1	261021	1	178213	1	61556	1
5	1074000	1	279692	1	227622	1	66479	1
6	1201269	1	296584	1	268159	1	70061	1
7	1567002	1	332367	1	385193	1	70582	1
8	2537622	1	398888	1	416281	1	176364	1
9	3002823	1	729799	1	448990	1	193152	1
10	3196229	1	806717	1	590628	1	247369	1
11	4666352	1	840962	1	845958	1	293246	1
12	4666352	0	840962	0	845958	0	293246	0
13	4666352	0	840962	0	845958	0	293246	0
14	4666352	0	840962	0	845958	0	293246	0
15	4666352	0	840962	0	845958	0	293246	0
16	4666352	0	840962	0	845958	0	293246	0

n	Nível de Estresse para $\xi = 1.53$							
	7.34 A		11.10 A		13.92 A		18.32 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	637564	1	53292	1	30320	1	26645	1
2	885252	1	113131	1	122661	1	44160	1
3	1270058	1	162951	1	140100	1	48572	1
4	1472100	1	192665	1	167580	1	75754	1
5	2220842	1	197665	1	182812	1	79979	1
6	2297503	1	349094	1	199088	1	80898	1
7	2329781	1	441808	1	204609	1	108874	1
8	2658951	1	457894	1	302355	1	140138	1
9	2967803	1	487609	1	409635	1	151559	1
10	3598494	1	774286	1	850209	1	166360	1
11	7059893	1	2343227	1	1489310	1	234641	1
12	7059893	0	2343227	0	1489310	0	234641	0
13	7059893	0	2343227	0	1489310	0	234641	0
14	7059893	0	2343227	0	1489310	0	234641	0
15	7059893	0	2343227	0	1489310	0	234641	0
16	7059893	0	2343227	0	1489310	0	234641	0

n	Nível de Estresse para $\xi = 1.68$							
	6.73 A		10.18 A		12.76 A		16.8 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	220135	1	89.286	1	9646	1	9530	1
2	413637	1	23221	1	74387	1	22127	1
3	697539	1	237749	1	123694	1	42016	1
4	789895	1	303171	1	166726	1	86929	1
5	1833192	1	309793	1	167209	1	114269	1
6	2104315	1	397721	1	170027	1	117761	1
7	2111253	1	405845	1	200787	1	129581	1
8	2677483	1	411556	1	214383	1	177960	1
9	3330700	1	415819	1	273670	1	188967	1
10	7174859	1	450500	1	330715	1	198763	1
11	8816704	1	511899	1	468898	1	241610	1
12	8816704	0	511899	0	468898	0	241610	0
13	8816704	0	511899	0	468898	0	241610	0
14	8816704	0	511899	0	468898	0	241610	0
15	8816704	0	511899	0	468898	0	241610	0
16	8816704	0	511899	0	468898	0	241610	0

n	Nível de Estresse para $\xi = 1.85$							
	7.04 A		10.63 A		13.34 A		17.56 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	360496	1	78920	1	63894	1	5841	1
2	379686	1	141907	1	74.246	1	6901	1
3	526326	1	270942	1	74707	1	21921	1
4	649148	1	302213	1	76678	1	44844	1
5	930531	1	324132	1	90708	1	51372	1
6	1308904	1	344634	1	115835	1	72280	1
7	1560393	1	353157	1	121296	1	72824	1
8	1595943	1	356526	1	238211	1	97096	1
9	2064630	1	505971	1	279672	1	171553	1
10	3821155	1	796284	1	281877	1	226916	1
11	13630060	1	912925	1	394251	1	465359	1
12	13630060	0	912925	0	394251	0	465359	0
13	13630060	0	912925	0	394251	0	465359	0
14	13630060	0	912925	0	394251	0	465359	0
15	13630060	0	912925	0	394251	0	465359	0
16	13630060	0	912925	0	394251	0	465359	0

n	Nível de Estresse para $\xi = 2$							
	7.34 A		11.10 A		13.92 A		18.32 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	120980	1	37636	1	37762	1	6877	1
2	223953	1	56602	1	76297	1	15063	1
3	409227	1	165244	1	77178	1	21040	1
4	569833	1	188400	1	109018	1	21934	1
5	954737	1	192249	1	109048	1	32415	1
6	1040720	1	200042	1	157665	1	39859	1
7	1593614	1	306689	1	201072	1	43807	1
8	1732647	1	331769	1	205792	1	58610	1
9	2504433	1	534517	1	261439	1	92628	1
10	2818012	1	842271	1	334447	1	95043	1
11	4203551	1	2387169	1	684555	1	170154	1
12	4203551	0	2387169	0	684555	0	170154	0
13	4203551	0	2387169	0	684555	0	170154	0
14	4203551	0	2387169	0	684555	0	170154	0
15	4203551	0	2387169	0	684555	0	170154	0
16	4203551	0	2387169	0	684555	0	170154	0

## Dados com 50% de censuras

n	Nível de Estresse para $\xi = 1.38$							
	7.04 A		10.63 A		13.34 A		17.56 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	619514	1	97178	1	39369	1	27355	1
2	848173	1	106139	1	174990	1	35058	1
3	892485	1	224832	1	297222	1	72990	1
4	976191	1	716275	1	618438	1	73953	1
5	1573242	1	1234448	1	656796	1	98957	1
6	2032956	1	1277334	1	719122	1	136058	1
7	2625278	1	1916702	1	745248	1	145017	1
8	3272742	1	2063984	1	2043772	1	152855	1
9	3272742	0	2063984	0	2043772	0	152855	0
10	3272742	0	2063984	0	2043772	0	152855	0
11	3272742	0	2063984	0	2043772	0	152855	0
12	3272742	0	2063984	0	2043772	0	152855	0
13	3272742	0	2063984	0	2043772	0	152855	0
14	3272742	0	2063984	0	2043772	0	152855	0
15	3272742	0	2063984	0	2043772	0	152855	0
16	3272742	0	2063984	0	2043772	0	152855	0

n	Nível de Estresse para $\xi = 1.53$							
	7.34 A		11.10 A		13.92 A		18.32 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	659701	1	81877	1	34896	1	33942	1
2	1313901	1	152089	1	45504	1	54431	1
3	1504164	1	166203	1	126139	1	85472	1
4	1950335	1	194889	1	156521	1	89620	1
5	3182148	1	234134	1	334329	1	139176	1
6	5225519	1	235954	1	376397	1	245414	1
7	7409646	1	670020	1	472952	1	356002	1
8	7715138	1	1981230	1	555990	1	508369	1
9	7715138	0	1981230	0	555990	0	508369	0
10	7715138	0	1981230	0	555990	0	508369	0
11	7715138	0	1981230	0	555990	0	508369	0
12	7715138	0	1981230	0	555990	0	508369	0
13	7715138	0	1981230	0	555990	0	508369	0
14	7715138	0	1981230	0	555990	0	508369	0
15	7715138	0	1981230	0	555990	0	508369	0
16	7715138	0	1981230	0	555990	0	508369	0

n	Nível de Estresse para $\xi = 1.68$							
	6.73 A		10.18 A		12.76 A		16.8 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	180393	1	23185	1	44448	1	14972	1
2	357548	1	245548	1	108387	1	27888	1
3	887275	1	373426	1	113895	1	32182	1
4	1227454	1	382724	1	120912	1	34684	1
5	2371052	1	449400	1	131517	1	39890	1
6	2680698	1	461780	1	243739	1	88258	1
7	3136056	1	609113	1	519543	1	118110	1
8	4763702	1	1776849	1	1336320	1	118793	1
9	4763702	0	1776849	0	1336320	0	118793	0
10	4763702	0	1776849	0	1336320	0	118793	0
11	4763702	0	1776849	0	1336320	0	118793	0
12	4763702	0	1776849	0	1336320	0	118793	0
13	4763702	0	1776849	0	1336320	0	118793	0
14	4763702	0	1776849	0	1336320	0	118793	0
15	4763702	0	1776849	0	1336320	0	118793	0
16	4763702	0	1776849	0	1336320	0	118793	0

n	Nível de Estresse para $\xi = 1.85$							
	7.04 A		10.63 A		13.34 A		17.56 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	168260	1	72565	1	10858	1	12557	1
2	378427	1	91956	1	35436	1	34954	1
3	512666	1	97245	1	50324	1	45222	1
4	921020	1	177161	1	74106	1	46333	1
5	1075952	1	180216	1	85380	1	50495	1
6	2756644	1	333205	1	114534	1	98798	1
7	3016385	1	591093	1	152711	1	144670	1
8	4205988	1	927685	1	413809	1	174592	1
9	4205988	0	927685	0	413809	0	174592	0
10	4205988	0	927685	0	413809	0	174592	0
11	4205988	0	927685	0	413809	0	174592	0
12	4205988	0	927685	0	413809	0	174592	0
13	4205988	0	927685	0	413809	0	174592	0
14	4205988	0	927685	0	413809	0	174592	0
15	4205988	0	927685	0	413809	0	174592	0
16	4205988	0	927685	0	413809	0	174592	0

n	Nível de Estresse para $\xi = 2$							
	7.34 A		11.10 A		13.92 A		18.32 A	
	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$	Ciclos	$\delta$
1	460183	1	60423	1	16453	1	22125	1
2	746794	1	77589	1	64108	1	22983	1
3	835063	1	194248	1	65374	1	53590	1
4	910708	1	329488	1	71933	1	65501	1
5	1729044	1	410716	1	91895	1	75198	1
6	2597941	1	591741	1	198202	1	104155	1
7	3014556	1	715036	1	267954	1	121297	1
8	4948020	1	1664619	1	589880	1	155747	1
9	4948020	0	1664619	0	589880	0	155747	0
10	4948020	0	1664619	0	589880	0	155747	0
11	4948020	0	1664619	0	589880	0	155747	0
12	4948020	0	1664619	0	589880	0	155747	0
13	4948020	0	1664619	0	589880	0	155747	0
14	4948020	0	1664619	0	589880	0	155747	0
15	4948020	0	1664619	0	589880	0	155747	0
16	4948020	0	1664619	0	589880	0	155747	0

### Apêndice D: Gráficos de B10 e MTTF do Teste para Níveis de Censura

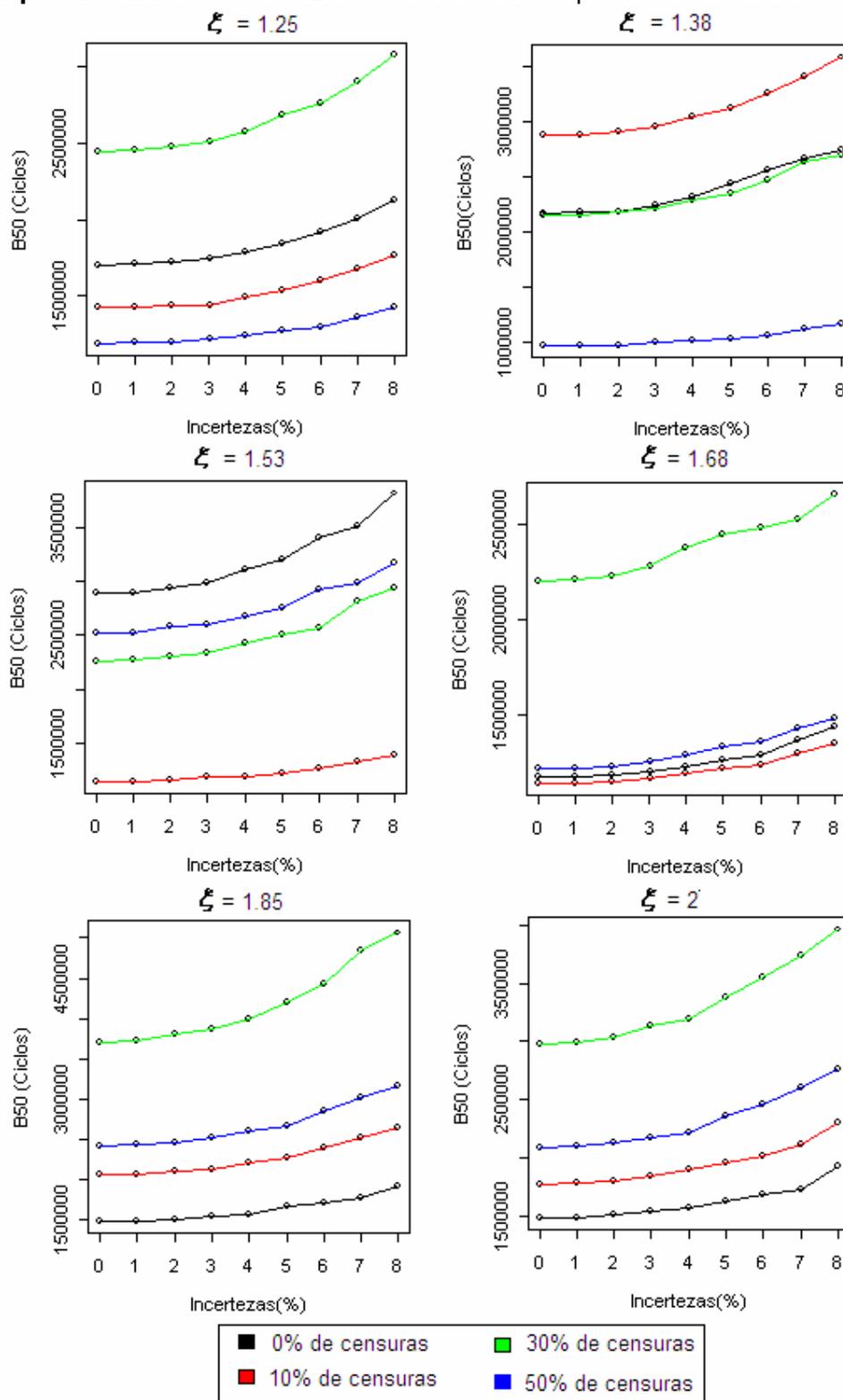


FIGURA 16: INFLUÊNCIA DOS NÍVEIS DE CENSURA NAS ESTIMATIVAS DE  $B_{10}$

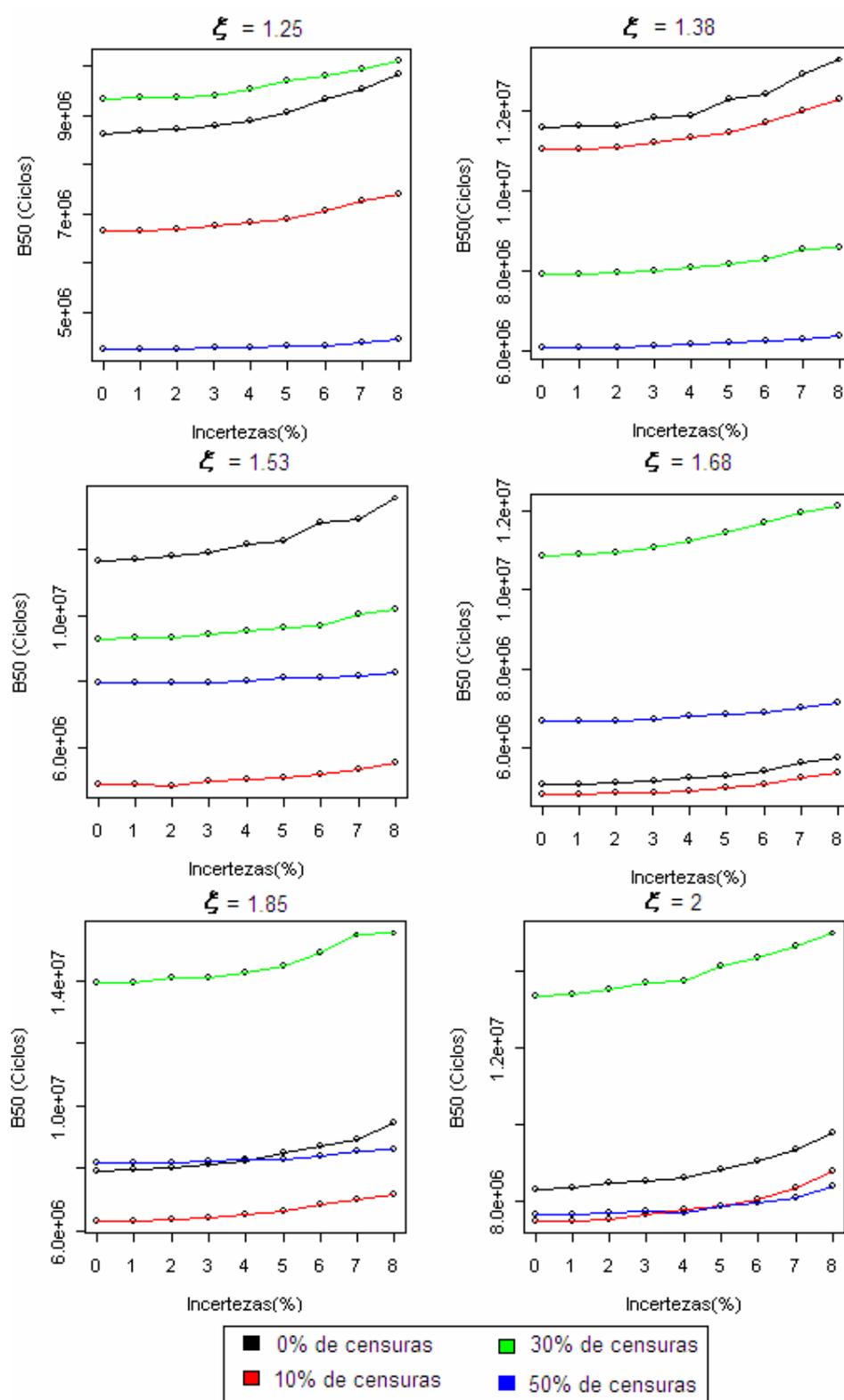


FIGURA 17: INFLUÊNCIA DOS NÍVEIS DE CENSURA NAS ESTIMATIVAS DO MTTF

## Apêndice E: Rotina SIMEX

```

# SimexV3.r Este script implementa o método SIMEX segundo Cook e Stefanski,
# Journal of the American Statistical Association, 89(428):1314-
# 1328, (1994). Ele é utilizado para análise do efeito das incertezas
# nas variáveis de estresse em ensaios acelerados.
# Na sua versão atual é indicado para utilização do modelo de
# Regressão Potência Inversa-log-normal.

# Implementação
# Maria Célia de Oliveira Papa : 11/01/2007

# Versão 3.0

# Última atualização
# Maria Célia de Oliveira Papa : 23/04/2007

# Dados de entrada (nome de arquivos gerados via teclado)
# Dados de Falha testes acelerados, arquivo DadosFalhasPedro.r
# Dados das condições do teste acelerado, arquivo: CondTestePedro.r

# Dados de saída
# Arquivo com todos os resultados numéricos, composto por "res_",
# "nome do arquivo com os tempos de falhas", "nome do arquivo com as
# condições do teste" e a extensão ".txt".
# Quatro arquivos gráficos, um contendo todos os gráficos SIMEX
# dos parâmetros do modelo, cujo nome do arquivo é composto por
# "GRÁFICOS_", "nome do arquivo com os tempos de falhas", "nome
# do arquivo com as condições do teste" e a extensão ".bmp".
# Os outros três gráficos contêm individualmente os gráficos SIMEX dos
# parâmetros. O nome deste arquivo é composto pelo "nome do parâmetro_",
# "nome do arquivo com os tempos de falhas", "nome
# do arquivo com as condições do teste" e a extensão ".bmp".

# INÍCIO

# Elimina todos os objetos anteriores do ambiente
rm(list=ls())
# Carrega a biblioteca usada para a regressão de sobrevivência
require("survival")
# Carrega a biblioteca de estatística básica
require("stats")
# Carrega a biblioteca para a apresentação dos dados
require("methods")
# Carrega a biblioteca gráfica
require("grDevices")

# Carrega o arquivo com os dados (tempos de falha e indicação de censura).
# ndados = "DadosFalhasPedro.txt"
ndados = readline("Digite o nome do arquivo de dados:\n")
dados = read.table(ndados, header = TRUE)
# Particiona o arquivo de dados e nomeia as variáveis.
y = dados$falhas
censura = dados$censuras

# Carrega o arquivo com dados auxiliares (cargas de estresse,
# Número de elementos em cada amostra e desvio padrão das
# incertezas para cada amostra).
ndados.aux = readline("Digite o nome do arquivo com as todas as cargas,
# Variâncias e número de elementos de cada amostra:\n")
dados.aux = read.table(ndados.aux, header = TRUE)
# Particiona arquivo com os dados auxiliares e nomeia as variáveis
nE = dados.aux$nElementos
carga = dados.aux$carga
lcarga = -log(carga)
dp = dados.aux$desvpad
# Gera o conjunto de dados para o passo de simulação do SIMEX e para as
# estimativas de tempos de falha
cargas = mapply(rep, carga[-1], nE[-1])
lcargas = as.vector(-log(cargas))

```

```

# DADOS PARA A IMPLEMENTAÇÃO DO SIMEX
lambda = seq(0,2,length=10)# Valores de lambda para a simulação
nlambda = length(lambda)# Número de elementos de lambda
lambdal = c(-1,lambda)# Valores de lambda para a Extrapolação
B=1000 # número de simulações SIMEX
# Modelo de regressão para estimativa dos parâmetros
modelo.naive = survreg(Surv(y, censura)~ lcargas, dist = "lognormal")
# Número de parâmetros do modelo de regressão
ncoef = length(coef(modelo.naive)) + length(modelo.naive$scale)
nome.par = list("alfa","beta","sigma")# nome para os parâmetros
theta = matrix()
theta.todos = vector(mode = "list", nlambda)
var.exp = list()

# Dados para a geração dos gráficos
fx<-range(-1,0,lambda)# determinação da escala de x (lambdas)
nf <- layout(rbind(c(0,1,1,0), c(2,2,3,3)))# lay out da janela gráfica
par(mai=c(0.9,0.85,0.10,0.10))# Margens inf., esq, sup e dir(em pol.)

# SIMEX (Passo de simulação)
alfa = beta = sigma = NULL
for (m in 1:length(lambda))
{
  variancia.est = matrix(0, ncol = ncoef, nrow = ncoef)
  alfaux = betaux = sigmaux = NULL
  for (b in 1:B)
  {
    U = mapply(rnorm, n = nE[-1], mean = 0, sd = dp[-1])
    xsim = cargas + (sqrt(lambda[m])*U)
    lxsim = -log(xsim)
    lxsimv = as.vector(lxsim, mode = "numeric")
    modelo=survreg(Surv(y,censura) ~ lxsimv, dist = "lognormal")
    sigmaux=c(sigmaux,modelo$scale[[1]])
    alfaux=c(alfa,coef(modelo)[[1]])
    betaux=c(betaux,coef(modelo)[[2]])
    theta = matrix(c(alfa, betaux,sigmaux),ncol=ncoef)
    variancia.est = variancia.est + vcov(modelo)
  }
  alfa=c(alfa,mean(alfa))
  beta=c(beta,mean(beta))
  sigma=c(sigma,mean(sigma))
  theta.todos[[m]] = theta
  variancia.est = variancia.est/B
  s2 = cov(theta)
  var.exp[[m]]=variancia.est-s2
}

# Valores estimados para os parâmetros em função de lambda
estimativas = cbind(alfa,beta,sigma)

# Estimativa da variância SIMEX pelo método jackknife
variancia.jackknife = matrix(unlist(var.exp), ncol = ncoef^2, byrow = TRUE)
extrapolação.variancia = lm(variancia.jackknife ~ lambda + I(lambda^2))
variancia.jackknife2 = vector("numeric", ncoef^2)
variancia.jackknife2 = predict(extrapolação.variancia,
newdata = data.frame(lambda = -1))
variancia.jackknife = rbind(variancia.jackknife2, variancia.jackknife)
variancia.jackknife.lambda = cbind(c(-1, lambda), variancia.jackknife)
variancia.jackknife = matrix(variancia.jackknife[1,], nrow = ncoef,
ncol= ncoef, byrow = TRUE)
dimnames(variancia.jackknife) = list(nome.par, nome.par)

# SIMEX (Passo de extrapolação)

# EXTRAPOLAÇÃO LINEAR
extrapolação1.alfa <- lm(alfa ~ lambda)
alfa.estimadolin = predict(extrapolação1.alfa,
newdata = data.frame(lambda=lambdal), interval="confidence")
extrapolação1.beta <- lm(beta ~ lambda)
beta.estimadolin = predict(extrapolação1.beta,
newdata=data.frame(lambda=lambdal), interval = "confidence")
extrapolação1.sigma <- lm(sigma ~ lambda)

```

```

sigma.estimadolin = predict(extrapolaçãool.sigma,
newdata=data.frame(lambda=lambdal), interval = "confidence")
lin = cbind(alfa.estimadolin[,1],beta.estimadolin[,1],sigma.estimadolin[,1])
lin.final = cbind(lambdal, lin)

# Valores de R-Quadrado para a extrapolação linear
alfa.l=summary(extrapolaçãool.alfa)
R.alfalinear = alfa.l$r.squared
beta.l=summary(extrapolaçãool.beta)
R.betalinear = beta.l$r.squared
sigma.l = summary(extrapolaçãool.sigma)
R.sigmalinear = sigma.l$r.squared

# EXTRAPOLAÇÃO QUADRÁTICA PARA O SIMEX
extrapolaçãoq.alfa <- lm(alfa ~ lambda + I(lambda ^ 2))
alfa.estimadoq = predict(extrapolaçãoq.alfa,
newdata=data.frame(lambda=lambdal), interval="confidence")
extrapolaçãoq.beta <- lm(beta ~ lambda + I(lambda ^ 2))
beta.estimadoq = predict(extrapolaçãoq.beta,
newdata=data.frame(lambda=lambdal), interval = "confidence")
extrapolaçãoq.sigma <- lm(sigma ~ lambda + I(lambda ^ 2))
sigma.estimadoq = predict(extrapolaçãoq.sigma,
newdata=data.frame(lambda=lambdal), interval = "confidence")
quad = cbind(alfa.estimadoq[,1], beta.estimadoq[,1], sigma.estimadoq[,1])
quad.final = cbind(lambdal, quad)

# Valores de R-Quadrado para a extrapolação quadrática
alfa.q=summary(extrapolaçãoq.alfa)
R.alfaquadr = alfa.q$r.squared
beta.q =summary(extrapolaçãoq.alfa)
R.betaquadr = beta.q$r.squared
sigma.q=summary(extrapolaçãoq.sigma)
R.sigmaquadr = sigma.q$r.squared

# GRÁFICOS INDIVIDUAIS
# ALFA
bmp(paste("ALFA", ndados, ndados.aux, "bmp", sep = "."))
par(lwd = 2)
par(font.axis=2)
par(font.sub = 2)
par(font.lab = 2)
par(font.main = 2)
yinf.al = min(lin[,1])
ysup.al = max(lin[,1])
yinf.aq = min(quad[,1])
ysup.aq = max(quad[,1])
plot(lambda, alfa, xlim=fx, ylim=range(max(yinf.al, yinf.aq),
max(ysup.al, ysup.aq)), xlab=expression(lambda), ylab=expression(alpha), pch=2,
main = expression(ALFA))# Plota os resultado da simulação sigma x lambda
abline(v=0, lty=3)
lines(lambdal, lin[,1], col="red")
lines(lambdal, quad[,1], col="blue", lty = 2)
par(xpd = T)
legend("topright", c("linear","quadrática"), col = c("red", "blue"), lwd = 3,
lty = c(1,2), bty = "n")
dev.off()

# BETA
bmp(paste("BETA", ndados, ndados.aux, "bmp", sep = "."))
par(lwd = 2)
par(font.axis=2)
par(font.sub = 2)
par(font.lab = 3)
par(font.main = 2)
yinf.bl = min(lin[,2])
ysup.bl = max(lin[,2])
yinf.bq = min(quad[,2])
ysup.bq = max(quad[,2])
plot(lambda, beta, xlim=fx, ylim=range(max(yinf.bl, yinf.bq),
max(ysup.bl, ysup.bq)), xlab=expression(lambda), ylab=expression(beta), pch=2,
main = expression(BETA))# Plota os resultado da simulação sigma x lambda
abline(v=0, lty=3)
lines(lambdal, lin[,2], col="red")
lines(lambdal, quad[,2], col="blue", lty = 2)

```

```

par(xpd = T)
legend("topright", c("linear","quadrática"),col = c("red", "blue"), lwd = 3,
lty = c(1,2), bty = "n")
dev.off()

# SIGMA
bmp(paste("SIGMA", ndados, ndados.aux, "bmp", sep = "."))
par(lwd = 2)
par(font.axis=2)
par(font.sub = 2)
par(font.lab = 2)
par(font.main = 2)
yinf.sl = min(lin[,3])
ysup.sl = max(lin[,3])
yinf.sq = min(quad[,3])
ysup.sq = max(quad[,3])
plot(lambda,sigma, xlim=fx,ylim=range( max(yinf.sl,yinf.sq),
max(ysup.sl, ysup.sq)),xlab=expression(lambda),ylab=expression(sigma),pch=2,
main = expression(SIGMA))# Plota os resultado da simulação sigma x lambda
abline(v=0,lty=3)
lines(lambdal, lin[,3], col="red")
lines(lambdal, quad[,3], col="blue", lty = 2)
par(xpd = T)
legend("topleft", c("linear","quadrática"),col = c("red", "blue"), lwd = 3,
lty = c(1,2), bty = "n")
dev.off()

# -----

# GRÁFICOS CONJUNTOS
# ALFA
bmp(paste("GRÁFICOS", ndados, ndados.aux, "bmp", sep = "."))
par(lwd = 2)
par(font.axis=2)
par(font.sub = 2)
par(font.lab = 2)
par(font.main = 2)
nf = layout(rbind(c(0,1,1,0), c(2,2,3,3)))
par(mai=c(0.9,0.85,0.10,0.10))
plot(lambda,alfa, xlim=fx, ylim=range(max(yinf.al,yinf.aq),
max(ysup.al, ysup.aq)),xlab=expression(lambda),ylab=expression(alpha),pch=2,
main = expression(ALFA))# Plota os resultado da simulação sigma x lambda
abline(v=0,lty=3)
lines(lambdal, lin[,1], col="red")
lines(lambdal, quad[,1], col="blue", lty = 2)
par(xpd = T)
legend("topright", c("linear","quadrática"),col = c("red", "blue"), lwd = 2,
lty = c(1,2), bty = "n")

# BETA
plot(lambda,beta, xlim=fx,ylim=range(max(yinf.bl, yinf.bq),
max(ysup.bl, ysup.bq)),xlab=expression(lambda),ylab=expression(beta),pch=2,
main = expression(BETA))# Plota os resultado da simulação sigma x lambda
abline(v=0,lty=3)
lines(lambdal, lin[,2], col="red")
lines(lambdal, quad[,2], col="blue", lty = 2)
par(xpd = T)
legend("topright", c("linear","quadrática"),col = c("red", "blue"), lwd = 2,
lty = c(1,2), bty = "n")

# SIGMA
plot(lambda,sigma, xlim=fx,ylim=range( max(yinf.sl,yinf.sq),
max(ysup.sl, ysup.sq)),xlab=expression(lambda),ylab=expression(sigma),pch=2,
main = expression(SIGMA))# Plota os resultado da simulação sigma x lambda
abline(v=0,lty=3)
lines(lambdal, lin[,3], col="red")
lines(lambdal, quad[,3], col="blue", lty = 2)
par(xpd = T)
legend("topleft", c("linear","quadrática"),col = c("red", "blue"), lwd = 2,
lty = c(1,2), bty = "n")
dev.off()

#-----Estimativas de Tempos de Falha com extrapolação linear

```

```

# Calcula o MTF, a variância e os limites de confiança para lambda = 0
# (estimativa ingênua)
MTTFlin_i=exp((lin.final[[2,2]]+lin.final[[2,3]]*lcarga)+((lin.final[[2,4]]^2)/2))
MTTFlin_i2 = (MTTFlin_i^2)
var_i = var.exp[[1]]
varMTTFlin_i=(var_i[[1,1]]*MTTFlin_i2)+(var_i[[2,2]]*((lcarga)^2)*MTTFlin_i2)+
(var_i[[3,3]]*((lin.final[[2,4]]^2)*MTTFlin_i2)+(2*var_i[[1,2]]*
lcarga*MTTFlin_i2)+(2*var_i[[1,3]]*lin.final[[2,4]]*MTTFlin_i2)+
(2*var_i[[2,3]]*lin.final[[2,4]]*lcarga*MTTFlin_i2)
lim_infMTTFlin_i = MTTFlin_i - (1.96*(sqrt(varMTTFlin_i)))
lim_supMTTFlin_i = MTTFlin_i + (1.96*(sqrt(varMTTFlin_i)))
lim95MTTFlin_i = cbind(carga,lim_infMTTFlin_i,MTTFlin_i,lim_supMTTFlin_i)

# Calcula o MTF, a variância e os limites de confiança para lambda = -1
# (estimativa Simex)
MTTFlin_s=exp((lin.final[[1,2]]+lin.final[[1,3]]*lcarga)+((lin.final[[1,4]]^2)/2))
MTTFlin_s2=(MTTFlin_s^2)
varlin_s =(variancia.jackknife[[1,1]]*MTTFlin_s2)+(variancia.jackknife[[2,2]]*
((lcarga)^2)*MTTFlin_s2)+(variancia.jackknife[[3,3]]*((lin.final[[1,4]]^2)*
MTTFlin_s2)+(2*variancia.jackknife[[1,2]]*lcarga*MTTFlin_s2)+
(2*variancia.jackknife[[1,3]]*lin.final[[1,4]]*MTTFlin_s2)+
(2*variancia.jackknife[[2,3]]*lin.final[[1,4]]*lcarga*MTTFlin_s2)
lim_infMTTFlin_s = MTTFlin_s - (1.96*(sqrt(varlin_s)))
lim_supMTTFlin_s = MTTFlin_s + (1.96*(sqrt(varlin_s)))
lim95MTTFlin_s = cbind(carga, lim_infMTTFlin_s,MTTFlin_s,lim_supMTTFlin_s)

# Calcula o B50, a variância e os limites de confiança para lambda = 0
# (estimativa ingênua)
B50lin_i = exp((qnorm(0.5, mean=0, sd = 1, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)*
lin.final[[2,4]]+lin.final[[2,2]]+lin.final[[2,3]]*lcarga)
B50lin_i2=(B50lin_i^2)
varB50lin_i=(variancia.jackknife[[1,1]]*B50lin_i2)+(variancia.jackknife[[2,2]]*
((lcarga)^2)*B50lin_i2)+(variancia.jackknife[[3,3]]*((lin.final[[2,4]]^2)*
B50lin_i2)+(2*variancia.jackknife[[1,2]]*lcarga*B50lin_i2)+
(2*variancia.jackknife[[1,3]]*lin.final[[2,4]]*B50lin_i2)+
(2*variancia.jackknife[[2,3]]*lin.final[[2,4]]*lcarga*B50lin_i2)
lim_infB50lin_i = B50lin_i - (1.95*(sqrt(varB50lin_i)))
lim_supB50lin_i = B50lin_i + (1.95*(sqrt(varB50lin_i)))
lim95B50lin_i = cbind(carga, lim_infB50lin_i,B50lin_i,lim_supB50lin_i)

# Calcula o B50, a variância e os limites de confiança para lambda = -1
# (estimativa Simex)
B50lin_s = exp((qnorm(0.5, mean=0, sd = 1, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)*
lin.final[[1,4]]+lin.final[[1,2]]+lin.final[[1,3]]*lcarga)
B50lin_s2=(B50lin_s^2)
varB50lin_s=(variancia.jackknife[[1,1]]*B50lin_s2)+(variancia.jackknife[[2,2]]*
((lcarga)^2)*B50lin_s2)+(variancia.jackknife[[3,3]]*((lin.final[[1,4]]^2)*
B50lin_s2)+(2*variancia.jackknife[[1,2]]*lcarga*B50lin_s2)+
(2*variancia.jackknife[[1,3]]*lin.final[[1,4]]*B50lin_s2)+
(2*variancia.jackknife[[2,3]]*lin.final[[1,4]]*lcarga*B50lin_s2)
lim_infB50lin_s = B50lin_s - (1.96*(sqrt(varB50lin_s)))
lim_supB50lin_s = B50lin_s + (1.96*(sqrt(varB50lin_s)))
lim95B50lin_s = cbind(carga, lim_infB50lin_s,B50lin_s,lim_supB50lin_s)

# Calcula o B10, a variância e os limites de confiança para lambda = 0
# (estimativa ingênua)
B10lin_i = exp((qnorm(0.1, mean=0, sd = 1, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)*1
in.final[[2,4]]+lin.final[[2,2]]+lin.final[[2,3]]*lcarga)
B10lin_i2 =(B10lin_i^2)
varB10lin_i=(variancia.jackknife[[1,1]]*B10lin_i2)+(variancia.jackknife[[2,2]]*
((lcarga)^2)*B10lin_i2)+(variancia.jackknife[[3,3]]*
((lin.final[[2,4]]^2)*B10lin_i2)+(2*variancia.jackknife[[1,2]]*
lcarga*B10lin_i2)+(2*variancia.jackknife[[1,3]]*lin.final[[2,4]]*B10lin_i2)+
(2*variancia.jackknife[[2,3]]*lin.final[[2,4]]*lcarga*B10lin_i2)
lim_infB10lin_i = B10lin_i - (1.96*(sqrt(varB10lin_i)))
lim_supB10lin_i = B10lin_i + (1.96*(sqrt(varB10lin_i)))
lim95B10lin_i = cbind(carga, lim_infB10lin_i,B10lin_i,lim_supB10lin_i)

# Calcula o B10, a variância e os limites de confiança para lambda = -1
# (estimativa Simex)
B10lin_s = exp((qnorm(0.1, mean=0, sd = 1, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)*
lin.final[[1,4]]+lin.final[[1,2]]+lin.final[[1,3]]*lcarga)
B10lin_s2=(B10lin_s^2)
varB10lin_s=(variancia.jackknife[[1,1]]*B10lin_s2)+(variancia.jackknife[[2,2]]*

```

```

((lcarga)^2)*B10lin_i2)+(variancia.jackknife[[3,3]]*
((lin.final[[1,4]])^2)*B10lin_i2)+(2*variancia.jackknife[[1,2]]*
lcarga*B10lin_i2)+(2*variancia.jackknife[[1,3]]*lin.final[[1,4]]*B10lin_i2)+
(2*variancia.jackknife[[2,3]]*lin.final[[1,4]]*lcarga*B10lin_i2)
lim_infB10lin_i = B10lin_i - (1.96*(sqrt(varB10lin_s)))
lim_supB10lin_i = B10lin_i + (1.96*(sqrt(varB10lin_s)))
lim95B10lin_s = cbind(carga, lim_infB10lin_i,B10lin_i,lim_supB10lin_i)

#-----Estimativas de Tempos de Falha com extrapolação quadática

# Calcula o MTF, a variância e os limites de confiança para lambda = 0
# (estimativa ingênua)
MTTFquad_i=exp((quad.final[[2,2]]+quad.final[[2,3]]*lcarga)+((quad.final[[2,4]]^2)/2))
MTTFquad_i2 = (MTTFquad_i^2)
var_q = var.exp[1]
varMTTFquad_i = (var_q[[1,1]]*MTTFquad_i2)+(var_q[[2,2]]*((lcarga)^2)*
MTTFquad_i2)+(var_q[[3,3]]*((quad.final[[2,4]]^2)*MTTFquad_i2)+(2*var_q[[1,2]]*
lcarga*MTTFquad_i2)+(2*var_q[[1,3]]*quad.final[[2,4]]*MTTFquad_i2)+
(2*var_q[[2,3]]*quad.final[[2,4]]*lcarga*MTTFquad_i2)
lim_infMTTFquad_i = MTTFquad_i - (1.96*(sqrt(varMTTFquad_i)))
lim_supMTTFquad_i = MTTFquad_i + (1.96*(sqrt(varMTTFquad_i)))
lim95MTTFquad_i = cbind(carga, lim_infMTTFquad_i,MTTFquad_i,lim_supMTTFquad_i)

# Calcula o MTF, a variância e os limites de confiança para lambda = -1
# (estimativa Simex)
MTTFquad_s = exp((quad.final[[1,2]]+quad.final[[1,3]]*lcarga)+
((quad.final[[1,4]]^2)/2))# Calcula o MTF considerando lambda = -1
MTTFquad_s2=(MTTFquad_s^2)
varMTTFquad_s=(variancia.jackknife[[1,1]]*MTTFquad_s2)+
(variancia.jackknife[[2,2]]*((lcarga)^2)*MTTFquad_s2)+(variancia.jackknife[[3,3]]
*((quad.final[[1,4]]^2)*MTTFquad_s2)+(2*variancia.jackknife[[1,2]]*
lcarga*MTTFquad_s2)+(2*variancia.jackknife[[1,3]]*quad.final[[1,4]]*
MTTFquad_s2)+(2*variancia.jackknife[[2,3]]*quad.final[[1,4]]*lcarga*MTTFquad_s2)
lim_infMTTFquad_s = MTTFquad_s - (1.96*(sqrt(varMTTFquad_s)))
lim_supMTTFquad_s = MTTFquad_s + (1.96*(sqrt(varMTTFquad_s)))
lim95MTTFquad_s = cbind(carga, lim_infMTTFquad_s, MTTFquad_s,lim_supMTTFquad_s)

# Calcula o B50, a variância e os limites de confiança para lambda = 0 (estimativa
ingênua)
B50quad_i = exp((qnorm(0.5, mean=0, sd = 1, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)*
quad.final[[2,4]]+quad.final[[2,2]]+quad.final[[2,3]]*lcarga))
B50quad_i2=(B50quad_i^2)
varB50quad_i=(variancia.jackknife[[1,1]]*B50quad_i2)+(variancia.jackknife[[2,2]]
*((lcarga)^2)*B50quad_i2)+(variancia.jackknife[[3,3]]*((quad.final[[2,4]]^2)*
B50quad_i2)+(2*variancia.jackknife[[1,2]]*lcarga*B50quad_i2)+
(2*variancia.jackknife[[1,3]]*quad.final[[2,4]]*B50quad_i2)+
(2*variancia.jackknife[[2,3]]*quad.final[[2,4]]*lcarga*B50quad_i2)
lim_infB50quad_i = B50quad_i - (1.95*(sqrt(varB50quad_i)))
lim_supB50quad_i = B50quad_i + (1.95*(sqrt(varB50quad_i)))
lim95B50quad_i = cbind(carga, lim_infB50quad_i,B50quad_i,lim_supB50quad_i)

# Calcula o B50, a variância e os limites de confiança para lambda = -1
# (estimativa Simex)
B50quad_s = exp((qnorm(0.5, mean=0, sd = 1, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
*quad.final[[1,4]]+quad.final[[1,2]]+quad.final[[1,3]]*lcarga))
B50quad_s2=(B50quad_s^2)
varB50quad_s=(variancia.jackknife[[1,1]]*B50quad_s2)+(variancia.jackknife[[2,2]]
*((lcarga)^2)*B50quad_s2)+(variancia.jackknife[[3,3]]*((quad.final[[1,4]]^2)*
B50quad_s2)+(2*variancia.jackknife[[1,2]]*lcarga*B50quad_s2)+
(2*variancia.jackknife[[1,3]]*quad.final[[1,4]]*B50quad_s2)+
(2*variancia.jackknife[[2,3]]*quad.final[[1,4]]*lcarga*B50quad_s2)
lim_infB50quad_s = B50quad_s - (1.96*(sqrt(varB50quad_s)))
lim_supB50quad_s = B50quad_s + (1.96*(sqrt(varB50quad_s)))
lim95B50quad_s = cbind(carga, lim_infB50quad_s,B50quad_s,lim_supB50quad_s)

# Calcula o B10, a variância e os limites de confiança para lambda = 0
# (estimativa ingênua)
B10quad_i = exp((qnorm(0.1, mean=0, sd = 1, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)*
quad.final[[2,4]]+quad.final[[2,2]]+quad.final[[2,3]]*lcarga))
B10quad_i2=(B10quad_i^2)
varB10quad_i=(variancia.jackknife[[1,1]]*B10quad_i2)+(variancia.jackknife[[2,2]]
*((lcarga)^2)*B10quad_i2)+(variancia.jackknife[[3,3]]*((quad.final[[2,4]]^2)*
B10quad_i2)+(2*variancia.jackknife[[1,2]]*lcarga*B10quad_i2)+

```

```

(2*variancia.jackknife[[1,3]]*quad.final[[2,4]]*B10quad_i2)+
(2*variancia.jackknife[[2,3]]*quad.final[[2,4]]*lcarga*B10quad_i2)
lim_infB10quad_i = B10quad_i - (1.96*(sqrt(varB10quad_i)))
lim_supB10quad_i = B10quad_i + (1.96*(sqrt(varB10quad_i)))
lim95B10quad_i = cbind(carga, lim_infB10quad_i,B10quad_i,lim_supB10quad_i)

# Calcula o B10, a variância e os limites de confiança para lambda = -1
# (estimativa Simex)
B10quad_s = exp((qnorm(0.1, mean=0, sd = 1, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)*
quad.final[[1,4]]+quad.final[[1,2]]+quad.final[[1,3]]*lcarga))
B10quad_s2=(B10quad_s^2)
varB10quad_s=(variancia.jackknife[[1,1]]*B10quad_s2)+(variancia.jackknife[[2,2]]
*((lcarga)^2)*B10quad_s2)+(variancia.jackknife[[3,3]]*((quad.final[[1,4]])^2)*
B10quad_s2)+(2*variancia.jackknife[[1,2]]*lcarga*B10quad_s2)+
(2*variancia.jackknife[[1,3]]*quad.final[[1,4]]*B10quad_s2)+
(2*variancia.jackknife[[2,3]]*quad.final[[1,4]]*lcarga*B10quad_s2)
lim_infB10quad_s = B10quad_s - (1.96*(sqrt(varB10quad_s)))
lim_supB10quad_s = B10quad_s + (1.96*(sqrt(varB10quad_s)))
lim95B10quad_s = cbind(carga, lim_infB10quad_s,B10quad_s,lim_supB10quad_s)

# Métricas para a regressão linear
metrical.MTTF = ((MTTFlin_s - MTTFlin_i)*100)/MTTFlin_i
metrical.B50 = ((B50lin_s - B50lin_i)*100)/ B50lin_i
metrical.B10 = ((B10lin_s - B10lin_i)*100)/ B10lin_i

# Métricas para a regressão quadrática
metricaq.MTTF = ((MTTFquad_s - MTTFquad_i)*100)/MTTFquad_i
metricaq.B50 = ((B50quad_s - B50quad_i)*100)/ B50quad_i
metricaq.B10 = ((B10quad_s - B10quad_i)*100)/ B10quad_i

#-----Arquivos de saída

# Arquivo principal com todos os resultados (Análise SIMEX, tempos de falha)
sink(paste("Res", ndados, ndados.aux, ".txt", sep = "_"))

# Arquivo que descreve e apresenta os dados de entrada
# Dados de falha - usados no cálculo do efeito da incerteza
cat("\n Dados de falha - usados no cálculo do efeito da incerteza\n")
cat("\n \n")
cat("\n Dados de falha: ciclos até a falha e indicador de censura (zero)\n")
show(dados)
# Condições de teste
cat("\n Condições de teste: carga, incerteza combinada, elementos por amostra
censuras\n")
show(dados.aux)

# Resultado das estimativas da variâncias
cat("\nEstimativas da Variancia para os parâmetros SIMEX, com extrapolação
quadrática\n")
show(variancia.jackknife)

#-----Apresentação de todos os resultados referentes a extrapolação linear
cat("\nTodos os resultados disponíveis para Extrapolação Linear\n")

# Resultado do R quadrado para a estimativa linear de cada parâmetro
cat("\nR quadrado para extrapolação linear de alfa\n")
show(R.alfalinear)

cat("\nR quadrado para extrapolação linear de beta\n")
show(R.betalinear)

cat("\nR quadrado para extrapolação linear de sigma\n")
show(R.sigmalinear)

# Resultados das estimativas de falha com regressão linear
cat("\n Valores para as estimativas SIMEX com extrapolação linear\n")

cat("\nMTTF e os respectivos intervalos de 95% de confiança para lambda=0\n")
show(lim95MTTFlin_i)

cat("\nMTTF e os respectivos intervalos de 95% de confiança para lambda=-1\n")
show(lim95MTTFlin_s)

```

```

cat("\nB50 e os respectivos intervalos de 95% de confiança para lambda=0\n")
show(lim95B50lin_i)

cat("\nB50 e os respectivos intervalos de 95% de confiança para lambda=-1\n")
show(lim95B50lin_s)

cat("\nB10 e os respectivos intervalos de 95% de confiança para lambda=0\n")
show(lim95B10lin_i)

cat("\nB10 e os respectivos intervalos de 95% de confiança para lambda=-1\n")
show(lim95B10lin_s)

# Efeitos das incertezas nas estimativas de falha com regressão linear

cat("\nEfeitos para o MTF\n")
show(metrical.MTF)

cat("\nEfeitos para o B50\n")
show(metrical.B50)

cat("\nEfeitos para o B10\n")
show(metrical.B10)

#----Apresentação de todos os resultados referentes a extrapolação quadrática
cat("\nTodos os resultados disponíveis para Extrapolação Quadrática\n")

# Resultado do R quadrado para a estimativa quadrática de cada parâmetro
cat("\nR quadrado para extrapolação quadrática de alfa\n")
show(R.alfaquadr)

cat("\nR quadrado para extrapolação quadrática de beta\n")
show(R.betaquadr)

cat("\nR quadrado para extrapolação quadrática de sigma\n")
show(R.sigmaquadr)

# Resultados das estimativas de falha com regressão linear
cat("\n Valores das estimativas SIMEX com extrapolação quadrática\n")

cat("\nMTTF e os respectivos intervalos de 95% de confiança para lambda=0\n")
show(lim95MTTFquad_i)

cat("\nMTTF e os respectivos intervalos de 95% de confiança para lambda=-1\n")
show(lim95MTTFquad_s)

cat("\nB50 e os respectivos intervalos de 95% de confiança para lambda=0\n")
show(lim95B50quad_i)

cat("\nB50 e os respectivos intervalos de 95% de confiança para lambda=-1\n")
show(lim95B50quad_s)

cat("\nB10 e os respectivos intervalos de 95% de confiança para lambda=0\n")
show(lim95B10quad_i)

cat("\nB10 e os respectivos intervalos de 95% de confiança para lambda=-1\n")
show(lim95B10quad_s)

# Efeitos das incertezas nas estimativas de falha com regressão quadrática

cat("\nEfeitos para o MTF\n")
show(metricaq.MTF)

cat("\nEfeitos para o B50\n")
show(metricaq.B50)

cat("\nEfeitos para o B10\n")
show(metricaq.B10)

# Fecha arquivo de saída
sink()

# FIM DO SCRIPT

```

## Apêndice F: Resultados Numéricos da Implementação do SIMEX

Dados de falha - usados no cálculo do efeito da incerteza

Dados de falha: ciclos até a falha e indicador de censura (zero)

	falhas	censuras		falhas	censuras
1	480406	1	33	31085	1
2	551402	1	34	98888	1
3	813123	1	35	109381	1
4	1868621	0	36	131948	1
5	1868621	0	37	132251	1
6	1868621	0	38	136459	1
7	1868621	0	39	138240	1
8	1868621	0	40	143818	1
9	1868621	0	41	191223	1
10	1868621	0	42	208244	1
11	1868621	0	43	209839	1
12	1868621	0	44	229059	1
13	1868621	0	45	254377	1
14	1868621	0	46	433524	1
15	1868621	0	47	500092	1
16	1868621	0	48	522573	1
17	73352	1	49	45588	1
18	98033	1	50	111632	1
19	236320	1	51	113205	1
20	264699	1	52	132499	1
21	420441	1	53	153180	1
22	455503	1	54	163699	1
23	495202	1	55	164788	1
24	550119	1	56	179237	1
25	733991	1	57	204592	1
26	894067	1	58	211918	1
27	953393	1	59	216590	1
28	1793409	1	60	251962	1
29	1817479	1	61	266807	1
30	1882756	1	62	300019	1
31	2064540	1	63	367829	1
32	3309823	0	64	526826	1

Condições de teste: carga, incerteza combinada, elementos por amostra e nro censuras.

	carga	desvpad	nElementos	nCensuras
1	5.00	NA	NA	NA
2	6.12	0.068	16	13
3	9.25	0.126	16	1
4	11.60	0.176	16	0
5	15.27	0.232	16	0

Estimativas da Variância para os parâmetros SIMEX, com extrapolação quadrática.

	alfa	beta	sigma
alfa	0.90456315	0.3765539	0.02437369
beta	0.37655393	0.1593771	0.00958990
sigma	0.02437369	0.0095899	0.01057667

Todos os resultados disponíveis para Extrapolação Linear

R quadrado para extrapolação linear de alfa  
[1] 0.9792659

R quadrado para extrapolação linear de beta  
[1] 0.977833

R quadrado para extrapolação linear de sigma  
[1] 0.9593463

Valores para as estimativas SIMEX com extrapolação linear

MTTF e os respectivos intervalos de 95% de confiança para  $\lambda = 0$

	carga	lim_infMTTFlin_i	MTTFlin_i	lim_supMTTFlin_i
[1,]	5.00	2209965.2	7581960.5	12953955.9
[2,]	6.12	1667095.5	3893638.3	6120181.2
[3,]	9.25	645093.2	997433.9	1349774.7
[4,]	11.60	321470.0	472850.2	624230.5
[5,]	15.27	114691.9	191033.7	267375.5

MTTF e os respectivos intervalos de 95% de confiança para  $\lambda = -1$

	carga	lim_infMTTFlin_s	MTTFlin_s	lim_supMTTFlin_s
[1,]	5.00	2215461.1	7603928.4	12992395.6
[2,]	6.12	1670013.6	3900893.2	6131772.8
[3,]	9.25	644952.7	997187.8	1349422.9
[4,]	11.60	320987.8	472187.6	623387.4
[5,]	15.27	114322.8	190498.5	266674.2

B50 e os respectivos intervalos de 95% de confiança para  $\lambda = 0$

	carga	lim_infB50lin_i	B50lin_i	lim_supB50lin_i
[1,]	5.00	1462622.48	4960339.1	8458055.7
[2,]	6.12	1097662.20	2547331.5	3997000.7
[3,]	9.25	423128.87	652550.3	881971.7
[4,]	11.60	210757.05	309352.4	407947.7
[5,]	15.27	75248.06	124979.8	174711.5

B50 e os respectivos intervalos de 95% de confiança para  $\lambda = -1$

	carga	lim_infB50lin_s	B50lin_s	lim_supB50lin_s
[1,]	5.00	1450871.33	4979695.4	8508519.6
[2,]	6.12	1093666.15	2554634.8	4015603.4
[3,]	9.25	422369.57	653042.9	883716.2
[4,]	11.60	210209.95	309228.4	408246.8
[5,]	15.27	74868.25	124754.5	174640.8

B10 e os respectivos intervalos de 95% de confiança para  $\lambda = 0$

	carga	lim_infB10lin_i	B10lin_i	lim_supB10lin_i
[1,]	5.00	443674.58	1523360.22	2603045.86
[2,]	6.12	334817.83	782306.07	1229794.32
[3,]	9.25	129584.98	200403.47	271221.96
[4,]	11.60	64569.91	95004.61	125439.31
[5,]	15.27	23030.96	38382.30	53733.64

B10 e os respectivos intervalos de 95% de confiança para  $\lambda = -1$

	carga	lim_infB10lin_i	B10lin_i	lim_supB10lin_i
[1,]	5.00	443842.34	1523360.22	2602878.10
[2,]	6.12	334913.50	782306.07	1229698.65
[3,]	9.25	129615.26	200403.47	271191.68
[4,]	11.60	64583.06	95004.61	125426.17
[5,]	15.27	23034.16	38382.30	53730.44

Efeitos para o MTTF

[1] 0.28973863 0.18632539 -0.02467863 -0.14013245 -0.28014366

Efeitos para o B50

[1] 0.39022196 0.28670511 0.07548967 -0.04007982 -0.18023131

Efeitos para o B10

[1] 0 0 0 0 0

Todos os resultados disponíveis para Extrapolação Quadrática

R quadrado para extrapolação quadrática de alfa

[1] 0.9816502

R quadrado para extrapolação quadrática de beta

[1] 0.9816502

R quadrado para extrapolação quadrática de sigma

[1] 0.9594195

Valores das estimativas SIMEX com extrapolação quadrática

MTTF e os respectivos intervalos de 95% de confiança para  $\lambda = 0$

	carga	lim_infMTTFquad_i	MTTFquad_i	lim_supMTTFquad_i
[1,]	5.00	2209598.4	7580728.4	12951858.4
[2,]	6.12	1666916.1	3893229.6	6119543.0

[3,]	9.25	645100.0	997446.5	1349793.0
[4,]	11.60	321494.1	472886.6	624279.2
[5,]	15.27	114709.5	191063.3	267417.1

MTTF e os respectivos intervalos de 95% de confiança para  $\lambda = -1$

	carga	lim_infMTTFquad_s	MTTFquad_s	lim_supMTTFquad_s
[1,]	5.00	2213232.5	7596439.4	12979646.3
[2,]	6.12	1668924.2	3898410.7	6127897.2
[3,]	9.25	644993.4	997263.8	1349534.1
[4,]	11.60	321134.0	472408.1	623682.2
[5,]	15.27	114429.6	190677.9	266926.2

B50 e os respectivos intervalos de 95% de confiança para  $\lambda = 0$

	carga	lim_infB50quad_i	B50quad_i	lim_supB50quad_i
[1,]	5.00	1462366.30	4959487.2	8456608.2
[2,]	6.12	1097533.98	2547040.5	3996547.1
[3,]	9.25	423129.39	652552.5	881975.6
[4,]	11.60	210770.94	309373.3	407975.7
[5,]	15.27	75258.95	124998.0	174737.1

B50 e os respectivos intervalos de 95% de confiança para  $\lambda = -1$

	carga	lim_infB50quad_s	B50quad_s	lim_supB50quad_s
[1,]	5.00	1449330.86	4974513.1	8499695.4
[2,]	6.12	1092891.68	2552866.4	4012841.2
[3,]	9.25	422372.65	653056.2	883739.7
[4,]	11.60	210293.97	309355.5	408417.0
[5,]	15.27	74933.98	124865.0	174796.1

B10 e os respectivos intervalos de 95% de confiança para  $\lambda = 0$

	carga	lim_infB10quad_i	B10quad_i	lim_supB10quad_i
[1,]	5.00	443591.15	1523079.06	2602566.97
[2,]	6.12	334774.41	782206.69	1229638.96
[3,]	9.25	129583.47	200401.57	271219.67
[4,]	11.60	64573.34	95009.83	125446.33
[5,]	15.27	23034.00	38387.41	53740.82

B10 e os respectivos intervalos de 95% de confiança para  $\lambda = -1$

	carga	lim_infB10quad_s	B10quad_s	lim_supB10quad_s
[1,]	5.00	445687.44	1529725.27	2613763.09
[2,]	6.12	336077.92	785038.50	1233999.07
[3,]	9.25	129884.89	200822.98	271761.06
[4,]	11.60	64668.04	95130.70	125593.36
[5,]	15.27	23043.14	38397.56	53751.98

Efeitos para o MTF

[1] 0 0 0 0 0

Efeitos para o B50

[1] 0.302972313 0.228733001 0.077188213 -0.005769864 -0.106409719

Efeitos para o B10

[1] 0.4363666 0.3620285 0.2102822 0.1272138 0.0264401