UNIVERSIDADE METODISTA DE PIRACICABA
FACULDADE DE CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

PROBLEMAS DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM EM PERÍMETRO E ÁREA: UM ESTUDO DE CASO COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA E ALUNOS DE 7ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL

JAMILE APARECIDA SAULINO DOS SANTOS

PIRACICABA, SP
2011

PROBLEMAS DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM EM PERÍMETRO E ÁREA: UM ESTUDO DE CASO COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA E ALUNOS DE 7ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL

JAMILE APARECIDA SAULINO DOS SANTOS

ORIENTADOR: PROFª DRª ROSELI PACHECO SCHNETZLER

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Educação da UNIMEP como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Educação

PIRACICABA, SP
2011

BANCA EXAMINADORA

Profª. Drª. Roseli Pacheco Schnetzler

Orientadora

Profª. Drª. Adair Mendes Nacarato

Profª. Drª. Maria Nazaré da Cruz

AGRADECIMENTOS

A DEUS

À Profª. Drª. Roseli Pacheco Schnetzler pela orientação, pelas incansáveis leituras, correções e incentivo dado.

Às professoras Adair Mendes Nacarato e Maria Nazaré Cruz, pelo respeito e carinho com que leram este trabalho e prestaram suas contribuições.

Aos professores do Curso de Mestrado pelas aulas que foram fundamentais na formação teórica.

À minha mãe Lisete, pela ajuda com que sempre, e em qualquer momento, pude contar.

Ao meu marido Marcio e aos nossos filhos, Larissa, Victor Hugo e Igor que pacientemente entenderam minha ausência.

À minha irmã Jeane, meu irmão Gustavo e amigos pelo incentivo recebido.

Aos professores e alunos participantes desta pesquisa, por meio de entrevistas e/ou de seus registros, contribuíram para a realização deste trabalho.

À diretora Emília Ap. Bertapeli de Carvalho, que disponibilizou momentos para que as entrevistas fossem realizadas.

Aos supervisores de ensino Maria Salete Aguiar e Jairo de Carvalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo

Ao meu pai Doni, cujo sonho de estudar lhe foi tirado.

Ao meu avô Francisco, que se orgulhava por ter uma neta professora.

RESUMO

Neste trabalho são investigados problemas de ensino e de aprendizagem relacionados às Grandezas Geométricas perímetro e área de figuras planas. Orientada pela questão de investigação: Quais são os erros dos alunos na resolução de problemas de perímetro e área de figuras planas, e como os professores de Matemática os analisam?, a pesquisa foi dividida em duas etapas: a primeira com 85 alunos da 7ª série que responderam duas questões retiradas do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) de 2007 e 2008, referentes ao cálculo de perímetro e área, e entrevista com 13 desses alunos. A segunda etapa foi realizada com três professores de Matemática que lecionam no Ensino Fundamental, e que são ou foram professores desses alunos. Os objetivos desta pesquisa são: verificar o entendimento dos alunos em relação a problemas de perímetro e área; identificar as possíveis dificuldades vivenciadas por professores de Matemática no ensino desses conceitos, e compreender como estes analisam as produções e os erros dos alunos. As narrativas dos alunos indicam um sério problema de ensino, visto que não há apreensão dos conceitos. Os professores revelam uma formação docente deficitária e práticas tradicionais de ensino restritas à memorização de definições, repetição de exercícios e atividades pouco significativas.

PALAVRAS-CHAVE: Grandezas Geométricas, Ensino de Matemática, Formação de Professores.

ABSTRACT

This paper sets out to discuss the problems of both teaching and learning problems relating to the Geometric Quantities perimeter and for the area of plane figures. This investigation has been based on the research question: What are the student errors in solving area and perimeter problems of plane figures and how can mathematics teachers analyze them? The research was divided into two stages. The first was conducted on eighty five, seventh grade students who responded to two problems taken from The Sao Paulo State School Performance Evaluation System (SARESP) between 2007 and 2008, relating to perimeter and area calculus. In addition to this, interviews were also conducted with thirteen students from the subject group. The second stage focused on three current and former mathematics teachers of the students involved in the research. This thesis aims to verify the students' understanding of perimeter and area problems and to identify possible difficulties experienced by mathematics teachers in teaching those concepts, comprehending how they assess their students' work and mistakes. Student feedback indicates serious teaching problems, suggesting that there is little or in some cases, no understanding of the appropriate concepts. In parallel, teachers reveal poor training as an issue and cite traditional teaching principles as being limited to memory and repetition based practices and ineffective exercise methodologies.

KEY-WORDS: Geometric Quantities, Mathematics Teaching, Teaching Training.

SUMÁRIO

LISTA DE GRAFICOS

Nasci em Americana, uma das dezenove cidades da Região Metropolitana de Campinas, na qual resido até os dias de hoje.

Sou neta de cortadores de cana e a primeira filha de uma família de três irmãos. Tive uma infância marcada pela morte de meu pai. Esse trágico fato fez com que eu iniciasse a primeira série do ensino fundamental com seis anos. Para não ficar sem estudar durante um ano e devido àquela situação, o diretor da escola aceitou minha matrícula com a condição de que se eu não acompanhasse a turma, seria reprovada.

Por se tratar de uma escola pequena, os professores das séries eram geralmente os mesmos, por esse motivo minha professora de matemática foi a mesma da 5ª até a 8ª série.

Dona Cristina (como me esquecer dela?) era uma professora rígida e muito brava, posso sentir novamente o medo que ela nos transmitia. Era muito rigorosa, não aceitava conversa durante as aulas e passava inúmeros exercícios semelhantes e repetitivos. As correções das atividades eram penosas, cada aluno resolvia um exercício na lousa e ela não admitia erros. Recordo-me da aflição de contar os alunos e exercícios para ver qual eu iria resolver na lousa e do pavor caso eu não soubesse. Muitas vezes senti raiva dessa maneira de conduzir a aula, pois era torturante aprender matemática daquela maneira.

Já no Ensino Médio, fiz um curso técnico em Processamento de Dados, hoje denominado Informática. Sua grade curricular mesclava as disciplinas básicas (Matemática, Português, História, Geografia, etc) com as específicas do curso. Foi no terceiro ano que conheci a Profª Martha, minha querida professora de Física. Era uma engenheira agrônoma que ministrava excelentes e divertidas aulas. Encantava-me a maneira com que conduzia suas aulas, o respeito e carinho que tinha pelos alunos e sua ética profissional. Foi nesse mesmo ano, 1996, que meu tio pediu/incubiu - me a tarefa de ensinar matemática a meu primo que poderia reprovar a 7ª série. Posso dizer que essa foi a minha primeira experiência como professora. Ele era um aluno com sérios problemas de aprendizagem, talvez pelo fato de ter problemas de audição. Não foi fácil ensinar (se é que posso dizer que ensinei) matemática a ele. Com muito custo, dedicação e muitas semanas juntos, ele conseguiu ir para a 8ª série.

Encantada com a Profª Martha, somada à minha apreciação por essa profissão, e por ter tido êxito com meu primo, resolvi que seria professora.

Prestei vestibular em duas instituições, na Universidade Metodista de Piracicaba (UNIMEP) e na Pontifícia Universidade Católica (PUC de Campinas), com a opção em Matemática por conta da minha admiração a essa Ciência. Devido ao receio e angústia de passar todos os dias no local da morte de meu pai, escolhi cursar a UNIMEP. A minha primeira frustração foi quando contei aos meus parentes que havia sido aprovada no vestibular e seria uma professora. Meu tio (aquele que me pediu para ensinar seu filho) me disse: "*Jamile, você é uma menina inteligente e é a primeira pessoa da nossa família a chegar na Universidade. Com tantos cursos bons para fazer, você vai ser professora?"* Aquela frase eu jamais esquecerei, pois mostrou que a minha profissão não tem valor para a maioria das pessoas. Reporto-me a Pérez Gómez (2001), quando afirma que o *status* social e o reconhecimento social do profissional docente estão se deteriorando. E que, para transformar a escola e a qualidade do ensino, é necessário modificar a função docente e enriquecer seu desenvolvimento profissional.

Ano de 2002, com 21 anos terminei o curso de graduação, quando me frustrei novamente. Não podia continuar na firma onde trabalhava como secretária, pois queria ser professora, havia estudado para isso. Nesse momento percebi o quanto era difícil ser um professor recém-formado. Para dar aula como professora eventual, eu precisava de uma portaria. Porém, os diretores de escola geralmente só autorizavam a abertura dessa portaria para professores que eles já conheciam, o que não era o meu caso. E nas atribuições na Diretoria de Ensino nunca conseguia aula, pois não possuía pontuação.

Em meados de 2003, a Secretaria de Educação do Estado de São Paulo abriu inscrição para o concurso de professores nas diversas disciplinas e, assim, vários professores que não eram efetivos, mas tinham aulas, saíram de licença para estudar. Fui, então, ser professora eventual e ter contato com a escola e o ambiente escolar da gestão pública. Outra frustração: ministrava aulas de várias disciplinas e minha função não era ensinar, mas controlar os alunos dentro da sala de aula.

Fiz o concurso e iniciei a minha carreira como professora efetiva na rede estadual paulista no segundo semestre de 2004. Na escola onde ingressei, senti a resistência de muitos professores e alunos, afinal os seus colegas/professores perderam as aulas devido ao nosso ingresso na metade do ano.

Nesse momento de rejeição dos professores da casa foi que os recém-chegados se uniram, e aí encontrei alguns amigos que espero manter por toda a vida.

Agora eu não desempenhava mais o papel a mim atribuído enquanto professora eventual. E foi, então, que o conflito começou; sentia-me insegura pedagogicamente, e logo percebi o quão complexa é a sala de aula e como ela nos desafia. Não sabendo como fazer as reelaborações pedagógicas necessárias, minhas aulas eram embasadas no modelo “transmissão-recepção” e fui presa fácil do livro didático. Como explica Schnetzler (2000), os professores recém-formados geralmente não sabem o que e como ensinar e acabam se apoiando nos livros didáticos. Há uma dificuldade em integrar o conhecimento científico específico ao conhecimento pedagógico sobre o processo de ensino-aprendizagem. Tal prática me reportava à Dona Cristina. Beatriz D´Ambrósio (1993, p.38) salienta que “em geral o professor ensina da maneira como lhe foi ensinado”, sobretudo os recém-formados, que tendem a imitar seus professores, reproduzindo as boas qualidades, mas também os comportamentos que criticavam enquanto estudantes.

Foi em 2007, quando me efetivei pela segunda vez na rede pública paulista, e pude ter contado com alunos da EJA (Educação de Jovens e Adultos) que tive certeza do quanto é complexa a profissão docente. Como ensinar aquelas pessoas? As expectativas delas eram muito diferentes das apresentadas pelos meus alunos de 5ª série; os conteúdos matemáticos, mais do que nunca, tinham que fazer sentido para eles.

Sentia que minha licenciatura em Matemática não havia me propiciado conhecimentos suficientes para eu resolver situações da sala de aula e tentar promover uma aprendizagem significativa para meus alunos. Por isso, decidi fazer um curso de especialização em Educação Matemática, na esperança que aprenderia como ensinar um determinado conteúdo e, assim, melhorar a minha formação profissional. A especialização aguçou ainda mais a minha vontade de ser uma boa profissional docente e comecei a perceber que não há “receitas” para se ensinar, como eu imaginava. Mas, ainda não convencida disso, pensei: será que elas não existiriam no mestrado em Educação? Dúvida que me levou à seleção ao PPGE da UNIMEP no ano de 2008.

Ensinar não era só “passar” conteúdos e listas de exercícios, essa prática não representava garantia de aprendizagem aos meus alunos. Por isso, o processo de ensino–aprendizagem passou a me inquietar. Ensinar matemática teria de ser algo a mais que a mera transmissão e memorização. Havia, então, a necessidade de melhor compreender como ensinar.

Priorizo, em minhas aulas, o trabalho em duplas ou grupos. Percebo que as crianças se sentem mais seguras ao resolver os problemas e exercícios propostos e não têm vergonha de pedir uma nova explicação, exporem suas dúvidas e opiniões, além de fortalecerem os laços de amizade. Peço sempre que um aluno fale como resolveu o problema e explique que estratégia utilizou. Peço, também, que outros alunos mostrem suas estratégias a fim de que percebam que não há apenas uma maneira, um caminho para resolver as atividades. Procuro enfatizar que o erro é normal e necessário e que, a partir dele, muito pode ser aprendido.

Trabalho, geralmente, com as 5ªs e 6ªs séries, ou seja, com crianças entre 10 e 12 anos, em uma escola de periferia, sendo notória a carência financeira e muitas vezes afetiva de muitas delas. Sou uma professora que demonstra afetividade para com os alunos, pois me lembro de como era gostoso e até me sentia importante quando a Profª Martha me abraçava e conversava comigo sobre outros assuntos que não se relacionavam especificamente à disciplina e, também, porque acredito nas palavras de FREIRE (1996):

> (...) a afetividade não me assusta, que não tenho medo de expressá-la. Significa esta abertura ao querer bem, a maneira que tenho de autenticamente selar o meu compromisso com os educandos, numa prática específica do ser humano. [...] O que não posso obviamente permitir é que minha afetividade interfira no cumprimento ético de meu dever de professor no exercício de minha autoridade. Não posso condicionar a avaliação do trabalho escolar de um aluno ao maior ou menor bem querer que tenha por ele (p.159-160).

Atuando há sete anos no Ensino Fundamental, pude perceber que os alunos apresentam grandes dificuldades em relação à Geometria.

Ela é uma área da Matemática e está muito presente no nosso cotidiano. Vivemos cercados de objetos cujas formas são geométricas - formadas por retas, curvas e na composição de ambas. Encontramos geometria nas embalagens dos produtos, na arquitetura das casas e edifícios, no campo de futebol, nas quadras de esportes.

Autores como Crescenti (2008, 2005), Pavanello (1989), Lorenzato (1995), entre outros, salientam a importância da Geometria por ser uma área rica em aplicações práticas, que auxilia na resolução de problemas e contribui na aquisição, por parte dos alunos, de habilidades como: observar, comparar, descrever, abstrair, generalizar. Por exemplo, primeiro o aluno reconhece as figuras geométricas, depois passa a distinguir as propriedades dessas figuras, estabelece relações entre as figuras e suas propriedades, começa a deduzir cada afirmação de uma outra até atingir um nível de abstração. Ela auxilia na percepção espacial e outras áreas de conhecimento, como Geografia, Física e Química.

Na mesma direção, PASSOS (2000) ressalta que a Geometria é fundamental na formação do aluno, pois é considerada uma importante ferramenta "para a descrição e a inter-relação do homem com o espaço em que vive", por consistir na "parte da Matemática mais intuitiva, concreta e ligada com a realidade" (p.49).

Apesar da relevância da Geometria, percebemos que o seu ensino, no Brasil, foi relegado a um plano secundário. Diversas são as causas responsáveis por esse abandono, apontadas por autores como Lorenzatto (1995), Gazire (2000), Nacarato (2001), Pavanello (1989, 1993), Nacarato e Passos (2003): a influência do Movimento da Matemática Moderna (MMM) nas décadas de 1960 e 1970 acarretou numa formação de base muito precária em Geometria; a formação inicial deficitária nessa área da matemática e, consequentemente, a deficiência de conhecimento geométrico por parte do professor, o que pode culminar em despreparo e insegurança de ensiná-lo; falta de formação continuada. Como consequência dessa ausência, são gerações de profissionais, principalmente de professores, formando-se sem conhecimento dos fundamentos da Geometria (NACARATO, 2001).

Não sou especialista em Geometria, muito pouco aprendi dessa área da Matemática nos Ensinos Fundamental e Médio, pois como ela era apresentada na última parte do livro didático, pouco tempo letivo sobrava para estudá-la. No curso de licenciatura, o ensino pautou-se em definições e demonstrações. Entretanto, enquanto professora sempre me preocupei com seu ensino, especialmente no que se refere aos conceitos de perímetro e área de figuras planas.

Esses conceitos, segundo BELLEIMAN e LIMA (2000, p.2), são “dos mais importantes no ensino-aprendizagem da matemática” e relevantes “para a formação do cidadão pleno”, visto a necessidade de medir, em suas atividades cotidianas, regiões planas como terrenos, pisos, paredes, faces de objetos. Além de sua relevância utilitarista, o conceito de área é rico por interligar os outros eixos da matemática (números, grandezas e álgebra) e por suas aplicações em outras áreas do conhecimento, como a geografia.

A associação americana NCSM (The National Council of Supervisors of Mathematics), referência para a produção mundial de material didático na área de Matemática, identifica doze áreas de competência que os estudantes do século 21 devem apresentar: resolução de problemas, comunicação de ideias matemáticas, estimação, raciocínio algébrico, medidas, geometria, entre outras. O NCSM afirma que os estudantes deverão aprender os **conceitos fundamentais de medidas** e desenvolver suas capacidades em medir distância, **superfície**, massa, tempo, capacidade, temperatura e ângulos. Segundo o NCSM, o aluno deverá compreender alguns conceitos geométricos básicos como: paralelismo, semelhança e simetria, as propriedades básicas das figuras planas e dos corpos sólidos simples, a fim de atuar efetivamente no mundo tridimensional (LORENZATO; VILA, 1993. grifos meus).

Têm se dedicado ao estudo das dificuldades dos alunos e professores no entendimento de conteúdos geométricos, especificamente nos conceitos de perímetro e área, pesquisadores brasileiros, como Chiummo (1998), Facco (2003), Andrade (2007) e Baldini (2004), cujas pesquisas são influenciadas por pesquisadores internacionais como Baltar (1996), Douady & Perrin-Glorian (1989).

O trabalho desenvolvido por Chiummo (1998) baseia-se na linha da Didática Francesa que estuda os fenômenos de ensino-aprendizagem em Matemática. No primeiro momento, a pesquisadora, por meio de um questionário, fez um levantamento de como os professores ensinam os conceitos de perímetro e área de figuras planas. Seu trabalho traz à tona dificuldades apresentadas pelos professores ao ensinar Geometria. Verificou que eles iniciam esses conteúdos por meio das fórmulas de figuras usuais (retângulo, quadrado, triângulo) e que suas práticas pedagógicas se pautam na memorização das mesmas. O aluno, por sua vez, não sabe fazer uso dessas fórmulas para adaptá-las a uma nova situação na qual poderão não ter figuras usuais. Com o objetivo de auxiliar o professor, Chiummo elaborou uma sequência-didática para o ensino desses conceitos trabalhando com o ladrilhamento[1], composição e decomposição[2] de figuras. A análise, a posteriori, revelou que os alunos entenderam com mais facilidade os conceitos de perímetro e área.

Facco (2003), por sua vez, criou uma sequência didática voltada ao processo de reconstrução de figuras planas, utilizando-se da composição e decomposição de figuras, com e sem o auxílio do Tangram[3] e do ladrilhamento. A pesquisadora trabalhou com alunos da 5ª série do Ensino Fundamental. Seu estudo revelou que os alunos apresentam dificuldades para diferenciar perímetro de área, e que o processo de ensino-aprendizagem pode ser prejudicado por conta da pouca argumentação do professor durante as explanações em sala e a não realização da síntese e discussão dos conteúdos estudados.

O objetivo da pesquisa de Andrade (2007) foi o de estudar o cálculo de área por meio da composição e decomposição de figuras geométricas planas com alunos da 3ª série do Ensino Médio. Na busca por entender quais dificuldades os alunos apresentam em calcular a área de figuras planas, elaborou uma seqüência de ensino contendo onze exercícios, cujo objetivo é trabalhar a composição e a decomposição de figuras planas para o cálculo de área das regiões hachuradas. Ao analisar a sequência de ensino, o pesquisador observou que a maioria dos alunos demonstra muita dificuldade no que diz respeito ao cálculo de área de figuras que

[1] O cálculo de área por meio do ladrilhamento consiste em quadricular a figura ou fazer uso do papel quadriculado, utilizando uma unidade de medida de área.
[2] A decomposição consiste em decompor o polígono em figuras geométricas mais simples.
[3] Tangram – quebra-cabeça de origem chinesa formado por sete polígonos (5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo), com os quais é possível montar formas diversas, inclusive outros polígonos.

necessitam de decomposição ou composição. A pesquisa foi fundamentada na teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Andrade propôs aos alunos atividades que levavam em consideração os quatro tipos de apreensões, uma vez que os problemas exigiam a construção e a reprodução de figuras geométricas (apreensão sequencial); atividades com figuras em posições não convencionais, exigindo uma visualização para a interpretação da forma da figura (apreensão perceptiva); atividades que solicitam o cálculo de área necessitando, portanto, da interpretação dos elementos da figura geométrica (apreensão discursiva); e, atividades que exigiam a composição e/ou a decomposição em duas ou mais figuras (apreensão operatória).

O estudo de Baldini (2004) propôs verificar se o software Cabri-Géomètre II contribui para a construção de conceitos de geometria. Apresenta concepções de professores do Ensino Fundamental, análise de alguns livros didáticos e de anais de congressos nacionais, a fim de verificar como a geometria está sendo tratada. Apresenta, ainda, o resultado de uma sondagem feita por meio de um pré-teste, para saber como os alunos que já concluíram o Ensino Fundamental resolvem questões sobre os conceitos de área e perímetro. A sequência didática foi aplicada a alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública do Estado do Paraná. As análises mostraram que os alunos não dominavam o vocabulário utilizado na geometria, bem como alguns conceitos do Ensino Fundamental, o que indica que a Geometria não está sendo enfatizada ou pouco trabalhada em sala de aula.

Foram realizadas atividades em que, ao movimentar algum vértice da figura, modifica-se o valor do perímetro, mantendo-se constante o número que expressa a área da referida figura e vice-versa, contribuindo para o entendimento de que área e perímetro não variam necessariamente no mesmo sentido, que superfícies de mesma área podem ter perímetros distintos e vice-versa. Assim, o enfoque computacional por meio do software Cabri-Géomètre II pode ser indicado como uma alternativa para o ensino de geometria pois, segundo Baldini (2004) ele contribuiu significativamente para a construção dos conceitos de área e perímetro.

As pesquisas apresentadas revelam a confusão dos alunos entre os conceitos de área e perímetro, a utilização de forma inadequada ou omissão das unidades de medidas, que ao memorizarem as fórmulas do cálculo desses conteúdos não sabem fazer uso delas em situações de figuras não usuais. Em relação aos professores, as referidas pesquisas apontam que eles utilizam pouco ou não utilizam os recursos de ladrilhamento, composição e decomposição de figuras, ambiente computacional, no processo de ensino-aprendizagem desses conteúdos. O desempenho bastante insatisfatório apresentado pelos alunos no Sistema de Avaliação e Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) de 2008 e 2007 em problemas relacionados a esses conceitos é um indicativo das dificuldades ora apresentadas pelas pesquisas.

No entanto, pelo fato do SARESP ser uma avaliação de múltipla escolha, é preciso obter algo que essa avaliação não nos fornece, ou seja: como os alunos estão resolvendo essas questões, quais são os erros que estão sendo cometidos? E por concordamos com Cury (2008) que o erro deve ser enfocado como um construtor do conhecimento, algumas inquietações surgem. Os professores percebem esses erros? Como os professores os detectam? O que eles fazem para superá-los? Mediante esses erros, os professores mudam ou não sua prática pedagógica?

Sendo assim, a questão de investigação desta pesquisa é: **Quais são os erros dos alunos na resolução de problemas de perímetro e área de figuras planas, e como os professores de Matemática os analisam?**

A pesquisa foi dividida em duas etapas: a primeira com 85 alunos da 7ª série que responderam duas questões retiradas dos SARESPs 2007 e 2008, referentes ao cálculo de perímetro e área e entrevista com 13 desses alunos. A segunda etapa foi realizada com 3 professores de matemática que lecionam no Ensino Fundamental, e que são ou foram professores desses alunos.

O presente trabalho está dividido em cinco capítulos, de modo que, no primeiro, apresento as abordagens histórica, epistemológica e curricular da Geometria; em especial, dos conceitos de perímetro e área.

No segundo, faço uma revisão da literatura sobre a formação docente em Matemática, apontando as características e as implicações desta formação no trabalho do professor, segundo dois modelos de formação docente pautados, respectivamente, na racionalidade técnica e na racionalidade prática. Também abordo a questão dos saberes dos professores, e a formação dos conceitos, na perspectiva histórico-cultural de Vygostsky (2008).

No terceiro, trato dos procedimentos metodológicos adotados para a realização da presente pesquisa.

Nos quarto e quinto capítulos, apresento os resultados desta investigação discutindo sobre as dificuldades de se ensinar Geometria, principalmente sobre os conceitos de perímetro e área, e como os professores analisam os erros dos alunos.

E, finalmente, teço algumas considerações que a finalização do presente estudo me permitiu fazer.

Abordagem histórica da Geometria e do seu ensino no Brasil

Neste capítulo faço um estudo sobre o desenvolvimento histórico, epistemológico e curricular da Geometria e das Grandezas e Medidas, em especial sobre o conceito de perímetro e de área de figuras planas. Para isso me apoio em Crescenti (2005, 2008), Pavanello (1989, 1993), Miorim (1998), Caraça (1951), Nacarato (2001), Chiummo (1998), Facco (2003), Fiorentini (1995), entre outros.

1.1 - A elaboração do conhecimento geométrico - Abordagem histórica

Não podemos afirmar com precisão sobre a origem da Geometria, pois são poucos os documentos encontrados e que sobreviveram ao tempo. Segundo a teoria do historiador grego Heródoto (séc. V a.C), a Geometria se origina no Egito e nasce da necessidade de demarcar a terra por conta das cheias do rio Nilo, o que acarretou no surgimento das medidas. Já para Aristóteles (384-322 a.C), ela tem origem na classe sacerdotal, por puro lazer (BOYER, 1974).

Entretanto, verificamos esboços de figuras geométricas simples, como círculos, quadrados, triângulos e espirais nas manifestações artísticas do homem pré-histórico. Essas figuras não representam nenhuma elaboração no conhecimento geométrico, mas evidenciam o interesse dos povos primitivos pelas formas e suas combinações, presentes nos elementos da natureza.

Eves (1992) ressalta que a Geometria se originou de observações simples e que um dos primeiros conceitos geométricos a ser desenvolvido foi a noção de distância. Segundo Crescenti (2008), a Matemática foi "criada e desenvolvida pelos homens em função das suas necessidades de sistematizar informações/observações" (p. 82).

Os primeiros indícios da utilização dos conhecimentos geométricos advêm do Período Neolítico (Idade da Pedra), quando os povos nômades deixaram de sê-lo, passando a lidar, a cultivar a terra. Assim, os conhecimentos geométricos foram provavelmente construídos empiricamente com a finalidade de responder às necessidades cotidianas das comunidades. Com as mudanças na maneira de viver, necessidades como vestuário e armazenamento de alimentos foram provocadas e para atendê-las, técnicas de agricultura e tecelagem foram desenvolvidas. A arte de tecer (número de fios, formas e padrões) relaciona forma e número, ou seja, Geometria e Aritmética. A tecelagem contribuiu também para o surgimento da noção de simetria e proporcionalidade, devido aos ornamentos utilizados. A agricultura, por sua vez, desenvolveu técnicas como construção de represas, canais de irrigação, ampliação da área de plantio, o que propiciou o desenvolvimento de conhecimentos relacionados a medição, desenho e representação de objetos (PAVANELLO, 1989).

A previsão do plantio e da colheita era muito importante, principalmente no Egito, devido às inundações regulares e anuais do Rio Nilo, o que tornou necessário aprender a prevê-la e, para tanto, foi organizado um calendário que levou ao desenvolvimento da Astronomia e Geometria. Com o alagamento das margens do Rio Nilo, a água alterava o limite de terras para cultivo e para redefinir, remarcar os limites das propriedades foram desenvolvidos conhecimentos geométricos relacionados a linhas, ângulos, figuras e o cálculo de áreas de superfícies planas. Foi a necessidade prática de demarcação de terra, após as inundações, que fez com que aparecessem os "mensuradores" e, assim, noções de figuras geométricas como retângulo, quadrado e triângulo. Os conceitos de área e perímetro provavelmente estão relacionados aos problemas de medição da terra (BOYER, 1996; EVES, 1992).

Ao término de cada cheia do Nilo, os agricultores que pagavam impostos ao rei pediam a redução de seus tributos proporcionalmente à quantidade de terra perdida pela ocupação.

Segundo Heródoto[4], o rei Sesóstris XII Dinastia (1900 a.C)

> "dividiu o território do Egito entre todos os egípcios, dando a cada um deles um lote quadrado igual a sua terra, impondo-lhes o pagamento de um tributo anual. Qualquer homem despojado de sua terra poderia ir a Sesóstris e expor-lhe a ocorrência; então o rei mandava homens seus para observar e medir a extensão do decréscimo da terra para conceder ao detentor do lote uma redução do tributo proporcional à perda" (p. 131)

[4] Heródoto: História. Editora Universidade Brasília, Brasília, 1985.

Com o desenvolvimento da Astronomia, a navegação foi expandida trazendo necessidade de novas formas de orientação, o que fez surgir a cartografia, que se utiliza de conceitos geométricos. A localização de navios e os acidentes geográficos levam ao conceito de ângulo, de alinhamento e triangulação. Já para avaliação de distâncias no mar se faz necessário o conceito de proporcionalidade que, por sua vez, leva ao conceito de semelhança de figuras (PAVANELLO, 1989).

Os babilônios e egípcios se interessaram muito pelas questões de medidas de comprimentos e áreas sem se preocuparem pela demonstração das fórmulas utilizadas. Para os egípcios, a geometria era essencialmente prática e, conforme relatado por Miorim (1998), o ensino da Matemática no Egito era baseado na resolução de problemas, de maneira mecânica, e por meio do treino de algoritmos.

A civilização grega também se debruçou sobre o estudo da Geometria e foram eles que deram o nome de Geometria a esse ramo da Matemática - geo = terra; metria = medida. Os gregos apresentavam uma nova atitude em relação à educação, onde essa deveria estar voltada para a formação de um tipo ideal de cidadão. Esse fato acarretou na discussão do papel que a Matemática deveria desempenhar nessa formação - ser um elemento técnico ou um elemento fundamental para o desenvolvimento de alguma habilidade intelectual? (MIORIM, 1998).

A Matemática grega é mais racional e desligada das questões práticas. Os conhecimentos, para os gregos, deviam ser apresentados sobre uma base racional e não por procedimentos empíricos como eram para os egípcios. Foram os gregos que formalizaram o conhecimento e desenvolveram o processo de demonstração. A Geometria não tinha para os gregos objetivos práticos, era vista como uma ciência formativa que conduzia a hábitos de raciocínio e de refinamento da inteligência (MABUCHI, 2000; MIORIM, 1998; PAVANELLO, 1989).

Foi Tales de Mileto (624 – 548 a.C.), nascido em Mileto, cidade da Ásia Menor, e considerado um dos sete sábios da Antiguidade, quem formulou o conceito de "demonstração ou prova” para a Ciência. Ele é considerado o precursor da geometria dedutiva, pelo fato de ter determinado matematicamente a altura da pirâmide Quéops, construída por volta de 2500 a.C. Ela é considerada uma das Sete Maravilhas do Mundo Antigo, tem 146 metros de altura, consumiu cerca de

2.300.000 blocos de pedra, com duas toneladas cada um e levou 20 anos para ser construída.

Em Crotona, uma colônia grega, Pitágoras (571-70 – 497-96 a.C.), nascido em Samos (uma ilha do mar Egeu) e um dos discípulos de Tales, cuja existência é questionada por vários autores devido à falta de escritos e pouca informação de sua vida, fundou uma associação científico-ético-política que exerceu profunda influência em seus contemporâneos. A escola pitagórica ensinava aos seus membros quatro disciplinas: Geometria, Aritmética, Astronomia e Música e aos alunos escolhidos ensinavam um currículo mais avançado.

Tudo é número - máxima da escola pitagórica que, como afirma Miorim (1998, p.14), "encontrou nos números os elementos essenciais para justificar a existência de uma ordem universal, imutável, tanto na sociedade quanto na natureza." Ao acreditar que a purificação só poderia ser alcançada através do conhecimento puro, essa escola foi responsável pelo "estabelecimento da matemática como uma disciplina racional" (BOYER apud MIORIM, 1998, p.15). A Pitágoras são atribuídas várias descobertas sobre as propriedades dos números inteiros, a construção de figuras geométricas e a demonstração de um teorema que leva seu nome, porém cabe ressaltar que o enunciado desse teorema já era conhecido pelos babilônios.

Segundo Miorim (1998), foi na escola pitagórica que a Matemática foi introduzida na educação grega e reconhecida como um elemento de grande valor formativo. Para Eudemus, primeiro historiador da Geometria, os pitagóricos tornaram a Matemática independente das necessidades práticas e a transformaram em uma atividade puramente intelectual. Os pitagóricos fizeram contribuições não somente à Geometria, mas à teoria dos números, astronomia, educação e filosofia.

Por volta de 300 a.C, Euclides (330 a.C – 260 a.C), um dos matemáticos mais importantes da história, escreve sua obra mais relevante *Os Elementos.* Essa é "a obra mais renomada na história da matemática" (BOYER, 1974, pág. 72), pois trata da compilação do conhecimento geométrico conhecido até então e ditou a forma do conhecimento geométrico da Antiguidade até a Modernidade. Essa obra é composta por treze livros com 465 proposições e aborda a Geometria, a Teoria dos Números e a Álgebra. Euclides apresenta a Geometria de modo brilhante, como um sistema lógico, como um corpo de conhecimento organizado sob a forma de um sistema dedutivo. Isto significa que toda afirmação deve ser deduzida logicamente de outras afirmações mais simples, e assim sucessivamente. Todas as afirmações decorrem, porém, de algumas premissas básicas admitidas como verdadeiras, que Euclides chamou de postulados. Partindo dos postulados e axiomas[5] são demonstrados os teoremas[6] (PAVANELLO, 1989).

Em suma, a geometria egípcia e babilônica era de natureza empírica, ou seja, intuitiva e experimental e ganha, com os gregos, um caráter teórico, axiomático e dedutivo (NACARATO, 2001).

A matemática grega cobriu de 600 a.C. a 600 d.C. A Geometria vai se arrefecendo a partir de III a.C., e o ano 529 pode ser considerado como o marco do fim do desenvolvimento da Matemática da Europa na Antiguidade. A Idade Média Européia (529-1436), nos seis primeiros séculos de sua era, nada de importante realizou em relação à Ciência em geral e nem à Geometria. O ensino clássico cedeu lugar ao ensino estritamente religioso que considerava a formação intelectual desnecessária e perigosa. Durante o período de “estiagem ou estagnação” do Ocidente, tornam-se os maiores depositários da Matemática, os chineses, hindus, persas e árabes, contribuindo significativamente para seu desenvolvimento. A partir dos séculos XI e XII, os clássicos gregos da Ciência e da Matemática voltam à Europa e junto os progressos árabes realizados no campo da Álgebra (BOYER, 1974).

No período do Renascimento[7], artistas e arquitetos se interessaram pela representação plana de figuras espaciais, o que fez surgir alguns elementos de perspectiva, ideias de projeções centrais e paralelas e, consequentemente, noções de Geometria projetiva. Foi nesse período que começaram a aparecer as primeiras obras didáticas de Geometria com a pretensão de romper com a abordagem

[5] Axioma – fato matemático aceito sem demonstração, sem prova. São verdades (supostamente) simples, consideradas evidentes, óbvias.

[6] Teorema não é uma verdade óbvia, mas torna-se evidente quando mostramos que ele pode ser derivado a partir dos postulados e dos axiomas, com o auxílio das definições.

[7] O Renascimento estendeu-se do século XIV ao XVII. Representa o marco que dividiu a Idade Média da Época Moderna. Leonardo da Vinci (1452 – 1519) é uma das personalidades mais notáveis do Renascimento e foi um dos defensores de um ensino de matemática mais voltado para a prática e aplicações.

euclidiana. A obra renovadora mais importante do século XVI foi a de Pierre de ta Ramée (1515 – 1572), onde apresenta, como fio condutor, a preocupação com as aplicações práticas e abandona, por completo, o caminho seguido por Euclides (MIORIM, 1998).

O século XVIII, como afirma Miorim (1998), pode ser considerado aquele que se preocupou com a relação teórico-prática. Em relação ao desenvolvimento da Matemática, a autora evidencia a importância desse século, pois ele “sucedeu o século em que a Matemática grega havia sido superada” e “precedeu o século do desenvolvimento da geometria e do rigor matemático.” (p. 42).

Há, no século XIX, uma mudança na abordagem da Geometria , sendo que pode ser considerado o século da revolução, pois foi nesse período que surgiram as Geometrias Não-Euclidianas de Bolyai e Lobachevsky (LAURO, 2007). A Geometria Euclidiana estuda as propriedades das figuras e dos corpos geométricos, não levando em conta o espaço; já as Geometrias Não-Euclidianas são aplicadas em superfícies curvas. Os matemáticos Gauss e Riemann também colaboraram para o desenvolvimento dessa Geometria nos espaços curvos.

Podemos perceber que foi a partir das necessidades cotidianas que a Geometria se desenvolveu. Entretanto, o seu desenvolvimento se apresenta de maneira dicotômica - prática ou teórica?

Como nossa atenção está voltada à Geometria escolar, mais especificamente aos conceitos de área e perímetro, apresento nos dois próximos itens, a abordagem epistemológica e curricular desses conceitos.

1.2 – Perímetro e Área – abordagem epistemológica

As informações documentais sobre a utilização da Geometria são oriundas dos Papiros Egípcios, sendo um dos mais precisos e famosos o **Papyrus Rhind** (1850-1650 a.C), com cerca de 30 centímetros de altura e 5 metros de comprimento. Esse papiro contém 87 exercícios e suas resoluções, com vinte (20) deles dedicados à área dos campos e volumes dos celeiros.

Para calcular o volume de recipientes cilíndricos, cúbicos e retangulares, os egípcios multiplicavam a área da base pela altura, como mostram os problemas 44 e

46 do Papyrus Rhind. Tanto egípcios quanto babilônios tinham posse das fórmulas para o cálculo da área das figuras usuais como quadrado, retângulo, triângulo; porém não há nos documentos indícios de provas e demonstração matemática.

O problema 51 trata do cálculo da medida da área de um triângulo isósceles[8] de altura 13 e base 4. Sugere para a resolução do problema a decomposição do triângulo isósceles em dois triângulos retângulos[9]. Um triângulo retângulo é deslocado e reagrupado ao outro de maneira a compor um retângulo, como indica a figura 1 (BOYER, 1974).

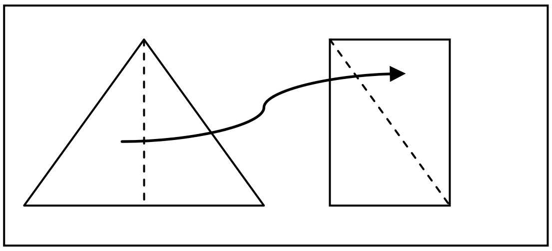


Figura 1

A decomposição e composição de figuras para o cálculo da medida da área também pode ser constatada na resolução do problema 52, onde o trapézio isósceles[10] é decomposto para formar um retângulo, como mostra a figura 2.

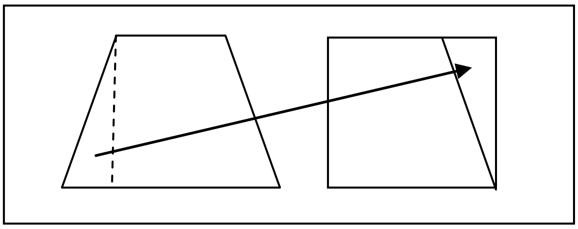


Figura 2

Na obra *Os Elementos,* do geômetra grego Euclides, cuja grandiosidade e importância já foram mencionadas anteriormente, não há definição de área. “Para ele duas figuras são chamadas iguais quando têm o mesmo comprimento, se forem segmentos, e a mesma área, se são figuras planas e o mesmo volume, se são sólidos” (CHIUMMO, 1998, p. 22).

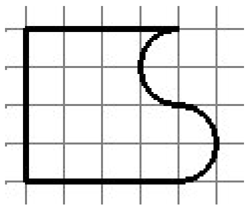
Para Euclides, as áreas de duas figuras quaisquer são iguais se elas possuem a mesma base e altura. Logo, duas figuras são equivalentes quando têm a

8 Triângulo isósceles – triângulo que tem pelo menos dois lados iguais.
9 Triângulo retângulo – triângulo que tem um ângulo reto, ou seja, um ângulo que mede 90º.
10 Trapézio – quadrilátero que tem um par de lados paralelos.

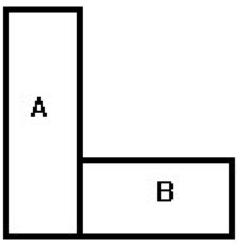
mesma área. Por meio de decomposição de figuras planas pode-se demonstrar esse fato (CHIUMMO, 1998; FACCO, 2003).

Segundo Bellemain e Lima (2000, p.4), do ponto de vista da estrutura matemática, a construção do conceito de área e o processo de medir área têm como ponto de partida “a definição de uma função f - dita função área **-** num conjunto ***S*** de superfícies, assumindo valores no conjunto dos números reais não negativos”. Os autores apontam três propriedades essenciais para caracterizar a grandeza área, que são:

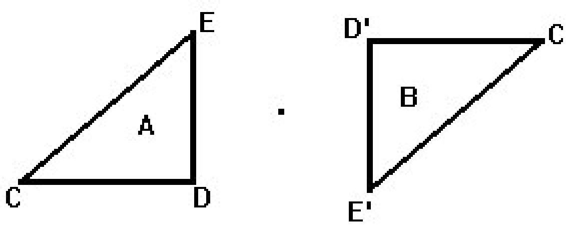
1) **positividade**: uma figura que possua interior não vazio tem área positiva;



2) **aditividade**: se duas figuras A e B têm em comum pontos de suas fronteiras, então a área da figura A∪B (A união de B) é a soma da área A com a área B;



3) **invariância por isometrias**: se uma figura plana A é transformada em outra B, de modo que a distância entre dois pontos quaisquer de A fica inalterado em B, então A e B têm a mesma área.



Os autores, no entanto, alertam que, considerando as três propriedades acima, é necessária a caracterização do domínio ***S*** da função (f), ou seja, verificar quais superfícies são mensuráveis pela função área. Assim, é necessário limitar uma região do plano, ou seja, a parte do plano ocupada por uma figura plana.

Para abordar o conceito de área, faz-se necessário, ainda, pressupor conhecimentos referentes ao conceito de comprimento e, também, assumir uma outra superfície que será tomada como unidade de área para comparar com a superfície da qual se deseja saber a área.

O ato de medir faz parte de nossas vidas. Medimos o tempo, a quantidade de alimentos que consumimos, a quantidade de combustível, nossa altura, nosso peso etc. Porém, têm-se observado uma grande dificuldade dos alunos em algumas operações com medidas. Entre elas, podemos citar o reconhecimento da diferença entre área e perímetro.

Baltar (1996, apud LIMA; BELLEMAIN, 2000) classificou a distinção entre perímetro e área em pontos de vista distintos. São eles:

- **topológico**: os conceitos de área e de perímetro correspondem a objetos geométricos distintos, a área sendo associada à superfície e o perímetro ao contorno. Na figura 1, a superfície destacada em azul corresponde à área; e na figura 2, o destaque em azul refere-se ao contorno, ou seja, ao perímetro da figura.

Figura 1

Figura 2

- **dimensional**: uma superfície e seu contorno são objetos matemáticos de naturezas distintas no que diz respeito às dimensões, o que traz consequências imediatas sobre o uso das unidades adaptadas à expressão das medidas de área e perímetro. A figura 3 tem duas dimensões, é bidimensional, adequada ao cálculo de áreas; a figura 4 tem uma dimensão, é unidimensional, utilizada no cálculo de perímetro.

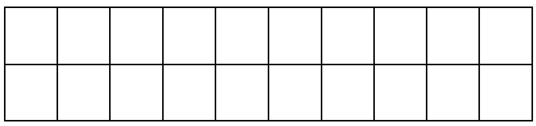
Figura 3

Figura 4

- **computacional**: corresponde à aquisição das fórmulas de área e perímetro de figuras usuais;

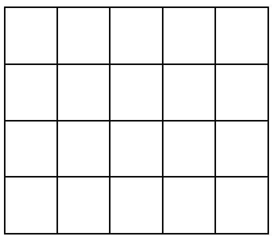
- **variacional**: consiste na aceitação de que área e perímetro não variam necessariamente no mesmo sentido, de que superfícies de mesma área podem ter perímetros distintos e vice-versa. A figura 5 e 6 são exemplos de superfícies que possuem mesma área e perímetros diferentes.

Figura 5



Área = 20 u^2
Perímetro: 24 u

Figura 6



Área = 20 u^2
Perímetro: 18 u

Para (re)construir o conceito de perímetro e área, é necessário, primeiramente, que os alunos entendam o que é medir.

Segundo Caraça (1951), medir consiste em comparar duas grandezas de mesma espécie. Ele enuncia três aspectos da medida: i) a **seleção da unidade** – é necessário escolher uma unidade adequada à grandeza que se trata. Por exemplo, seria inviável tomar o milímetro como unidade de distância geográfica; ii) a **comparação da unidade com a grandeza** e iii) **expressão numérica da comparação** – número que se obtém como resultado da medição, ele exprime o resultado da comparação com a unidade. Diz, ainda, que o “primeiro e o terceiro aspectos do problema estão intimamente ligados e cada um deles condiciona o outro” (CARAÇA, 1951, p. 30).

Sendo assim, o ato de medir não é simples, não basta pegar uma régua e dar o tamanho do objeto. É preciso a compreensão da unidade, pois é a quantidade constante da unidade que permite comparar grandezas. É preciso que se entenda que a mesma quantidade de unidade, mas de tamanho diferente, implica em grandezas de medidas diferentes. Por exemplo: se a unidade metro couber três vezes no comprimento de uma parede, essa parede medirá três metros; se a unidade de centímetro couber exatamente três vezes na altura do rodapé, dizemos que a altura do rodapé é de três centímetros. O comprimento da parede é diferente da altura do rodapé, mesmo sendo utilizada a mesma quantidade de unidades.

Medir a área de uma superfície é compará-la à área de outra superfície. O resultado dessa comparação será um número que, por sua vez, exprime quantas vezes a figura, que está sendo medida, contém a unidade área. Aqui, a etapa central é a escolha de uma superfície à qual se atribui o valor 1, pois a área da superfície unitária passa a ser denominada unidade de área. Deve-se observar, de acordo com Lima e Belleiman (2004), que a unidade de área pode estar associada a diferentes superfícies unitárias.

Enfim, o conceito *área* é o saber matemático que permite comparar e medir o espaço ocupado pela superfície. E, o *perímetro* é a medida do comprimento do contorno.

Os conceitos perímetro e área estão na interface de dois campos matemáticos: no geométrico e no das grandezas e medidas.

Uma questão de ensino-aprendizagem relativo ao conceito da grandeza área se deve ao fato do problema de área ser tratado somente do ponto de vista geométrico ou somente do numérico. Lima e Bellemain (2000) apoiam-se em Douady & Perrin-Glorian (1989), que distinguem três quadros, para o estudo da área e superfície:

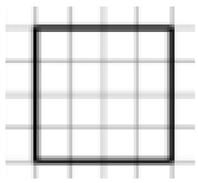
- **quadro geométrico** – constituído por superfícies planas, as figuras planas como triângulo, quadriláteros, círculos, figuras de contornos irregulares, ou seja, modelos matemáticos de faces planas de objetos do mundo físico;

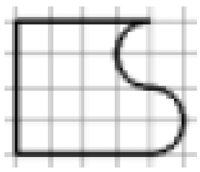
- **quadro numérico –** consiste nas medidas das superfícies pertencentes ao conjunto dos números reais positivos, como 7, 2, ½;
- **quadro das grandezas** – integra os dois primeiros quadros e tem como objetos os conceitos de perímetro, área, volume, capacidade. São expressões compostas de um número e de uma unidade de medida, como 7 cm^2, ½ ha, 2 m^2.

No caso da grandeza comprimento, tem-se no quadro geométrico, as curvas (incluindo segmentos de retas e linhas poligonais); no quadro numérico, as medidas de comprimento e no quadro da grandeza, o comprimento das curvas.

O jogo entre os quadros auxilia os alunos a compreenderem que a área de uma superfície plana é um objeto matemático distinto da superfície plana, visto que superfícies diferentes podem possuir a mesma área. Também se distingue do número que está associado a essa superfície quando se escolhe uma superfície unitária para medi-la, pois mudar a superfície unitária altera a medida de área, mas a área permanece a mesma (LIMA; BELLEMAIN, 2000).

Por exemplo: As figuras abaixo têm a mesma área mas são de formas diferentes.





1.2.1 – A aprendizagem dos conceitos geométricos

Alguns autores como Pais (1996, 2000), Nacarato (2001), Nacarato e Passos (2003) têm trazido contribuições em relação aos saberes relativos ao conhecimento geométrico.

Pais (1996) destaca quatro elementos que intervêm fortemente no processo ensino-aprendizagem da Geometria: objeto, desenho, imagem mental e conceito. Esses elementos estão correlacionados aos aspectos intuitivo, experimental e teórico apontados por Gonseth, citado por Pais (1996), como fundamentais do conhecimento geométrico.

O autor usa o termo objeto associado aos materiais didáticos, de natureza concreta e que podem ser manipulados. O objeto, segundo Pais (1996), pode ser considerado como a primeira forma de representação do conceito, uma vez que o processo de construção teórica é lento, gradual e complexo. É preciso que o sujeito entenda que o objeto é um simples modelo físico que contribui na formação das ideias, mas não as substitui, ou seja, ele dá o suporte de materialidade.

O recurso do desenho, que segundo Pais (2002) constitui na segunda forma de representação dos conceitos geométricos, é mais complexo por exigir interpretação de seu significado. Pais (1996) considera que a correlação entre o concreto e o abstrato, envolvida na representação conceitual, revela o principal objetivo didático que é a necessidade de transcender o próprio desenho. O autor destaca que na Geometria Plana, o uso do desenho é bem mais simples que em Geometria Espacial, pois os alunos encontram grandes dificuldades na aprendizagem dos conceitos espaciais, em razão da exigência do recurso da técnica da perspectiva para colocar em evidência a terceira dimensão.

Os objetos e desenhos podem estimular uma terceira forma de representação das noções geométricas, que é a formação de imagens mentais e, assim, possibilitar a abstração. Elas são mais complexas e se caracterizam "como um suporte bem sofisticado de representação conceitual" (PAIS, 2000, p.4).

Por exemplo, para verificar se o aluno tem o conceito de quadrilátero, pode lhe apresentar uma caixa de sapatos e pedir que ele identifique os quadriláteros, ou apresentar um desenho na forma de um quadrilátero e pedir que ele nomeie e identifique propriedades, ou ainda pedir que ele imagine um quadrilátero e desenhe a figura imaginada em um papel. Nessas situações tem-se o objeto (caixa), o desenho (pronto), a imagem mental (concretizada pelo desenho) e o próprio conceito.

Nacarato, Gomes e Grando (2008) evidenciam que o conceito geométrico é sempre figural, o que quer dizer que "a palavra, por si só, evoca a imagem" (p.29). Utilizam como exemplo a imagem que a palavra triângulo evoca - a de uma figura de três lados e três vértices.

A intuição, para Pais (1996), está relacionada às imagens mentais que o indivíduo dispõe. Apesar da dificuldade de definir imagem mental, o autor considera que um indivíduo as possui quando é capaz de descrever as propriedades de um objeto, mesmo este estando ausente.

Segundo o mesmo autor, o processo de construção dos conceitos geométricos (teórico) é constituído pelas representações de objetos e desenhos (experimental) e pelas imagens mentais (intuitivo).

No entanto, esse autor salienta, numa outra obra, em 2000[11], que a construção do conhecimento geométrico pode ser dificultada ou obstruída pela estrutura dualista da racionalidade ou do empirismo. Isso porque a prática pedagógica de Geometria, em certos momentos e por muitos professores, acaba por ser marcada, de algum modo, ou pela tendência epistemológica "racionalista" ou pela "empirista".

Na visão racionalista, "a razão é a única fonte de conhecimento" e a "aprendizagem seria uma espécie de contemplação através da qual os saberes seriam conduzidos pela intuição das idéias", não se fundamentando em nenhum tipo de experiência. O autor sinaliza que a prática educativa pautada exclusivamente no método científico acaba por privilegiar uma única dimensão do processo de elaboração do saber.

Já na visão empirista, "a experiência é considerada a única fonte legítima do conhecimento e sobre a qual a razão não tem nenhuma prioridade" (PAIS, 2000, p. 10), ou seja, todos os conhecimentos teriam origem nas atividades experimentais.

Pais (2000) enfatiza que nas atividades que envolvem materiais, o professor precisa estar atento para que as informações provenientes da manipulação estejam em sintonia com algum pressuposto racional e, ao mesmo tempo, que todo argumento dedutivo esteja associado a alguma dimensão experimental. Evitando, assim, "uma racionalidade vazia desprovida de significado" e uma "atividade empírica desconexa de um objetivo educacional previamente analisado." (PAIS, 2000, p.13-14).

Nacarato e Passos (2003) defendem um ensino de Geometria pautado no trabalho simultâneo com o objeto, desenho e conceito, destacando os aspectos figurais e conceituais das figuras geométricas. As autoras abordam esses aspectos apoiadas em Fischbein (1993).

---

[11] PAIS, L. C. Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria. 2000. Disponível em: www.anped.org.br/23/textos/19/1919t.pdf

A denominação “conceito figural”, dada por Fischbein, inclui a figura e suas propriedades. Segundo Nacarato (2001), a figura geométrica é entendida como uma imagem mental, controlada por conceitos, que representa um modelo materializado dessa imagem.

Toda figura geométrica possui características relacionadas à sua natureza conceitual. Fischbein (1993) destaca algumas delas, que são: a perfeição absoluta das entidades geométricas só pode ser considerada num sentido conceitual; as entidades geométricas – ponto, linha, plano – não podem existir em realidade empírica, uma vez que os objetos reais da nossa experiência possuem três dimensões, enquanto elas apresentam dimensão zero, uma e duas dimensões, respectivamente; as propriedades das figuras geométricas são impostas, derivadas de definições, como explicita o exemplo a seguir:

> (...) um quadrado não é uma imagem desenhada numa folha de papel. É uma forma controlada por sua definição (embora possa ser inspirada por um objeto real). Um quadrado é um retângulo que tem lados iguais. Partindo destas propriedades pode-se prosseguir descobrindo outras propriedades do quadrado (a igualdade de ângulos, que são todos ângulos retos, a igualdade das diagonais, etc.) (FISCHBEIN, 1993 apud NACARATO e PASSOS, 2003, p. 63).

As práticas dos professores podem contribuir para que os aspectos figurais prevaleçam sobre os conceituais da figura, visto que muitas vezes as figuras são representadas graficamente por meio de uma única maneira e posição, contribuindo para que o conceito da figura seja relegado a um plano secundário (NACARATO e PASSOS, 2003).

A visualização é uma habilidade espacial necessária à formação do conceito geométrico, visto que os aspectos figurais são decorrentes de imagens visuais.

> A visualização pode ser considerada como a habilidade de pensar, em termos de imagens mentais (representação mental de um objeto ou de uma expressão), naquilo que não está ante os olhos, no momento da ação do sujeito sobre o objeto. O significado léxico atribuído à visualização é o de transformar conceitos abstratos em imagens reais ou mentalmente visíveis (NACARATO e PASSOS, 2003, p. 78).

No próximo item apresento um retrospecto do ensino da Matemática no Brasil, pois isso se faz necessário para permitir que se entenda o contexto atual do ensino da Geometria.

1.3 – A Geometria no Ensino Brasileiro de Matemática (das várias reformas até os dias de hoje)

O ano de 1549 marca a história da Educação no Brasil devido à chegada dos padres jesuítas que trouxeram além da moral, dos costumes, da religiosidade, os seus métodos pedagógicos.

Em 1570 eles já haviam fundado cinco escolas de instrução elementar[12] e três colégios localizados no Rio de Janeiro, Pernambuco e Bahia. Ensinavam nos cursos elementares as primeiras letras, mantinham cursos secundários de Letras e Filosofia e cursos superiores, voltados à formação de sacerdotes, de Teologia e Ciências Sagradas.

O ensino da Matemática não recebeu, por parte da maioria dos jesuítas, um lugar de destaque, pois não a reconheciam como sendo importante para a formação dos homens. Para eles

> O estudo das ciências especulativas como a geometria, a astronomia e a física é um divertimento em vão. Todos esses conhecimentos estéreis e infrutíferos são inúteis por eles mesmos. Os homens não nascem para medir linhas, para examinar as relações entre ângulos e para empregar todo o seu tempo em considerar os diversos movimentos da matéria. Seu espírito é muito grande, a vida muito curta, seu tempo muito precioso para se ocupar de tão pequenas coisas. (DAINVILLE apud VALENTE, 1999, p.35).

O método jesuítico perdurou 210 anos, até 1759, quando os jesuítas foram expulsos do Brasil pelo Marquês de Pombal. Segundo Bello (2004), esse fato desestruturou o sistema educacional no Brasil e o caos se estendeu até que a Família Real, fugindo de Napoleão na Europa, transferiu o Reino para o Novo Mundo. Com sua vinda, D. João VI abriu Academias Militares, Escolas de Direito e Medicina, a Biblioteca Real, o Jardim Botânico e a Imprensa Régia. Porém, pouco se fez pela educação brasileira.

No período colonial[13], os filhos da elite brasileira cursavam os estudos superiores na Europa, fato que perdeu o sentido com a Independência do Brasil, gerando a necessidade de fundar uma Universidade em território brasileiro.

---

[12] Essas escolas se localizavam em Porto Seguro, Ilhéus, São Vicente, Espírito Santo, São Paulo de Piratininga.

[13] Período compreendido de 1500 até 1822.

Em 11 de agosto de 1827, uma lei estabeleceu a criação de cursos jurídicos. Para ingressar nesses cursos os alunos realizavam exames de Língua Francesa, Gramática Latina, Retórica, Filosofia racional e moral e Geometria. Valente (1997) explica que foram os membros da Câmara e do Senado que decidiram a inclusão de tais disciplinas. A razão pela qual a Geometria entrou no rol das disciplinas foi de que ela é lógico-prática e que habilita a raciocinar com vigor e exatidão; o seu estudo exercita a razão e proporciona aos estudantes tirar conclusões exatas tornando-se, assim, indispensável.

A Geometria teve um espaço de destaque e se torna muito valorizada para o ingresso aos cursos jurídicos, e em 1832, para os cursos das Academias Médico–Cirúrgicas e para as escolas Politécnicas.

Cabe ressaltar que o ensino de Geometria no Brasil ficou atrelado às necessidades da guerra. A Geometria tornara-se importante na Europa devido ao grande desenvolvimento que as armas de guerra sofreram a partir do século XIV. Criaram-se aulas de artilharia e fortificação face às necessidades de melhores defesas e de desenvolvimento no campo militar. Foi nesse novo campo que a Matemática ganhou espaço.

O engenheiro, profissional do exército, "que serve à guerra para ataques, defesa e fortificação de praças" (FURETIÈRIE apud VALENTE, 1999, p.41) utilizava o conhecimento geométrico como seu principal conhecimento.

Esses conhecimentos eram necessários para construção de um nível (esplanada ou leito em que joga a artilharia), para a graduação de uma esquadra (instrumento para graduar a elevação dos tiros, principalmente dos canhões), dar vento às balas (determinar o diâmetro da bala através do diâmetro interno da boca do canhão, descontando a folga entre a bala e o tubo do canhão) e construir um petipé (ou escala, permite ao artilheiro graduar os calibres). (PARDAL apud MENESES, 2007).

A Matemática instrumental que servia ao comércio e à formação militar muda, segundo Valente (2008), de *status*, e passa à categoria de saber de cultura geral ao ser requerida nos cursos de preparação ao ensino superior.

1.3.1 - Reforma Francisco Campos – a reforma que instaurou a disciplina matemática no Brasil.

Várias reformas federais ocorreram na Primeira República, porém não houve êxito em nenhuma delas. Romanelli (1986) e Miorim (1998) concordam com o fato de que nenhuma das reformas que ocorreram após a de Benjamin Constant, até 1930, produziram mudanças significativas no ensino secundário brasileiro.

Em 1922, Arthur Thiré, preocupado com o número de reprovações no Colégio Pedro II, sugere em uma reunião o aumento do número de aulas para o curso de Aritmética. Essa sugestão não foi aceita o que corroborou para a adoção de um novo livro que se adequasse a grade curricular do colégio. Em substituição aos livros antigos foram adotados os livros de Euclides Roxo[14].

O Colégio Pedro II, em 1929, sob direção do Professor Euclides Roxo, sofre mudanças curriculares que, influenciadas pelo Movimento Internacional de Reforma de Ensino de Matemática, estabelece articulações entre Aritmética, Álgebra e Geometria, criando assim uma nova disciplina: a Matemática.

Esse fato é relatado por Valente (2004) ao explicar que

> (...) Todas as disciplinas deveriam ser repensadas para a nova clientela e as novas condições do trabalho escolar. Especificamente um novo ensino de aritmética, álgebra, geometria e trigonometria necessitaria ser organizado para atender às classes de alunos com idade média de 11 anos. Esse, certamente, foi um dos motivos que levou o colégio-modelo do ensino secundário brasileiro – o Colégio Pedro II- a modificar o seu programa de ensino, a partir de discussões que haviam começado a serem feitas desde 1927 (p. 82)

A Geometria era considerada o carro-chefe para o funcionamento da nova disciplina escolar. O caráter intuitivo e experimental estavam presentes nas questões sobre a aprendizagem dos alunos. Apesar das mudanças curriculares serem dirigidas ao Colégio Pedro II, outros colégios do país se apropriam de tais mudanças visto que, desde o Império, o Colégio Pedro II era referência para outras

[14] Euclides de Medeiros Guimarães Roxo nasceu em Aracaju, Sergipe, em 10 de dezembro 1890 e faleceu em 21 de setembro de 1950, no Rio de Janeiro. Em 1909 bacharelou-se no Colégio Pedro II e formou-se em engenharia em 1916 pela escola Politécnica do Rio de Janeiro. Em 1915, foi aprovado em concurso para professor substituto de Matemática do Colégio Pedro II. Em 1919 foi nomeado catedrático e no período de 1925 a 1935 foi diretor do Colégio Pedro II (CARVALHO apud MENESES, 2007, p.77-78).

escolas e ditava o que deveria se feito no ensino secundário do Brasil (MENESES, 2007).

A organização escolar brasileira, no início do século XX, se apresentava altamente seletiva. A dualidade ensino prático ou teórico prevalece. Pavanello (1993) relata que o ensino da Matemática na escola primária era utilitarista, enquanto o ensino secundário, destinado às elites, puramente abstrato, sem preocupação com aplicações práticas.

Em 1930, devido aos interesses e pressão da sociedade, o Governo busca a modernização e uma das propostas era a reforma do ensino secundário e Superior. Nesse momento o ministério da "Educação e Saúde" é criado.

Foi promulgada, em 18 de abril de 1931, pelo decreto-lei nº 19.890, e depois consolidada pelo Decreto nº 21.241, de 4 de abril de 1931, a Reforma Francisco Campos. Ela deu início à reforma educacional e tinha como objetivo principal tentar unificar o ensino em todo o âmbito nacional. Essa reforma era caracterizada pelo enciclopedismo curricular e retomou o sonho de Benjamin Constant de fazer do curso secundário a oportunidade de dar ao jovem um pouco de todo o saber humano. De acordo com Miorim (1998, p.93), "foi a primeira tentativa de estruturar todo o curso secundário nacional e de introduzir nele os princípios modernizadores da educação. "

Miorim, Miguel e Fiorentini (1993) comentam que a Reforma Francisco Campos foi responsável pela unificação, em uma disciplina denominada Matemática, dos quatro ramos da matemática – Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria – tratados, até então, como disciplinas isoladas no currículo escolar brasileiro.

Na mesma direção, Pavanello (1993) descreve que, até então, o que se observava era a tentativa de estabelecer a unidade entre os vários ramos da Matemática, pois eram ensinadas separadamente e por diferentes professores. A partir dessa reforma, o ensino da nova disciplina ficou sob a responsabilidade de um único professor que deveria desenvolver, integradamente, o ensino dos vários assuntos.

Atualmente, na rede pública do Estado de São Paulo, o ensino da Matemática ocorre de maneira análoga. Um único professor é responsável por desenvolver o ensino integrado dos ramos da Matemática - Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria.

Segundo Valente (2008), em vez da fusão dos ramos da Matemática, houve uma reunião deles, pois as aulas semanais foram divididas em partes, onde abordava a cada dia da semana, uma de suas áreas.

Com a reforma, há uma mudança de paradigma para o ensino secundário brasileiro que, até então, era um simples curso de passagem, tendo como finalidade última a matrícula nos cursos superiores para se tornar um curso formativo.

Francisco Campos justifica seus novos objetivos para a educação ao dizer que:

> A sua finalidade exclusiva não há de ser a matrícula nos cursos superiores; o seu fim, pelo contrário, deve ser a formação do homem para todos os grandes setores da atividade nacional, construindo no seu espírito todo um sistema de hábitos, atitudes e comportamentos que o habilitem a viver por si mesmo e a tomar em qualquer situação as decisões mais convenientes e mais seguras (ROCHA apud MENESES, 2007, p.89).

Foi por meio dessa reforma que ficaram estabelecidos "definitivamente o currículo seriado, a frequência obrigatória, dois ciclos, um fundamental e outro complementar e a exigência de habilitação neles para o ingresso no ensino superior" na educação secundária brasileira. (ROMANELLI apud MIORIM, 1998, p.94).

Com a reforma, o ensino secundário volta a ter duração de sete anos, e é dividido em dois ciclos; o primeiro – com duração de cinco anos denominado *curso secundário fundamental*, que visava a formação do homem para todos os grandes setores da atividade nacional; e o segundo ciclo – os *cursos complementares* com a finalidade de preparar para os cursos superiores.

O modelo do Colégio Pedro II, sob direção de Euclides Roxo, foi estendido a todo território nacional através da Reforma Francisco Campos. É nítido que, no Brasil, o mentor da nova disciplina escolar - Matemática - foi Euclides Roxo.

Miorim (1998) explica que o objetivo do ensino de Matemática deixa de ser apenas o "desenvolvimento do raciocínio", conseguido através do trabalho com a lógica dedutiva, incluindo também o desenvolvimento de outras "faculdades" intelectuais, ligadas à utilidade e aplicação da Matemática. A proposta para o ensino da Geometria é que se inicie nas observações intuitivas até atingir a exposição formal, a demonstração.

Outra iniciativa importante dessa reforma, com a finalidade de correção de um dos fatores de ineficiência do ensino secundário - a carência de adequada formação de seu professorado - foi a criação, em 1934 e 1935 respectivamente, das Universidades de São Paulo e do Rio de Janeiro.

1.3.2 -Reforma Gustavo Capanema - 1942

Essa reforma, conhecida como Lei Orgânica do Ensino Secundário, foi promulgada em 09 de abril de 1942 pelo decreto-lei nº 4.244 e reestrutura o ensino secundário. Também caracterizada pelo enciclopedismo e com duração de sete anos, apresenta-se dividido em dois ciclos; o primeiro denominado curso *ginasial* - com quatro anos de duração e o segundo denominado *colegial* subdividido em *clássico e científico,* com duração de três anos.

Em relação ao ensino de Matemática, esse difere do programa anterior, pois os ramos da Matemática – Aritmética, Álgebra e Geometria não precisavam necessariamente ser abordados em cada uma das séries do curso ginasial. No que tange ao ensino da Geometria, deve-se abordar, no curso ginasial, de maneira intuitiva[15] nas duas primeiras séries e dedutivamente nas duas séries finais. A Geometria também consta na programação de todos os anos do colegial (PAVANELLO, 1993).

1.3.3 - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – 1961

Diante do descontentamento do ensino ministrado nos cursos secundários, Simões Filho, Ministro da Educação, pediu à Congregação do Colégio Pedro II a elaboração de novos programas de ensino que se adaptassem ao tempo reservado para seu desenvolvimento. De acordo com Pavanello (1993), os conteúdos continuam os mesmos, mas apresentam alterações na sua distribuição. A Geometria

[15] A intuição é uma forma de conhecimento imediato que está sempre disponível no espírito das pessoas e cuja explicitação não requer uma dedução racional guiada por uma sequência lógica de argumentos deduzidos um dos outros (PAIS, 1996, p.72).

não consta mais na segunda série do ginásio e, no colegial, é concentrado no primeiro ano e não nos três anos como no programa anterior.

Em dezembro de 1961 foi promulgada a Lei nº 4.024 – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. O ensino de Matemática, nas três primeiras séries do curso ginasial, deve propiciar os conhecimentos de ordem prática exigidos nas atividades cotidianas. Os programas, então, contavam com os conceitos de porcentagem, descontos, juros, conversão de medidas e problemas de Geometria plana intuitiva, dedicando-se o máximo do tempo com resolução de problemas e exercícios. A Geometria plana dedutiva seria iniciada na quarta série do ginásio, porém limitada à demonstração dos teoremas mais importantes visando sempre à aplicação de ordem prática (PAVANELLO, 1993).

Até esse momento, o ensino da Geometria se pautava numa abordagem euclidiana e enfrentava problemas relacionados ao conhecimento do professor e aos métodos utilizados, além da dificuldade em se estabelecer ligação entre a Geometria prática da escola elementar com a abordagem axiomática da escola secundária (PAVANELLO, 1989).

1.3.4 - Movimento da Matemática Moderna - MMM

O ensino da Matemática até final da década de 50 tem o modelo euclidiano e a concepção platônica como características. A Matemática se apresentava de maneira estática, a-histórica e independente do homem, ou seja, o conhecimento matemático não é construído ou produzido pelo homem, ele já preexiste. A finalidade de seu ensino era o desenvolvimento do "espírito" e do pensamento lógico-dedutivo, por isso a Geometria era destacada no currículo. O processo de ensino-aprendizagem ocorre de maneira autoritária, centrado num professor expositor de conteúdos e em alunos passivos que copiam, memorizam e repetem o que lhes foi dito (FIORENTINI, 1995).

É após 1950 que ocorre um dos períodos mais importantes na história da Educação Matemática no Brasil. Miorim (1998) relata que "em nenhum outro momento o ensino da Matemática foi tão discutido, divulgado e comentado como naquele período" (p.114). Os professores brasileiros engajados nos ideais do movimento internacional conhecido como Movimento da Matemática Moderna (MMM) reformulam e modernizam o currículo escolar e os métodos de ensino.

Tudo indica que o lançamento do primeiro satélite soviético, o Sputnik, em 1957, pelos russos, foi decisivo para que esse movimento ganhasse força. Afinal, foi a partir desse fato que os americanos, ameaçados em perder a liderança tecnológica, passaram a investir na promoção de uma reforma na educação. O descompasso entre os conteúdos ensinados na escola secundária e o desenvolvimento sócio econômico era uma das justificativas para a mudança do ensino. O que se esperava desse movimento é que dele resultassem subsídios para a formação do futuro homem, chamando uma Matemática mais atual, mais nova, a fim de eliminar os conteúdos antigos e tradicionais, além de um ensino numa dimensão mais utilitária (VITTI, 1998).

A década de 60 foi marcada pelo MMM que tinha como um de seus propósitos a tentativa de unificar os três campos da Matemática: Aritmética, Álgebra e Geometria. Para tal, propôs trabalhar a Matemática via estruturas algébricas, teoria dos conjuntos e lógica. Pavanello (1993) comenta que essa orientação pode ser facilmente colocada em prática na Álgebra e Aritmética, mas não em Geometria. A autora comenta também que, para atender ao movimento, a Geometria passou a ser trabalhada sob o enfoque das transformações (abordagem que possibilita o tratamento da Geometria pelas estruturas algébricas), o que resultou em problemas ainda maiores que aqueles enfrentados na abordagem do ensino tradicional, pois o despreparo da maioria dos professores de Matemática que, não dominando o assunto, acabou, gradualmente, deixando de ensiná-la e enfatizando o estudo da Álgebra.

Não há mudanças na relação professor-aluno e no processo de ensino-aprendizagem, como relata Fiorentini (1995, p.14)

> (...) O ensino, de um modo geral, continua sendo acentuadamente autoritário e centrado no professor que expõe/demonstra rigorosamente tudo no quadro-negro. O aluno, salvo algumas poucas experiências alternativas, continua sendo considerado passivo, tendo de reproduzir a linguagem e os raciocínios lógicos-estruturais ditados pelo professor.

Segundo Nacarato (2001), após a reforma modernista, o papel desempenhado pela Geometria foi o de subsidiar a construção de conceitos e visualização de propriedades aritméticas e algébricas.

1.3.5 - Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1º e 2º Graus – 1971

A Lei nº 5.692, de 11 de agosto de 1971, estabeleceu que o ginásio se deslocasse do ensino secundário e integrasse o ensino primário. Dessa forma, primário e ginásio foram unificados formando a escola de 1º grau e instituindo a obrigatoriedade de oito anos escolares. Foi instituída, também, uma escola de 2º grau profissionalizante com objetivo de dotar o país com mão-de-obra qualificada.

Como a lei permitia que cada professor montasse seu plano de acordo com a "clientela", isso facilitou, segundo Pavanello (1989; 1993), o abandono do ensino da Geometria no Brasil. A autora relata que os professores do Ensino Fundamental (1º grau) se limitaram a trabalhar somente a Aritmética e as Noções de Conjunto e com isso os alunos deixaram de aprender Geometria. Seu estudo, quando muito, passou a ser realizado apenas no 2º grau. O fato de o Desenho Geométrico ser substituído pela Educação Artística, nos dois graus de ensino, agravou ainda mais a dificuldade dos alunos em trabalhar com figuras geométricas e suas representações.

A autora ressalta que a Geometria continua constando na programação das escolas particulares. Sendo assim, "a dualidade tradicional de nosso ensino poderia, então, ser reformulada como escola onde se ensina a geometria (escola da elite) x escola onde não se ensina a geometria (escola do povo)" (PAVANELLO, 1993, p. 15).

1.3.6 - Proposta Curricular para o ensino de Matemática do 1º grau – 1986

A Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, amparada pela Lei nº 5988 de 14 de dezembro de 1973, divulgou em 1986[16], a Proposta Curricular para o ensino de Matemática do 1º grau.

[16] A proposta possui diferentes versões, sendo a primeira edição publicada em 1986 e as segunda e terceira edições em 1988. Citamos a versão de 1988.

Essa proposta foi estruturada pela Equipe Técnica de Matemática da Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas – CENP e buscava resolver os problemas de ensino dessa área de conhecimento, tais como: preocupação excessiva com a memorização de regras e algoritmos; priorização dos conteúdos algébricos eliminando, muitas vezes, o ensino geométrico e a exigência da formalização precoce e um nível de abstração em desacordo com o amadurecimento do aluno (SÃO PAULO, 1988).

Com o objetivo de atingir "as aplicações práticas e o desenvolvimento do raciocínio lógico" (SÃO PAULO, 1988, p.17), a Proposta distribui os assuntos em três grandes temas: Números, Geometria e Medidas. Sempre que possível, os três eixos são articulados.

No que tange o ensino da Geometria, ele deve ser iniciado nas 1ªs e 2ªs séries, a partir da percepção das formas mais frequentes. A noção de medida é abordada por meio da composição e decomposição de figuras. Paulatinamente, nas séries seguintes, as formas são tratadas por meio de propriedades e sua classificação se dá mediante estas. Em relação às medidas, são introduzidas algumas unidades padronizadas do Sistema Métrico Decimal e propriedades métricas simples, relacionadas com a forma, são estudadas.

Há uma grande preocupação dessa Proposta Curricular quanto ao estudo das noções de perímetro e área, dado que o estudo de perímetro é introduzido por meio de noções de medida a partir da 3ª série e seu ensino iniciado de situações cotidianas, como por exemplo, calcular a quantidade de metros de rodapé necessários para fazer o acabamento de todas as paredes de um cômodo. Já o conceito de área começa a ser desenvolvido, neste documento, na 4ª série.

Na 7ª série, os conteúdos propostos no eixo Medidas, são inteiramente voltados para o estudo de área e perímetro.

Essa proposta trouxe uma inovação para o ensino de Matemática ao apontar que o campo de Medidas possibilita a integração da Aritmética e Geometria.

1.3.7 - A Geometria nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998)

O número significativo de pesquisas, a publicação das Propostas Curriculares Estaduais e os livros didáticos evidenciam que muitos educadores matemáticos, desde o final dos anos 70, têm sua atenção voltada para o ensino de Geometria na tentativa de resgatá-lo em todas as séries da Educação Básica (NACARATO, 2001; MIORIM, MIGUEL E FIORENTINI, 1993).

Mas, é em 1998, que a Secretaria da Educação Fundamental divulgou, amparada pela Lei nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996 – LDB (Lei de Diretrizes e Bases da Educação), os Parâmetros Curriculares Nacionais, PCNs, documento elaborado por muitos educadores brasileiros e referência para todo o Ensino Fundamental no país.

Esse documento, como escreve Lauro (2007), tem por objetivo as discussões educacionais que envolvem escolas, pais, governos e sociedade, com finalidades de transformação positiva no sistema educativo brasileiro; a reflexão sobre a prática pedagógica; o planejamento de aulas; a formação e atualização dos professores. Procura respeitar as diversidades regionais, culturais, políticas existentes no país, além de considerar a necessidade de construir referências nacionais comuns ao processo educativo brasileiro.

Os PCNs de Matemática adotam como critério para seleção de conteúdos a relevância social e a contribuição do desenvolvimento intelectual do aluno e indicam, como ponto de partida, a resolução de problemas como atividade de Matemática. A pretensão desse documento é fazer com que os professores mostrem a Matemática como necessária à formação do cidadão, estabelecendo conexões existentes ao mundo do trabalho, nas diversas profissões.

O conteúdo matemático foi dividido em quatro blocos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. No que tange à Geometria, ela se configura de maneira relevante e se faz presente em dois dos quatro eixos estruturadores, em Espaço e Forma, e Grandezas e Medidas, sendo que esse permite interligações dos Números com a Geometria.

O bloco "Espaço e Forma" ressalta a importância do ensino dos conceitos geométricos no currículo da Matemática do Ensino Fundamental, pois, "por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive" (PCN, 1998, p.51). Além disso, o trabalho com noções geométricas incentiva o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades.

Explora também, nesse bloco, os objetos do mundo físico, de obras de artes, pinturas, desenhos, esculturas e artesanatos na sala de aula, o que permite estabelecer conexões entre a Geometria e outras áreas do conhecimento.

Quanto ao bloco "Grandezas e Medidas", destaca-se pela relevância social e pelo seu caráter prático e utilitário, mostrando ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano.

São tratadas, nesse bloco, diferentes grandezas (comprimento, massa, tempo, superfície, velocidade, densidade demográfica, etc) e a utilização de instrumentos adequados para medi-las.

Os PCNs pontuam o fato dos alunos confundirem as noções de área e perímetro, visto que raramente são colocados ante situações-problema em que os dois conceitos estejam presentes. Sugerem atividades nas quais o aluno tenha que comparar duas figuras de perímetros iguais e áreas diferentes e vice-versa, criando assim, a possibilidade de compreensão desses conceitos. Atividades deste tipo abordam esses conteúdos sob o ponto de vista variacional, uma das quatro características de Baltar (1996)[17], para dissociação de perímetro e área.

Os alunos têm "aprendido" os conceitos de área e perímetro por meio do uso de fórmulas, empregando-as de maneira mecânica e esquecendo-as rapidamente. Por isso, os PCNs sugerem que a área seja obtida pela composição e decomposição de figuras, utilizando-se a malha quadriculada e o ladrilhamento. Tal proposta favorece a compreensão das noções envolvidas, conforme relatado nas pesquisas de Chiummo (1998), Facco (2003), Baldini (2004) e Backendorf (2010), sumarizadas na Introdução deste trabalho.

1.3.8 - Currículo do Estado de São Paulo – 2010

O currículo do Estado de São Paulo (2010) do Ensino Fundamental – Ciclo II e Ensino Médio justifica a inclusão da disciplina Matemática por ela ser um meio de

[17] Ver páginas 19 e 20 deste trabalho.

expressão e compreensão da realidade, visto que os objetos matemáticos – números, formas, relações – constituem instrumentos básicos para se compreender a realidade; por ser um instrumento que auxilia no desenvolvimento do raciocínio lógico, uma vez que suas situações-problema favorecem o exercício do movimento argumentar/decidir ou diagnosticar/propor, e por ser uma instância adequada para se aprender os elementos do par concreto-abstrato.

Os conteúdos disciplinares de Matemática, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, abrangem três grandes blocos temáticos: Números, Geometria e Relações.

No bloco Geometria, o Ensino Fundamental deve ocupar-se, inicialmente, do reconhecimento, representação e classificação das formas planas e espaciais, preferencialmente trabalhando em contextos concretos e com manipulação experimental com as crianças de 5ª e 6ª séries, mas com ênfase na articulação do raciocínio lógico-dedutivo para as da 7ª e 8ª séries. Assim, a Geometria deve ser abordada de forma espiralada, o que significa dizer que os grandes temas podem aparecer tanto nas séries do Ensino Fundamental quanto nas do Ensino Médio, sendo que a diferença está no aprofundamento dos mesmos.

Quanto ao bloco Relações, o ponto de partida é o estudo das medidas e das relações entre elas. No caso da Geometria, os cálculos de comprimento, áreas e volumes devem ser iniciados a partir da contagem de quadrados ou de cubos unitários até a formalização de expressões literais[18].

Os PCNs (1998) e o Currículo do Estado de São Paulo (2010) destacam, como indica Nacarato (2001, p.96), "a necessidade de um ensino que privilegie a manipulação de objetos reais e representações em desenhos, desenvolvendo-lhes habilidades e processos inerentes ao pensamento geométrico."

A referida educadora expressa que apesar desses documentos privilegiarem tal concepção de ensino, isso não garante mudanças das práticas em sala de aula. O ensino de Matemática continua acentuadamente aritmético e algébrico. A ênfase dada pelos professores nesses campos do conhecimento matemático está atrelada à sua formação que se mostra deficitária, visto que muitos desses profissionais não tiveram contato, enquanto estudantes, com os conteúdos geométricos.

[18] Sequências de operações indicadas mas não efetuadas, envolvendo variáveis e números. As variáveis são representadas por letras.

Na mesma direção, Lorenzato (1995, p.4) sinaliza que a “Geometria possui uma fragilíssima posição” nos cursos em licenciatura de Matemática, sendo assim, “a geração que não estudou Geometria não sabe como ensiná-la.”

Lima e Belleiman (2004) enfatizam que o ensino de Grandezas e Medidas também foi relegado a segundo plano, visto que muitas vezes foram abordados como parte dos conteúdos de Geometria. Logo, a geração de professores que não sabe como ensinar Geometria, também não sabe ensinar Grandezas e Medidas.

Por tais razões, o próximo capítulo é dedicado à formação de professores de Matemática, enfatizando aspectos relativos à formação de conceito e à análise dos erros dos alunos, temas esses cotidianamente presentes no fazer docente.

A formação docente em Matemática

Neste capítulo, faço uma revisão da literatura sobre a formação docente em Matemática, apontando características e implicações da mesma segundo dois modelos formativos: o da racionalidade técnica, no qual estão fundamentados os cursos de Licenciatura em Matemática e, o da racionalidade prática, como proposto por educadores matemáticos visando promover uma melhor formação docente. Abordo, também, os saberes dos professores, a formação de conceitos e à análise dos erros dos alunos.

2.1 – Formação docente sob dois modelos: racionalidade técnica e racionalidade prática

O movimento da sala de aula e a complexidade que envolve a prática docente, por muitas vezes, me fizeram ter a sensação de estar despreparada para lecionar bem, principalmente Geometria. A minha formação inicial não deu conta do algo a mais que preciso em minhas aulas. O despreparo dos professores em relação aos conhecimentos geométricos é um fato que está fortemente ligado à formação dos professores, como apontam Nacarato e Passos (2003).

Que formação é essa?

Os cursos destinados à formação de professores secundários inexistiam no Brasil até a década de 30. Os professores eram autodidatas ou oriundos das profissões liberais; engenheiros civis ou militares. Não existia, portanto, um curso específico de formação de professores de Matemática.

Criam-se em 1934 e 1935, respectivamente, as Universidades de São Paulo e a do Rio de Janeiro e, assim, os primeiros cursos destinados à formação dos professores das diversas disciplinas. O primeiro curso de Matemática no Brasil começou no segundo semestre de 1934, na USP. Segundo Brzezinski (1999), os professores formados tinham como estrutura curricular o modelo “3+1” – três anos de disciplinas específicas e um ano de disciplinas pedagógicas. Ao término do terceiro ano, o aluno formava-se bacharel e, ao cursar mais um ano de didática, tornava-se licenciado. Esse modelo começa a dar origem à dicotomia teoria-prática, visto que os conteúdos específicos e a maneira de ensiná-los eram tratados separadamente, de forma desarticulada.

O pensamento educacional brasileiro era, nos anos 60, dominado pelo tecnicismo. Em 1968 há uma reformulação no ensino superior (Lei nº 5.540/68) e, dentre suas medidas, cria as licenciaturas curtas, os institutos de “conteúdos específicos” e a Faculdade de Educação. A formação de professores ficou, então, repartida, segundo Brzezinski (1999). Os futuros professores de Matemática cursavam as disciplinas específicas, por três anos, no Instituto de Matemática e mais um ano, na Faculdade de Educação, as disciplinas pedagógicas. Os conteúdos específicos eram ensinados segundo o modelo transmissão-recepção. Já as de cunho pedagógico não abordavam as particularidades do ensino de Matemática, limitando às questões gerais do ensino. A concepção existente era que para ensinar bastava conhecer os conteúdos específicos e algumas técnicas de como ensinar.

Alguns autores atribuem a esse modelo dicotômico a causa da má formação docente. Afinal, os professores dos dois institutos não assumem a responsabilidade da formação como um todo.

> Os professores universitários, ligados aos departamentos e institutos das chamadas ciências exatas, mantêm, de alguma forma, a atual convicção de que basta uma boa formação científica básica para preparar bons professores para o ensino médio e fundamental, enquanto os professores de formação pedagógica percebem a falta de visão clara e mais consistente dos conteúdos específicos, por parte dos licenciandos em fase final de sua formação, impedindo a sua reelaboração pedagógica para torná-los disponíveis e adequados à aprendizagem de jovens e adolescentes. (MALDANER e SCHNETZLER, 1998, p.199).

Schnetzler (2000) afirma que, neste modelo de formação, as disciplinas de conteúdo específico seguem independentes das de cunho pedagógico, não conferindo a necessária preparação docente, visto que os futuros professores não poderão ensinar os conteúdos da maneira que os aprenderam. Esses conhecimentos precisam ser reelaborados em saber escolar para que sejam significativos aos alunos.

Seguindo os pressupostos da racionalidade técnica, há nesse modelo de formação, uma concepção simplista e linear dos processos de ensino. O professor é concebido como um profissional técnico da educação, seu papel é o de receptor passivo de informações, transmissor de conteúdos e executor de propostas elaboradas pelos especialistas. Sua atividade profissional é essencialmente instrumental, dirigida para a solução de problemas mediante a aplicação de teorias e técnicas (PÉREZ GÓMEZ, 1992). Nessa perspectiva de formação, os saberes dos professores são constituídos basicamente pelos conhecimentos específicos da disciplina e as técnicas para transmiti-los. Não são considerados outros tipos de saberes - experienciais e curriculares - adquiridos e produzidos ao longo da vida estudantil, cultural, familiar, social e profissional do professor.

Apresenta-se, no paradigma da racionalidade técnica, a separação entre teoria e prática, como salienta Zeichner (1993, p.21), “as teorias existem exclusivamente nas universidades e a prática existe apenas nas escolas.” Tomando isso como premissa, a academia é o lugar de produção de conhecimento; a escola, o espaço de reprodução e aplicação e o professor, o executor.

Formar professores nessa perspectiva, na qual os conhecimentos específicos são separados dos pedagógicos, acaba por não considerar que o professor de Matemática necessita conhecer os conteúdos escolares, seus conceitos e suas finalidades, não dando condições para o professor produzir seu trabalho de forma contextualizada, mas de maneira mecânica. O aluno precisa perceber que a Matemática não é um campo de conhecimento cristalizado, mas um saber que evoluiu e evolui, que é útil e integrada ao mundo de hoje. Sendo assim, o conhecimento do professor, não deve ser

> apenas sintático (regras e processos relativos) do conteúdo, mas sobretudo substantivo e epistemológico (relativo à natureza e aos significados dos conhecimentos, ao desenvolvimento histórico das idéias, ao que é fundamental e ao que é secundário, aos diferentes modos de organizar os conceitos e princípios básicos da disciplina, e às concepções e crenças que os sustentam e legitimam) (FIORENTINI, SOUZA Jr e MELO, 1998, p.316).

No paradigma da racionalidade técnica, “o professor não era percebido como um profissional com uma história de vida, crenças, experiência, valores e saberes próprios, mas como um obstáculo à implantação de mudanças" (FERREIRA, 2003, p. 23).

Concordamos com Pérez Gómez (1992), quando ele enfatiza que o professor, durante a sua vida profissional, é chamado a enfrentar problemas de grande complexidade e incerteza, os quais não podem ser reduzidos a problemas meramente instrumentais. O modelo da racionalidade técnica se faz, então, incompleto, incapaz de resolver o que é imprevisível.

> (...) Os problemas da prática social não podem ser reduzidos a problemas meramente instrumentais, em que a tarefa profissional se resume a uma acertada escolha e aplicação de meios e procedimentos. De um modo geral, na prática não existem problemas, mas sim situações problemáticas. Por essa razão, o profissional prático não pode tratar estas situações como se fossem problemas instrumentais, suscetíveis de resolução através da aplicação de regras armazenadas no próprio conhecimento científico-técnico (PÉREZ GÓMEZ, 1992, p.100).

É a partir dos anos 90 que surge um movimento de valorização da formação e da profissionalização de professores. As pesquisas sobre o que pensam, suas crenças, suas concepções, seus valores, iniciadas timidamente nos anos 80, ganham força. E o professor de "obstáculo",

> (...) **passa a ser considerado como elemento importante do processo ensino-aprendizagem**. Considerado como um profissional com capacidade para pensar, refletir e articular sua prática (deliberadamente ou não) a partir de seus valores, crenças e saberes (construídos ao longo de toda a vida), ele passa a ser valorizado como um elemento nuclear no processo de formação e mudança. De objeto passivo de estudo e formação, ele começa a ser considerado como sujeito do estudo com participação ativa e colaborativa em muitos casos (FERREIRA, 2003, p. 25; grifo meu).

Mesmo não atuando diretamente na área de formação de professores, Donald Schön (2000) contribuiu na evolução do conceito de professor reflexivo. Concebe o pensamento/conhecimento prático do professor como uma integração de três conceitos: i) Conhecimento na ação – se manifesta no saber fazer; ii) Reflexão na ação – refere-se no fato de pensar sobre o que se faz, ao mesmo tempo em que se age, e iii) Reflexão sobre a reflexão na ação – implica em analisar e interpretar, *a posteriori*, ações já realizadas.

Para Zeichner, o conceito de ensino reflexivo vai além da reflexão “sobre o modo como” os professores “aplicam nas suas aulas as teorias geradas em outros sítios”. Consiste na reflexão “acerca do seu ensino e das condições sociais que modelam as suas experiências de ensino” (ZEICHNER, 1993, p.22).

O autor também enfatiza que a reflexão individual limita as possibilidades de crescimento do professor pois tem como conseqüência, o mesmo entender os problemas como sendo seus, encarando-os como um fracasso individual. A reflexão deve ser entendida como prática social, implicando que os grupos de professores se apóiam e sustentam o crescimento uns dos outros.

Pérez Gómez (2001) corrobora com a ideia que a reflexão individual, apesar de necessária, não é suficiente, pois o professor pode se tornar vítima fácil de suas insuficiências e interesses.

Uma habilidade importante para que um profissional-professor seja bem sucedido no ambiente escolar é resolver os problemas práticos, integrando com inteligência e criatividade seu conhecimento e técnica. Essa capacidade, segundo Pérez Gómez (1992), se dá no processo de reflexão na ação, onde o professor se vale dos seus conhecimentos, conceitos, teorias, procedimentos, técnicas...para diagnosticar a situação e construir estratégias de intervenção. Um professor com pensamento prático consegue compreender os processos de ensino-aprendizagem e aprende a construir e a comparar novas estratégias de ação, novas teorias, novos modos de enfrentar e definir os problemas.

Em suma, a partir desse novo entendimento da prática docente (racionalidade prática), a imagem do professor passivo dá lugar a um profissional ativo, onde é visto como um produtor de conhecimentos; suas ações são guiadas por pensamentos, julgamentos e decisões. Passa a ser considerado como um profissional com capacidade para pensar, refletir e articular a sua prática a partir de seus saberes, valores, experiências e crenças.

Nesse outro paradigma, a racionalidade prática, a formação inicial é o lugar onde o professor começa a aprender a ensinar. O professor precisa conceber sua formação como um *continuum,* pois o aprender a ensinar é um processo que continua ao longo da carreira docente, é um processo de desenvolvimento para toda a vida (ZEICHNER, 1993).

2.2 – Os saberes dos professores sobre a Matemática

Dada a complexidade que engendra a prática docente, não existe uma receita, técnica ou teoria que possa simplesmente ser aplicada na resolução dos problemas. Para tanto, é fundamental, como aponta B. D´Ambrósio (2005), que o professor tenha um conhecimento sólido e multidimensional dos conceitos a serem trabalhados e, não somente, um conhecimento operacional.

A deficiência na formação de professores pode ser um dos fatores que vem contribuindo para a ausência do ensino de Geometria ou na maneira superficial de abordá-lo, uma vez que ela interfere na prática docente. Crescenti (2005) alerta que a maneira que o professor ensina Matemática é interferida pelas visões que ele possui desta Ciência, afetando positiva ou negativamente o processo de ensino-aprendizagem. Para Fiorentini (1995), a forma como conhecemos e concebemos os conteúdos de ensino tem fortes implicações no modo como selecionamos e os reelaboramos didaticamente em saber escolar, especialmente no modo como os exploramos em nossas aulas.

A má formação dos professores de Matemática quanto ao domínio e clareza dos conteúdos tem fortes implicações nos resultados da aprendizagem dos alunos, como pode-se verificar pelos baixos índices apresentados nos SARESPs de 2007 e 2008 em relação aos conhecimentos geométricos.

É necessário, para ensinar, o domínio do saber do conhecimento geométrico e o domínio do conhecimento pedagógico do conteúdo. A importância do domínio do conteúdo é ressaltada por Tardif (2002), pois considera que a ausência do conhecimento transforma o professor num transmissor mecânico dos conteúdos contidos nos livros. Para Marcelo (2002), o conteúdo é bem ensinado quando conhecido profundamente pelo professor. Schnetzler (2000) explica que a falta do domínio do conteúdo pode tornar o professor presa fácil do livro didático. Sobre a ausência do domínio de determinado conteúdo, Crescenti (2008) enfatiza que isso pode fazer com que o professor, "deixe de ensiná-lo ou o ensine de maneira muito superficial e até mesmo com erros conceituais." (p. 89).

Cabe ressaltar que concordamos com Tardif (2002) que conhecer bem a matéria é uma das condições para se ensinar, porém ela não é condição suficiente para o trabalho pedagógico. O conteúdo específico tem que ser transformado em conteúdo escolar. É o que Maldaner e Schnetzler (1998) chamam de reelaboração pedagógica dos conteúdos.

Shulman (1986), considerado um dos pioneiros no estudo dos saberes docentes, os classifica em: **conhecimento da matéria que ensina (conteúdo)** – próprio da área do conhecimento de que é especialista o professor. Diz respeito à compreensão das estruturas da matéria e não apenas às regras, conceitos e procedimentos relativos aos conteúdos. O professor precisa saber distinguir e organizar os tópicos centrais e periféricos de sua disciplina; **conhecimento pedagógico da matéria** - envolve as estratégias de ensino, a maneira de reorganizar o conhecimento a fim de torná-lo compreensível aos alunos. E o **conhecimento curricular –** representa a compreensão dos programas escolares e seus materiais, tais como as propostas curriculares, *softwares*, materiais para manipulação, jogos, etc (FIORENTINI; SOUZA Jr e MELO, 1998; GONÇALVES e GONÇALVES, 1998).

Elementos sociais, ético-políticos, culturais, afetivos e emocionais fazem parte da complexidade da prática pedagógica e determinam a (re)configuração do saber docente em ação, uma vez que

> O saber do professor, portanto, não reside em saber aplicar o conhecimento teórico ou científico, mas sim, saber negá-lo, isto é, não aplicar pura e simplesmente este conhecimento mas transformá-lo em saber complexo e articulado ao contexto em que ele é trabalhado/ produzido (FIORENTINI, SOUZA Jr e MELO, 1998, p. 319).

Os procedimentos de ensino que ocorrem nas instituições escolares, o de transmissão de conceitos, são fundamentais na construção dos processos psicológicos dos indivíduos, bem como a intervenção pedagógica (OLIVEIRA, 1992).

Para auxiliar os alunos a formularem os conceitos de perímetro e área, é necessário que o professor tenha domínio dos conceitos de superfície, área e medida da área, bem como o de medidas. Atividades nas quais figuras de formas iguais possuem áreas diferentes; figuras de áreas iguais possuem formas diferentes, e diferenciar contorno de região interna auxiliam na formação desses conceitos.

A abordagem histórico-cultural proposta por Vygotsky pode fornecer elementos para a compreensão do modo como os conceitos são formados.

2.3 - A formação de conceitos na perspectiva histórico-cultural

A construção conceitual, segundo Vygotsky (2008b), não é um processo passivo, "um conceito é mais do que a soma de certas conexões associativas formadas pela memória, é mais do que um simples hábito mental; é um ato real e complexo de pensamento que não pode ser ensinado por meio de treinamento" (p. 104).

Para Vygosty (2008b), existem os conceitos cotidianos (ou espontâneos) e os conceitos científicos. Os conceitos cotidianos são formados nas vivências, nas relações sociais, não são apresentados de forma sistemática, ou seja, não há planejamento de situações de ensino, ocorrem naturalmente durante as trocas sociais entre os indivíduos. Os conceitos científicos, por sua vez, são tipicamente desenvolvidos na escola, pela mediação deliberada e explícita de um adulto - o professor, são sistematizados e servem para o entendimento de uma área de conhecimento. Enfim, são transmitidos em situações formais de ensino-aprendizagem. Apesar de distintos, os conceitos espontâneos e os científicos se relacionam e se influenciam constantemente. A esse respeito, o referido autor afirma que:

> Embora os conceitos científicos e espontâneos se desenvolvam em direções opostas, os dois processos estão intimamente relacionados. É preciso que o desenvolvimento de um conceito espontâneo tenha alcançado um certo nível para que a criança possa absorver um conceito científico correlato. Por exemplo, os conceitos históricos só podem começar a se desenvolver quando o conceito cotidiano que a criança tem do passado estiver suficientemente diferenciado – quando a sua própria vida e a vida dos que a cercam puder adaptar-se à generalização elementar "no passado e agora" (VYGOTSKY, 2008b, p. 135-136).

O processo de formação de conceitos não pode ser reduzido às funções intelectuais básicas - associação, atenção, formação de imagens, inferências - que apesar de indispensáveis são insuficientes sem o uso da palavra. Ela é "o meio pelo qual conduzimos as nossas operações mentais, controlamos o seu curso e as canalizamos em direção à solução do problema que enfrentamos" (VYGOTSKY, 2008b, p. 73).

Ele distinguiu, no processo de formação de conceitos, três grandes fases subdivididas em vários estágios. A primeira fase é denominada "*conglomerado vago* *e sincrético de objetos isolados*". Nessa fase a criança agrupa os objetos de maneira não organizada. A segunda fase é chamada de "*pensamento por complexos".* Os objetos são selecionados pela criança com base nas suas impressões subjetivas e também pelas "relações que de fato existem entre esses objetos". Nessa fase, o pensamento se encontra num plano real-concreto e não lógico-abstrato.

A terceira fase é a de *formação de conceitos*, onde a criança agrupa objetos baseada num único atributo, abstraindo certas características e realçando outras.

De acordo com Vygotsky,

> (...) Para formar esse conceito também é necessário *abstrair, isolar* elementos, e examinar os elementos abstratos separadamente da totalidade da experiência concreta de que fazem parte. Na verdadeira formação de conceitos, é igualmente importante unir e separar: a síntese deve combinar-se com a análise (VYGOTSKY, 2008b, p. 95).

O teórico diz, ainda, que:

> Um conceito só aparece quando os traços abstraídos são sintetizados novamente, e a síntese abstrata daí resultante torna-se o principal instrumento do pensamento... o papel decisivo nesse processo é desempenhado pela palavra (VYGOTSKY, 2008b, p. 98).

O interesse de Vygotsky pelo estudo do desenvolvimento dos conceitos científicos na criança se deu por conta das suas implicações para a escola e para o aprendizado, pois segundo esse autor "Para se criar métodos eficientes para a instrução das crianças em idade escolar no conhecimento sistemático, é necessário entender o desenvolvimento dos conceitos científicos na mente da criança." (VYGOTSKY 2008b, p. 103). Para tanto, ele comparou o desenvolvimento dos conceitos científicos aos cotidianos.

Os conceitos cotidianos dizem respeito às relações da palavra com os objetos a que se referem; os conceitos científicos dizem respeito às relações das palavras com outras palavras, pois não há como compreender tais conceitos sem ligá-los a outros. O foco de atenção dos conceitos cotidianos está no objeto, enquanto os científicos, no próprio ato de pensar (TUNES, 1995).

Entretanto, existe uma relação dinâmica entre o processo de formação de conceitos cotidianos e científicos. Para aprender um conceito cotidiano há um movimento “ascendente”, surge da experiência e “sobe” para um conceito definido, vai do concreto para o abstrato; nos conceitos científicos o movimento é “descendente” aos cotidianos, começa com uma definição verbal com aplicações não espontâneas; vai do abstrato para o concreto.

Ou seja, o aprendizado de conceitos científicos, por se tratar de conceitos sistematizados e, assim, demandar operações lógicas complexas em sua elaboração, afeta os conceitos cotidianos, pois pode acrescentar-lhes sistematicidade e reflexividade. Por outro lado, os conceitos cotidianos transformam os científicos em termos de concretude (GÓES e CRUZ, 2006).

Assim, pode-se dizer que os conceitos de perímetro e área fazem parte dos conceitos científicos, pois são frutos de instrução escolar, na forma de um sistema de ideias interrelacionadas.

Mas como o professor pode auxiliar os alunos na aprendizagem desses conceitos?

Para Vygotsky, aprendizado e desenvolvimento se inter-relacionam, pois

> (...) aprendizado não é desenvolvimento; entretanto, o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer. Assim, o aprendizado é um aspecto necessário e universal do processo de desenvolvimento das funções psicológicas culturalmente organizadas e especificamente humanas. (VYGOTSKY, 2008a, p. 103).

Sendo assim, um ensino escolar eficaz resulta no desenvolvimento intelectual do aluno, pois o bom ensino é aquele que adianta os processos de desenvolvimento.

O teórico formula o conceito de “Zona de Desenvolvimento Proximal” (ZDP) para explicar como a aprendizagem influencia no processo de desenvolvimento e a define como “a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes” (2008a, p. 97).

Para Vygostsky, o aluno é capaz de fazer mais com o auxílio de uma outra pessoa, professor ou colega, do que faria sozinho. Sendo assim, é na ZPD que deve acontecer a intervenção pedagógica do professor.

Em suma, a escola tem o papel primordial na elaboração conceitual e o professor é o mediador desse processo, visto que suas intervenções intencionalizadas buscam (ou deveriam buscar) fazer com que os alunos saiam da posição onde se encontram em relação ao conhecimento e os façam avançar. É fundamental, então, a interação social, a referência do outro no que tange à formação de conceitos.

2.4 – A importância de se analisar os erros dos alunos

Para o epistemólogo Gaston Bachelard (1996), o erro assume uma função positiva na gênese do saber, devendo, assim, ser visto como constitutivo do processo de construção do conhecimento.

Tomando como premissa que o erro é intrínseco ao conhecimento, ele deve ser concebido, no âmbito escolar, não como fracasso ou incapacidade do aluno, mas como um meio de desenvolvimento.

Os erros podem servir de "trampolim para a aprendizagem" (BORASI, 1985 apud CURY, 2008, p. 13) se o aluno, auxiliado pelo professor, identificar, questionar suas respostas, analisar e compreender suas produções reconstruindo, assim, seu conhecimento. Corrobora com essa ideia Luckesi (1990), ao colocar que o erro deve ser visto com dinamismo, como um caminho para o avanço.

É uma fonte de formação, de reorientação da prática pedagógica, visto que

> Analisar as produções é uma atividade que traz, para o professor e para os alunos, a possibilidade de entender, mais de perto, como se dá a apropriação do saber pelos estudantes (CURY, 2008, p. 13).

É necessário que o professor analise o processo e não apenas a resposta final de um exercício. É importante que o docente conheça o caminho percorrido pelo aluno, suas dificuldades, pois somente assim poderá refletir sobre sua prática e reorganizar sua ação em sala de aula.

De acordo com Cury (2008), a análise das respostas dos alunos, a procura por entender como o aluno produziu sua resposta, esteja ela certa ou errada, pode contribuir para a construção de novos patamares de conhecimento.

É preciso investigar porque o aluno seguiu determinado caminho, quais foram os conceitos utilizados, pois um conhecimento mais aprofundado do erro poderá ajudar o professor a refletir e reorientar sua prática, modificar, inovar e (re)organizar a sua forma de ensinar, elaborando atividades pedagógicas focadas naquilo que o aluno precisa aprender, compreender.

Assim, o professor munido

> [...] com informações sobre a produção escrita dos alunos, que apresentam tanto as suas dificuldades quanto suas possibilidades, é possível realizar uma intervenção que de fato contribua para o desenvolvimento dos alunos (SILVA, 2005 p. 106).

Segundo Buriasco (1999), “considerados individualmente, os erros de um aluno podem indicar que ele não aprendeu o conteúdo dado, mas se for considerado o conjunto dos alunos de uma mesma turma, de uma mesma escola, [...] os mesmos erros denunciam falhas no ensino” (apud SILVA, 2005, p.49).

O erro, mais do que apontar as dificuldades dos alunos, auxilia o professor na elaboração de estratégias de ensino na busca de uma aprendizagem significativa. Sendo assim, o fazer docente do professor não pode consistir exclusivamente em transmitir um conteúdo pronto. Seu fazer deve vir acompanhado de um componente indispensável – a reflexão sobre o que faz junto a seus alunos.

“O papel do educador-matemático é ajudar os alunos a adquirir conhecimentos e habilidades que lhes possibilitem uma interpretação desse espaço-processo que não ocorre de forma natural, necessitando de intervenção pedagógica” (NACARATO, 2001, p.86). Sendo assim, é de fundamental importância que o professor considere o erro do aluno como um conhecimento inadequado, porém significativo para que invista em outros procedimentos de ensino que levem o aluno a compreender, de forma correta, cientificamente falando, o conceito abordado. Em outras palavras, que o professor se utilize de outros modos de mediação para que o aluno, de fato, aprenda. Tal procedimento demanda do professor que analise o erro do aluno, refletindo sobre suas possíveis causas, a fim de superá-las.

As discussões apresentadas neste capítulo – a respeito da formação dos professores, dos saberes docentes, da formação de conceitos e dos erros, se fizeram necessárias, vez que busco entender como os professores analisam as produções/erros dos alunos em problemas de perímetro e área.

No próximo capítulo apresento os objetivos da pesquisa, a sua natureza, os procedimentos de coleta de informações e a descrição dos sujeitos que participaram nesta investigação.

Procedimentos Metodológicos

3.1 – A questão da investigação

Apesar de o ensino da Geometria ser importante, como discutido anteriormente, ele não vem sendo desenvolvido satisfatoriamente, como podemos constatar pelos índices do SARESP de 2007 e 2008.

Mas o professor de Matemática vem refletindo sobre as produções dos alunos? Analisa os erros buscando detectar as possíveis causas e vem elaborando estratégias para evitá-los?

Mediante tais inquietações, os objetivos desta pesquisa são: verificar o entendimento dos alunos em relação a problemas de perímetro e área; identificar as possíveis dificuldades vivenciadas por professores de Matemática no ensino desses conceitos, e compreender como estes analisam as produções e os erros dos alunos.

Assim, a questão de investigação enfocada neste trabalho é: **Quais são os erros dos alunos na resolução de problemas de perímetro e área de figuras planas, e como os professores de Matemática os analisam?**

3.2 – A natureza da investigação

O desenvolvimento da pesquisa compreendeu duas etapas. A primeira contou com a participação de alunos, e a segunda, com a participação de professores.

Compreendo que esta investigação se ajusta às características de uma pesquisa qualitativa, pois

> Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; a investigação qualitativa é descritiva e os dados recolhidos são em forma de palavras e não de números apenas; os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produto (BOGDAN; BILKLEN, apud CARDIM, 2008, p. 84).

Faz parte desta a obtenção de dados descritivos mediante o contato direto e interativo do pesquisador com o objeto de estudo. É necessário que o pesquisador procure entender os fenômenos segundo a perspectiva dos participantes da situação estudada, situando, a partir daí, sua interpretação dos dados (NEVES, 1996). Um ponto que contribuiu para o bom andamento desta pesquisa foi o fato de eu me encontrar em condições muito parecidas com as dos professores participantes, vez que também sou professora de Matemática, funcionária pública do Estado de São Paulo, e compartilho das mesmas dificuldades. Isso favoreceu o diálogo durante as entrevistas e a interpretação dos sentimentos descritos pelos professores.

Optamos por realizar entrevistas semiestruturadas como instrumento de coleta de dados. Afinal, as entrevistas devem ser usadas “sempre que se tem necessidade de dados que não podem ser encontrados em registros ou fontes documentárias” e, cujo conhecimento, “se espera que alguém esteja em condições de prover” (NOGUEIRA, 1975, p. 113).

As entrevistas semiestruturadas se desenvolvem a partir de um esquema básico, porém de forma flexível, o que permite, se necessário, a colocação de questões não previstas na tentativa de esclarecer melhor o tema.

As entrevistas foram audiogravadas, pois a gravação permite “registrar todas as expressões orais, imediatamente, deixando o entrevistador livre para prestar toda a sua atenção ao entrevistado” (LUDKE e ANDRÉ, 1986, p. 37). Assim, o entrevistador pode observar expressões faciais, gestos, sinais não verbais, hesitações, mudança de comportamento e postura.

Para a construção dos dados, além das informações obtidas por meio das entrevistas, também foram consideradas aquelas contidas no meu diário de campo.

3.3 – Duas etapas: alunos e professores

Neste item descrevo como ocorreu a aplicação das questões e as entrevistas com os alunos, caracterizado como a primeira etapa da pesquisa; a segunda tem os professores como sujeitos da investigação.

Schön (apud Polettini, 1999) indica que uma das características essenciais do professor é o saber ouvir. Esse saber também é apontado por Paulo Freire (1996) como um dos saberes necessários à prática educativa. Ouvir o aluno permite ao professor entender melhor tanto os processos que eles utilizam na resolução de problemas quanto nas dificuldades que encontram em relação aos métodos e em relação à aprendizagem do conteúdo.

3.3.1 – Primeira Etapa: ALUNOS - Aplicação das questões

Como ponto de partida, 85 alunos da 7ª série de uma escola pública do interior do estado de São Paulo, responderam, individualmente, no transcorrer da aula de matemática, duas questões retiradas do SARESP 2007 e 2008, referentes ao cálculo do perímetro e área de uma figura. Os professores de matemática que aplicaram as questões explicaram aos alunos que se tratava de uma pesquisa de mestrado.

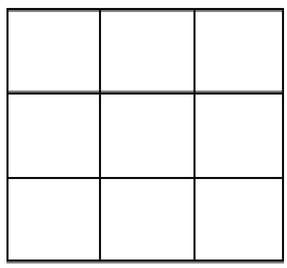
Como os exercícios do SARESP são questões de múltipla escolha e assim os alunos não precisam mostrar os caminhos que foram seguidos para resolvê-los, foi entregue juntamente com a folha de questões, uma folha em branco para que os alunos pudessem justificar a alternativa escolhida a fim de tentarmos compreender como eles os resolveram, suas dificuldades e possíveis causas de erros.

As questões foram as seguintes:

SARESP - 2007

Vivian recortou 9 quadrados de cores diferentes para fazer uma face de uma almofada, na forma da figura ao lado. Se cada lado do quadrado mede 6 cm, a área total desta face da almofada é igual a

- (A) 144 cm^2
- (B) 216 cm^2
- (C) 274 cm^2
- **(D) 324 cm^2**
- **15% de acertos (no SARESP)**

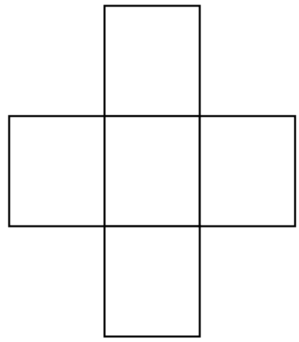


SARESP - 2008

A figura ao lado representa o salão de festa de um clube formado por quadrados de lados iguais a 6m.

Para reformar esse espaço, o orçamento do trabalho de um pedreiro depende do valor do perímetro e da área do salão.

Assinale a alternativa que mostra corretamente, e nesta ordem, as medidas do perímetro, em metros, e da área, em metros quadrados.



- (A) 36 e 180
- **(B) 72 e 180**
- (C) 48 e 30
- (D) 72 e 36
- **24% de acertos (no SARESP)**

3.3.1.2 – Primeira Etapa: ALUNOS - Entrevistas

As entrevistas com os alunos foram essenciais para demonstrar o caminho percorrido por cada um, para destacar o pensamento utilizado para se chegar a um tipo de resposta, estivesse correta ou não, dada a importância *"*[...] de se analisar o processo e não apenas o produto, como por exemplo, a resposta final de um exercício ou a alternativa assinalada em um teste de múltipla escolha*"* (CURY, 2008, p.27).

Foram convidados a participar das entrevistas 17 alunos[19] escolhidos aleatoriamente, porém apenas 13 aceitaram o convite. O grupo de alunos entrevistados contou com os dois alunos que, corretamente, assinalaram e justificaram as duas questões e com 10% dos alunos que, na questão 1, responderam a alternativa A, 10% da B, C, D e Em branco. Adotamos o mesmo procedimento para a questão 2.

[19] Utilizou-se "aluno" independente do gênero (masculino ou feminino)

As entrevistas aconteceram na escola durante o horário de aula dos alunos, que foram dispensados de suas salas com a autorização da direção e do professor da sala.

3.3.2 – Segunda Etapa: PROFESSORES - Entrevistas

As entrevistas aconteceram individualmente, foram audiogravadas e transcritas na íntegra. Cada entrevista teve a duração de pouco mais de uma hora.

Para a realização das entrevistas, entrei em contato com os professores que preenchiam o critério de ser professor do Ensino Fundamental e explicitei o objetivo do meu trabalho. A entrevista contou com 10 questões abertas de forma que o professor pudesse expor suas opiniões e ideias. O encontro com os professores aconteceu na escola onde eles lecionam e as entrevistas ocorreram durante o horário do HTPC (Horário de Trabalho Pedagógico Coletivo) desses professores que, gentilmente, foram dispensados pela gestão, para realização das mesmas.

Os três professores, apresentados a seguir, são aqui identificados como P1, P2 e P3, cujas falas encontram-se em itálico nos próximos capítulos.

Os três professores entrevistados lecionam na mesma escola do ensino público paulista, do interior do Estado São Paulo. A escola situa-se num bairro de periferia, com alunos de classe média baixa. P1 e P3 lecionam nessa escola desde que se efetivaram, há cerca de cinco anos e meio.

P1 é do sexo masculino, reside e trabalha em uma cidade de porte médio do interior de São Paulo. Atua como docente há onze anos no ensino público estadual paulista. Foi admitido na rede estadual como professor efetivo e possui dois cargos. Sua jornada é de 55 aulas semanais. Sua formação universitária é em Administração, porém fez Complementação Pedagógica em Matemática, durante um ano e meio.

P2 é do sexo feminino, natural de uma cidade de pequeno porte do interior do Estado de São Paulo. Atua como docente há cinco anos e meio no ensino público estadual paulista. Possui, atualmente, uma jornada de trabalho de 33 horas semanais e é efetiva na rede pública de ensino. Sua formação universitária, Licenciatura em Matemática, com duração de quatro anos, aconteceu em uma instituição particular de sua cidade natal. Ao ingressar na universidade, não fez, inicialmente, escolha pela Licenciatura; cursou a faculdade de Engenharia, mas abandonou o curso devido a questões financeiras.

P3 é do sexo feminino, natural de uma cidade de pequeno porte do interior do Estado de São Paulo. É efetiva na rede pública de ensino, atuando como professora desde que se efetivou, há cinco anos e meio. Possui dois cargos e soma uma jornada de trabalho semanal de 60 horas. Sua formação universitária, Licenciatura em Matemática, com duração de quatro anos, ocorreu em uma instituição particular em sua terra natal.

A transcrição de cada entrevista foi entregue para cada professor entrevistado a fim de que verificassem o que havia sido contemplado e autorizassem que elas fossem analisadas.

A seguir, apresento as questões que compuseram o roteiro das entrevistas.

1) Há quanto tempo você leciona? Qual é a sua jornada de trabalho semanal? Como enfrenta essa jornada de trabalho?

2) Por que escolheu ser professor de Matemática?

3) Como você planeja suas aulas?

4) Quais conhecimentos, em sua opinião, são fundamentais para que o professor de Matemática seja bem sucedido profissionalmente? Como e onde esses conhecimentos foram e são adquiridos por você?

5) Você prefere lecionar Aritmética, Álgebra ou Geometria? Por quê?

6) Por que, segundo você, a Geometria está no currículo do Ensino Fundamental?

7) Você gosta de ensinar Geometria?

8) Como você ensina Geometria? Que recursos utiliza?

9) Como você ensina perímetro? E área?

10) Como avalia os erros dos alunos e o que faz para superá-los?

É importante esclarecer que para esta questão, foram entregues aos professores entrevistados as folhas com as resoluções dos alunos relativas às duas questões do SARESP, solicitando-lhes que as analisassem.

3.4 – Procedimentos de construção e análise de dados

Optei por construir os dados desta investigação apresentando, primeiramente, aqueles relativos às entrevistas com os professores (capítulo 4) e deixando para o capítulo seguinte os dados referentes à resolução das duas questões por parte dos alunos, apontando seus erros e justificativas e, principalmente, enfatizando como os professores os analisam (última questão da entrevista).

Desta forma, são contemplados, no capítulo 4, dados referentes à opção pela docência em Matemática, sobre a formação docente dos professores entrevistados e suas ideias sobre o papel da Geometria e, particularmente, como vem ensinando os conceitos de perímetro e área para seus alunos.

Por sua vez, no capítulo 5, são detalhadas as respostas e as justificativas dos alunos na resolução das questões do SARESP e enfatizadas as análises dos professores sobre os erros dos alunos.

Os dados foram analisados com base na literatura discutida nos Capítulos 1 e 2, tendo presente os aspectos matemáticos e educacionais como referência de análise.

Os professores frente à Geometria

Neste capítulo são discutidos os resultados das entrevistas com os professores relacionados à escolha pela docência em Matemática, à formação inicial, às dificuldades de ensinar as grandezas geométricas, perímetro e área de figuras planas, e às vicissitudes de atuarem no atual contexto escolar.

4.1 – Por que são professores de Matemática?

A escolha pela docência dos sujeitos participantes desta pesquisa se deu por questões financeiras, pois os cursos de licenciaturas apresentam um custo mais baixo em relação a outros. Essa escolha também vem acompanhada da aparente facilidade de colocação imediata no mercado de trabalho.

> *Iniciei a minha graduação em engenharia, mas por questões financeiras precisei transferir para a licenciatura.* (P2)

> *Os cursos de licenciaturas eram mais baratos. Eu não tinha opção de faculdade. Era Português ou Matemática.* (P3)

> *Minha formação é em Administração, mas quando me formei não tinha experiência, então fui dar aula.* (P1)

Entretanto, podemos perceber, nas falas dos depoentes que o fator determinante para a escolha da docência em Matemática está intimamente relacionado à admiração e ao encantamento por essa Ciência, além da facilidade de aprendizagem dessa disciplina desde o tempo de estudantes do ensino fundamental.

> *Eu tinha duas opções: Português ou Matemática. Como sempre gostei de Matemática e sempre tive facilidade com cálculo acabei escolhendo ser professora de Matemática.* (P3)

> *Não sou formado em Matemática, fiz um curso de complementação. Sempre tive muita facilidade com cálculos. Esse foi um dos motivos de ser professor de Matemática.* (P1)

Desses depoimentos surge uma inquietação: o fato de se ter facilidade com cálculos e ser encantado pela Matemática é o suficiente para escolher a docência na mesma? Fiorentini e Lorenzato (2006) atentam que embora o matemático e o educador matemático tenham a Matemática em comum, seus olhares para esse campo de conhecimento podem ser diferentes. O matemático tende a conceber essa ciência "como um fim em si mesma", enquanto o educador matemático a concebe "como um meio ou instrumento importante à formação intelectual e social" (p.5).

Percebemos, também, nas falas dos professores que eles desmerecem, mas ao mesmo tempo enaltecem o contexto de trabalho. Relatam as dificuldades, como a má remuneração e, assim, a necessidade de uma jornada excessiva de trabalho, salas numerosas, o desinteresse dos alunos. Porém, elogiam a presença de materiais pedagógicos como calculadora, transferidor, compasso, papel quadriculado, geoplano, material dourado (utilizado com as crianças da 5ª série); a estrutura física da escola, o fato dela não ser pichada, a lousa ser de quadro branco e, assim, não utilizarem o giz para dar aulas, a biblioteca e o *datashow*.

Os professores apresentam uma jornada de trabalho semanal grande, P1 e P3 trabalham os três períodos do dia e acrescente-se ao cotidiano de P2 e P3 a jornada doméstica. Nacarato, Varani e Carvalho (1998) apontam que a queda na qualidade da aula, a impossibilidade de formação continuada e a falta de tempo para refletir criticamente sobre a prática pedagógica, são consequências dessa ampla jornada de trabalho.

4.2 - Álgebra em detrimento da Geometria

A preferência e maior facilidade de ensinar Álgebra, indicada pelos professores, está atrelada a uma formação marcada pelo pouco ensino geométrico, ou até mesmo, ausência dele e na ênfase de um ensino aritmético e algébrico, tanto na formação básica quanto na licenciatura.

> *Eu prefiro ensinar Álgebra, pois a gente foi levado a pensar mais algebricamente do que geometricamente. Nunca dava tempo de aprender Geometria.* (P1)
>
> *Sei mais Álgebra. Com ela você consegue resolver várias coisas...Eu resolvo Geometria dentro da Álgebra. Eu me sinto mais confortável com a Álgebra.* (P2)
>
> *Não tenho preferência só me sinto mais desafiada pela Álgebra.* (P3)

Fica bastante claro nesses depoimentos o que Nacarato (2001) afirma sobre a formação deficitária do professor, que em sua maioria não teve contato com os conteúdos geométricos enquanto estudantes. Para a educadora "a ausência da geometria na escolarização formal vem formando gerações de profissionais, principalmente professores, que desconhecem os fundamentos desse campo da matemática" (p. 85).

Acreditamos que a preferência dos professores pela Álgebra esteja realmente relacionada com sua formação. Gazire (2000) constatou em sua pesquisa que os professores priorizam os conteúdos algébricos por medo de ensinar os conteúdos geométricos, afinal aprenderam pouco ou nada de Geometria nos cursos de licenciatura.

Para Lorenzato (1995, p. 4), a Geometria "possui uma fragilíssima posição" nos cursos de licenciatura em Matemática. Isso pode prejudicar a formação do professor e provocar deficiência no conhecimento geométrico. O fato de o professor não deter esse conhecimento pode fazer com que ele prefira não ensinar Geometria em suas aulas.

Posto isso, os conteúdos ensinados ou não, dependem da importância que o professor lhes atribui, aliado ao gosto de ensinar mais um assunto que outro.

4.3 – Professores e a Geometria

Os professores entrevistados, como já colocado, não tiveram boa formação do conhecimento geométrico, não aprenderam profundamente essa área de conhecimento da Matemática e, portanto, encontram dificuldades de ensiná-la aos alunos. Demonstraram insegurança ao responder sobre a importância da Geometria no Ensino Fundamental, enfatizaram a relevância de seu estudo, porém limitaram à sua aplicabilidade na vida cotidiana. Essa visão empírica também foi apontada no trabalho de Crescenti (2005).

P2 coloca que a Geometria é o estudo das formas. "*São as figuras, os planos, os sólidos, as áreas e as medidas.*" Para P1 e P3, Geometria é aquilo que se pode visualizar. "*Com a Geometria o aluno muda a forma de ver o mundo. É só olhar que se vê Geometria.*" (P1); "*É a Matemática mais presente na vida do aluno.*" (P3)

Os depoentes enfatizaram a importância do ensino da Geometria, mas têm receio de abordá-lo, devido ao pouco conhecimento que possuem. No entanto, esse receio não lhes tira o prazer de ensiná-la, mesmo que de maneira limitada.

> *O legal na Geometria é que a gente pode mostrar as coisas. Trabalhar no concreto. Os alunos gostam de manipular os sólidos.* (P2)
>
> *Trabalhar com Geometria é gostoso. Ela é fácil de contextualizar, dá pra trabalhar no concreto. Os alunos gostam de Geometria, pois dá para trabalhar com material diferente.* (P3)

Como exemplos de atividades contextualizadas, os depoentes citaram trabalhar com problemas que estejam relacionados à realidade dos alunos, com a finalidade de que eles percebam a Matemática como um instrumento para resolver problemas do cotidiano.

Para Brousseau (1996 apud Pavanello, 2004), há um consenso entre os educadores sobre a necessidade de um conhecimento matemático contextualizado, ou seja, abordar um conhecimento a partir de situações que lhe dêem sentido. No entanto, Pavanello (2004) diz existir divergências em relação ao significado de contextualização.

Para a referida autora, grande parte dos professores confunde contexto com situações do dia a dia, concebendo assim, o conhecimento cotidiano e o conhecimento matemático de maneira simplista, visto que os problemas cotidianos exigem respostas muito mais complexas do que aquelas que envolvem a realização de tarefas rotineiras como, por exemplo,calcular quanto João gastou na feira.

Os professores de Matemática costumam trabalhar com atividades que não levam em conta a complexidade dos problemas da vida real e suas variáveis (cultural, afetiva, econômica). Os dados dos problemas são organizados e apresentados explicitamente, assim os problemas reais se transformam em fictícios, em situações artificiais.

A resolução de um problema não deve ser apenas uma forma de aplicação de conceitos e definições, mas uma oportunidade de exploração dos resultados encontrados e das estratégias utilizadas pelos alunos, valorizando assim, o processo e não o produto.

Outro aspecto que merece muita atenção é o entendimento do par concreto-abstrato.

O abstrato é entendido como algo difícil de ser assimilado, na medida em que se traduz por um vínculo não imediato com a realidade. O concreto, por sua vez, é entendido como o imediato, que na prática pedagógica, se traduz na utilização de materiais manipuláveis.

O ideário empírico-ativista surgiu no Brasil a partir da década de 20, contrapondo-se ao modelo tradicional de ensino que tinha como elemento central, o professor. Nesse ideário, o professor torna-se o facilitador da aprendizagem e o aluno passa a ser considerado o centro do processo de ensino. Os métodos de ensino têm como pressupostos a descoberta e o princípio de que "se aprende a fazer fazendo", pautando-se em atividades que valorizavam a ação, manipulação e a experimentação. Mas, é na década de 1970, que tal enfoque é retomado, em decorrência de uma discussão mundial sobre o Movimento da Matemática Moderna. No final dos anos 1970 e início dos anos de 1980, há uma grande produção de novos materiais para o ensino de Matemática, em favor da ação, manipulação e observação que foram incorporados por autores de livros didáticos, paradidáticos, formadores de professores e professores do Ensino Fundamental (FIORENTINI, 1995).

A utilização de materiais manipuláveis no ensino de Geometria ocorre na década de 1980, período de resgate desse ensino. Apresentam-se, como sugestão para o ensino geométrico, materiais como conjunto de sólidos geométricos, tangram, geoplano e poliminós. A importância dos modelos e desenhos no ensino de

Geometria é reforçada por Pais (1996, 2000) e por Nacarato (2005), que consideram a utilização desses materiais fundamentais na construção do conhecimento geométrico.

No entanto, Pais (2000) alerta que

> O uso de materiais didáticos no ensino de geometria deve ser sempre acompanhado de uma reflexão pedagógica para que, evitando os riscos de permanência em um realismo ingênuo ou de um empirismo, contribua na construção do aspecto racional. Uma compreensão inicial pode induzir um aparente dualismo entre as condições concretas e particulares dos recursos didáticos em oposição às condições abstratas e gerais das noções geométricas. Mas esta dualidade não deve ser vista como pólos isolados do processo de construção conceitual, deve ser superada pela busca de um racionalismo aberto, dialogado e dialetizado. Em suma, devemos sempre estimular um constante vínculo entre a manipulação de materiais e situações significativas para o aluno. (p. 14-15).

Segundo Nacarato (2005), muitas vezes os professores incorporam um discurso a favor do 'concreto', sem uma reflexão do que seria concreto em Matemática. A autora destaca que o uso inadequado desse material manipulável pode pouco ou nada contribuir para a aprendizagem matemática.

Espera-se que com a simples manipulação do concreto, o aluno, seja conduzido a um processo de construção do conhecimento. Nessa perspectiva, o "concreto" aparece como a solução mágica para a superação das dificuldades de apreensão dos conceitos matemáticos. O problema é que, na maioria dos casos, tais atividades, na medida em que decorrem de uma reflexão acrítica, em nada auxiliam no processo de apreensão dos conceitos pelo aluno. O "material concreto" torna-se totalmente inadequado para os fins a que se propõe.

Não é o simples uso de materiais que garante a apreensão dos conceitos matemáticos por parte do aluno, mas a forma como são utilizados e os significados que são construídos. Segundo Nacarato (2005), muitos professores resistem em utilizar esses materiais, principalmente professores que atuam nos Ensinos Fundamental (5ª a 8ª séries) e Médio, por falta de condições de trabalho (classes superlotadas, principalmente) ou por desconhecimento de como lidar com eles. A falta de conhecimento desses professores em lidar com o uso de materiais pode estar atrelada à formação que pouco contribuiu para reflexão do que é trabalhar no concreto.

Para Jardinetti (1996), a dicotomia entre o abstrato e o concreto distorce tanto o abstrato, quanto o concreto. Distorce o abstrato, pois o reduz a um de seus momentos, que é o domínio de certas fórmulas matemáticas; distorce o concreto, pois o reduz ao empírico. Com isso, o processo de elaboração dos conceitos matemáticos se reduz a seu resultado, fazendo com que os procedimentos de ensino se limitem à operacionalização estéril dos conceitos na sua forma já elaborada, não os apresentando como um momento do processo de elaboração.

4.4 – O saber do conteúdo

Os professores, em seus depoimentos, apontam a importância do domínio dos conteúdos e dos saberes pedagógicos dos conteúdos, sobrepõem os saberes da experiência aos demais saberes, evidenciam a prática pedagógica como uma das instâncias formativas mais importantes e salientam que é através das experiências em sala de aula e na convivência com os colegas que constroem seus saberes. Assim, eles dizem:

> *É preciso conhecer o conteúdo para ter segurança para ensinar. Preciso saber mais do que eu vou passar. Porém um problema sério é que o professor até sabe o conteúdo mas não sabe como passar para os alunos. Também, não aprendemos como ensinar os conteúdos.* (P1)
>
> *A didática da matemática a gente consegue no dia a dia. É na prática, dando aula que a gente adquire esses conhecimentos. A gente precisa saber muita coisa para chamar a atenção dos alunos. Saber só o conteúdo não basta.* (P2)
>
> *Preciso saber o básico para chegar no complexo. Isso é o essencial para dar aula. É no dia a dia que a gente aprende como dar aula. Quando tenho alguma dúvida eu nem me preocupo pois sei que quando chegar na escola posso contar com os meus amigos professores de matemática.* (P3)

Segundo Crescenti (2005), o bom conhecimento do assunto a ser ensinado potencializa a aprendizagem dos alunos. Tomando como premissa que só é possível ensinar aquilo que se sabe, a preocupação dos depoentes em dominar o conteúdo é um ponto a ser destacado, pois, segundo Fiorentini (1995), este domínio é fundamental, visto que a forma como o professor conhece e concebe os conteúdos tem fortes implicações no modo como os seleciona e os reelabora didaticamente em saber escolar.

O domínio profundo do conhecimento também é apontado por Fiorentini, Souza Jr. e Melo (1998) como sendo fundamental para a autonomia intelectual do professor na produção de seu próprio currículo e na sua constituição efetiva como mediador entre o conhecimento produzido historicamente e o escolar a ser apropriado pelo aluno.

Analisando os depoimentos, percebemos também que os professores valorizaram os saberes produzidos ao longo da prática educativa, o que vem ao encontro de dizeres de Tardif, Lessard e Lahaye (1991), pois

> De fato, quando se interroga o(a)s professore(a)s sobre seus saberes e sua relação com os saberes, eles priorizam, e isso a partir das categorias de seu próprio discurso, os saberes que qualificam de práticos ou da experiência. O que caracteriza, de um modo global, esses saberes práticos ou da experiência, é o fato de originarem da prática cotidiana da profissão, e serem por ela validados (p. 227).

Esses autores sustentam que o saber docente é plural, é uma mistura dos saberes científicos, com os saberes disciplinares, curriculares e experienciais. Tardif (2002) completa dizendo que os saberes dos professores são formados por diversas fontes. Esses saberes são personalizados, pois são apropriados, incorporados, subjetivados, difíceis de dissociar das pessoas, de suas experiências. E também situados, ou seja, construídos e utilizados em função de uma situação de trabalho particular, e é em relação a essa situação particular que eles ganham sentido. Os saberes dos professores “carregam consigo as marcas do seu objeto, que é o ser humano” (TARDIF, 2002, p. 269).

4.5 – As HTPCs (Hora de Trabalho Pedagógico Coletivo) e a formação (des)continuada

Falar sobre a HTPC não estava na proposta inicial desta pesquisa. Porém, como os professores apontaram esse espaço relevante para o desenvolvimento de suas práticas pedagógicas, julgamos importante abordá-lo.

Os professores das escolas públicas da rede estadual de São Paulo têm um espaço privilegiado para formação continuada e integração entre os pares, que são as HTPCs. Entretanto, os professores veem algumas limitações dentro desse espaço. Segundo os depoentes desta pesquisa, nas HTPCs há pouco espaço para estudo, reflexão e discussão da prática pedagógica.

> *O HTPC não é feito com os pares. Quando ocorre essa interação é sempre no final do horário e nunca dá tempo para concluir os trabalhos. Tenho vontade de melhorar, mas não tenho suporte.* (P1)
>
> *Houve a proposta de realizar os HTPCs com os pares, mas ainda não aconteceu. É preciso um tempo disponível com os pares para organizar atividades, trocar opiniões e experiência.* (P3)

Podemos perceber, nas falas dos professores, que eles vivem uma profunda insatisfação em relação à inexistência de um tempo para integração entre os pares, apesar de verem as HTPCs como uma boa possibilidade de aprendizagem.

Apesar de a HTPC não promover esse espaço de troca de experiência, isso ocorre de maneira informal.

> *Os professores de Matemática geralmente sentam próximos uns dos outros. Assim, quando dá uma brecha nós conversamos sobre algo que aconteceu, tiramos dúvidas de algum conteúdo, ou de como ensinar determinado assunto.* (P3)

Os professores enfatizam, em suas falas, o companheirismo existente entre os professores de Matemática na escola onde lecionam. Tanto P1 quanto P3 mencionam o coleguismo, a abertura e a receptividade na troca de experiências. Enfatizam que não há receio de nenhum professor em perguntar sobre possíveis dúvidas de conteúdos ou de como ensiná-los e salientam que as trocas de experiência ocorrem, muitas vezes, nos corredores da escola, na sala dos professores e na padaria em frente à escola, no horário de intervalo de aulas.

P1 e P3 apontam que nas HTPCs são realizadas leituras sobre indisciplina, avaliação; são discutidos os trabalhos realizados em sala de aula e são transmitidos recados e informações advindas da Secretaria da Educação. Porém o que mais os angustiam e frustram é a cobrança da gestão e dos colegas (mesmo que implicitamente) por melhores resultados no SARESP, uma vez que a Secretaria da Educação promete bônus para todos os professores da rede de acordo com o rendimento dos alunos na prova desse sistema de avaliação. A Matemática é uma das disciplinas cobradas e que apresenta um índice insatisfatório de rendimento. Fica evidente, então, a tensão proporcionada pelas políticas públicas brasileiras.

Segundo Pérez Gómez (2001), a obtenção de resultados a curto prazo e a exibição do rendimento acadêmico são preocupações obsessivas da escola, o que contradiz sua finalidade educativa. Os resultados acadêmicos se convertem em mercadorias, onde as aparências são valorizadas e a ausência de aprendizagem relevante é escondida.

HTPCs são espaços privilegiados para a construção do trabalho docente por possibilitar a troca de experiência e trazem, como principal característica, a valorização da escola como local de formação e o fortalecimento do ambiente coletivo.

Segundo a Portaria CENP[20] nº 1/96 - L.C. nº 836/97, os objetivos da HTPC são:

> I. Construir e implementar o projeto pedagógico da escola;
> II. Articular as ações educacionais desenvolvidas pelos diferentes segmentos da escola, visando a melhoria do processo ensino- aprendizagem;
> III. Identificar as alternativas pedagógicas que concorrem para a redução dos índices de evasão e repetência;
> IV. Possibilitar a reflexão sobre a prática docente;
> V. Favorecer o intercâmbio de experiências;
> VI. Promover o aperfeiçoamento individual e coletivo dos educadores;
> VII. Acompanhar e avaliar, de forma sistemática, o processo ensino-aprendizagem.

[20] Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas

No entanto, percebemos na fala de P2 a falta de sentido da essência da HTPC.

> *Eu ainda não descobri qual é a função do HTPC e do Coordenador.*

A fala de P2 nos leva a concordar com Meneguim (2005), quando diz que nesse espaço são privilegiadas as reuniões informativas e burocráticas (recados, leitura de textos) em vez da formação do professor (análise de práticas, estudo de casos).

Não podemos deixar de pontuar a reivindicação feita pelos participantes desta pesquisa sobre a realização de grupos de estudos por área em HTPC. Como coloca P3, ”*O HTPC por área permite trocar experiências, conhecimentos e preparar atividades”*. Com esses grupos os professores buscam coletivamente a melhoria de suas práticas, solução de seus problemas escolares e promoção do próprio desenvolvimento profissional.

4.6 – Os "Caderninhos" implantados com o Currículo

Em 2008, a Secretaria de Estado da Educação de São Paulo colocou em prática uma nova Proposta Curricular. O objetivo da proposta, segundo a então Secretária da Educação do Estado de São Paulo, é de organizar melhor o sistema educacional de São Paulo, uma vez que a autonomia dada às escolas, pela Lei de Diretrizes e Bases (LDB), para que definissem seus próprios projetos pedagógicos mostrou-se ser ineficiente. A proposta transformou-se, definitivamente, no currículo oficial em 2009.

Os professores contam com um caderno - Caderno do Professor – como instrumento pedagógico. Compõem o Caderno os conteúdos que devem ser abordados em cada bimestre, o tempo previsto para tal aplicação, as competências e habilidades a serem desenvolvidas, as estratégias de ensino e considerações sobre a avaliação dos alunos.

O Caderno do Aluno possui a mesma disposição de textos, figuras e gráficos semelhantes com ao caderno do professor, porém, com espaços em branco para responderem às questões, além de sugestões de pesquisas, filmes, livros e sites. Oferece também as “Lições de casa”, com a intenção de complementar o trabalho na sala de aula e contribuir para a formação do aluno.

Podemos perceber a sensação sufocante vivida pelos professores entrevistados nesta pesquisa, por conta da cobrança excessiva para que se “cumpra” os caderninhos. Assim, eles dizem

> *Não temos liberdade. Os conteúdos dos cadernos são os mesmos que ensinávamos antes, porém, nos engessaram. O currículo é cobrado no SARESP. Como nem todos os exercícios dá para aplicar em aula, faço adaptações.* (P1)
>
> *Tem uma cobrança acirrada em cima dos cadernos.* (P2)
>
> *Minhas aulas são baseadas no currículo, no caderno. Não pode fugir dele. Não preparo aula, porque ela vem pronta, só vou adaptando os exercícios. Dou exercícios mais fáceis para motivar os alunos, depois vou subindo o nível. Exercícios muito difíceis eles não querem.* (P3)

Evidenciamos o controle do trabalho do professor por indivíduos que estão fora do contexto escolar. Nacarato, Varani e Carvalho (1998) entendem, por controle externo, a predeterminação dos objetivos, conteúdos, metodologias e avaliação que orientam o trabalho dos professores. Esse controle faz com que docente perca

> (...) progressivamente a capacidade de decidir qual será o resultado de seu trabalho, pois este já lhe chega previamente estabelecido em forma de disciplinas, horários, programas, normas de avaliação etc (ENGUITA apud NACARATO, VARANI e CARVALHO, 1998, p. 89)

Outro sentimento evidenciado é a saturação de tarefas, a carência de tempo e a impossibilidade dos professores refletirem sobre o sentido de suas atividades para possíveis reformulações.

A sensação de saturação de tarefas e responsabilidade exigidas pela administração externa é apontada por Pérez Gómez (2001) como um dos sentimentos mais constantes do professorado na atualidade. Ao cumprir tantas tarefas o tempo que o professor dispõe para estudos individuais ou coletivos que favorecem o seu desenvolvimento profissional é reduzido, contribuindo para uma desqualificação intelectual do docente (NACARATO, VARANI e CARVALHO, 1998). P3 enfatiza que lhe falta tempo para preparar *“coisas”* novas.

Com a justificativa/necessidade de “cumprir o currículo”, “vencer os caderninhos”, algumas inquietações surgem - As aulas seguem o tipo receituário? O fazer docente do professor consiste exclusivamente na transmissão de um conteúdo pronto? Qual é o papel do professor - executor ou de *practicum* reflevixo?

PERÍMETRO E ÁREA – OS OLHARES DOS ALUNOS E DOS PROFESSORES

Com o objetivo de construir respostas à questão de investigação enfocada neste trabalho: quais são os erros dos alunos na resolução de problemas de perímetro e área de figuras planas, e como os professores de Matemática os analisam?, este capítulo entrecruza os olhares dos alunos e dos professores, explorando os dados, erros e justificativas de resolução das questões por parte dos alunos e discutindo como os professores os analisam.

Foram entregues, aos professores desta pesquisa, as folhas com as resoluções dos alunos para que eles analisassem essas produções. Afinal, essa é uma atividade que traz a possibilidade de entender, mais de perto, como se dá a apropriação do saber pelos estudantes.

Sobre a prática de analisar as produções dos alunos, os professores assim se expressaram:

> *O correto é a gente fazer isso toda vez, procurar entender por que o aluno errou. Mas isso não é fácil, tenho muitas aulas e muitos alunos. É inviável corrigir o exercício de cada um. Faço a correção na lousa e cada aluno corrige o seu caderno.* (P1)

> *Uma prática que tem dado certo é trabalhar em grupo. Então, passo nos grupos e vou olhando como eles estão resolvendo os exercícios. Depois corrijo os exercícios na lousa e vou explicando conforme eles vão pedindo.* (P2)

> *Nas minhas 5ªs séries eu procuro, sempre que dá, corrigir o caderno de cada aluno pra ver o que eles não estão conseguindo entender, pra ver se eles fizeram a tarefa.* (P3)

Os depoentes relataram também que, muitas vezes, utilizam a correção das atividades como um momento de avaliação. Cabe ressaltar que analisar o que o aluno produz não implica, necessariamente, em ter que atribuir um conceito ou nota. Ao analisar a resolução de um exercício ou problema, o erro cometido pelo aluno pode ser usado como subsídio para planejamento de estratégias de ensino, para tanto o professor deve conhecer e buscar entender os erros.

Em relação aos erros cometidos nas questões dos SARESPs de 2007 e 2008, os professores apontaram que o erro é decorrente da falta de domínio dos alunos em relação aos conceitos perímetro e área. E disseram que há casos em que o erro ocorre por descuido e pressa dos alunos em resolvê-los. Como exemplo, citaram a questão do SARESP 2008, alternativa D.

Não cabe abordar neste trabalho o que os professores entendem por avaliação, porém merece atenção a maneira pela qual eles elaboram e corrigem as provas. Aparentemente, é uma prática comum desses professores elaborarem as provas de maneira similar ao SARESP. P3, justificativa que "*os alunos precisam se acostumar com provas parecidas com as do SARESP".* Nas provas de múltipla escolha, geralmente os alunos assinalam uma alternativa sem apresentar sua produção. Como, então, analisar os erros dos alunos? Percebe-se que ora o professor considera a produção do aluno quando corrige os exercícios durante as aulas, ora leva em consideração apenas o resultado final, como a correção por gabarito das provas.

De acordo com os professores, para tentar minimizar os erros apresentados pelos alunos, é preciso retomar os conteúdos, explicar novamente as fórmulas e, principalmente mudar a maneira de explicar, trazer atividades mais interessantes, trabalhar menos com figuras usuais, inserir atividades que requerem a (de)composição de figuras. P3 foi quem mais se mostrou receptivo a mudanças de sua prática pedagógica.

Para o professor abordar o conteúdo de forma que o torne compreensível aos seus alunos é preciso além de um amplo domínio do conteúdo, especificamente o de Geometria e o das Grandezas e Medidas, visto que esses conceitos tem interface com esses dois campos de conhecimento, o domínio do conhecimento didático de como ensiná-lo. A combinação desses dois elementos, conhecimento do conteúdo e conhecimento pedagógico permite ao professor que sejam feitas as reelaborações conceituais adequadas visando a aprendizagem de seus alunos. É o que Perrenoud (1993) define como a "essência do ensinar".

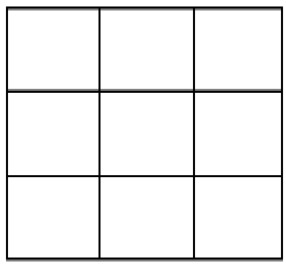
Os erros fazem parte do processo de ensino-aprendizagem. É preciso que os professores não os eliminem, mas os considerem fontes significativas de conhecimento e os transformem em situação de aprendizagem. Para tal é imprescindível que o professor reflita sobre a própria ação, analisando e discutindo os erros dos alunos, as estratégias e recursos já realizados, para que possa modificá-los a fim de superar as possíveis causas dos mesmos.

Retomando as duas questões apresentadas aos alunos, os seguintes dados foram por nós obtidos.

Quanto à primeira questão

A atividade do SARESP 2007

Vivian recortou 9 quadrados de cores diferentes para fazer uma face de uma almofada, na forma da figura ao lado. Se cada lado do quadrado mede 6 cm, a área total desta face da almofada é igual a



- (A) 144 cm^2
- (B) 216 cm^2
- (C) 274 cm^2
- **(D) 324 cm^2**

Analisando as respostas, encontramos um baixo índice de acerto, como se pode verificar pela tabela a seguir.

Alternativa	Número de alunos
A	32
B	30
C	0
D	18
Em branco	5

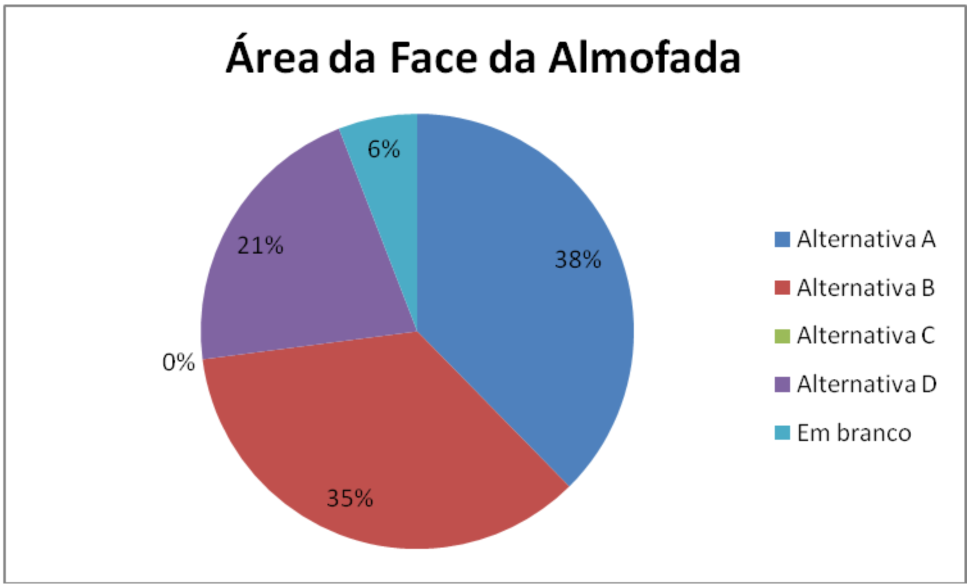


Gráfico 1 - Desempenho dos alunos na questão SARESP 2007

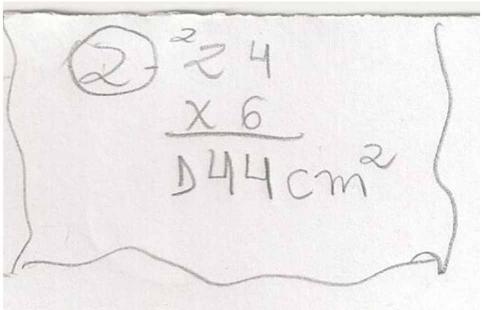
Dos 85 alunos, 73%, o que corresponde a 62 alunos, responderam de maneira errada a questão; 6%, ou seja, 5 alunos não responderam e 21%, o que corresponde a 18 alunos, responderam a questão corretamente. Ressalto que dos 18 alunos que assinalaram a questão correta, alternativa D, 12 alunos justificaram sua resposta.

Para resolver essa questão, o aluno precisa ter noção de medida de superfície e de equivalência de figuras planas por meio da composição e decomposição de figuras.

Seguem exemplos de como os alunos resolveram a questão, algumas justificativas e como os professores analisam as elaborações dos alunos.

Alternativa A – 144 cm^2

Para concluírem que essa alternativa era a correta, alguns alunos calcularam o perímetro de um dos quadrados que formava a figura, encontrando o resultado 24 cm e multiplicaram esse valor pela medida do lado (6 cm), chegando assim em 144 cm^2, como mostra a resolução abaixo.



Outra maneira apresentada para a resolução dessa questão foi a utilização de uma fórmula errônea. O aluno calculou o perímetro da face da almofada, chegando ao resultado 72 cm e depois multiplicou por 2, obtendo a resposta 144 cm^2.

> *Eu contei os lados de um quadrado que dá 24 e multipliquei por 6 que é o valor de cada lado* (ALUNO E)

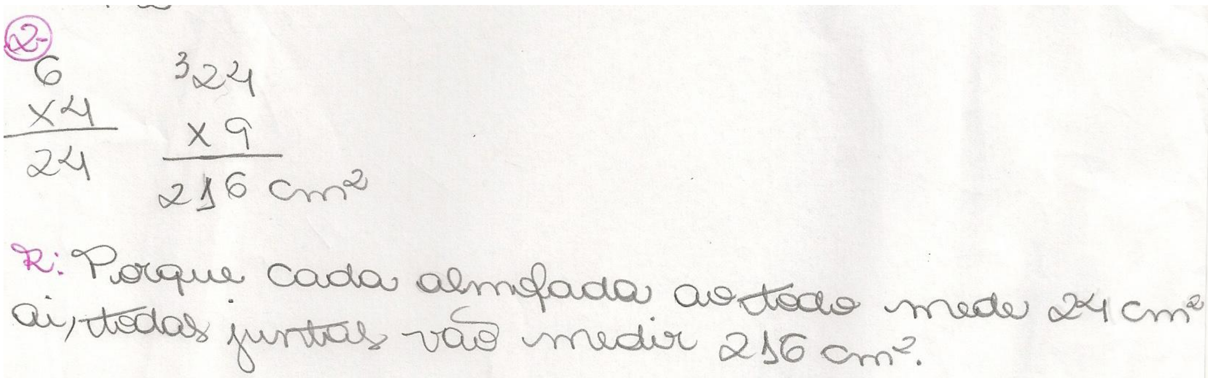
Ao analisarem as produções dos alunos os professores apontam que o erro ocorreu em razão da falta de domínio dos alunos em relação aos conceitos perímetro e área.

> *Eles misturaram tudo! Calcularam o perímetro pensando estar calculando a área de um dos quadrados. Depois multiplicaram por 6, mas era por 9, pois são 9 quadradinhos. Porque por 6? Por conta da fórmula do quadrado que é lado vezes lado (P2)*

Alternativa B – 216 cm^2

Os alunos disseram ter multiplicado a medida do lado do quadrado por quatro e o resultado obtido multiplicaram por 9, referente à quantidade de quadrados de que a figura é composta.

Assim justifica o ALUNO M a sua resolução:



> *A causa desse erro é que eles sempre confundem perímetro e área. Eles não sabem quando têm que calcular um ou outro* (P1)

Analisando as produções dos alunos, fica evidente que esses conceitos não estão bem compreendidos por eles. Afinal, uma grande parcela confunde perímetro e área, quando somam os quatro lados de um quadrado (perímetro) para calcular a área. Além de utilizarem, de maneira errônea, as fórmulas.

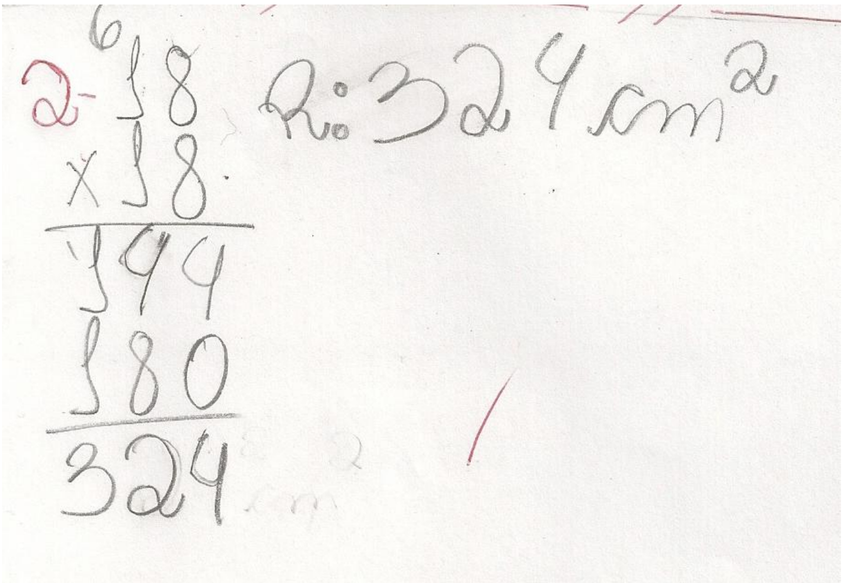
O conceito científico da medida definido pela interdependência dos três aspectos citados por Caraça (1951), discutido no capítulo 1, e o fato de os conceitos área e perímetro corresponderem a objetos geométricos distintos, tanto do ponto de vista topológico, onde área associa-se à superfície e perímetro ao contorno, quanto dimensional, apontados por Baltar (1996), não são da compreensão dos alunos.

Percebe-se que não houve uma aprendizagem significativa dos conceitos científicos, eles foram repassados e não (re)construídos pelos alunos. O ensino aconteceu pela transmissão da informação e sua recepção pelos estudantes, de forma passiva. Isso pode ser decorrente de atividades pouco diversificadas, não desafiadoras e com aulas de Matemática tradicionais: definições, exemplos, atividades de aplicação direta do conteúdo, acarretando na memorização temporária de algoritmos e definições.

Alternativa correta, D – 324 cm^2

Foram encontradas duas maneiras, duas estratégias, para a resolução da questão. O primeiro caminho, e o mais citado, foi encontrar a área de um quadrado através da multiplicação da medida de seus lados (6cm x 6cm) e com o resultado obtido (36cm^2) multiplica-se por 9, referente à quantidade de quadrados que compõe a face da almofada, chegando a 324 cm^2 (36cm^2 x 9).

Dois alunos resolveram a questão da seguinte maneira: encontraram a medida do lado do quadrado grande, que no caso é de 18 cm e efetuaram a multiplicação da medida dos lados desse quadrado (18 cm x 18 cm), chegando à resposta correta.



O fragmento abaixo mostra o entendimento do conceito área e a maneira de resolução dessa atividade.

Pesquisadora – E o que você entende por área?

ALUNO D – “*É esse espaço aqui”*

Nesse momento o aluno passou o dedo dentro de um quadradinho, apontando área como o espaço ocupado pelo contorno do quadrado.

Pesquisadora – Conte-me como você resolveu esse exercício.

ALUNO D – “*Pego 6 vezes 6 que dá 36 e multiplico pelo total de quadrados. Faço 36 vezes 9 que é igual a 324. Aprendi isso na 5ª série, mas não vi na 6ª.”*

Tem-se aqui o entendimento de área associada à superfície, ao espaço ocupado pelo contorno e a utilização da fórmula da área do quadrado para efetuar o cálculo solicitado.

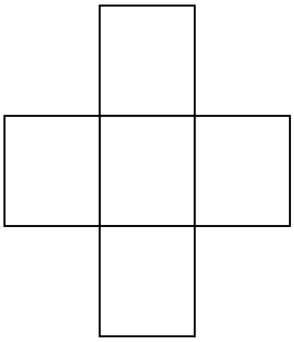
A atividade do SARESP 2008

A figura ao lado representa o salão de festa de um clube formado por quadrados de lados iguais a 6m.

Para reformar esse espaço, o orçamento do trabalho de um pedreiro depende do valor do perímetro e da área do salão.

Assinale a alternativa que mostra corretamente, e nesta ordem, as medidas do perímetro, em metros, e da área, em metros quadrados.

- (A) 36 e 180
- **(B) 72 e 180**
- (C) 48 e 30
- (D) 72 e 36



Como pode se verificar pela tabela abaixo, o índice de acerto também foi baixo.

Alternativa	Número de alunos
A	11
B	14
C	23
D	27
Em branco	10

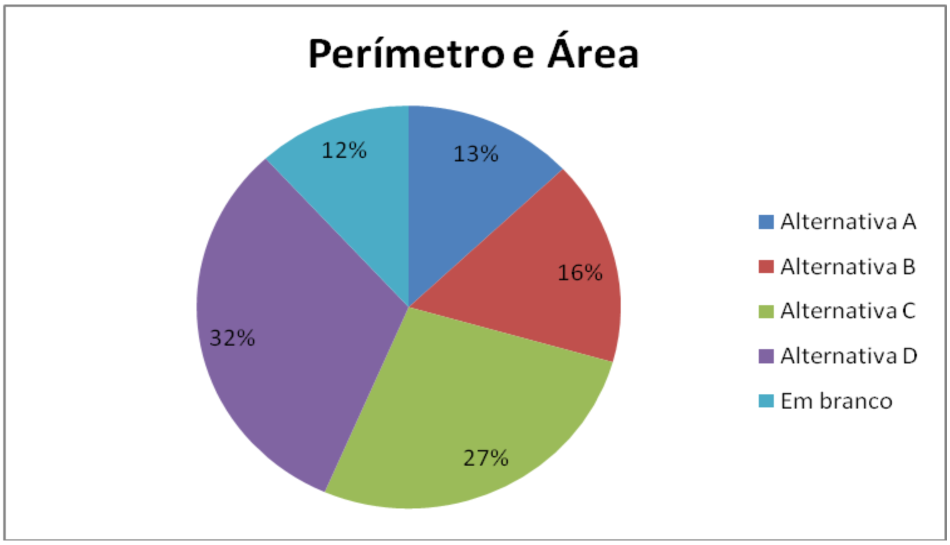


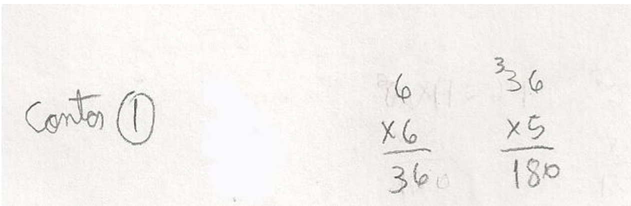
Gráfico 2 - Desempenho dos alunos na questão SARESP 2008

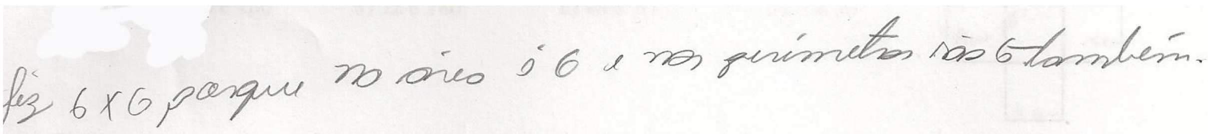
Nessa questão foram envolvidos os dois conceitos, sendo solicitado o cálculo do perímetro e da área da figura. Percebemos que dos 85 alunos, 72%, o que corresponde a 61 alunos, responderam de maneira errada a questão; 12%, ou seja, 10 alunos não responderam e 16%, o que corresponde a 14 alunos, responderam a questão corretamente.

Foram dadas as seguintes justificativas na resolução do exercício.

Alternativa A – 36 e 180

Os alunos que assinalaram essa alternativa, para calcular a área, primeiro encontraram a medida da área de um quadrado e multiplicaram o resultado por 5 (quantidade de quadrados que compõem a figura). No entanto, utilizaram o resultado do cálculo da área de um quadrado para determinar o perímetro, o que pode evidenciar que os alunos não diferem área de perímetro, como se pode observar abaixo.





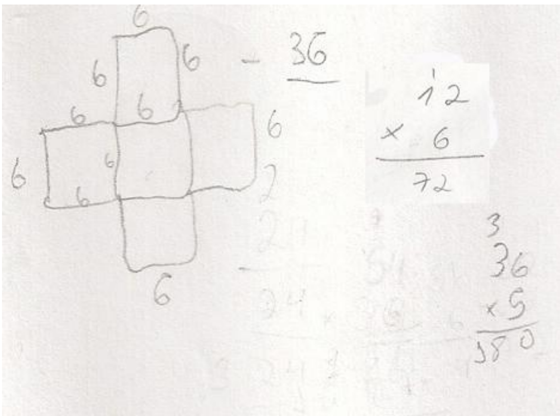
P3, ao analisar essa produção, assim se expressa:

> *Olhando para essa resposta a gente percebe que esse aluno sabe calcular a área, utilizou a fórmula certinha e percebeu que era uma figura composta, tanto que multiplicou por 5. Ele errou a resposta porque achou que perímetro e área são iguais.*

Alternativa correta, B – 72 e 180

Para calcular o perímetro, os alunos somaram todos os lados que compõem a figura, deixando evidente a ideia de perímetro como contorno e não como a definição de que é a soma de todos os lados da figura. Efetuaram o cálculo somando os lados da figura.

Em relação à área eles encontraram a área de um quadrado e multiplicaram o resultado por 5 (quantidade de quadrados que compõe a figura). Alguns alunos utilizaram a fórmula, A = b x h e outros a fórmula da área do quadrado, A = l^2.



Nessa atividade, percebe-se a construção do conceito perímetro como medida do comprimento de um contorno. Quando a situação de aprendizagem é efetiva, há uma articulação de conhecimentos e o aluno vai aprendendo a utilização de novos procedimentos de raciocínio.

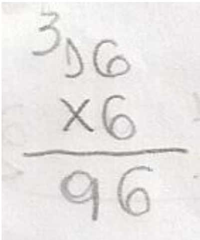
Pesquisadora – O que você entende por perímetro?

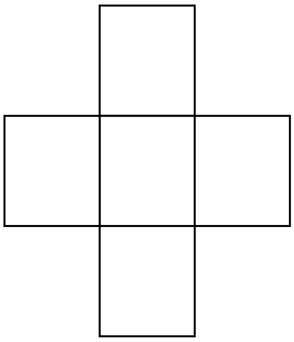
ALUNO D – "*Perímetro é a soma de todos os lados"*

Pesquisadora – E esses lados você não contou por quê?

ALUNO D – "*A parte de dentro dessa figura não conta porque não é parede. Perímetro é a volta, então dá 12 lados vezes 6 que é igual a 72"*

Quando o aluno é perguntado sobre o seu entendimento de perímetro, ele apresenta a definição dada pela maioria dos professores de Matemática: "perímetro é a soma dos lados”. O que sinaliza que o conceito perímetro, geralmente, é ensinado pela definição usual, como mostra a resolução abaixo do aluno E, da questão do SARESP 2008.

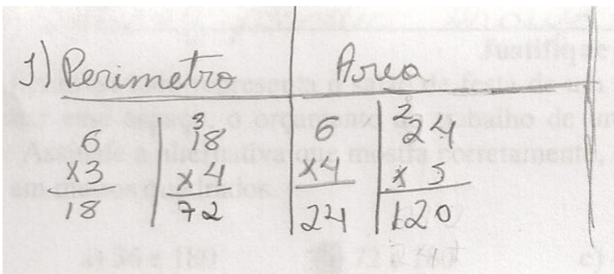




O aluno entendeu que a figura é formada por 4 quadrados e da maneira como estes estão dispostos, forma-se o quadrado do meio. O que totaliza 16 lados.

Fica evidente que os alunos são pouco colocados frente a atividades em que as figuras, cujos perímetros devem ser calculados, não são formadas por segmentos de retas como, por exemplo, o cálculo do perímetro de uma circunferência ou de uma região irregular. O professor, ao propiciar situações desse tipo, auxilia o aluno a formular o conceito perímetro, como a medida do contorno de uma figura. Sendo assim, não basta, em alguns casos, somar todos os lados de uma figura para se calcular a medida do perímetro.

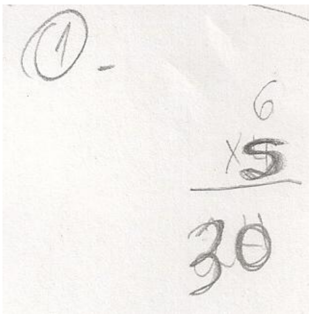
Não podemos deixar de mostrar a resolução do aluno F e seu entendimento de perímetro e área.



Esse foi o único aluno, dentre os 85, que calculou perímetro dessa maneira. Evidenciando que entende perímetro como contorno de uma figura e percebe se tratar de uma figura composta. Entretanto, não formulou ainda o conceito de área.

Alternativa C – 48 e 30

Para calcular a área da figura, os alunos multiplicaram o valor da medida do lado do quadrado pela quantidade de quadrados que forma a figura, ou seja, 6 x 5 = 30. Com essa resposta, os alunos assinalaram a alternativa C, e não efetuaram o cálculo do perímetro, pois era a única alternativa com área igual a 30 m^2.



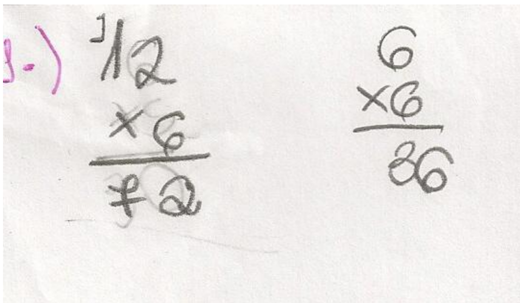
A escolha por essa alternativa nos inquieta. Conceitos, tais como os de unidade, dimensão, segmento, superfície, contorno, etc são necessários à elaboração conceitual de perímetro e área. As falas evidenciam que esses conceitos não foram apreendidos por esses alunos, o que pode ser um indicativo da confusão entre os conceitos de perímetro e área.

Percebemos, também, pela fala do Aluno D, que o processo de ensino-aprendizagem desses conceitos pode ter se pautado na memorização de definições, como “perímetro é a soma de todos os lados de uma figura” ou “a área de um retângulo é a multiplicação da base pela altura”; na repetição de exercícios; no uso de fórmulas de maneira mecânica. De acordo com Vygotsky (2008b), o ensino que acontece pela transmissão da informação e sua recepção de forma passiva pelos estudantes, além de inadequado, é infrutífero.

Facco (2003) explicita que as escolhas didáticas dos professores ao ensinarem os conceitos de perímetro e área parecem não favorecer a apropriação desses conceitos. Cita, como exemplo, o fato do professor, apoiado no livro didático, introduzir o conceito de área como um número associado a uma superfície e rapidamente utilizar as fórmulas para o cálculo da área.

Alternativa D – 72 e 36

O erro cometido pelos alunos foi o de não perceberem que a figura era composta e, portanto calcularam apenas a área de um quadrado, como indica a resolução abaixo.



Temos aqui a ideia de perímetro como contorno da figura e a utilização da área do quadrado para resolver a questão.

Segundo os professores, há casos, como esse, nos quais o erro ocorre por descuido e/ou pressa dos alunos em resolverem a atividade, pois foram calculados corretamente o perímetro e área. Para os professores esses alunos compreenderam os conceitos. Fica-nos as seguintes inquietações: se o aluno realmente aprendeu o conceito de área, então ele cometeria o erro de não calcular a área como um todo?

Isso pode ser decorrente do pouco contato com exercícios dessa natureza, uma vez que a maioria dos alunos disse não recordar ter trabalhado com atividades parecidas com essas. Geralmente lhes é pedido calcular área e perímetro de figuras simples e usuais.

5.1 – Perímetro e área - como são ensinados e como são aprendidos

Os professores participantes desta pesquisa sinalizaram que o conceito perímetro é mais facilmente compreendido pelos alunos do que o conceito de área. No entanto, relatam que há grande confusão, por parte dos alunos, na realização de atividades que requerem os dois conceitos. Mas, se o aluno apreendeu o conceito perímetro, como pontuado, porque ele não o diferencia do conceito área?

P2 relata que os alunos têm muita dificuldade de entender o conceito área, mas que isso é decorrente do desinteresse e da indisciplina. Atribui somente ao aluno a responsabilidade do não entendimento do conteúdo. Disse, também, seguir as orientações dos “caderninhos” implantados com o Currículo Oficial do Estado de São Paulo (2009), não dando maiores detalhes sobre sua prática pedagógica no ensino desses conceitos.

Há um jogo entre professor e aluno. O aluno atribui ao professor o fato de não ter compreendido o conteúdo, e vice-versa, como podemos verificar abaixo:

> *Eu não tenho a mínima noção de como resolver esse exercício. O professor passou a matéria, deu um monte de exercícios mas eu não entendi nada.* (ALUNO G)
>
> *Eles não se interessam por nada. Eles não resolvem as atividades, ficam esperando a gente passar a correção para copiar.* (P2)

O desinteresse, a indiferença dos alunos também incomodam e, de certa forma, angustiam P1 e P3.

> *A maior dificuldade que eu encontro é fazer o aluno se interessar pela Matemática. Estudar mesmo... revisar os exercícios, os conteúdos. É fazer o aluno se concentrar, perguntar. O aluno não sabe por que estudar Matemática.* (P3)
>
> *Desenvolver no aluno a cultura do estudo matemático. A forma de estudar Matemática é diferente de outras matérias. Eles precisam praticar, fazer exercícios de A a Z.* ***Eles não perguntam mais!!!*** (P1) (grifo meu)

O desinteresse dos alunos pela Matemática pode estar intimamente relacionado com a maneira que essa disciplina vem sendo tratada na escola, ou seja, com ênfase em seus aspectos estruturais, pouco atrativa e com alto grau de seleção.

Entendemos que a Matemática

> (...) não pode ser concebida como um saber pronto e acabado mas, ao contrário, como um saber vivo, dinâmico e que, historicamente, vem sendo construído, atendendo a estímulos externos (necessidades sociais) e internos (necessidades teóricas da ampliação dos conceitos). Esse processo de

> construção foi tortuoso. É obra de várias culturas e de mulheres e de homens que, movidos pelas necessidades concretas, construíram coletivamente a Matemática que conhecemos hoje (FIORENTINI, 1995, p. 31).

Criada e desenvolvida pelos homens por conta de suas necessidades, a Matemática foi se constituindo de um rigor formal tal qual que acabou, aparentemente, se distanciando das vivências cotidianas. A aula de Matemática, geralmente, é iniciada com definições seguidas de exemplos, e depois atividades de aplicação direta do conteúdo dado. O fazer docente do professor consiste fundamentalmente em transmitir um conteúdo pronto, onde o que se valoriza é o acúmulo de conhecimentos e a memorização, mesmo que temporária, de algoritmos e definições. Talvez, seja por isso, que a maioria dos alunos veem a Matemática como uma disciplina pronta, acabada e seu aprendizado destinado a poucos. Acabam comportando-se passivamente frente aos conteúdos, sem compreenderem e questionarem.

Será que esse desinteresse, essa indiferença não são frutos de aulas pouco interativas, de uma configuração de sala de aula onde um aluno tem que se sentar atrás do outro, onde a ideia de disciplina é a passividade e não a da atenção, participação, argumentação?

Será que os alunos não perguntam por que não sabem o que perguntar?

Perguntar ... Ensinar a perguntar deve ser o primeiro ensinamento do professor para com seu aluno. Segundo Freire (1985, p.46), esse é o início da aprendizagem. "(...) Porque o início do conhecimento, repito, é perguntar. E somente a partir de perguntas é que se deve sair em busca de respostas."

Ensinar/instigar/estimular o aluno a perguntar também é apontado por Llinares (1994) como uma das características da atividade do professor.

Quando perguntado aos alunos o que eles entendiam por perímetro e área, assim se expressaram:

> *Os dois são praticamente iguais, só que um você soma e o outro multiplica.* (ALUNO A)

> *Perímetro são os lados, o que tem fora. Área é o que tá dentro. Sei lá,... acho que é isso.* (ALUNO S)
> *Perímetro é mais ou menos a área de fora e área é a área de dentro.* (ALUNO V)

P1 e P3, assim relatam suas práticas pedagógicas:

> *Para ensinar perímetro eu sempre inicio com um exemplo: Seu pai comprou um terreno e precisa cercar ele. Quantos metros de tela ele vai usar para cercar o terreno inteiro, sabendo que o terreno tem 6m por 25m? Depois de colocar esse exemplo na lousa, eu faço um desenho para que eles visualizem o terreno. Discuto com os alunos que para cercar o terreno, eles tem que somar todos os lados dele, assim chega-se que perímetro é a soma de todos os lados da figura. Pratico aquele tipo de exercício. É preciso ensinar Matemática exaustivamente. Precisa dar vários exercícios, de A a Z.* (P1)

> *Para ensinar perímetro pro meus alunos eu sempre mostro a utilidade, dou exemplos da colocação de gesso, de rodapé, de cercar uma horta, etc. Dei aos meus alunos da 5ª série um pedaço de barbante e pedi que eles me dissessem quantos centímetros de barbante eu uso para dar a volta na carteira. Eles então contornaram a carteira e depois mediram o pedaço numa fita métrica. Só que muitos não sabem medir, não sabe se começa do zero ou do um. Mas, é assim, que tento construir a ideia de perímetro. Depois com os dados, discuto com eles que sabendo as medidas das figuras eu posso chegar ao perímetro sem precisar utilizar o barbante e aí chego na fórmula.* (P3)

Analisando as falas dos alunos e a maneira pela qual os professores ensinam, é possível perceber que o processo de ensino-aprendizagem desses conceitos é pautado no modelo psicopedagógico da mera transmissão-recepção.

É relevante pontuar a prática pedagógica de P1. Ela nos remete à maneira tradicional de ensino, onde o aluno deve interiorizar o que lhe é ensinado e repetir o que aprendeu. O papel desempenhado pelo professor é o de transmissor de conhecimento, seu método de ensino baseia-se em aulas expositivas, com exercícios de fixação. Essa maneira de conceber o ensino é chamada por Freire (2005) de concepção bancária da educação. Nessa concepção, a educação é o ato de transferir/transmitir/depositar os conhecimentos, onde os alunos se transformam em “vasilhas” a serem “enchidas”, que pacientemente memorizam e repetem.

Concordamos com Lopes (1993), quando diz que

> (...) a aprendizagem não possui o caráter a ela atribuído nos bancos escolares - perfeita imagem dos que se sentam para passivamente ver e ouvir. Não se aprende pelo acúmulo de informações; as informações só se transformam em conhecimento na medida em que modificam o espírito do aprendiz (p.324).

Percebemos, pelas falas dos professores, duas maneiras de transmitir o conceito perímetro. P1 apresenta perímetro como sendo a soma dos lados de uma figura, bastando ao aluno memorizar a regra e aplicá-la nos exercícios; e não, de a entendê-la. A maneira que os temas envolvidos em sala de aula são conduzidos influenciam na compreensão do aluno, por exemplo, ao repassar regras prontas para aplicação direta do conteúdo, o professor acaba priorizando a memorização em vez da (re)construção do conceito.

Quando o professor, para "facilitar" o cálculo da medida do perímetro, o define como "a soma de todos os lados", pode acarretar num obstáculo verbal, de acordo com Bachelard (1996). Segundo o epistemólogo "uma linguagem demasiado fácil de manejar pode bloquear muito tempo uma reformulação necessária". O obstáculo verbal é "a falsa explicação obtida com a ajuda de uma palavra explicativa" (p.27). Há aqui, além de um obstáculo epistemológico, um erro conceitual, pois perímetro é a soma das medidas dos lados.

Já P3 parte da ideia de contorno para a construção do conceito perímetro. Essa prática é importante, uma vez que nem todas as figuras são formadas por segmentos de retas, como é o caso do círculo e de figuras irregulares. É importante também, que o aluno reconheça que o perímetro pode ser calculado de forma diferente dependendo do polígono e que polígonos diferentes podem ter o mesmo perímetro. Por exemplo, o perímetro do quadrado pode ser dado de várias formas: perímetro = 4 x lado; perímetro = 2 x lado + 2 x lado ou ainda, perímetro = lado + lado + lado + lado.

O termo "passar" conteúdo utilizado várias vezes por P1 enfatiza que sua prática pedagógica se pauta no mero repasse de conceitos, o processo de ensino – aprendizagem é embasado no modelo transmissão–reprodução. Essa prática de ensino voltada para a transmissão de informações científicas de forma acabada e inquestionável é destituída de significado.

Sobre isso Vygostky assevera que

> (...) o ensino direto de conceitos é impossível e infrutífero. Um professor que tenta fazer isso geralmente não obtém qualquer resultado, exceto o verbalismo vazio, uma repetição de palavras pela criança, semelhante à de um papagaio, que simula um conhecimento dos conceitos correspondentes, mas que na realidade oculta um vácuo. (VYGOSTKY, 2008b, p.104).

Essa maneira de trabalhar o conceito de perímetro, pela definição, pode ser uma das causas que levaram os alunos dessa pesquisa a somarem todos os lados de cada quadrado que compunha a figura, desconsiderando se tratar de uma figura composta. Não houve a (re)construção desse conceito por parte dos alunos.

Na ânsia por buscar trabalhar a Matemática de maneira contextualizada, os professores utilizam exemplos inadequados para abordar os conceitos. Qual é o significado, para estudantes de uma faixa etária de 12, 13 anos, cercar um terreno, colocar gesso, rodapé, pisos? Que vivência eles tem disso? Esse tipo de exemplo, entretanto, poderia ser bastante significativo para um grupo de alunos na Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Outro aspecto é a utilização de imagens que acabam tornando esquemas gerais e que pode ser prejudicial à aprendizagem. Segundo Bachelard (1996, p.93), "(...) o acúmulo de imagens prejudica evidentemente a razão, na qual o lado concreto, apresentado sem prudência, impede a visão abstrata e nítida dos problemas reais." Pelo relato, a maioria das atividades propostas pelos professores trata do cálculo de perímetro e área de figuras usuais, onde a aplicação imediata da fórmula resolve a questão. Pouco se trabalha com atividades que possibilitam aos alunos perceberem que uma mesma figura pode ser ou não (de)composta em outras figuras geométricas, o que proporciona uma construção significativa do conhecimento matemático, visto que os alunos precisam identificar, interpretar, elaborar, criar estratégias de resolução.

Em relação à área, percebe-se, pelas falas dos depoentes, que o conceito é apresentado pela fórmula pronta para o cálculo, o que não favorece o processo de construção da mesma.

O conceito área é abordado, pelos professores, a partir de exemplos como: Calcule a área de um terreno de 6x25m. João quer trocar o piso de sua sala de aula. Quantos metros quadrados de piso ele utilizará para efetuar a troca, sabendo que ela mede 5 m por 4m? Com esse exemplo, P3 procura mostrar aos alunos que ao preencher totalmente o espaço da sala eles estão determinando a área da mesma.

Os docentes dessa pesquisa utilizam problemas cuja solução deve ser buscada no emprego das definições e algoritmos discutidos em aula, ou seja, são problemas de aplicação. Um exemplo é a fala de P3:

> *Em uma de minhas aulas, entre os exercícios de cálculo de área, passei as dimensões da sala de aula e pedi aos alunos que calculassem sua área. Como a sala é retangular bastava para responder multiplicar o valor dos lados. Queria ver se tinham entendido como calcular a área de um retângulo. Passado algum tempo percebi que muitos alunos começaram a contar a quantidade de piso que a sala tinha para responder a questão.*

Pesquisadora: E você questionou algum aluno porque ele estava contando a quantidade de pisos?

> *Na hora não. Foi difícil me controlar para não falar pra eles que não era daquele jeito, mas eu deixei para ver. Na hora da correção das atividades eu mostrei pra eles que a quantidade de piso não era a área da sala. Para calcular a área era preciso usar a fórmula do retângulo, A = b x h.*

Pesquisadora: Você já parou para tentar entender o que levou os alunos a acharem que, contando a quantidade de pisos, eles descobririam a área da sala?

> *Eu corrigi as atividades na lousa e expliquei como resolver cada exercício, utilizando as fórmulas. Mas pensando agora, eu acho que como eu tinha trabalhado com a malha quadriculada com eles e para calcular a área era só contar a quantidade de quadradinhos e pelo piso ser quadrado, eles acharam que contando a quantidade de piso chegava também na área. Só pode ter sido isso.*

A utilização da malha quadriculada por P3 acabou por complicar em vez de facilitar a compreensão de área, para esses alunos. No entanto, o trabalho com malhas quadriculadas se faz pertinente para abordar a noção de área aproximada de figuras de contornos curvos, levando o aluno a compreender e utilizar o conceito de aproximação das medidas, como mostra o trabalho de Backendorf (2010).

É notório que os alunos de P3, durante a atividade, não consideraram que a unidade de medida requerida era o m^2 e não levaram em conta que a lajota não era um quadrado de 1m x 1m, sendo assim a quantidade de lajotas, não representava a medida da área da sala, em m^2.

Com esse exemplo, percebemos que o conceito de unidade (importante para a construção do conceito de medida) não foi apreendido pelos alunos. Poderia ter sido sugerido aos alunos que utilizassem uma lajota como unidade de medida da superfície e, também, a construção de um quadrado com 1m de lado, para que eles, utilizando desse instrumento, verificassem quantos $1m^2$ cabem na sala de aula, auxiliando-os na compreensão de que apesar de unidades de medidas diferentes, a área daquela superfície não se altera.

Segundo Nacarato e Passos (2003, p.44), o professor ao permitir "a manipulação ou, inclusive, a construção do objeto, a compreensão da estrutura, sua percepção espacial pode ser mais completa."

Foi durante o relato de sua aula que P3 parou para analisar e tentar entender o motivo pelo qual os alunos começaram a contar os pisos para achar a área da sala. A pergunta levantada pela pesquisadora proporcionou a P3 retomar sua prática e analisar, a *posteriori*, sua ação, no sentido de compreender e reconstruir sua prática.

Refletir sobre a ação é importante, pois um professor com pensamento prático consegue compreender os processos de ensino-aprendizagem e aprende a construir e a comparar novas estratégias de ação, novas teorias, novos modos de enfrentar e definir os problemas. Além de atentar que seus alunos amadurecem de maneiras e tempos diferentes (PÉREZ GÓMEZ, 1992).

As práticas de P1 e P2 podem ser associadas com a prática denominada por Valente (2008, p.22) de "escrever exercícios a serem resolvidos pelos alunos". Segundo o autor, ela é herança do início do século XX, dos livros franceses cheios de exercícios. O professor nunca mais abandonou essa prática, na qual resolver o exercício de maneira correta significa aprender Matemática. Têm-se, assim, um profissional que concebe o ensino como uma mera transmissão de conceitos já elaborados e construídos.

P3 se vale também dessa prática, mas apresenta, muitas vezes, um diferencial ao ensinar os conceitos a seus alunos. Como exemplo tomemos o conceito de perímetro. Os alunos recebem um pedaço de barbante e lhes é pedido que contornem alguns objetos, tais como: a carteira, uma tampa de panela, a face de uma caixa. Assim parte-se da ideia de contorno para elaboração do conceito de perímetro.

Grando, Nacarato e Gonçalvez (2008) afirmam que o ensino da Geometria pautado nas tarefas exploratório-investigativas vem se mostrando favorável para “minimizar algumas das lacunas existentes em decorrência do pouco ensino de conteúdos geométricos na educação básica” (p.44). Essas tarefas possibilitam uma nova forma de conceber e produzir conhecimentos geométricos em sala de aula. Devem ser realizadas em pequenos grupos, com registro das estratégias e socialização oral, criando, assim, um ambiente de comunicação de ideias matemáticas propícias à produção de novos conhecimentos pelos alunos. O professor pode elaborar as tarefas exploratório-investigativas a partir de um exercício presente no livro didático, basta que elabore perguntas que provoquem dúvidas e gerem a necessidade no aluno de buscar estratégias e analisar possibilidades para respondê-las.

> “O exercício da curiosidade convoca a imaginação, a intuição, as emoções, a capacidade de conjecturar, de comparar” (PAULO FREIRE, 1996, p. 98).

O NCTM (1991 apud LLINARES, 1994, p.302-303) sugere alguns questionamentos que os professores podem fazer a seus alunos, a fim de ajudá-los a:

- trabalhar juntos para dar significado à Matemática:

  - Alguém tem a mesma resposta, mas pode explicar de uma maneira diferente?
  - Vocês concordam ou não com a resposta dita por fulano?

- Confiar mais em si mesmos para determinar se algo está matematicamente correto:

  - Por que pensa isso?
  - Como chegou a esta conclusão?

- Aprender a raciocinar matematicamente:
  - É verdade em todos os casos?
  - Você pode provar?
  - Pode pensar num contra exemplo?

- Aprender a realizar conjecturas, inventar e resolver problemas:
  - Como pensou para resolver o problema?
  - O que se assemelha e difere entre o teu método e o dela(e)?

- Conectar a Matemática, suas ideias e aplicações:
  - Pode me dar um exemplo de ...?
  - Como se relaciona isto com ...?

São em momentos assim que os professores podem diagnosticar as dificuldades de seus alunos e refletir sobre as estratégias utilizadas.

Não podemos deixar de pontuar a maneira com que P3 aborda o conceito de medida com seus alunos:

> "*Antes de ensinar perímetro, eu peço a meus alunos que meçam as carteiras deles com os palmos, depois com os braços e só depois com a régua."*

Medir é um processo complexo, pois envolve a escolha de uma unidade de medida e atribui-se a uma grandeza, um número, que é a medida da grandeza na unidade escolhida. Esses são os aspectos da medida enunciados por Caraça (1951) já colocados no capítulo 2. Oportunizar aos alunos atividades de medição utilizando unidades não-convencionais pode auxiliá-los a entender que é necessário adequar unidade à grandeza a ser medida. E a partir daí conduzi-los ao entendimento da necessidade do estabelecimento de uma unidade padrão e, então, abordar o sistema métrico decimal.

Uma das dificuldades dos alunos, apontada pelos professores, é a de dissociarem os conceitos de perímetro e área.

As pesquisas de Facco (2003) e Backendorf (2010) evidenciam que trabalhar com a decomposição-composição-compensação de figuras possibilita, além da apreensão dos conteúdos perímetro e área, sua diferenciação.

Para tanto, é preciso que o professor tenha conhecimento epistemológico dos conteúdos bem como condições de fazer as necessárias reelaborações conceituais daqueles que ensinam, para, assim, viabilizar melhores práticas em Matemática.

O grande dilema dos professores desta pesquisa é a deficiência na sua formação.

A presente pesquisa insere-se na esfera da formação e do desenvolvimento profissional de professores. Orientada pela questão de investigação: **Quais são os erros dos alunos na resolução de problemas de perímetro e área de figuras planas, e como os professores de Matemática os analisam?**, tem como objetivo analisar e descrever os problemas de ensino e de aprendizagem desses conceitos.

Como registrei anteriormente, 85 alunos da 7ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública do interior do estado de São Paulo responderam a duas questões retiradas do SARESP 2007 e 2008, relacionadas ao cálculo de perímetro e área de figuras planas. As duas questões requeriam do aluno as noções de medida de superfície e de equivalência de figuras planas, a fim de determinar área e perímetro, utilizando a composição e decomposição de figuras. Apenas dois alunos responderam e justificaram corretamente as duas questões. As produções/erros dos alunos foram analisadas por três professores de Matemática que foram ou são professores desses alunos.

O término deste trabalho me permite tecer algumas considerações sobre o processo de ensino-aprendizagem desses conceitos e como vem sendo praticado o ensino de Grandezas Geométricas nas escolas de Ensino Fundamental nas quais se inserem os professores e alunos participantes da presente pesquisa.

A fragilidade do ensino do conhecimento geométrico na formação inicial, pontuada por Lorenzato em 1995, ainda se faz presente, visto que dois professores desta pesquisa se formaram seis anos atrás e sinalizam a falta do domínio de conteúdos nesta área do saber e grandes dificuldades para ensiná-lo.

Como ensinar o que não se aprendeu? Por conta de uma formação deficitária, pautam-se em tradicionais práticas de ensino, definição do conceito, repassam-se regras prontas para aplicação direta do conteúdo, prioriza-se a memorização da fórmula do cálculo da área e do perímetro, em vez de centrar-se na (re)construção desses conceitos. A escolha didática desses professores parece não favorecer a apropriação dos conceitos. Concordamos com Vygotsky (2008b) que esse ensino se faz infrutífero, como comprovado pelos resultados dos SARESPs 2007 e 2008 e dos alunos participantes desta pesquisa.

Segundo Vygostsky (2008b), cabe essencialmente à escola a formação dos conceitos científicos e os estudantes os aprendem na relação com os outros, intencionalmente orientados pelos professores.

É perceptível que o ensino pautado na transmissão-recepção passiva de informações não é significativo aos alunos e de nada contribui para a formação dos conceitos. Concordamos com Paulo Freire que “Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção” (FREIRE, 1996, p.25).

O professor de Matemática deve compreender que é um mediador do processo de construção do conhecimento matemático e, para isso, sua prática, deve oportunizar aos estudantes exercitarem a capacidade de buscar soluções para os problemas, haja visto que o ritual de apresentação do conceito, das propriedades, da fórmula, do algoritmo e da série de exercícios de aplicação com modelos repetitivos, não está sendo eficaz, como constatado nesta pesquisa.

Sendo assim, para auxiliar o aluno a formular os conceitos de perímetro e área, o professor precisa propiciar atividades de comparação de grandezas sem a necessidade de medição como, por exemplo, comparar dois caminhos, duas áreas utilizando a composição e decomposição de figuras. Atividades intencionalmente orientadas para que os estudantes compreendam, primeiramente, os conceitos de unidade, importante para a construção do conceito de medida, como colocado por Caraça (1951). É necessário, também, solicitar atividades nas quais a área varie em sentido oposto ao de seu perímetro, favorecendo a compreensão e diferenciação desses conceitos. Em suma, atividades que articulem e diferenciem a figura, a grandeza a ela associada e a medida dessa grandeza.

Olhar o erro do aluno, a sua maneira de solucionar um problema, é um indicativo para que repensemos nossas práticas de ensino. Ficou explícito que é através da reflexão na ação e na reflexão sobre a reflexão na ação que o professor conversa consigo mesmo e compreende a forma como ensina.

A prática de analisar as produções/erros dos alunos propiciou a P3 analisar, repensar sua prática pedagógica. Assim, o erro tornou-se elemento de reflexão.

Como a pesquisadora trabalha na mesma escola dos professores participantes da pesquisa, tenho contato diário com eles. Pude perceber a mudança na prática pedagógica de P3, por conta de relatos de aulas referentes a esses conceitos, durante as HTPCs e em conversas informais. Outro professor, que não participou da pesquisa, mas percebendo outras maneiras de ensinar esses conceitos, por conta dos relatos de P3, também apresentou mudanças em sua prática pedagógica.

É importante destacar como a escola é um local onde os professores desta pesquisa ampliam seu conhecimento e se desenvolvem como docentes. O HTPC coletivo pode contribuir para a troca de conhecimentos, e veem no HTPC por área, o momento para planejar, estudar, trocar experiências. Cabe ressaltar a vontade dos professores em participar de grupos de estudos, com a participação de profissionais especializados na área de formação, na busca de ampliar a base do conhecimento geométrico tanto no que se refere ao conteúdo específico como no conteúdo pedagógico. Os professores de Matemática necessitam saber mais os conteúdos escolares, seus conceitos e suas finalidades.

Considero que se faz necessário, para que o ensino de Grandezas Geométricas, em especial o de perímetro e área, possa contribuir para que os alunos os apreendam de forma significativa, que a formação básica capacite os futuros professores na aquisição do conhecimento tanto Geométrico quanto o das Grandezas e Medidas, para que possam ser por eles ensinados com segurança.

Segundo Gatti (2009), os cursos de Licenciatura em Matemática dispõem 1,6% da sua carga horária para a disciplina Didática Geral. Ela verificou também, que em termos de número de horas, há uma maior proporção de horas-aula dedicadas às disciplinas relativas a conhecimento específicos da área que para às disciplinas específicas para a docência.

Em relação à formação continuada, que sejam promovidos pela Diretoria de Ensino cursos para reflexão sobre a prática, e que sejam ministrados por profissionais especializados na área de formação e em horários acessíveis aos professores - o que pode favorecer a ampliação do conhecimento geométrico e das medidas, tanto no conteúdo específico quanto no pedagógico. No que tange à escola, é recomendável melhor aproveitamento da HTPC, utilizanda-o como espaço de formação continuada. Há a necessidade de parcerias com Universidades de cada região, formação de grupos de estudos, similares ao GRUCOGEO[21], que vem relatando boas experiências de formação continuada.

Ao final, algumas inquietações nos afligem: Como um professor pode efetivamente auxiliar os alunos na formação de conceitos se não analisa suas elaborações, e sim, apenas o produto final? Apesar de o professor contar com pesquisas com boas sequências didáticas, como enunciado na Introdução desta pesquisa, por que suas aulas continuam embasadas no modelo tradicional? Por que elas não são lidas, refletidas, adequadas e utilizadas? Como viabilizar o acesso dessas pesquisas aos professores? O que impede o professor de aceitar outra maneira de resolução, e não apenas a que ensinou? Como os professores retomam os conceitos não aprendidos indicados pelas avaliações externas como o SARESP?

De acordo com Gatti (2009), os licenciandos em Matemática não recebem formação para discutir e refletir sobre os baixos resultados das avaliações externas relativos a essa disciplina (SAEB, SARESP, ENEM, PISA), asseverando que “avaliar alunos não é questão trivial para educadores. Exige formação e discussão” (p. 101).

Tomando como premissa que o desempenho dos alunos pode ter relação com a formação dos professores, não posso desconsiderar as contribuições desse estudo para a minha formação. Ele demandou que eu reelaborasse meu conceito de construção de conhecimento e aprendizagem e adquirisse uma melhor compreensão epistemológica e histórica dos conteúdos que me propus a investigar e discutir junto com os meus depoentes.

Apesar de P1 ter uma postura mais resistente, algo o incomodou bastante, de tal forma que nesse ano ele iniciou o curso de mestrado em Matemática, sendo sua linha de pesquisa voltada para a Geometria.

A mudança da prática de P3, o envolvimento do outro professor e a iniciativa acima mencionada, de P1, fizeram também com que meu trabalho valesse a pena.

---

[21] GRUCOGEO – Grupo Colaborativo em Geometria. Esse grupo iniciou-se em agosto de 2003, sob a coordenação das formadoras Adair Mendes Nacarato e Regina Célia Grando. Esse grupo é formado por professores acadêmicos, professores escolares e futuros professores de Matemática que se reúnem semanalmente, no espaço institucional da Universidade São Francisco/ USP, *campus* Itatiba para, juntos, estudar, elaborar situações para sala de aula, analisar e registrar essas experiências relativas ao ensino de Geometria na educação básica.

Sendo assim, não poderia finalizar sem citar Paulo Freire (1996, p. 25) quando diz que “quem forma se forma e re-forma ao formar e quem é formado forma-se e forma ao ser formado.”

ANDRADE, J. B. **Composição e decomposição de figuras geométricas planas por alunos do ensino médio.** 2007. 120p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino da Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 2007.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico** – contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Trad.: Estela dos Santos Abreu. Contraponto, 1996.

BACKENDORF, V. R. **Uma sequência didática de medidas de comprimento e superfície no 5º ano do Ensino Fundamental: um estudo de caso.** 2010. 164p. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2010.

BALDINI, L. A. F. **Construção do conceito de área e perímetro: uma seqüência didática com auxílio de software de geometria dinâmica.** 2004. 179p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, PR, 2004.

BELLEMAIN, P. M. B. e LIMA, P.F. **Análises prévias à concepção de uma engenharia de formação continuada para professores de matemática do ensino fundamental.** Anais da 23ª reunião anual da ANPED – Caxambu. 2000.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC / SEF, 1998.

BRZEZINSKI, I. *Embates na definição da política de formação de professores para a atuação multidisciplinar nos anos iniciais do Ensino Fundamental: Respeito à cidadania ou disputa pelo poder*? **Educação & Sociedade**, ano XX, n. 68, 1999, p. 80-108.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa, 1951.

CHIUMMO, A. **O conceito de áreas de figuras planas: capacitação para professores do ensino fundamental.** 1998. 142p. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 1998.

CRESCENTI, E. P. A formação inicial do professor de matemática: aprendizagem da Geometria e atuação docente. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, PR, v.3, n.1, p.81-94, 2008.

_______________. **Os professores de matemática e a geometria: opiniões sobre a área e seu ensino**. 2005. Tese (Doutorado em Educação). UFSCAR, São Carlos, SP.

CURY, H. N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos.** Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

D´AMBRÓSIO, B. Conteúdo e metodologia na formação de professores. In: FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair Mendes (orgs). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática.** Musa Editora: Campinas, 2005, p. 20-32.

_______________.*Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: O Grande Desafio,* **Revista Pró-Posições**, nº 1, vol. 4, Março de 1993, p.35-41.

DUARTE, A. R. S e SILVA, M. C. L. Abaixo a Euclides e acima de quem? Uma análise do ensino de Geometria nas teses e dissertações sobre o Movimento da Matemática Moderna no Brasil. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, PR, v.1, n.1, p. 87-93, jan-jun. 2006.

EVES, H. **História da Geometria.** Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992. (Tópicos da história da matemática para uso em sala de aula, v.3).

FACCO, S. R. **Conceito de área: uma proposta de ensino aprendizagem**. 2003. 149p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 2003.

FERREIRA, A. C. Um olhar retrospectivo sobre a pesquisa brasileira em formação de professores de matemática. In: FIORENTINI, D. (org). **Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares.** Campinas: Mercado de Letras, 2003, p. 19-50.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, SP, Ano 3 – n. 4, p. 1-37, 1995.

FIORENTINI, D.; SOUZA JR, A. J.; MELO G. F.A. Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos. In: GERALDI, C. M. G.; FIORENTINI,D.; PEREIRA, E. M. A. **Cartografias do Trabalho Docente:** Professor (a) – Pesquisador (a). Campinas, Mercado de Letras / Associação de Leitura do Brasil (ABL), 1998, pp. 307-335.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

_______________. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa.** São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GATTI, B. A.; NUNES, M. M. R (orgs). **Formação de professores para o ensino fundamental:** estudo de currículos das licenciaturas em pedagogia, língua portuguesa, matemática e ciências biológicas. São Paulo: FCC/DPE, 2009.

GAZIRE, E. S. **O não resgate das geometrias.** 2000. 218p. Tese (Doutorado em Educação) - UNICAMP, Campinas, SP, 2000.

GÓES, M. C. R; CRUZ, M. N. Sentido, significado e conceito: notas sobre as contribuições de Lev Vigotski. **Pro-Posições**, v. 17, n.2 (50), maio/ago. 2006.

GONÇALVES, T. O.; GONÇALVES, T. V. O. Reflexões sobre uma prática docente situada: buscando novas perspectivas para a formação de professores. In: GERALDI, C. M. G.; FIORENTINI, D.; PEREIRA, E. M. A. (orgs). **Cartografias do Trabalho Docente:** Professor (a) – Pesquisador (a). Campinas, Mercado de Letras / Associação de Leitura do Brasil (ABL), 1998, p. 105-134.

GRANDO, R. C.; NACARATO, A. M.; GONÇALVES, L. M. G. Compartilhando saberes em Geometria: Investigando e aprendendo com nossos alunos. **Cadernos Cedes,** Campinas, vol.28, n.74, p.39-56, jan./abr. 2008.

JARDINETTI, J. R. B. Abstrato e o Concreto no Ensino de Matemática: algumas reflexões. **Revista Bolema.** Ano 11, n. 12, 1996, p. 45-57.

LAURO, M. M. **Percepção – Construção –Representação – Concepção**: os quatro processos do ensino da Geometria: uma proposta de articulação. 2007. 370p. Dissertação (Mestrado em Educação) USP, São Paulo, SP, 2007.

LIMA, P. F; BELLEMAIN, P. M. B. Habilidades matemáticas relacionadas com grandezas e medidas. In: FONSECA, M. C. F. R (org). **Letramento no Brasil: habilidades matemáicas: reflexões a partir do INAF 2002.** São Paulo: Global: Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação: Instituto Paulo Montenegro, 2004, p. 153 -172.

LLINARES, S. El profesor de Matemáticas. Conocimento base para la enseñanza y desarrollo profesional. In: HOZ, V. G. **La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia.** Madrid, Ediciones Rialp, S. A., 1994.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **A Educação Matemática em Revista.** SBEM, ano 3, p. 3 – 13, jan/jun. 1995.

LORENZATO, S; VILA, M. C. Século XXI: qual Matemática é recomendável? **Zetetiké**, Campinas, SP, ano1, n.1, p. 41-49, mar.1993.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M.E.D.A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU, 1986.

LUCKESI, C. C. Prática escolar: do erro como fonte de castigo ao erro como fonte de virtude**.** In: **Revista Ideias**. São Paulo, FDE, 1990.

MABUCHI, S. T. **Transformações geométricas**: a trajetória de um conteúdo ainda não incorporado às práticas escolares nem à formação de professores. 2000. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC, São Paulo, SP, 2000.

MALDANER, O. A.; SCHNETZLER, R. P. A necessária conjugação da pesquisa e do ensino na formação de professores e professoras. In: CHASSOT, A.; OLIVEIRA, J. R. (Orgs.). **Ciência, Ética e Cultura na Educação.** São Leopoldo: Editora UNISINOS, 1998. p. 195-214.

MARCELO, C. Aprender a enseñar para la Sociedad del Conocimiento. **Revista Complutense de Educación.** v.12, n.2, p.531-593, 2001. Disponível em: http://revistas.ucm.es/edu/11302496/articulos/RCED0101220531A.PDF Acesso em: 11 de outubro de 2010.

MENESES, R. S. **Uma história da Geometria escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino.** 2007. 139p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 2007.

MIORIM, M. A. **Introdução à história da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MIORIM, M. Â.; MIGUEL, A.; FIORENTINI, D. Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro. **Zetetiké**, Campinas, SP, ano1, n.1, p.19-39, mar. 1993.

MOURA, A. R. L.; LORENZATO, S. O medir de crianças pré-escolares. **Zetetiké**, Campinas, SP, n.15/16, v.9, p. 7- 41, jan/dez. 2001.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática.** Ano 9, n.1, 2005, p. 1– 6.

NACARATO, A. M. A geometria no ensino fundamental: fundamentos e perspectivas de incorporação no currículo das séries iniciais. In SISTO, Fermino F.; DOBRÁNSZKY, E. A.; MONTEIRO, A. (orgs). **Cotidiano escolar: questões de leitura, matemática e aprendizagem.** Petrópolis: Vozes; Bragança Paulista: USF, 2001, p. 84-99.

NACARATO, A. M.; GOMES, A. A. M.; GRANDO, R. C. (orgs). **Experiências com Geometria na escola básica: narrativas de professores em (trans)formação.** São Carlos: Pedro & João Editores, 2008.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L.B. **A geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores**. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

NACARATO, A. M.; VARANI, A.; CARVALHO, V. O cotidiano do trabalho docente: palco, bastidores e trabalho invisível...abrindo as cortinas. In: GERALDI, C. M. G.;

FIORENTINI, D.; PEREIRA, E. M. A. (orgs). **Cartografias do Trabalho Docente:** Professor (a) – Pesquisador (a). Campinas, Mercado de Letras / Associação de Leitura do Brasil (ABL), 1998, pp. 73-104.

NEVES, J. L. Pesquisa qualitativa – características, uso e possibilidades. **Caderno de Pesquisas em Administração.** São Paulo, v.1, n.3, p. 1-5, 2º sem. 1996.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo Matemática.** Tradução Sandra Costa. Porto Alegre:Artes Médicas, 1997.

OLIVEIRA, M.K. Vygotsky e o Processo de Formação de Conceitos. In LA TAILLE,Y. **Piaget, Vygotsky,Wallon: teorias psicogenéticas em discussão**. São Paulo: Summus, 1992.

PAIS, L. C. Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria. 2000. Disponível em: www.anped.org.br/23/textos/19/1919t.pdf

_______________.Intuição, Experiência e Teoria Geométrica. **Zetetiké**. Campinas, v.4, n.6, julho/dezembro, p.65-74, 1996.

PASSOS, C. L. B. **Representações, Interpretações e Prática Pedagógica: A Geometria na Sala de Aula.** 2000. 348p. Tese (Doutorado em Educação). UNICAMP, Campinas, SP, 2000.

PAVANELLO, R. M. Conceito Científico e Conceito Cotidiano: Algumas considerações sobre ensinar e aprender matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental. In: ROMANOWSKI, J. P.; MARTINS, P. L. O.; JUNQUEIRA, S. R. A. (orgs). **Conhecimento Local e Conhecimento Universal: a aula e os campos do conhecimento.** Curitiba: Champagnat, 2004.

_______________. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, Campinas, SP, ano1, n.1, p. 7- 17, mar.1993.

_______________. **O abandono do ensino de geometria**: uma visão histórica. 1989. Dissertação (Mestrado em Educação). UNICAMP, Campinas, SP, 1989.

PÉREZ GÓMEZ, A. **A cultura escolar na sociedade neoliberal.** Editora Artmed: Porto Alegre, 2001. Tradução Ernani Rosa.

_______________.O pensamento prático do professor: a formação do professor como profissional reflexivo. In: NÓVOA, António (org). **Os professores e sua formação.** Lisboa: Dom Quixote, 1992, p. 92-114.

PROPOSTA CURRICULAR DO ESTADO DE SÃO PAULO: **MATEMÁTICA**. São Paulo: SEE, 2008.

SÃO PAULO (ESTADO) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta Curricular para o Ensino de Matemática, 1º grau.** 3. ed. São Paulo: SE/CENP, 1988.

SÃO PAULO (ESTADO) Secretaria da Educação. Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo - SARESP. São Paulo, 2008.

SÃO PAULO (ESTADO) Secretaria da Educação. Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo - SARESP. São Paulo, 2007.

SCHNETZLER, R. P. O professor de ciências: problemas e tendências de sua formação. In: SCHNETZLER, R. P.; ARAGÃO, R. M. R (orgs). **Ensino de Ciências: fundamentos e abordagens.** Campinas, R. Vieira Gráfica e Editora Ltda, CAPES/UNIMEP, 2000, p. 13-41.

SCHÖN, D. **Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem.** Porto Alegre: Artmed, 2000.

SECCO, A. **Conceito de área: da composição e decomposição de figuras até as fórmulas**. 2007. 185p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 2007.

SILVA, M. C. N. **Do observável para o oculto: um estudo da reprodução escrita de alunos da 4ª série em questões de matemática.** 2005. 114p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina. Londrina. PR, 2005.

TARDIF, M.; LESSARD, C.; LAHAYE, L. Os professores face ao saber: esboço de uma problemática do saber docente. **Teoria e Educação.** Porto Alegre, n.4, p.215-233, 1991.

TARDIF, M.; RAYMOND, D. Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho no magistério. **Educação & Sociedade.** Campinas: CEDES, ano XXI, n.73, p.209-244, 2000.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** Tradução Francisco Pereira. Petrópolis: Vozes, 2002.

VALENTE, W. R. Quem somos nós, professores de matemática? **Cadernos Cedes**. Campinas, vol. 28, n. 74, p.11-23, jan./abr.2008.

_______________. **Uma história da matemática escolar no Brasil, 1730 – 1930.** 2. ed. São Paulo: Annablume, 1999.

_______________. **O nascimento da Matemática do Ginásio.** São Paulo: Annablume, 2004.

VIANA, O. A. **O conhecimento geométrico de alunos do CEFAM sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis de conceito.** 2000. 211p. Dissertação (Mestrado em Educação). UNICAMP. Campinas, SP, 2000.

VITTI, C. M. **Movimento da Matemática Moderna: memória, vaias e aplausos.** 1998. 181p. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Metodista de Piracicaba. Piracicaba, SP, 1998.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores.** Tradução José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2008a.

_______________.. **Pensamento e linguagem.** Tradução Jefferson Luiz Camargo. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2008b.

ZEICHNER, K. M. **A formação reflexiva de professores: ideias e práticas.** Lisboa: Educa, 1993.