

**UNIVERSIDADE METODISTA DE PIRACICABA  
FACULDADE DE CIÊNCIAS HUMANAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO**

**DEFINIÇÕES MATEMÁTICAS DO CONCEITO  
DE ÂNGULO: INFLUÊNCIAS DA HISTÓRIA, DO  
MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA E  
DAS PRODUÇÕES DIDÁTICAS NAS  
CONCEPÇÕES DOS DOCENTES**

**MARLENE DE FÁTIMA GADOTTI**

**PIRACICABA, SP  
2008**

**DEFINIÇÕES MATEMÁTICAS DO CONCEITO  
DE ÂNGULO: INFLUÊNCIAS DA HISTÓRIA, DO  
MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA E  
DAS PRODUÇÕES DIDÁTICAS NAS  
CONCEPÇÕES DOS DOCENTES**

**MARLENE DE FÁTIMA GADOTTI**

**ORIENTADORA: PROFA. DRA. MARIA GUIOMAR CARNEIRO  
TOMAZELLO**

**Dissertação apresentada à Banca  
Examinadora do Programa de  
Pós-Graduação em Educação da  
UNIMEP como exigência parcial  
para obtenção do título de Mestre  
em Educação.**

**PIRACICABA, SP  
2008**

**BANCA EXAMINADORA**

Profa. Dra. Maria Guiomar Carneiro Tomazello  
(Orientadora)

Profa. Dra. Célia Margutti do Amaral Gurgel

Profa. Dra. Raquel Normandia Moreira Brumatti  
Pontifícia Universidade Católica – PUC Campinas

Piracicaba, 26 de fevereiro de 2008.

## AGRADECIMENTOS

À professora e orientadora Maria Guiomar Carneiro Tomazello pela atenção, amizade e dedicação ao longo deste trabalho.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação, principalmente à Profa. Célia Margutti do Amaral Gurgel pelo apoio e sugestões.

Ao meu marido Francisco, pela paciência e compreensão.

A todos os meus familiares, com destaque especial aos meus pais.

A todos os meus colegas de estudos e de trabalho, que de uma forma ou de outra, contribuíram para a realização desta pesquisa.

À amiga e comadre Anésia, pelo companheirismo e cumplicidade.

Ao Estado de São Paulo, pela Bolsa-Auxílio recebida.

A Deus, de modo muito especial, por tudo.

Muito obrigada !

Educador é aquele que, além de ensinar, aprende;  
educando é aquele que, além de aprender, ensina.

Paulo Freire

## **DEFINIÇÕES MATEMÁTICAS DO CONCEITO DE ÂNGULO: INFLUÊNCIAS DA HISTÓRIA, DO MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA E DAS PRODUÇÕES DIDÁTICAS NAS CONCEPÇÕES DOS DOCENTES**

### **RESUMO**

O objetivo deste trabalho é o de investigar, por um lado, a definição formal do conceito de ângulo apresentado pelos livros didáticos e não-didáticos e, por outro, a definição pessoal de professores participantes de um curso de formação continuada. Esses objetivos decorreram por se observar ainda uma grande influência do Movimento da Matemática Moderna (MMM) nas definições dos livros-texto. Nesse sentido, foi imprescindível fazer uma divisão temporal na análise - antes, durante e pós MMM. Utilizando-se da análise de conteúdo, as definições foram categorizadas em três tipos: ângulo como par de linhas, região no espaço e como giro. Os resultados indicam equidade entre as categorias “par de linhas” e “região no espaço” nas definições dadas pelos professores e pelos autores. As limitações das definições são discutidas bem como as necessidades de mudanças nos cursos de formação de professores de Matemática.

***Palavras-Chave:*** Educação Matemática, Geometria, Ângulo.

**MATHEMATICAL DEFINITIONS OF THE CONCEPT OF ANGLE: INFLUENCES OF HISTORY, THE MODERN MATHEMATICS MOVEMENT AND THE DIDACTIC PRODUCTIONS ON THE TEACHER'S CONCEPTS**

**ABSTRACT**

The objective of this dissertation is to investigate, on one hand, the formal definition of the concept of angle presented in didactic and non-didactic books and, on the other hand, the personal definition of the teachers who participate in supplementary courses in mathematics. These objectives derive from observing the great influence of the Modern Mathematics Movement (MMM) on the definitions of the textbooks. In this sense, it was necessary to make a temporal analysis: before and after the MMM. By using the content analysis, the definitions were separated in three categories: angle as a pair of lines, as a region in space and as a turn. The results indicate that the categories "pair of lines" and "region in space" are equivalent according to the definitions given by teachers and authors. The limitations of the definitions as well as the need for changes in the supplementary courses in mathematics for teachers are discussed.

***Key-words:*** *Mathematics education, Geometry, Angle.*

## SUMÁRIO

Introdução: Objeto, Justificativa e Metodologia da Investigação .....	9
Capítulo 1: O Ensino de Matemática no Brasil	
1.1 Uma Trajetória Histórica do Ensino de Matemática no Brasil .....	18
1.2 O Movimento da Matemática Moderna (MMM) e um Panorama Político da Época .....	25
1.3 Políticas Curriculares .....	35
1.4 Uma Visão Atual do Ensinar e Aprender Matemática .....	44
Capítulo 2: Ângulo: Conceituações e Abordagens em Produções Didáticas	
2.1 Outros Aspectos do Cotidiano do Professor .....	57
2.2 A Geometria e o Conceito de Ângulo na História da Humanidade .....	62
2.3 Ângulo: Sua abordagem em Produções Didáticas .....	66
Capítulo 3: Concepções e Práticas Docentes sobre Ângulo	
3.1 Formação do Professor-Pesquisador para a Educação Matemática.....	92
3.2 Concepções e Práticas sobre Ângulo de Professores em Educação Continuada .....	103
Considerações Complementares .....	111
Referências Bibliográficas .....	124



## INTRODUÇÃO: OBJETO, JUSTIFICATIVA E METODOLOGIA DA INVESTIGAÇÃO

Sou professora de Matemática da rede estadual, leciono numa escola localizada em Piracicaba-SP. Minha formação deu-se em 1991 pela Universidade Metodista de Piracicaba – UNIMEP, e desde o ano seguinte trabalho na área da Educação. A princípio, e por muito tempo, trabalhei apenas no período noturno, inclusive com suplência, com semestralidade, etc., já que durante o dia trabalhava numa empresa particular como secretária.

Aos poucos fui me interessando e me envolvendo mais e mais com a escola até que deixei a empresa de vez e hoje me dedico à área educacional.

No decorrer de nossa carreira, muitos obstáculos foram superados, porém outros nos desafiam diariamente. Um deles é entender qual a melhor maneira para que o processo de ensino-aprendizagem ocorra com sucesso e principalmente, que o aluno compreenda o conteúdo matemático atribuindo significado efetivo, crítico, fazendo uso desse conteúdo, independentemente da situação em que se encontra, seja ela na escola, na família, no lazer, etc.

Nas últimas décadas, no Brasil, a aceleração da industrialização capitalista, a ausência de uma reforma agrária efetiva, a hegemonia monocultural, entre outros, contribuíram para a expulsão da população rural em direção aos centros urbanos, ao mesmo tempo em que os investimentos sociais não acompanharam minimamente as novas necessidades urbanas, gerando o colapso de serviços públicos como Educação e Saúde. Na Educação, alguns dos efeitos foram desastrosos: demanda explosiva, degradação do instrumental didático/pedagógico nas unidades escolares, diminuição acentuada das condições salariais dos educadores, imposição de projeto de profissionalização discente universal e compulsória, domínio dos setores privatistas nas instâncias normatizadoras, centralização excessiva dos recursos orçamentários. (CORTELLA, 2007).

Vários estudos apontam ser o magistério uma das profissões mais estressantes. No nosso país, além de todos os problemas já citados, temos ainda um dos mais baixos índices salariais do mundo.

Segundo Pérez Gómez (1995), a escola é um espaço ecológico onde há o cruzamento de culturas (pública, acadêmica, social, escolar e privada) cuja

responsabilidade é a mediação reflexiva de estímulos múltiplos que as diferentes culturas exercem de forma permanente sobre as novas gerações.

Esse complexo cruzamento de culturas que se produz na escola entre as propostas da cultura pública (que estão nas disciplinas científicas, artísticas e filosóficas); nas determinações da cultura acadêmica (constituem os currículos); na cultura social (os valores do cenário social, principalmente aqueles veiculados pela mídia); nas pressões da cultura escolar (presentes nas normas, rotinas, etc., próprias da instituição escola) e as características da cultura privada (adquirida por cada aluno através da sua experiência e relações vividas em seu entorno) é responsável definitivo da natureza, do sentido e da eficácia de que os estudantes aprendem em sua vida escolar.

De acordo ainda com esse autor, a escola tem ignorado as peculiaridades e diferenças do desenvolvimento individual e cultural, impondo uma aquisição homogênea e sem sentido de conteúdos. Os conceitos somente serão entendidos mediante sua utilização prática de análises e compreensão de problemas reais e ainda, dentro de uma cultura que tenha significado. O que a escola deixa a desejar é que o aluno aprende algo isolado, teórico, abstrato e separado dos esquemas de pensamento que regem a interpretação e a ação.

Na escola também está presente a cultura social dominante que condiciona o que os alunos aprendem. Algumas características dessa cultura são: promoção simultânea do individualismo exagerado e do conformismo social; obsessão pela eficácia; concepção ahistórica da realidade e do conhecimento; a imponência da cultura da aparência.

A cultura escolar desenvolve e reproduz sua própria cultura específica. Algumas de suas características são: isolamento do docente no sentido de sua aula, seu trabalho; a burocracia existente na escola; caráter conservador; pragmatismo (eficiência aparente a curto prazo); a competitividade nas relações sociais; a aprendizagem como um fenômeno individual, entre outros.

No entender de Pérez Gómez (1995), o objetivo prioritário da escola para formar cidadão deve ser o de “provocar” a reconstrução do conhecimento experimental que o indivíduo vai adquirindo, de muitas formas, ao longo de sua vida cotidiana. Por isso, qualquer teoria a ser ensinada deve estar relacionada com a sua prática cotidiana. A escola deve provocar uma desconstrução de pensamento e ação acrítica e incorporar o pensamento, o sentimento e a ação em alunos e docentes de

uma prática socializadora. Ou seja, ser escola o tempo inteiro, “onde o sujeito aprende ao mesmo tempo em que vive e vive ao mesmo tempo em que aprende” (Pérez Gómez, 1995, p. 22) os mais diversos aspectos da experiência humana.

Padilha (2003) também diz que o papel fundamental da escola é ensinar a formação de conceitos científicos, considerando todas as determinações sociais, políticas, econômicas das quais a escola faz parte.

Quando a escola nega o saber acumulado ou minimiza tal saber, justifica e produz a situação de exclusão dos filhos da classe trabalhadora. (PADILHA, 2003, p. 6).

É a apropriação do saber que marcará profundamente a constituição do sujeito. Os conceitos vão sendo elaborados dentro de um processo e cabe à escola ensinar aos seus estudantes os conhecimentos que foram sendo formados pela humanidade, historicamente.

A criança sabe muitas coisas, mas não elabora conceitos científicos. Portanto, a escola deve participar de sua formação de maneira que conceitos espontâneos trazidos por ela sejam ampliados e transformados, e ela seja capaz de ter “novas formas de raciocínio e novos significados” (PADILHA, 2003, p. 9), conseguindo generalizar significados para várias situações dentro de seu tempo e espaço.

Ainda de acordo com Padilha (2003), que se apóia na perspectiva histórico-cultural do desenvolvimento humano, de Vygotsky, conhecer é a relação (feita pela mediação da palavra) entre os sujeitos e os objetos do conhecimento. Desta forma,

O conceito ou o significado da palavra evoluem e o próprio desenvolvimento conceitual não é um processo rápido nem linear, harmônico. Depende da qualidade das interações, da qualidade do ensino. Há muitas vias para ensinar novos conceitos à criança. A única forma impossível é a transmissão mecânica, grosseira, imediata. (PADILHA, 2003, p. 10).

As heranças deixadas desde o século XI são: repetições, treinamentos e exercícios de fixação. Naquela época, o saber escolar era considerado “fora” da história. A autora termina sua reflexão com muitas indagações envolvendo a escola, o conhecimento dos alunos, formas de procedimento do professor, entre outras. Contudo, afirma:

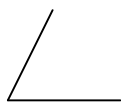
Ensino é partilha; depende da escuta dos adultos [professores]; depende da parceria que travamos quando do contato com o que sabem as crianças, o que trazem para a sala de aula. Somos parceiros sociais na elaboração dos conceitos. (PADILHA, 2003, p. 12).

Como ser parceiro na elaboração dos conceitos pelas crianças? Como conduzir os alunos no processo de aprendizagem? Com a perspectiva de poder responder a essas perguntas, interessei-me em realizar um curso de pós-graduação,

na expectativa de abrir horizontes, de realizar uma pesquisa, melhorar a minha atuação enquanto profissional da área de Educação, fazer uso das Tecnologias disponíveis, apesar de todos os complicadores mencionados.

Este trabalho de mestrado é sobre o conceito de ângulo. É um conceito difícil de ser aprendido e difícil de ser ensinado, apesar de ser elementar da Geometria e aparentemente simples.

A figura abaixo, de acordo com Casas; Luengo (2005, p. 202) basta para mostrarmos a dificuldade em definir ângulo:



Quanto mede esse ângulo? Não há uma única resposta, pois pode medir  $60^\circ$  ou  $300^\circ$ . Também pode medir  $-60^\circ$  ou  $-300^\circ$ . Poderá também ser  $420^\circ$ . Percebe-se intuitivamente o objeto, mas há uma grande dificuldade em descrever suas características. Por exemplo, a que ângulo estamos nos referindo? Basicamente, são três tipos de definições para um mesmo conceito que aparece historicamente: ângulo como par de semi-retas, como região no espaço e como quantidade de giro.

Não se pode esperar que os alunos aprendam através das definições, pois o conceito de ângulo não dá para ser expresso só com palavras, sendo necessário utilizar exemplos, figuras, aplicações. Além disso, cada definição apresenta algumas limitações, muitas vezes não contemplando todos os tipos de ângulo.

O conceito de ângulo é introduzido no ensino da Matemática a partir da 5ª série do Ensino Fundamental, nos conteúdos de Geometria, para contemplar os estudos das formas, as noções relativas à posição, a localização de figuras e deslocamentos no plano e sistemas de coordenadas.

A Geometria desenvolve o raciocínio visual e facilita, em várias áreas do conhecimento, a resolução de problemas, pois possibilita uma interpretação mais completa do mundo.

O livro didático, enquanto apoio pedagógico das práticas de ensino na Matemática tem sido o principal recurso do professor em aula, revelando-se assim como o limite na sua explicitação teórico-prática. Daí decorre a importância de conhecermos como os manuais vêm lidando com esse conceito ao longo do tempo.

Consideramos imprescindível fazer uma divisão temporal - antes, durante e pós Movimento da Matemática Moderna – pois, de acordo com Barroso (2000), nos anos 60/70, esse movimento estruturalista formal influenciou muito o ensino de Matemática e, em conseqüência, as definições constantes nos livros didáticos.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (1998a), que visam à construção da cidadania, a criança deve ser capaz de identificar os conhecimentos matemáticos como meio para compreender e transformar o mundo a sua volta, desenvolver a capacidade para resolver problemas, utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, além dos recursos tecnológicos. Também visam aprender a trabalhar em conjunto na busca de soluções. Tudo isso será possível se, para o aluno, o conteúdo tiver sentido.

A seguir, apresentamos as idéias centrais da investigação, visando apontar possibilidades para que o ensino de ângulo obtenha uma dimensão ampla e adequada na aprendizagem dos alunos:

1. Como os professores e os livros-texto definem o conceito de ângulo?
2. Como sugerem sua prática/aplicação?

Assim, o objetivo da nossa pesquisa é investigar a definição tanto formal como pessoal do conceito de ângulo, analisando possíveis implicações no processo de ensino-aprendizagem. A pesquisa foi organizada em dois momentos: no primeiro, foram registradas e analisadas definições de professores e autores de livros-texto contemporâneos, definições encontradas em softwares e em dicionários. No segundo momento, foram analisados livros-texto mais antigos, antes e durante o Movimento da Matemática Moderna.

Esses procedimentos se justificam de forma a descrever, analisar e interpretar as particularidades e os pontos controversos das definições, bem como dificuldades e limites para a aprendizagem desse conceito.

Para dar conta dessa dinâmica investigativa são muitos os enfoques de pesquisa, por vezes chamados de *metodologia*, porém, segundo Jardilino (2005), todos têm a mesma finalidade: dar conta do complexo contexto do cotidiano escolar.

Frente aos objetivos propostos, optamos por uma metodologia de natureza teórico-empírica, de abordagem qualitativa e exploratória. A abordagem qualitativa, surgida nos últimos 30 anos, ganhou espaço na área das Ciências Sociais por “permitir capturar os diferentes significados das experiências vividas no ambiente

escolar de modo a auxiliar a compreensão das relações entre os indivíduos, seu contexto e suas ações” (ANDRÉ, 1983, p.66).

As pesquisas tidas como qualitativas diferem entre si quanto ao método, à forma e aos objetivos, mas todas têm um conjunto de características que as identificam como tal: o caráter descritivo; o caráter indutivo; a preocupação maior com o processo do que com o produto; tem no ambiente natural a fonte dos dados e o pesquisador é o seu principal instrumento; o significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador. (BODGAN, BIKLEN, 1982, apud LÜDKE, ANDRÉ, 1986).

Para Godoy (1995, p. 62), o caráter descritivo se dá pelo fato de o pesquisador definir a dimensão (tempo-espço) sobre determinado assunto que desenvolverá o trabalho, ou seja, será através da descrição que realizará a coleta das informações de sua pesquisa. Já o enfoque indutivo também acontece, pois sabemos que os dados coletados em determinado contexto revelam apenas uma parte da realidade e não toda ela; é o pesquisador que desenvolve as idéias e entendimentos a partir dos dados obtidos por ele.

Na pesquisa qualitativa, há contato direto do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada. Para a autora é com grande freqüência que os estudos qualitativos são realizados nos locais originários das informações da pesquisa já que têm por objetivos encurtar a distância entre teoria e dados, entre ação e contexto. O significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida é a preocupação do investigador, isto é, o pesquisador usará as mesmas maneiras para interpretar tanto o cotidiano como o assunto tratado em sua pesquisa.

Para Minayo (2003), a pesquisa qualitativa preocupa-se com um nível de realidade que não pode ser quantificado, pois trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização das variáveis. A autora a compara com uma espiral que começa com um problema ou uma pergunta e termina com um produto provisório capaz de dar origem a novas interrogações, portanto é um ciclo que nunca se fecha.

Segundo Minayo (2003), o ciclo da pesquisa se divide em três fases: fase *exploratória* - que é dedicada a interrogar-nos preliminarmente sobre o objeto, os pressupostos, metodologia e questões operacionais - logo a seguir vem a fase do *trabalho de campo* - na qual o pesquisador pode utilizar e combinar várias técnicas

de coleta de dados e por último a fase do *tratamento do material* que é a fase que finaliza o ciclo, subdividindo-se em ordenação, classificação e análise.

Dentre as técnicas de coleta de dados da pesquisa qualitativa, optamos pela utilização de questionários semi-estruturados - constituídos de duas perguntas abertas: como você define ângulo e como você introduz e ensina o assunto ângulo em sua sala de aula? - e da pesquisa documental que se vale de materiais que não receberam ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetos da pesquisa, considerando como documentos livros didáticos das quatro séries finais do atual Ensino Fundamental, do período de 1925 a 2005, obtidos em bibliotecas, acervo pessoal e sebos, além de dicionários e do software Cabri-II.

Os sujeitos da pesquisa são vinte e três professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio, participantes de um programa de capacitação realizado em 2006, promovido pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, em parceria com uma universidade privada do interior do Estado de São Paulo.

A análise das definições de ângulo encontrada em livros didáticos contemporâneos, mais antigos e não didáticos, tais como dicionários, enciclopédias, além de softwares de Matemática na área de Geometria, teve como objetivo conhecer como os autores definem e organizam o conceito de ângulo ao longo dos textos; quais as representações gráficas e simbólicas utilizadas que determinam a apresentação desse conceito e as possíveis dificuldades e limitações nas formas de abordagem.

Após uma leitura criteriosa, todas as definições de ângulo e atividades, envolvendo esse conceito, foram recortadas, digitadas e analisadas. Na sistematização dos resultados, algumas categorias de análise foram criadas para que pudéssemos analisar o seu conteúdo, isto é, passar de documentos primários (em bruto) para um documento secundário (representação do primeiro). (BARDIN, 1977). Em princípio, as categorias utilizadas seriam três: ângulo como região no espaço, ângulo como par de linhas, ângulo como giro. Outras categorias poderiam ser criadas em função dos resultados.

Inicialmente, buscamos conhecer o *estado da arte*, ou seja, quais os estudos - dissertações e teses - já efetuados no Brasil sobre ângulo e outros assuntos relacionados ao Movimento da Matemática Moderna. Destacamos duas dissertações de mestrado como referência de pesquisa, pois, além de serem bastante

consistentes e interessantes, muito nos auxiliaram na elaboração de nosso trabalho, principalmente na fase que Minayo (2003) considera como exploratória.

O primeiro trabalho é de Sandra Aparecida Fraga. Foi desenvolvido pela Universidade Federal do Espírito Santo em 2004, tendo como título: “Um estudo sobre triângulos em livros didáticos a partir do Movimento da Matemática Moderna”.

O objetivo principal foi realizar uma análise histórica da abordagem do tema triângulos em nove coleções de livros didáticos, verificando a relevância dada à Geometria no Ensino Fundamental naqueles contextos históricos e os desdobramentos desse ensino nos dias atuais. O MMM foi escolhido devido a sua grande importância na reorganização curricular da Matemática daquela época. Fraga traz inúmeros comentários sobre livros, teses, dissertações que também analisou para iniciar seu trabalho a respeito da Matemática Moderna.

Os resultados desse trabalho apontam que a maioria dos professores acha importante o conteúdo da Geometria e que os objetivos de ensino são atendidos relativamente nos livros didáticos, porém diz que o livro pode ser melhor, de forma mais clara, revisando e relacionando conteúdos com tópicos anteriores. Também coloca que a contextualização e a formalização (esse defendido pelo MMM) são pólos opostos, portanto, torna-se necessária uma dosagem de ambos para o ensino da Geometria. Atualmente, os livros incorporam mudanças sugeridas pelos PCN, havendo preocupação com a experimentação, a ligação dos conteúdos matemáticos, a utilização do apoio visual. Os professores trabalham somente conteúdos dos livros que consideram mais importantes.

O segundo trabalho pertence à Cláudia Alessandra Costa de Araújo e traz o tema “O conceito de ângulos em livros-texto – Uma Abordagem Histórica”. Foi realizado em 1999, na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Araújo considera que, desde a Antigüidade, se busca, para o conceito ângulo, uma *boa* definição. Porém, na tentativa de se alcançar esse objetivo, muitos estudiosos acabaram gerando uma série de definições para esse conceito. Por isso, ela faz uma análise da abordagem do conceito ângulo em livros de Geometria, dando um maior enfoque para aqueles adotados no Brasil nos séculos XIX e XX. Considera dois aspectos: um referente à definição de ângulo e outro às formas de tratamento dadas à medida angular. Propõe algumas categorias para as definições de ângulo. Faz comentários sobre as unidades de medida de ângulo: o grau, o radiano e outros.



Além dessas duas dissertações, muitos outros artigos científicos, livros, textos disponíveis na internet foram consultados com o objetivo de responder ao problema da pesquisa.

As reflexões presentes neste trabalho foram assim organizadas:

No capítulo 1, comentamos sobre o ensino de Matemática em nosso país, as influências do Movimento da Matemática Moderna, falamos um pouco sobre políticas curriculares e finalizamos com algumas reflexões sobre uma visão atual do ensinar e aprender Matemática.

No capítulo 2, refletimos sobre mais alguns aspectos do cotidiano do professor, falamos sobre as primeiras noções geométricas na Antigüidade, comentamos sobre os Estudos CTS, trouxemos diversos modos para introduzir e abordar o assunto ângulo encontrados em vários materiais didáticos e finalizamos com as definições distribuídas por categorias.

No capítulo 3, refletimos sobre a formação do professor-pesquisador, comentamos também sobre os cursos de licenciatura, discutimos a respeito de concepções e práticas de professores em Educação continuada sobre ângulo e encerramos com algumas considerações.

## **CAPÍTULO 1: O ENSINO DE MATEMÁTICA NO BRASIL**

Neste capítulo, faremos um breve histórico sobre o ensino de Matemática no nosso país, incluindo o Movimento da Matemática Moderna. Também comentaremos sobre as políticas curriculares e sobre o ensinar e aprender Matemática.

### **1.1 Uma Trajetória Histórica do Ensino de Matemática no Brasil**

Segundo Silva (1999), a história da Matemática no Brasil pós-período colonial, de 1810 a 1920, assim como, os primeiros professores do Curso Matemático da Academia Real Militar sofreram muita influência da Universidade de Coimbra, Portugal.

Convém lembrar que no século XIII ainda os estudos da Matemática não estavam bem desenvolvidos na Europa Ocidental, portanto, seu ensino sistemático não fazia parte das Ciências estudadas na universidade portuguesa, fato que perdurou por anos.

Somente com a Escola de Sagres, criada por D. Henrique (1394-1460), foi instituído o ensino da Matemática em Portugal, inclusive desenvolvida uma Matemática aplicada à navegação marítima.

Ainda de acordo com Silva (1999), mesmo depois da criação da Companhia de Jesus em 1545, que tinha alguns de seus membros se dedicando ao ensino da Matemática e da Astronomia, o ensino e os estudos da Matemática em Portugal, nos séculos XV ao XVII, nunca se desenvolveu como em outros países da Europa Ocidental. Em Coimbra, destacamos o jesuíta Inácio Monteiro (1724-1812), no Colégio das Artes, que lecionou Matemática no período de 1753 a 1755 e escreveu obras importantes.

Desde a descoberta do Brasil até o ano de 1808, Portugal proibiu aqui em nosso país a impressão e a circulação de livros, jornais e panfletos. Não se podia criar escolas superiores e nem existirem tipografias. Porém, até 1822, havia circulação mensal e clandestina do jornal “Correio Brasiliense”, editado pelo brasileiro Hipólito José da Costa Pereira Furtado de Mendonça (1774-1823).

Devido aos propósitos missionários dos jesuítas e também à política colonizadora iniciada por D. João III, as escolas da Companhia de Jesus foram criadas aqui no Brasil. Em 29 de março de 1549, chegou em nosso país o padre Manuel da Nóbrega que providenciou a criação de uma escola primária (de ler e escrever), fundada em 15 de abril de 1549, na Bahia, em Salvador. O Primeiro mestre-escola do Brasil foi o jesuíta Vicente Rijo Rodrigues (1528-1600).

Em 1550 chegou em São Vicente, São Paulo, o jesuíta Leonardo Nunes que também fundou uma escola primária. Contudo, nessas duas primeiras escolas do país não havia aulas de Matemática.

Castro (1999) coloca que os padres jesuítas foram os nossos primeiros professores. Mais tarde, em 1551, estabeleceram colégios que, além do ensino elementar, também tinham o curso de *Letras Humanas* que nada mais era do que a porta de entrada para um curso mais avançado, no caso, Artes e Teologia. A Matemática, a Lógica, a Física, a Metafísica e a Ética faziam parte do curso de Artes. O Curso de Teologia durava quatro anos. E assim permaneceu por quase aproximadamente dois séculos. Vários padres se destacaram matematicamente.

No Brasil-Colônia, havia um total de dezessete colégios mantidos pelos jesuítas, dos quais somente oito possuíam os cursos de Artes ou de Filosofia. O objetivo principal era a educação para Deus e conseguir alunos que entrassem para a Ordem. Para esse fim, usavam a formação científica, porém nem sempre alcançavam tal meta. (SILVA, 1999).

No Brasil, o ensino da Matemática teve início com os jesuítas. O termo *Matemática* surgiu no século XV.

Castro (1999) nos lembra que, pouco antes de 1808, os brasileiros que estudavam aqui podiam completar seus estudos nos centros europeus, mas eram poucos os que tinham condições para bancar seus estudos fora do país. Os cursos que eram ministrados pelos padres no Brasil não eram reconhecidos como legais por Portugal.

O curso de Bacharel em Direito, na Universidade de Coimbra, era o mais procurado pelos brasileiros até 1773, quando foi criado o Curso Matemático, com quatro anos de duração, surgindo como nova oportunidade. Também em Lisboa, na Academia Real de Marinha, brasileiros se fizeram presentes. Porém, o interesse dos brasileiros pela Matemática se revela, em 1800, com a tradução de algumas obras de origem francesa.

Após a expulsão dos jesuítas em 1759 pelo Primeiro Ministro de Portugal, Sebastião José de Carvalho e Melo (1699-1782), o Marquês de Pombal, a instrução primária ficou a desejar. Algumas ordens religiosas (franciscanos, beneditinos e carmelitas) abriram suas escolas de primeiras letras, sendo que na primeira fase apenas meninos é que podiam freqüentar. Somente depois foram criadas escolas elementares para meninas, em 1808.

De acordo com Honig; Gomide (1979), de 1759 até 1808, foram os ex-alunos dos jesuítas quase os únicos responsáveis pelo ensino no Brasil. Já Silva (1999) destaca que foi a partir de 1879 que a mulher brasileira adquiriu direito de freqüentar escolas de nível superior. Elza F. Gomide foi a primeira brasileira a obter o grau de doutor de Ciências Matemáticas ou em Ciências Físicas e Matemáticas. Sua tese foi orientada pelo professor Jean Delsart e defendida em 27 de novembro de 1950 na USP.

Foi o Marquês de Pombal que fez a reforma no ensino português, em 1772, atingindo inclusive a Universidade de Coimbra com seus novos estatutos. Seus principais objetivos com essa reforma eram: substituir os métodos tradicionais utilizados pelos inicianos e; renovar a mentalidade existente, tentando criar o ensino científico para atrair jovens aristocratas para as Forças Armadas e também para profissões de natureza técnica. (SILVA, 1999).

A reforma do ensino afetou a vida cultural, científica e comercial da colônia Brasil. Cerca de trezentos jovens brasileiros matricularam-se nos diversos cursos oferecidos pela Universidade de Coimbra de 1772 a 1785, e muitos deles voltaram aqui para exercerem a sua profissão.

A Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra permaneceu fechada nos períodos: de 1810 a 1811, de 1828 a 1829, de 1831 a 1834, de 1846 a 1847.

João Ângelo Brunelli foi quem traduziu do inglês para o português a obra “Elementos, de Euclides” para ser usada nas aulas de Geometria no reino e domínios, na Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra criada em 1772. A aula inaugural dessa faculdade foi em 10 de outubro de 1772, com a abertura dada pelo Dr. José Monteiro da Rocha.

Os livros didáticos mais usados eram “Elementos, de Euclides” e o “Compêndio, de E. Bezout”. Esse último foi traduzido para o português por José Monteiro da Rocha.

Os seis primeiros livros de “Elementos, de Euclides” eram usados como livros didáticos. Os livros décimo e décimo primeiro (sobre sólidos) da referida obra eram usados nas aulas de Geometria elementar.

Entretanto, mesmo após a reforma da Universidade de Coimbra, em 1772, a instituição ainda conservava e transmitia os conhecimentos já constituídos. Não se interessavam em criar, em fazer Ciência, em pesquisar, ou seja, não contribuía para a evolução e transformação da sociedade.

Fatos esses que influenciaram a princípio de forma negativa o ensino e o desenvolvimento das Matemáticas também no Brasil, pois foi na Universidade de Coimbra que estudaram os primeiros professores do curso básico (o Matemático) da Academia Real Militar.

Porém, ressaltamos que essa reforma pombalina contribuiu para mudar os rumos do ensino, da Ciência e da cultura em Portugal. As Ciências Físicas, Químicas, Naturais e Matemáticas tiveram, pela primeira vez, importância no quadro das disciplinas na Universidade de Coimbra.

No período de 1808 até 1821, quando o príncipe Dom João VI veio para o Rio de Janeiro trouxe com ele medidas de grande alcance cultural, favorecendo os estudos matemáticos por aqui. (CASTRO, 1999).

Somente durante a regência de D. Pedro I, em 1821, é que foi permitida a entrada franca de livros no nosso país. A primeira instituição, destinada ao curso completo de Matemática, foi a Academia Real Militar. Segundo Castro:

Não tendo sido criada no país, antes de 1934, qualquer instituição destinada ao ensino de Matemática superior. Coube às escolas do Exército e da Marinha e às escolas de engenharia o importante papel de atenuar esta falta, durante mais de cem anos. A parte mais importante da tarefa coube, entretanto, às últimas, que foram sempre as que maior desenvolvimento deram aos estudos científicos. (CASTRO, 1999, p. 24).

Nascido em 1829, no Maranhão, Joaquim Gomes de Sousa foi o primeiro matemático brasileiro capaz de elaborar novos problemas e dar sugestões de como resolvê-los. Segundo Silva (1999), em 29 de novembro de 1807, o Príncipe Regente D. João, a família real e toda sua Corte vieram para o Brasil, fugindo dos exércitos de Napoleão Bonaparte (1769-1821) que invadiram Portugal um dia após a partida.

A comitiva real chegou ao Brasil em 23 de janeiro de 1808. Veio protegida pela esquadra britânica comandada pelo Contra-Almirante Sir William Sidney Smith. Os ingleses tinham interesses comerciais, pretendiam a liberdade em comerciar com

as colônias portuguesas, em especial, com o Brasil, e por isso seu apoio em transferir a Corte portuguesa para a colônia.

Tanto que devido às pressões políticas dos ingleses, D. João expediu Carta Régia abrindo os portos do Brasil às nações amigas em 28 de janeiro de 1808. O Príncipe também criou escolas superiores no nosso país, até então proibidas. Em 1815, elevou o Brasil a Reino Unido a Portugal, fazendo que metrópole e colônia se iguallassem politicamente.

Assim, D. João iniciou, em 7 de março de 1808, com a sua Corte instalada na cidade do Rio de Janeiro, o desenvolvimento do Brasil. Criou hospedarias, Imprensa Real, Biblioteca Real, Museu Real, Observatório Astronômico, Escola Real de Ciências, Artes e Ofícios, entre outros.

A Academia Real Militar foi fundada, em 4 de dezembro de 1810, através de Carta Régia, a partir da qual começou a desenvolver o ensino sistemático da Matemática em nosso país. Porém, os professores de então não estavam preparados cientificamente para iniciar estudos sérios de Matemática com seu alunado. Nesse período de 1810 até 1933, as Faculdades de Engenharia foram os únicos espaços em que se ensinou a Matemática Superior de forma contínua.

Muita gente recebia o grau de doutor sem a defesa de tese. Foi com o Decreto Imperial 5600, artigo 67, a partir de 1874, que os candidatos tinham que ser aprovados na defesa de tese para conseguir o título de doutor em Ciências Físicas e Matemáticas e em Ciências Físicas e Naturais.

Os cursos acima citados eram chamados de científicos e foram extintos no período republicano com o Decreto 2221, de 23 de janeiro de 1896, ou seja, de 1896 a 1933, o ensino superior de Matemática passou a ser feito exclusivamente como cadeiras dos cursos de engenharia.

A fundação da Universidade de São Paulo – USP e sua Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras, em 1934, foi quem trouxe de volta o ensino e o desenvolvimento da Matemática por meio de curso próprio e livre das influências do positivismo de Augusto Comte<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Positivismo de Comte tinha como proposta conhecer os fenômenos e as suas relações através do método do raciocínio utilizando-se da dedução, indução, observação, experiência, comparação e outros. O positivismo afirma a objetividade do mundo físico. Lembramos que toda a segunda metade do século XIX e nas duas primeiras décadas do século XX, predominou a ideologia positivista de A. Comte no meio intelectual brasileiro influenciando muito o ensino da Matemática.

Silva (1999) nos lembra que houve várias tentativas de criação de universidades a partir do século XVII em nosso país. Até a Constituição do Brasil, promulgada em 25 de março de 1824, previa a criação de uma universidade.

O curso de Matemática da USP contou com a colaboração de matemáticos italianos, Luigi Fantappiè (1901-1956) e Giacomo Albanese (1890-1957), já no seu início. Foram dois matemáticos que impulsionaram o ambiente matemático em São Paulo e no Brasil. Os estudos matemáticos cresceram, em qualidade e quantidade, a partir da década de 1940, e por mais de vinte anos, a USP foi a principal fonte de formação e estudos matemáticos no Brasil.

Mas o nosso país não acompanhou o desenvolvimento das Ciências, em especial, a Matemática, comparando-se com os países europeus e Estados Unidos da América do Norte. O intercâmbio científico com matemáticos europeus não se realizou.

Foi Otto de Alencar Silva (1874-1912), engenheiro civil e docente da Escola Politécnica do Rio de Janeiro, que iniciou a ruptura da influência de Comte sobre a elite intelectual do Brasil, contestando suas idéias sobre o ensino das Ciências Exatas, defendendo a renovação do estudo da Matemática e a necessidade dos intercâmbios científicos.

Discípulo de Otto de Alencar, Manoel Amoroso Costa continuou a luta de seu mestre para implantar novas técnicas matemáticas e renovar os estudos matemáticos no Brasil.

O café foi durante muitos anos o principal produto de exportação do país, não induzindo assim, durante o século XIX, a pesquisa científica na área das Ciências Exatas. Em compensação, o século XX trouxe consigo enorme desenvolvimento científico e tecnológico através das pesquisas.

Tivemos várias teses sobre Matemática apresentadas a partir da Escola Militar, em 1848, para obtenção do grau de doutor.

Destacamos duas teses pelo seu caráter original. A primeira foi apresentada por Joaquim Gomes de Sousa, em 1848, cujo título “Dissertação sobre o Modo de Indagar Novos Astros sem Auxílio das Observações Diretas”, pela Escola Militar, Rio de Janeiro. A outra foi defendida na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, em 1918, por Theodoro Augusto Ramos, intitulada: “Sobre as Funções de Variáveis Reais”, introduzindo a Análise Matemática moderna no Brasil.

A partir de 1930 é que se iniciou a formação da comunidade matemática brasileira. Surgem preocupações em considerar as pesquisas científicas no seio da sociedade da Matemática internacional como formar discípulos em áreas de pesquisas, realizar seminários de formação com os alunos, criar boas revistas especializadas, publicar e divulgar bons livros didáticos, iniciando assim uma bibliografia na língua portuguesa sobre Matemática.

Sociedades científicas de Matemática foram fundadas no Brasil a partir da década de 1940. Nessa mesma época, iniciaram-se, na USP, os cursos de pós-graduação em Matemática. No período de 1 a 20 de julho de 1957, na cidade de Poços de Caldas, MG, foi realizado o 1º Colóquio Brasileiro de Matemática, com muitas conferências e cursos. Antes, em 1952, foi fundado o Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA, no Rio de Janeiro. (SILVA, 1999).

Houve grande demanda de cursos de graduação de Matemática a partir da década de 1960 em quase todo o país. Desde o final dessa década e início da década de 1970, houve um grande incentivo financeiro para alunos de pós-graduação e docentes, por parte do Governo, para o complemento da formação acadêmica.

A partir da década de 1970, várias universidades brasileiras já ofereciam programas de pós-graduação para mestre e doutor em Matemática. Também começaram a funcionar cursos de verão (iniciação científica, extensão universitária, graduação, aperfeiçoamento, outros).

Na década de 1980, nosso país já contava com um grande número de mestres e doutores em Matemática, contribuindo assim para a melhoria da qualidade do ensino de Matemática Superior e produção Matemática brasileira<sup>2</sup>.

Mas, de forma geral e retornando aos anos 20, o caráter elitista e a má qualidade do ensino, eram as marcas da prática docente no Brasil. Os índices de reprovação, principalmente na disciplina de Matemática, eram altíssimos. Não houve mudanças no currículo escolar da Matemática, o pensamento era fixo em antecipar os conceitos e treinar as habilidades.

<sup>2</sup> O incentivo financeiro para a realização de cursos de pós-graduação através de bolsas de estudos, vem sendo reduzido desde o final da década de 1980, além do mais, uma política salarial negativa para os professores e pesquisadores são fatos preocupantes para o ensino em nosso país.



## 1.2 O Movimento da Matemática Moderna (MMM) e um Panorama Político da Época

Existe uma forte tendência no Brasil em buscar modelos no exterior. Exemplo disso foi o Movimento da Matemática Moderna nos Estados Unidos.

Em meados do século XX, surgiu uma obra “Elementos de Matemática”, de Nicolas Bourbaki. Nela, deu-se um enfoque algébrico à Geometria e se estabeleceu estruturas básicas para a Geometria, a Análise e a Álgebra. Curioso que Bourbaki é um personagem fictício que no início do século XX foi adotado por um grupo de jovens matemáticos franceses. Esse grupo se reunia para discutir e propor avanços em todas as áreas da Matemática.

Há várias obras matemáticas de autoria de Nicolas Bourbaki. Esse movimento ficou conhecido em todo o mundo como Matemática Moderna. Sofreu as conseqüências do exagero, da improvisação e da precipitação. Tem um aspecto negativo, apesar de ter servido para mudar muito que se fazia no ensino da Matemática com relação ao estilo das aulas, das provas e até da linguagem. Vamos descrevê-lo com mais detalhes.

Nas décadas de 1960 e 1970, surgiu um movimento de renovação no ensino da Matemática que influenciou vários países e também o nosso, chamado Matemática Moderna (MM). Seu objetivo era a aproximação da Matemática vista na escola e a Matemática vista pelos pesquisadores.

Esse Movimento, de acordo com Kline (1976), se originou nos Estados Unidos numa tentativa de reforma do ensino matemático já que o currículo tradicional apresentava muitos defeitos e ainda visavam ao progresso.

Alguns defeitos do currículo tradicional eram: o aluno quase sempre era levado a memorizar conceitos em sua aprendizagem; fazia muitos exercícios parecidos; os assuntos eram desconexos; usavam a Geometria Euclidiana; tinha como método a dedução; começavam com as definições, axiomas, provas de teoremas e demonstrações.

De acordo com Hönig; Gomide (1979), o Movimento da Matemática Moderna foi chamado de desastre para o ensino não só do Brasil, mas, em boa parte do mundo:

Este desastre se explica, em boa parte, pelo entusiasmo dos professores secundários por certas partes fáceis, mas aparentemente avançadas, da

Matemática. Tal entusiasmo é em si um sentimento muito elogiável num docente e, por isto mesmo, desarmava os profissionais da Matemática. Infelizmente reportava-se a partes da Matemática cujo conteúdo é irrelevante e levou a que tópicos clássicos, de real significado e importância, fossem às vezes completamente abandonados. (HÖNIG; GOMIDE, 1979, p. 38,39).

Euclides de Alexandria é o autor do livro “Elementos”, no qual se baseava todo o processo de ensino-aprendizagem da Geometria na época. Sobre Euclides, Boyer (1996, p. 71) revela, “Nenhuma descoberta nova é atribuída a ele, mas ele era conhecido pela sua habilidade ao expor. Essa é a chave do sucesso de sua maior obra, *Os elementos*.” Esse livro de Euclides é a mais antiga e importante obra matemática grega.

Quase nada se sabe sobre a vida de Euclides, exceto que ele foi o criador da famosa escola de Matemática de Alexandria e provavelmente foi professor daquela instituição. A data de seu nascimento e o local são desconhecidos. Foi autor de pelo menos dez trabalhos, porém é lembrado principalmente por seus “Elementos”. Nenhum outro trabalho, salvo a Bíblia, foi tão usado, estudado e provavelmente nenhum outro exerceu tanta influência no pensamento científico. Desde 1482, foram mais de mil edições impressas. Esse seu trabalho dominou o ensino de Geometria por mais de dois milênios.

Seu trabalho é composto de 465 proposições que foram distribuídas numa seqüência lógica em treze livros. Trata de: Geometria, Teoria dos Números e Álgebra elementar. Nos livros I, III, IV, VI, XI e XII dos “Elementos” estão os textos de Geometria plana e espacial da escola americana secundária.

Kline (1976) coloca que como o aluno não tinha fundamento lógico para acompanhar tantos raciocínios, ele simplesmente decorava demonstração, assim como já fazia com a Álgebra.

Não havia motivação para aprender, a Matemática era abstrata e não atraía os estudantes. Os professores tentavam motivá-los, dizendo ser assuntos úteis mais tarde na vida ou necessários para entrar no colégio ou, ainda, ser uma matéria bela.

Alguns alunos se sentiam desafiados intelectualmente pela Matemática ou seus desempenhos eram bons, mas a grande maioria não pensava assim. Os problemas eram artificiais, os textos repetitivos, os autores dos livros se preocupavam apenas com a parte comercial, havia alguns defeitos de lógica, enfim, não se via a importância da Matemática como Ciência. Era necessária uma reforma para poder melhorar o ensino. (KLINE, 1976).

Os grupos encarregados de realizar a reforma se concentraram no currículo, dizendo que, melhorando esse ponto, o ensino da Matemática teria bons resultados.

Em 1960, o novo currículo, formulado pela Comissão de Matemática Escolar da Universidade de Illinois e presidida pelo professor Max Beberman, que desde 1952 já trabalhava nessa elaboração, começou a ser testado experimentalmente.

Em 1955, os exames para admissão em colégios norte-americanos eram preparados por uma Junta Examinadora. Esta decidiu criar sua própria Comissão de Matemática e considerar seu próprio currículo. Em 1959, essa comissão já publicava em seu relatório a matéria recomendada. Durante estes anos, de 1955 a 1959, a Comissão viajava pelo país propondo seu Programa.

Segundo Kline (1976), foi em 1957, quando os russos lançaram o primeiro Sputnik no espaço que o governo norte-americano entendeu estar atrasado em Matemática e Ciência, em relação ao povo russo. Aí, muitos outros grupos se formaram a fim de reverter o problema da Matemática criando um novo currículo.

A Sociedade de Matemática Americana, em 1958, decidiu criar um novo currículo para a escola secundária formando um grupo presidido pelo professor Edward G. Begle, chamado de Estudos de Matemática Escolar, na Universidade de Yale. O grupo acabou elaborando o currículo para a escola secundária e também para as escolas elementares.

Muitos outros grupos se formaram e definiram seu currículo. Porém, todos caminhavam mais ou menos na mesma direção, tanto que todos se renderam aos termos *matemáticos modernos* ou *novos matemáticos*. Eles concordavam que a Matemática criada antes de 1700 era antiquada ao ensino. Desconsideravam a Matemática ter um desenvolvimento cumulativo. A prioridade era dada para: a Álgebra abstrata, a Topologia, a Lógica simbólica, a Teoria estabelecida e a Álgebra de Boole.

Os grupos tidos como mais radicais surgiram, por exemplo, com a Conferência de Cambridge sobre Matemática Escolar, em 1963. Eles queriam, entre outras coisas, incluir o quarto ano de escola secundária. Outro grupo foi de 1965, organizado pelo professor Howard Fehr da Universidade de Colúmbia, cujo objetivo era, a partir de uma visão global, reconstruir a Matemática da escola secundária.

Cada grupo defendeu a sua posição de incluir ou não determinados tópicos no currículo, mas nenhum documento foi publicado. As duas características principais, porém, eram o novo conteúdo e uma nova abordagem da Matemática.

Os defensores da Matemática Moderna alegavam que quando se revela o raciocínio por trás do método, os alunos passam a compreender e não mais precisam decorar. No currículo tradicional, basicamente se usa a abordagem lógica, ou seja, começa-se com as definições e provam-se dedutivamente as conclusões.

Defendiam que os conceitos só foram aceitos pelos matemáticos através de evidências intuitivas, só depois de muitas criações é que veio a lógica.

Desconsideravam que evidências da história da Ciência ajudam, esclarecendo como todas as idéias matemáticas foram surgidas lentamente e se desenvolvendo até chegar à forma como nos são apresentadas.

A abordagem lógica dá a falsa impressão ao aluno de que a Matemática foi criada por gênios, em que se despreza a imaginação, a motivação e o conhecimento anterior (um conjunto de regras e métodos) que conduzem a uma descoberta.

Na Matemática Moderna, deseja-se apresentar um rigoroso desenvolvimento dedutivo. A Teoria dos Conjuntos é um dos itens mais importantes. Os problemas são artificiais. Introduz uma linguagem precisa, tanto que muitas definições nos textos tradicionais foram substituídas por novas versões. Cresce a quantidade de terminologias.

Kline (1976) traz alguns exemplos:

Um ângulo, para Euclides, é a inclinação, de uma para outra, de duas linhas que se encontram. Ao que parece, isto não serve. Um ângulo agora é a figura formada por dois raios (meias linhas) que se encontram num ponto comum  $O$ .

Euclides foi descuidado em definir triângulo como uma figura formada por três segmentos de linhas. Naturalmente isto não serve. ... "Propriamente", o triângulo é a figura que consiste na união (uma noção teórica de conjuntos) de três pontos não-colineares e de segmentos de linhas que se unem a estes pontos. (KLINE, 1976, p. 85,87).

Os símbolos passam a ser muito utilizados, não raras vezes, formando frases complicadas de difícil entendimento, prejudicando os alunos.

Essa nova Matemática se apresenta como auto-suficiente, fechada em si mesma. Ignora-se o fato de que conceitos e métodos tenham surgido de situações e experiências no mundo físico, verdadeiros e necessários socialmente em algum momento da História. O resgate histórico das definições nos auxilia ao dar sentido a elas.

Os professores que elaboraram o novo currículo não conheciam Ciência, ignorando o mundo real e as aplicações da Matemática. Numa crítica feita por Kline (1976) ele diz:

Naturalmente a Matemática não é um corpo de conhecimento auto-suficiente isolado. Ela existe primariamente para ajudar o homem a compreender e dominar o mundo físico e, até certo ponto, os mundos econômico e social. A Matemática serve a fins e propósitos. Se ela não tivesse esses valores não receberia nenhum lugar no programa escolar. Por ser ela extraordinariamente útil é que está em grande demanda e recebe tanta ênfase hoje em dia. Esses valores devem estar refletidos no currículo. (KLINE, 1976, p. 102).

A falta de motivação para a aprendizagem dessa disciplina se agravou com a Matemática Moderna pelo fato de seu isolamento. Era muito valorizada a estrutura e os conceitos abstratos eram favorecidos.

De acordo com Morin (2001):

O conhecimento das informações ou dos dados isolados é insuficiente. É preciso situar as informações e os dados em seu contexto para que adquiram sentido. (MORIN, 2001, p. 36).

Dentre os novos conteúdos da MM, destacam-se: teoria dos conjuntos, bases de sistemas de números, as desigualdades, matrizes, noções de grupo e campo, aritmética, Álgebra, trigonometria, Geometria analítica e cálculos. Entretanto, percebe-se que a maioria do material moderno nada mais era que material tradicional disfarçado.

Outro problema grave foi a ausência de testes para a verificação da conveniência ou não desses currículos. Somente o grupo da Universidade de Illinois é que preparou professores e aguardou alguns anos testando seu material. Mesmo assim, não chegou a nenhuma conclusão relevante, no sentido de indicar ser seu currículo superior aos demais. (KLINE, 1976).

No ano de 1960, os novos currículos estavam sendo vendidos em todo país. Infelizmente, muitos cursos tidos como modernos eram, na verdade, mistura de tradicional e moderno, ou abordavam superficialmente um ou outro conteúdo modernista.

Em novembro de 1960, participando de um simpósio, o professor Beberman chegou a confessar que havia errado em exigir rigor em Geometria. Também professores participantes de outros grupos de currículos declararam falhas em sua elaboração, sinais estes que demonstravam que o ensino da Matemática ainda não estava bem.

Em 1966, o professor Edward G. Begle, diretor do Grupo de Estudos de Matemática Escolar, intencionou criar um currículo inteiramente novo, pois ele mesmo alegou que o currículo moderno deixou de relacionar a Matemática com as matérias conexas e fez com que houvesse diminuição na aquisição de habilidades.

Neste mesmo ano, uma comissão foi criada e feita a revisão da “Junior high school” que acabou em 1972. Porém, o projeto não foi completado, os patrocinadores não ficaram satisfeitos, o apoio financeiro foi retirado e o grupo dissolvido.

Houve também vários manifestos críticos de matemáticos que eram contra a Matemática Moderna. Mas os grupos de currículos eram organizados e bem financiados. Fizeram inúmeras campanhas para a sua aceitação. Por falta de embasamento teórico e científico, a grande maioria dos administradores de escola não soube avaliar as inovações propostas. Pressionados, aconselharam os professores a utilizar os currículos modernos.

Os editores publicaram muitos textos a favor sobre o assunto a fim de garantir a adoção. Vinha tudo numa seqüência clara, na qual o professor apenas tinha o trabalho de repeti-la. (KLINE, 1976). O Brasil adotou as novas idéias assim como outros países. Vejamos como o Movimento se deu em nosso país.

O professor devia usar a sua disciplina para alcançar os objetivos da Educação através do currículo adotado. No decorrer do processo, com as novas descobertas, houve a necessidade de se ter pessoal melhor preparado para lidar com os meios de produção. A escola não era mais o privilégio das elites e devido a isso, conteúdos e habilidades foram obrigados a ser ampliados no currículo, surgindo então as técnicas para que o ensino atingisse toda a população, ou seja, o nascimento da Didática Moderna em nosso país.

A Matemática e as Ciências foram privilegiadas, pois foram consideradas como vias de acesso para o desenvolvimento científico e tecnológico, já que se vivia uma política de modernização econômica. Com as reformas no currículo da Matemática, a teoria dos conjuntos, a Álgebra, e profundas estruturas de outros assuntos matemáticos ganharam grandes destaques. O problema ficou por conta da compreensão dos alunos, já que estes não tinham condições de acompanhar tais conteúdos que nada tinham a ver com problemas cotidianos.

Em 1961, foi criado em São Paulo o primeiro grupo com o objetivo de atualizar o ensino moderno matemático no país. Em 1962, recebemos a visita de Marshall H. Stone, o então presidente da Comissão Internacional sobre Instrução Matemática a fim de vistoriar como as mudanças estavam ocorrendo por aqui.

Os professores Osvaldo Sangiorgi e Martha Maria de Souza Dantas eram alguns dos representantes pela reforma e admitiram haver muitas dificuldades para o aperfeiçoamento de professores em várias regiões.

Segundo Vitti, (1998):

Um dos obstáculos encontrados na promoção da Matemática Moderna nos primeiros anos da década de 60 foi referente à aplicação dessa Matemática no ensino primário. Devido ao grande número de professores primários, as ações nesse sentido mereceram especial atenção. Foram promovidos vários cursos a respeito, inclusive no Estado de São Paulo, que contava com mais de 60 mil professores. Esses cursos eram ministrados pela televisão, através do programa TV Escolar, mantido pela Secretaria de Educação de São Paulo. (VITTI, 1998, p. 91).

Houve muitas publicações, as quais contribuíram com as mudanças, além das muitas participações de entidades e órgãos. Vivemos os anos 60 e 70, utilizando-se dessa Matemática Moderna, ou seja, preocupados com o desenvolvimento das abstrações.

Paralelamente a essas inovações no ensino da Matemática, nosso país passava por crises, principalmente a financeira, tanto que, quando o presidente Jânio Quadros assumiu seu mandato em 1961, já em seu discurso de posse, considerou a situação financeira do Brasil como terrível e ainda prometeu rever a política econômica de forma a ser antiinflacionária e estabilizadora e combater a corrupção, entre outros objetivos. (ALENCAR et al., 1981).

Porém, os principais itens programados não aconteceram da maneira esperada pelo então presidente, Jânio Quadros, que renunciou ao cargo, alegando pressões contra sua pessoa.

Uma nova crise no país se instalou, agora voltada para a sucessão dos cargos. Ministros militares antigetulistas tentaram impedir posses de pessoas e até o Jornal "Estado de São Paulo" afirmou que uma solução seria a espontânea desistência de João Goulart, então vice-presidente, ao cargo ou a reforma da Constituição, tirando o direito do vice-presidente suceder ao presidente. A confusão só foi solucionada com a aprovação de uma emenda que decidia realizar, ao final do mandato de Goulart, "um plebiscito para referendar o novo regime" (ALENCAR et al., 1981, p. 300).

Assim, o Governo Goulart começou com um agravamento na crise financeira e econômica do país, já que a industrialização do Brasil se baseava na exploração exagerada da força de trabalho e na substituição de importações.

No início de 1964, o Governo não tinha apoio da maior parte da burguesia, os investimentos diminuíram e a economia estava quase que estagnada. Em 13 de março daquele ano, no Rio de Janeiro, o comício do presidente, lançando programas de reformas, como a nacionalização de refinarias particulares de petróleo

e desapropriação de propriedades, envolveu 300 mil trabalhadores, estudantes e grupos de esquerda. O Governo não respeitou a deliberação do Congresso Nacional que estava retardando a decisão sobre a reforma agrária.

Depois de seis dias desse comício, em São Paulo, cerca de 400 mil pessoas participavam de uma marcha pela liberdade, movimento este que veio conferir apoio social e político aos grupos de oficiais das Forças Armadas. Outros fatos também precipitaram deflagrar um golpe decisivo contra o Governo para início de abril.

E apesar de tantos boatos sobre o preparo de uma conspiração, as forças de esquerda e as nacionalistas acabaram sendo surpreendidas. Sem esquema de defesa militar e ainda divididos internamente, não tiveram reação, salvo algumas exceções realizadas de forma isolada. Na manhã de primeiro de abril, o presidente João Goulart foi para Brasília, seguindo à noite para Porto Alegre, onde recusou propostas de resistência. Nesse mesmo dia, o presidente do Senado, Auro de Moura Andrade, declarou vago o cargo de Presidente Constitucional, mesmo com Goulart no país, nomeando Ranieri Mazzilli, até então Presidente da Câmara dos Deputados, para ocupá-lo.

O primeiro a reconhecer a nova situação foi o Governo dos Estados Unidos, por meio do seu Embaixador no Brasil, Lincon Gordon, e da Agência Central de Informações (CIA). Há tempos vinha se informando sobre a Revolução, inclusive prometendo ajuda militar. Os principais líderes reformistas saíram do país para o Uruguai ou asilaram em Embaixadas estrangeiras ou ainda eram presos em todo nosso território nacional. Assim, o regime populista chegou ao fim. Esses foram alguns dos acontecimentos que estávamos vivendo nos anos 60 no Brasil. (ALENCAR et al., 1981).

Voltando para a sociedade norte-americana, eles já percebiam nos últimos anos da década de 60 que os resultados da reforma curricular não eram os esperados, portanto, em ocasião do segundo Congresso da International Commission on Mathematical Instruction – ICMI, em 1972, se oficializou o fim e também o fracasso do Movimento da Matemática Moderna.

Vários professores e historiadores de Matemática dos Estados Unidos, conhecidos pelo mundo inteiro, criticaram esta reforma.

No Brasil, as críticas significativas começaram em 1973. Entre elas, havia a do seguimento de modelos educacionais de outros países, desconsiderando a nossa realidade e nossa diversidade cultural.



O ano de 1976 marcou o último curso de formação e aperfeiçoamento de professores realizado pelo GEEM (Grupo de Estudos do Ensino da Matemática) e professores brasileiros (num total de vinte e um) participaram pela primeira vez, desde 1966, do III Congresso Internacional de Educação Matemática. O fim do Movimento foi marcado pelo silêncio. Não resolveu os problemas do ensino tradicional e ainda acabou criando outros.

Ainda no período da década de 1970, quando a Matemática Moderna começava a entrar em declínio, os especialistas começaram a perceber que os alunos deveriam participar mais das aulas, as atividades deveriam esclarecer sua importância, coisas desinteressantes e inúteis deveriam ser eliminadas das aulas. Surgiam também as primeiras calculadoras a um preço acessível, o que poderia ajudar e muito no ensino da Matemática.

A literatura destaca que um dos motivos do fracasso da Matemática Moderna foi justamente a alteração dos conteúdos sem a reformulação dos objetivos e dos métodos do currículo.

Os educadores também tiveram dificuldades em incluir o uso de calculadoras e computadores no ensino e insistiram no ensino tradicional.

Vale ressaltar que em nosso país muitos grupos se preocupavam com o ensino da Matemática, mesmo antes da chegada desse Movimento. Isso se verifica através da fundação de entidades, tais como a Sociedade Brasileira de Matemática – em 1945, Instituto Tecnológico da Aeronáutica ITA – 1948, Conselho Nacional de Pesquisas CNPq – 1951 e a realização de vários congressos científicos na área.

Nos anos 80, a situação do país era conflitante, como explica Moreira (1990):

Em síntese, os anos oitenta, no Brasil, foram marcados por: aprofundamento da crise econômica, inflação desenfreada, aumento da dívida externa, agravamento das desigualdades, recessão, desemprego, desvalorização dos salários, aumento da violência na cidade e no campo, deterioração dos serviços públicos (inclusive da escola pública), greves, corrupção, falta de credibilidade do governo, etc. (MOREIRA, 1990, p. 158).

Simultaneamente a esses fatos, a oposição política se fortaleceu e os movimentos de massas se recompuseram. Surgiram sindicatos, associações, centros acadêmicos e outros. Muitos seminários e debates foram promovidos, abordando problemas referentes à Educação no país, retornaram vários educadores exilados no período militar e surgiram muitas literaturas pedagógicas críticas.

Uma política educacional alternativa surgiu mais concretamente com as eleições de 1982 em que vários candidatos opositores saíram vitoriosos.

Importantes educadores conseguiram ocupar cargos nos partidos políticos e aos poucos implantaram suas idéias, lutando contra o ensino conservador.

Chegamos ao fim dos anos oitenta com um ensino básico que não era de boa qualidade, daí a necessidade de uma nova Lei de Diretrizes e Bases. Muitas sugestões e discussões foram promovidas, envolvendo professores, estudantes e intelectuais (não ficando restritas somente aos congressistas).

A partir dessa década, a contextualização dos conceitos matemáticos, a epistemologia, a História da Matemática, o construtivismo (teoria que partiu das idéias de Piaget em que o aluno tem raciocínio lógico próprio e sobre o qual são assimilados os novos conceitos), resolução de problemas e outros, começam a serem utilizados como ferramentas didáticas no processo ensino-aprendizagem. A Matemática começa a ser vista como resultado da evolução científica.

Gurgel (1995) acrescenta:

... a Educação Matemática recente tem enfatizado que separar a análise teórica sob o ponto de vista científico do contexto sócio-cultural é separar o problema do mundo onde ele realmente acontece... é um jogo sem sentido para a maioria das pessoas, se não problematizado sob uma ótica crítica e histórica. (GURGEL, 1995, p. 41).

Chega ao Brasil, na década de 1990, outra teoria, da Psicologia Cognitiva, de Vygotsky que, segundo Vitti (1998) vai defender:

... que o desenvolvimento e a aprendizagem são profundamente relevantes para o ensino, Vygotsky reconhece a necessidade de se considerar os contextos sócio-culturais no processo educativo, como forma de estabelecer a relação professor/conhecimento/aluno e efetuar a aprendizagem. (VITTI, 1998, p. 154).

O professor passa a ser reconhecido como o mediador entre o conhecimento e a criança.

As questões da sociedade têm a ver com professor/aluno e se reflete em sala de aula. O contexto cultural do aluno deve ser considerado. Surge também a teoria da Etnomatemática. Valoriza-se o conhecimento que o aluno traz a partir de sua realidade.

Vitti (1998) também aborda o lado positivo resultante do Movimento da Matemática Moderna, demonstrando que, no mínimo, temos que redefinir os objetivos que levam a ensinar Matemática. Segundo a autora, são eles:

- (i) Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta;
- (ii) Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles;

- (iii) Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados;
- (iv) Comunicar-se matematicamente;
- (v) Estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos;
- (vi) Sentir-se seguir da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e perseverança na busca de soluções;
- (vii) Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos. (VITTI, 1998, p. 163).

Assim, verificamos como o MMM contribuiu para repensarmos os objetivos para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática bem como nos lembrou Vitti (1998), pois praticamente, ainda hoje, parece-nos que são estas as recomendações.

### 1.3 Políticas Curriculares

Consideramos importante, frente aos objetivos do trabalho, trazer algumas reflexões sobre as influências das políticas curriculares no ensino e aprendizagem de conceitos.

Sacristán (2000) na tentativa de analisar e definir currículo, afirma:

- 1) Que o currículo é a expressão da função socializadora da escola;
- 2) Que é um instrumento que cria toda uma gama de usos, de modo que é elemento imprescindível para compreender o que costumamos chamar de prática pedagógica;
- 3) Além disso, está estreitamente relacionado com o conteúdo da profissionalização dos docentes. O que se entende por bom professor e as funções que se pede que desenvolva dependem da variação nos conteúdos, finalidades e mecanismos de desenvolvimento curricular;
- 4) No currículo se entrecruzam componentes e determinações muito diversas: pedagógicas, políticas, práticas administrativas, produtivas de diversos materiais, de controle sobre o sistema escolar, de inovação pedagógica, etc.;
- 5) Por tudo o que foi dito, o currículo, com tudo o que implica quanto a seus conteúdos e formas de desenvolvê-los, é um ponto central de referência na melhora da qualidade do ensino, na mudança das condições da prática, no aperfeiçoamento dos professores, na renovação da instituição escolar em geral e nos projetos de inovação dos centros escolares. (SACRISTÁN, 2000, p. 32).

Esse autor coloca que “o projeto cultural e de socialização que a escola tem para seus alunos não é neutro” (SACRISTÁN, 2000, p. 17), por isso, o currículo, de algum jeito, acaba refletindo o conflito de interesses entre os valores dominantes

que regem os processos educativos (é preciso instrumentar, mas não discutir) e a sociedade.

Dessa forma, forças econômicas e políticas desenvolvem pressões que acabam influenciando a configuração dos currículos, envolvendo inclusive os conteúdos e os métodos utilizados para desenvolvê-los. Por exemplo, um professor da área de linguagem pede aos seus alunos que contribuam com sugestões (oralmente), desenvolvendo atitudes de colaboração sobre determinado assunto. Porém, essa prática pode ter sido escolhida por haver falta de recursos na sala de aula e na escola (livros variados para os alunos lerem).

Por trás de todo currículo existe hoje, de forma mais ou menos explícita e imediata, uma *filosofia curricular* ou uma orientação teórica que é, por sua vez, síntese de uma série de posições filosóficas, epistemológicas, científicas, pedagógicas e de valores sociais. (SACRISTÁN, 2000, p. 35).

Outra questão a ser considerada refere-se ao currículo mínimo. Com muitas instituições educacionais públicas e particulares, os mínimos curriculares regulados expressam uma cultura válida para todos, supondo um sistema educativo progressista. Porém, precisaria de uma política compensatória para os menos favorecidos, já que existe uma implicação social quando, para se resolver tais problemas situam-se os mínimos a um nível muito baixo, pois nem todos têm as mesmas chances de sucesso.

Desmistificando o discurso da escola libertadora, aquela que dá as mesmas chances a todos, para Bourdieu (1998), o sucesso escolar depende do “capital cultural” da criança, apontando para dois tipos de aprendizado: o efetuado desde a primeira infância, no ambiente familiar e o aprendizado tardio, metódico, adquirido fora da família, nas instituições de ensino ou em outras esferas informais da Educação. Ou seja, afirma que:

na realidade, cada família transmite a seus filhos, mais por vias indiretas que diretas, um certo capital cultural e um certo *ethos*, sistema de valores implícitos e profundamente interiorizados, que contribui para definir, entre outras coisas, as atitudes em face do capital cultural e da instituição escolar (BOURDIEU, 1998, p. 42).

Para Baudelot (2002, apud Vasconcelos, 2002), o que Bourdieu demonstra é que existe relação entre a cultura e as desigualdades escolares: a escola pressupõe certas competências que são de fato adquiridas na esfera familiar.

As questões, envolvendo currículo, currículo mínimo, competências, sem dúvida, estão sempre em discussão (foi assim no passado e é ainda hoje), porém

devem orientar sobre ações a serem seguidas e não ficarem simplesmente no fazer críticas.

Textos, vocabulários, conceitos criados (trazidos dos Estados Unidos) e divulgados na década de 70 e presentes na escola atual precisavam ser revistos e superados. Foi nessa época que se deu o marco inicial da veiculação da concepção de currículo, tinha o propósito de atender às reformas implantadas até então (Reformas Educacionais de 68 e 71, fruto de revisões profundas da literatura pedagógico-americana).

Na década de 80, falava-se na Pedagogia dos Conteúdos cujos pontos fundamentais eram o papel da escola na sociedade, o papel do professor e a questão da apropriação do conhecimento. O primeiro trazia a responsabilidade da escola em socializar o conhecimento elaborado. O segundo pregava ser o professor mediador-diretivo em relação ao aluno. O terceiro item valorizava os conteúdos associados com a realidade, com a vida do aluno.

Sabiam que a crise pela qual passava a escola tinha suas razões também nos condicionantes sócio-econômicos e políticos, daí a tentativa em resgatar a identidade da escola, ou seja, socializar o saber sistematizado, que quer dizer viabilizar meios para se chegar nesse saber através do currículo.

A Lei 5692/71 foi que deu um tratamento minucioso sobre a questão curricular, principalmente em relação a sua antecessora, a Lei 4024/61. Esta admitia uma variedade de currículo para o ensino secundário (atualmente 5ª. a 8ª. séries) de acordo com a preferência dos estabelecimentos, mas dentro da especificação do ensino ginásial.

Há elaboração de reformas curriculares no Brasil, partindo das Secretarias Estaduais ou Municipais da Educação.

A partir de 1967, algumas medidas tomadas no Estado de São Paulo influenciaram as propostas contidas na Lei 5692/71. Por exemplo, no ensino primário, destacaram-se: a reorganização do currículo e dos programas e a reorganização e implantação da orientação pedagógica entre outras. Agora, no ensino ginásial, a grandiosa contribuição do Estado de São Paulo foi sem dúvida a implantação da escolaridade obrigatória de oito anos fazendo com que mais tarde essa expansão também se desse em todo o nosso país.

A Lei 5692/71 traz em seu texto princípios emergentes de flexibilidade, descentralização e criatividade, contudo, em termos de currículo, era natural pensar

que a extensão da escolaridade, a proposta de um ginásio único, a abertura da Lei em relação à organização serial, redefinição dos conceitos, e outros, davam esperanças para uma reorganização, propiciando o acompanhamento constante dos progressos apresentados pelos alunos.

Entre os anos de 1972 e 1974, porém, nas escolas do Estado de São Paulo, tudo continuou praticamente como antes da Lei 5692/71.

Em 1972, foram elaborados, pela Secretaria da Educação, os *Guias Curriculares* representando um esforço de estruturação para a escola fundamental de oito anos, trazendo os conteúdos e a filosofia da reforma, ou seja, a presença da Matemática Moderna ficava especialmente registrada. Porém, seus conteúdos eram endereçados aos professores e não uma lista de assuntos para serem oferecidos aos alunos. A adoção dos Guias pelas escolas deu-se mais em função das editoras que incorporaram essas novas idéias e as colocaram no mercado através dos livros didáticos.

De acordo com Silva; Arelano (1986), ambas da Secretaria Municipal de Educação, SP, na época:

... é possível afirmar que, nos dez primeiros anos após 1971, além das várias medidas visando à padronização administrativa das escolas da rede, na área propriamente pedagógica pouco se fez para mudar ou favorecer a mudança de mentalidade proposta na Lei 5692/71. (SILVA; ARELANO, 1986, p. 44).

A Secretaria de Estado da Educação de São Paulo juntamente com a Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas – CENP, elaboraram a *Proposta Curricular para o Ensino de Matemática – 1º. Grau*. Sua 1ª. Edição foi em 1986. Na Proposta, 4ª. Edição, de 1992, o Secretário de Estado da Educação, Fernando Moraes, coloca na apresentação do material aos professores, o seguinte:

... Assim como a organização dos processos pedagógicos, por exemplo, deverá ser de responsabilidade da escola, o currículo básico permanecerá comum a toda a rede e determinado pela Secretaria.

As propostas curriculares ora apresentadas devem subsidiar a ação docente, estabelecendo ao final de cada ano letivo e nível de ensino. Os professores terão também condições objetivas de avaliar seu próprio desempenho. (MORAIS, 1992, p.1, 2).

Não houve críticas por parte dos professores em relação à Proposta, mas não ocorreu sua incorporação na prática como se esperava, talvez por motivos como rotatividade de pessoal nas escolas, formação docente, salários.

A avaliação tinha como objetivo buscar sempre o sucesso da aprendizagem do aluno e não somente quantificar essa aprendizagem, assumindo um caráter

punitivo. Os conteúdos e o seu desenvolvimento eram realizados agora “em espiral”, não mais linearmente. Na Proposta, os conteúdos estão distribuídos em três grandes temas que são: Números, Geometria e Medidas.

Nessa Proposta, o conteúdo ângulo aparece pela primeira vez na 3ª. série e, no caso, trabalha apenas ângulo reto. Depois, reaparece no conteúdo a ser desenvolvido na 6ª. série, agora trabalhando a noção de ângulo e de ângulo central através de experimentações e construções de modo mais aprofundado.

No final dessa mesma edição, encontra-se um *Paralelo entre Guias Curriculares e a Nova Proposta de Matemática*. Achamos interessante colocar abaixo essa comparação, principalmente para percebemos as diferenças estabelecidas para o ensino da Geometria e as influências do Movimento da Matemática Moderna.

Figura 1 – Paralelo entre Guias Curriculares e a Nova Proposta de Matemática

PARALELO ENTRE GUIAS CURRICULARES E A NOVA PROPOSTA DE MATEMÁTICA	
GUIAS CURRICULARES	NOVA PROPOSTA CURRICULAR
<p><b>GEOMETRIA</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Objetivos gerais inovadores, como o desenvolvimento da <u>intuição geométrica</u>, aquisição de habilidades em construções geométricas e processos de medidas, etc.</li> <li>● Propõe trabalhar a noção de transformação, até hoje <u>inviabilizada</u>.</li> <li>● Ênfase na utilização da <u>linguagem dos conjuntos</u> na geometria - o que desviou a <u>atenção</u> das propriedades geométricas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Opção pelo ensino da Geometria a partir da manipulação, <u>exploração</u> de objetos do mundo físico, reconhecimento das formas mais frequentes de sua caracterização, através das propriedades, do <u>encadeamento</u> e relacionamento <u>entre</u> elas, caminhando para uma <u>axiomatização provisória</u> no final do 1º grau.</li> </ul>
<p><b>MEDIDAS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Atenção às medidas padronizadas, ao Sistema métrico decimal, sugerindo <u>entretanto</u> que o estudo <u>pormenorizado</u> deste tema seja feito em Ciências.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Propõe seu estudo desde o <u>Ciclo Básico</u>, explorando as noções intuitivas das crianças, passando de medições informais as <u>padronizadas</u>.</li> <li>● Considera o tema fundamental para a <u>ampliação</u> do conceito de número e <u>compreensão</u> de relações geométricas básicas</li> </ul>
<p><b>TEORIA DOS CONJUNTOS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Além da ênfase do papel das estruturas algébricas, <u>opta</u> pela linguagem dos conjuntos, enquanto <u>linguagem unificadora</u> dos vários campos da Matemática.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Isto foi minimizado na proposta, por considerar que tal opção <u>valoriza</u> mais a organização do conhecimento já construído - que muitas vezes interessa apenas ao <u>especialista</u> em Matemática - do que com o <u>efetivo</u> processo de construção desse conhecimento.</li> </ul>
<p><b>NÚMEROS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Os números são tratados a partir de sua organização em conjuntos numéricos, passando -se dos Naturais aos Inteiros, aos Racionais, aos Reais, <u>ten</u>do como fio condutor as <u>propriedades</u> estruturais que <u>caracterizam</u> tais conjuntos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● A <u>iniciação</u> ao estudo dos números <u>acompanha</u> o fio condutor que a <u>história</u> propicia, observando a <u>evolução</u> da noção de número a partir das <u>contagens</u> e das <u>medidas</u>. A <u>sistematização</u> dos conjuntos numéricos e a <u>formalização</u> das propriedades estruturais são feitas ao final do 1º grau.</li> </ul>
<p><b>RELAÇÃO/FUNÇÃO</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● O conceito de relação e <u>função</u> são considerados como <u>pont</u>os unificadores da Matemática, tratados como um dos seus eixos.</li> <li>● Preocupação com <u>determina</u>-ção de Domínio, <u>Contra-Dom</u>ínio, <u>Conjunto</u>, <u>Imagem</u> e <u>expl</u>oração de gráficos <u>desv</u>in-<u>culados</u> da análise de fenômenos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Não constitui tema à parte, mas são indicadas situações em que podem ser exploradas desde o <u>iní</u>cio do estudo dos números, em situações-problema até as <u>inter</u>-pretações de gráficos.</li> <li>● No estudo da <u>variação</u> de <u>grande</u>zas (proporcionais ou não) associadas a diferentes fenômenos nas situações de interdependência e na <u>representação</u> através de <u>grá</u>ficos é que se <u>enfatizam</u> as <u>rela</u>ções e se <u>concretiza</u> o conceito de função.</li> <li>● O estudo formal das funções <u>se</u>rá feito no 2º grau.</li> </ul>



No período de 1989 a 1992, ainda em São Paulo, na Secretaria Municipal de Educação da capital, destacou-se o Movimento de Reorientação Curricular, muito importante, pois escolheu-se a interdisciplinaridade para a ação pedagógica da escola na tentativa de superar a desconsideração total entre o objeto de conhecimento e as outras áreas do saber.

A Secretaria da Educação do Ensino Fundamental do Ministério da Educação e do Desporto (MEC) coordenou um projeto nacional no qual foram discutidas e indicadas, para o Ensino Fundamental, diretrizes curriculares comuns. Surgem então os Parâmetros Curriculares Nacionais.

A idéia do MEC com os Parâmetros é levantar questões para serem discutidas sobre o ensino da Matemática, prática escolar, garantindo a aprendizagem do conhecimento matemático, formação inicial e continuada dos professores, organização de avaliações como indicadores para adequações, outros.

Também destaca a importância do professor em trabalhar, estabelecendo conexões com outras áreas de conhecimento, usando a resolução de problema como ponto de partida de um assunto, avaliação diagnóstica, uso das Tecnologias da Informação.

Todas as Reformas realizadas nas décadas de 80 e de 90 tinham em comum rever os princípios da Matemática Moderna: articular vida/escola; construir a Matemática através de problemas relacionados com outras disciplinas; enfatizar a atividade do aluno; rever o papel construtivo do erro e a avaliação como diagnóstica; valorizar os cálculos de probabilidade, estatística, estimativa; trazer temas da sociedade atual.

É muito importante que o aluno, lançando mão de seus conhecimentos, estabeleça analogias entre os vários temas matemáticos e também entre estes e as demais áreas do saber, incluindo situações do dia-a-dia. Através do levantamento de hipóteses, tentativas, utilizando conceitos já construídos para resolver problemas, e principalmente relacionando idéias matemáticas, sugere-se que o discente poderá, de forma eficaz, construir novos conceitos.

Aos poucos deixando a idéia da linearidade dos conteúdos observada nos currículos e aproximando a idéia de rede, interação, relação, conexão.

Ainda hoje, notamos fortemente que há nos currículos de Matemática alguns mitos que prevalecem, herdados do Movimento da Matemática Moderna, por exemplo, a linearidade e a acumulação. Os conteúdos devem ser dados,

obedecendo a uma determinada ordem, há uma sucessão de assuntos, seja por motivos de pré-requisitos, ou outros. Muitos educadores também estão convictos de que o conhecimento matemático é algo que vai se acumulando.

Essa forma de pensar cristalizada não colabora com mudanças curriculares necessárias à nossa época, impedindo inclusive a incorporação de novidades no campo pedagógico.

Somos lembrados por Pires (2000, p. 11) que a Matemática Moderna foi uma reforma preocupada em se ter uma Matemática útil para a técnica, para a Ciência e para a economia moderna, ou seja, estava servindo a modernização econômica daquele tempo, naquele contexto, mesmo com todo exagero de simbolismo, noções muito abstratas, privilégio do pensamento tecnológico e científico.

Tanto que seu ideal é colocado em xeque quando se inicia posteriormente, os primeiros debates sobre resolução de problemas, fazer a ligação da Matemática com a vida real, valorizar os métodos e não só os conteúdos, a utilização de materiais diversos no ensino, como as calculadoras.

Já são as novas propostas se contrapondo aos ideais da Matemática Moderna, enfatizando uma forma mais sensata, progressiva e natural para se aprender. Porém, para o aluno, os conhecimentos devem ter significados de forma que o leve a resolver problemas de seu cotidiano e a relacionar com outros objetos de conhecimento ou acontecimentos.

Contudo, Pires (2000) observa:

Algumas marcas da implantação do movimento – como o trabalho com conjuntos no início de quase todas as séries, de forma desvinculada do restante, a predominância dos temas algébricos sobre os geométricos, o tratamento da Geometria como um tema ilustrativo dos conjuntos ou da Álgebra – têm diminuído consideravelmente nos últimos anos. No entanto, parece não haver entre os educadores uma consciência profunda do significado e da necessidade dessas mudanças. (PIRES, 2000, p. 34).

Hoje se diz em utilizar nas aulas de Matemática: o computador, a Internet, a história, trabalhar com projetos envolvendo eixos temáticos, dar uma maior atenção para o mundo do trabalho, globalização, outras Tecnologias, meio-ambiente, enfim, inserir o ser humano no universo das relações simbólicas, favorecendo-o de maneira que exerça sua capacidade para criar e para criticar a cada momento.

A escola deve estabelecer diálogo com a sociedade, repensar o processo de planejamento, trabalhar com a interdisciplinaridade. Nesse aspecto, em geral, a disciplina Matemática fica sempre isolada e os seus professores são, muitas vezes,

neutros, não se envolvem com colegas de outras áreas para desenvolverem trabalhos/projetos em conjunto.

A Matemática também pode discriminar quando é usada como meio para selecionar indivíduos, portanto, é importante propor aulas estimulando a participação, valorizando as iniciativas, os avanços individuais, o respeito mútuo, mudando esse aspecto negativo da matéria.

Para Pires (2000), a inserção do indivíduo no mundo das relações simbólicas (Ciência, religião, arte, outros) é essencial para que ele possa fazer uso e até criar novos conhecimentos e completa:

Assim sendo, é preciso apresentar-lhe a Matemática como Ciência aberta e dinâmica, que teve uma evolução histórica e que tem a capacidade de adaptação a novas situações. (PIRES, 2000, p. 157).

O modelo “reflexão-ação-reflexão” tem colaborado com resultados positivos em algumas escolas.

Pires (2000) sugere trabalhar os conteúdos em rede. No caso, escolheria um tema de projeto por bimestre. Ângulo seria trabalhado no segundo bimestre da 5ª. Série, o eixo temático teria o tema: O lugar onde vivemos: figuras e formas. Ângulos e lados fariam conexões com polígonos; volumes, perímetros e áreas; planificações de sólidos. Estes, por sua vez, fariam conexões com outros assuntos e assim por diante. O trabalho desenvolvido por eixos temáticos estimula a interdisciplinaridade e a contextualização.

Para a autora, a importância da Geometria deve ser enfatizada, “pelo fato de explorar o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento, que permite compreender, descrever e representar o mundo em que vivemos de forma organizada”. (PIRES, 2000, p. 175).

Conclui, “a discussão sobre currículos de Matemática, ou de qualquer outra disciplina, só tem sentido se a inserimos no cenário atual, tendo o futuro como perspectiva” (PIRES, 2000, p. 202). Os currículos estão condicionados à identidade local e variável.

## 1.4 Uma Visão Atual do Ensinar e Aprender Matemática

A seguir, destacamos as reflexões de Lima (2003) e logo após, algumas aplicações/contribuições de Vygotsky à Educação Matemática trazidas por Moysés (1997). Por fim, trazemos um pouco do pensamento de D'Ambrosio (1996, 1999).

Segundo o matemático Elon Lages Lima (2003), são indispensáveis três qualidades para a aprendizagem da Matemática: a perseverança, a dedicação e a ordem no trabalho. Dessa forma, toda pessoa de inteligência média, se tiver uma orientação adequada e estiver disposta, pode aprender a Matemática do Ensino Fundamental.

Lima (2003) também destaca dois motivos para o mau resultado no ensino dessa disciplina: “pouca dedicação aos estudos por parte dos alunos (e da sociedade que os cerca, a começar pela própria família) e despreparo dos seus professores nas escolas que frequenta.” (p. 3). Mas destaca outros: descaso oficial pelo sistema escolar, falta de reconhecimento nacional sobre a importância da Educação no progresso de um país, o conhecimento matemático é encadeado e cumulativo provocando uma ansiedade matemática.

O autor defende que para o ensino/aprendizagem da Matemática é necessário esforço e trabalho persistente. Além do bom professor, ou seja, aquele que conhece muito bem o conteúdo e deseje realmente transmitir esse assunto, vibre com a matéria a ser ensinada, se interesse pelas dificuldades de seus alunos e procure ajudá-los. O professor deve levar em conta a natureza dos alunos aos quais destina essa matéria.

Propõe algumas melhorias como: resolver o salário e a qualidade dos professores; realizar anualmente um exame nacional para habilitação de professores, com uma tabela salarial para os aprovados; ensino até 8ª. série obrigatório com o mesmo currículo em todo o país; instituição de programas de capacitação; classificar o Ensino Médio em acadêmico e profissional.

Os três componentes fundamentais para o ensino da Matemática são: Conceituação, Manipulação e Aplicações. Deve haver um equilíbrio entre eles, para que o aluno tenha o interesse e a capacidade para empregar no futuro, as técnicas aprendidas, a clareza de idéias, o hábito de pensar e agir ordenadamente.

Lima (2003) refere-se aos três componentes como “uma espécie de tripé que sustenta o ensino da Matemática”. (p. 207). A conceituação é importantíssima para o bom resultado das aplicações, compreende a formulação correta e objetiva das definições matemáticas. A demonstração pertence a esse componente. Demonstrar é uma forma de convencer sempre com base na razão, é essencial pelo seu valor educativo. Na escola é importante aparecer demonstração fácil e elegante, sem ser óbvia. A manipulação permite a habilidade e a destreza no manuseio da Álgebra, das construções geométricas elementares, desenvolvimento de atitudes mentais automáticas, colaborando em concentrar a atenção no que é fundamental, sem perda de tempo e energia.

As aplicações das teorias da Matemática para obter resultados, conclusões e previsões são a razão principal do ensino da Matemática, quer seja para a resolução de problemas do dia-a-dia ou em áreas mais científicas, tecnológicas ou sociais. Desenvolve a criatividade e recompensa o esforço de aprender.

Nas décadas de 60 e 70, no ensino ocorrido com a Matemática Moderna, predominava exclusivamente a conceituação. A manipulação e aplicações nem apareciam.

Por outro lado, hoje a manipulação é a mais difundida nos livros-texto adotados nas escolas. As salas de aulas estão repletas de listas de exercícios e exames, envolvendo cálculos que não motivam os alunos, pois não estão relacionados com o cotidiano, nem com outras Ciências e nem com outras áreas da própria Matemática. Não exigem criatividade. Servem para o adestramento dos alunos. (LIMA, 2003).

Um grande desafio para o professor é encontrar aplicações significativas para o conteúdo que está expondo. A aplicação é a parte mais atraente para os alunos que estudam Matemática, portanto, deveria ser a constante preocupação do professor, deveria fazer parte das aulas e ser tema de trabalhos em grupo entre professores. A falta de aplicação para os temas estudados é um dos maiores defeitos no ensino da Matemática hoje e também uma das grandes dificuldades.

Cada assunto novo deveria ser iniciado com um problema que requeresse do uso dessa matéria a ser aprendida, sem o uso de palavras envolvendo o assunto. Para resolver problemas desse tipo, é necessária a familiarização com a conceituação dos objetos matemáticos. Sabemos que os problemas da vida não aparecem acompanhados de fórmulas.

O professor que conseguir obter um equilíbrio entre as três componentes, com certeza, estará mais próximo para conseguir êxito na sua missão de educar. Para que possamos preparar jovens para a vida moderna é imprescindível que o ensino da Matemática seja eficaz e associe-se frente às novas descobertas, aos novos desenvolvimentos e recentes aplicações.

A Matemática possui vantagens, pois às vezes apresenta-se como arte fazendo conexões entre diversas teorias; outras vezes, é instrumento para aplicações simples e também para as complexas; é linguagem precisa e geral e, é tida como desafiadora desde os tempos primórdios. Ela serve ao homem e é construída por ele, está implícita na nossa vivência.

Necessitamos mudar a mentalidade dos professores que possuem ainda atitudes herdadas da Matemática Moderna, nossas aulas devem ter sentido e ser importante para a vida moderna, por isso precisamos urgentemente estabelecer o significado e a definição dos conceitos matemáticos para nossos alunos.

A utilização de outras Ciências, Tecnologias e Informática são importantes, mas devemos saber seus limites, principalmente da utilização dos computadores, no ensino da Matemática. Devemos priorizar o desenvolvimento mental dos jovens e prepará-los para executar tarefas que efetuarão em suas vidas adultas.

O professor deve receber uma formação adequada e ainda, sua formação continuada deve ser uma tarefa permanente. A formação, de uma forma geral, é considerada de baixo nível intelectual, não traz o conhecimento da Matemática a ser ensinada posteriormente, não tem atrativos. (LIMA, 2003).

Aqui observamos que o professor iniciante, na maioria das vezes, depende dos livros-texto para preparar suas aulas e ter domínio sobre o que deve ensinar. Há uma variedade de livros no mercado, mas em geral, todos apresentam problemas. Alguns são muito densos, com uma linguagem inadequada para determinadas faixas etárias, ou são superficiais, ou apresentam problemas conceituais. Quando são adequados em termos de conteúdos, as atividades não são apropriadas. Com o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) – programa voltado à distribuição de obras didáticas aos estudantes da rede pública do Ensino Fundamental - houve uma melhoria na qualidade dos livros, mas temos ainda um longo caminho até atingirmos um nível de excelência nos livros-texto editados no Brasil. Como os autores, em geral, buscam orientações em livros publicados anteriormente, muitos problemas não são solucionados e acabam se repetindo em livros de várias edições e editoras.

Há décadas nos faltam livros com qualidade científica e didática. Alguns professores, quer sejam pelo seu esforço, talento, persistência, vocação, se sobressaem e superam todos os obstáculos, mas infelizmente acontece isso com uma minoria. (LIMA, 2003).

Hoje em dia, as escolas particulares, podendo pagar melhores salários, contratam profissionais “melhores”, contribuindo com a elite do conhecimento, pois só quem pode pagar tem acesso a essa Educação, fato que prejudica os jovens menos favorecidos economicamente.

A criança deveria aprender, nas quatro séries iniciais (independente da escola ser particular ou pública), a efetuar as operações fundamentais envolvendo números inteiros, frações e decimais, solucionar problemas concretos, familiarizar-se com as figuras geométricas, calcular comprimentos, áreas e volumes, e utilizar o sistema métrico decimal.

Porém, nem sempre esses tópicos são aprendidos. Para se aprender Matemática, talvez diferentemente das outras disciplinas, exige-se um pouco mais de concentração, atenção, cuidado e ordem no trabalho, mas nenhuma habilidade especial.

Uma das muitas dificuldades encontradas é a tendência dos brasileiros (dominantes) em copiar modelos educacionais de outros países onde a realidade nada se assemelha à nossa, implanta-se algo de forma errada, não muito bem entendida e ainda, sem a prática de exercer a autocrítica. Foi assim que aconteceu com a Matemática Moderna, depois a resolução de problemas, o construtivismo, etc. (LIMA, 2003).

Agora vamos colocar algumas idéias e a experiência realizada por Moysés (1997). De acordo com a autora, no meio à crise pela qual passa a Educação, surge a teoria sócio-histórica da psicologia, que tem por objetivo o estudo da relação teoria/prática, como opção para se trabalhar o processo de construção de conhecimento de melhor qualidade.

Para tanto, torna-se indispensável que o conhecimento seja aprimorado de forma a atender às exigências de hoje e ainda, entender as relações existentes entre escola e sociedade, pois a escola almeja que o professor pesquisador seja um grande auxílio para a busca de soluções tanto no campo científico como nas outras dificuldades as quais enfrenta.

Para alguns autores, a Educação não é neutra, ela foi e é muito utilizada pelos poderosos a fim de servir como mediação para defender os seus interesses do capital, reproduz as relações sociais e mantém as relações de produção que já existem. Para outros, a Educação deve se interessar pelo sujeito e priorizar o aspecto cultural.

Não se pode ignorar, portanto, as novas exigências de conhecimentos científicos e tecnológicos além de mão-de-obra qualificada, daí a preocupação com a transmissão de conhecimentos. O discurso atual é sobre a qualidade do ensino e da Educação em geral.

Percebe-se que a Educação é fator essencial para se obter o progresso dos países, é necessário que os indivíduos sejam críticos, abusem da criatividade e saibam agir diante das mais variadas situações do ambiente à sua volta. Sejam valorizados e preparados para exercer sua cidadania.

A teoria sócio-histórica da Psicologia, baseada principalmente nos pensamentos de Vygotsky e alguns colaboradores, tem como marcos teóricos: mediação, processo de internalização, zona de desenvolvimento proximal e formação de conceitos. Suas idéias foram influenciadas pela filosofia de Marx e Engels, por isso estudou os fenômenos psíquicos a partir do método dialético. Defendia que o comportamento do homem tinha que ser analisado como um todo. Seus estudos trazem conceitos essenciais para a Educação. Um de seus primeiros trabalhos foi estudar as formas de vida consciente do homem nas formas histórico-sociais de sua existência.

Para Vygotsky (1998a) o ser humano permite incorporar estímulos (que podem ser artificiais ou autogerados – chamados de signos) durante o seu desenvolvimento, mediando as suas ações e estabelecendo relações entre as idéias.

O uso de signos conduz os seres humanos a uma estrutura específica de comportamento que se destaca do desenvolvimento biológico e cria novas formas de processos psicológicos enraizados na cultura. (VIGOTSKY, 1998a, p. 54).

O processo de internalização acontece quando os signos externos transformam-se em signos internos para o sujeito através da interação social, mostrando como se dá o desenvolvimento das formas externas de comportamento mediado.

De acordo com Vygotsky (1998a):



Podem-se distinguir, *dentro* de um processo geral de desenvolvimento, duas linhas qualitativamente diferentes de desenvolvimento, diferindo à sua origem: de um lado, os processos elementares, que são de origem biológica; de outro, as funções psicológicas superiores, de origem sócio-cultural. (p. 61).

Chamamos de *internalização* a reconstrução interna de uma operação externa. (p. 74).

Ainda segundo esse autor, o aprendizado deve estar, de alguma forma, combinado com o nível de desenvolvimento do sujeito. Foram determinados dois níveis de desenvolvimento, pelo menos.

O primeiro pode ser chamado de *nível de desenvolvimento real*, isto é, o nível de desenvolvimento das funções mentais da criança que se estabeleceram como resultado de certos ciclos de desenvolvimento já *completados*. (VYGOTSKY, 1998a, p. 111).

O segundo, chamado de nível de desenvolvimento potencial, ou seja, na criança seria “determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes.” (VYGOTSKY, 1998a, p. 112).

Portanto, a distância entre esses dois níveis de desenvolvimento é chamada de zona de desenvolvimento proximal.

A zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação, funções que amadurecerão, mas que estão presentemente em estado embrionário. (VYGOTSKY, 1998a, 113).

Sobre a formação de conceitos, Vygotsky (1998b, p. 104) coloca:

O desenvolvimento dos conceitos, ou dos significados das palavras, pressupõe o desenvolvimento de muitas funções intelectuais: atenção deliberada, memória lógica, abstração, capacidade para comparar e diferenciar. Esses processos psicológicos complexos não podem ser dominados apenas através da aprendizagem inicial.

E esclarece que durante o desenvolvimento intelectual do sujeito, há interação entre os conceitos espontâneos (aprendidos no dia-a-dia) e os conceitos científicos (aprendidos na escola).

Na escola, deve haver um processo de interação entre professor e aluno. O professor deve ser o mediador entre o aluno e o objeto de conhecimento. Deve buscar no aluno as idéias relevantes para serem o início do que se quer ensinar, e a partir daí, ajudá-lo a ampliar seu esquema mental fazendo-o avançar. Ainda, verificar se o aluno entendeu a sua fala, fazê-lo explicar e estabelecer relações com outros temas. E, se preciso, orientá-lo a modificar suas concepções. O principal mesmo é que haja o compartilhamento dos significados para que a compreensão se faça presente.

Contudo, um constante obstáculo para o professor é saber do alcance dos significados e sentidos que seus alunos atribuem à sua fala. Até livros didáticos promovem confusão de conceitos pela maneira como são escritos.

As disciplinas escolares, a criatividade, a consciência do aprendiz e as atividades em grupos (compartilhadas) são fatores que auxiliam no desenvolvimento cognitivo e na aquisição de conhecimento. A utilização de materiais figurativo-concretos deve levar às abstrações e às generalizações. Expor o próprio pensamento para outros ajuda a organizá-lo. É fundamental a interdisciplinaridade para uma compreensão mais completa do que se está estudando.

A Matemática escolar deve ser ensinada da forma como é praticada fora do ambiente escolar, deve ter sentido para o aluno, deve ser discutido o seu papel político.

Conforme as idéias de Vygotsky, citadas anteriormente, a aprendizagem dos conceitos deveria ter suas origens nas práticas sociais, resultando a preocupação com a contextualização do ensino.

Moysés (1997) destaca no Brasil o pesquisador Ubiratan D'Ambrosio, que preocupado com a Psicologia, a Matemática e os aspectos socioculturais, criou a Etnomatemática, uma nova área de pesquisa da Educação Matemática. E que também defende que o professor deve assumir o papel de docente/pesquisador como um dos fatores para se melhorar a qualidade do ensino.

Portanto, torna-se necessário que os cursos de licenciaturas ofereçam formação teórica e prática adequadas, desenvolvam trabalhos que falem em contextualização, que tenham significados e que estabeleçam relação entre conceito científico e conceito espontâneo.

Os conteúdos devem servir primeiro para resolver situações da vida e não simplesmente problemas propostos pela escola. As simbologias, as fórmulas matemáticas devem ser compreendidas pelo aluno, devem ter sua razão de ser. O contexto ajuda na aprendizagem, pois ele não permite perder o raciocínio para se resolver um problema. A aritmética oral preserva o significado durante o cálculo.

Resumindo, para que se tenha um ensino de Matemática de qualidade é preciso contextualizar esse ensino, levar o aluno a relacionar significados, avançar para se compreender os algoritmos envolvidos e providenciar meios para que o aluno perceba, na prática, a aplicação desses algoritmos.

O professor deve dar novos significados aos conceitos reconhecidos pelo aluno, levando-o a ampliar esse conhecimento. Enfatizar o aspecto qualitativo. Preocupar-se não só com a realidade estudada, mas também com a busca de soluções e transformação dessa realidade, ou seja, com a dimensão política.

A ação prática pode substituir muitas vezes os livros didáticos e os cadernos. É importante que também o professor seja sujeito desse novo processo de aprendizagem. Por isso, torna-se indispensável que o professor esteja sempre se atualizando, participando de cursos para que tenha formação continuada.

Entretanto, é preciso que o professor observe alguns pontos na condução de seus trabalhos. São eles: precisa dar voz ao aluno, aceitar outro ritmo para suas aulas (o que vai depender de seu aluno) e dispor de recursos materiais.

Levar o aluno a substituir o conhecimento espontâneo pelo científico através de atividades requer tempo e se dá gradualmente. A linguagem matemática é simbólica, portanto, exige familiaridade para ser compreendida. A apreensão dos significados vai sendo feita aos poucos, a cada atividade com novas inferências. A formação de conceito demanda tempo e depende do nível de desenvolvimento de cada pessoa.

A situação lúdica promove motivação para o aluno e também contextualiza, clareando o enunciado de um problema para que seja resolvido, evitando respostas absurdas. O uso de desenhos, representações e esquemas facilitam a compreensão. O material do aluno deve ser organizado de forma que ele visualize as tarefas enquanto as realiza.

Segundo Moysés (1997), ao final de sua pesquisa, envolvendo uma classe do Ensino Fundamental numa escola pública e a aplicação da teoria de Vygotsky, conclui:

... no que diz respeito à aquisição de conhecimento, a teoria sócio-histórica mostrou-se capaz de favorecer a aprendizagem dos alunos. Ou seja, em linhas gerais, permitiu que eles se apropriassem do conhecimento, reelaborando-o de forma própria, entendendo seu sentido. (MOYSÉS, 1997, p.130).

Nos trabalhos em grupo, quando o aprendiz contrapõe o seu pensamento com o do outro e percebe semelhanças e diferenças, ele aprende. Mas, se conversas paralelas e distrações aparecerem, a aprendizagem será prejudicada.

O uso da teoria da Psicologia de Vygotsky confirmou ganhos em diferentes aspectos como o afetivo e o aumento da auto-estima dos alunos. Mostrou-se viável na realidade das escolas. Revelou-se como uma valiosa ajuda para o professor

implementar práticas pedagógicas, favorecendo um ensino cheio de significados e com aplicações no dia-a-dia. (MOYSÉS, 1997).

Para implementarmos essa teoria à realidade brasileira, seria necessário que houvesse nos cursos de licenciatura um embasamento consistente para se pôr em prática a teoria. Também contar com professores que queiram adotar essa nova base teórica em suas atividades e com algumas condições a serem providenciadas pelos órgãos responsáveis pela Educação pública que seriam: proporcionar um clima pedagógico no interior da escola que favoreça a aprendizagem; trabalhar na escola com uma proposta pedagógica baseada na teoria sócio-histórica; disponibilizar recursos materiais e tecnologia.

De acordo com a experiência realizada por Moysés (1997), algumas sugestões foram apontadas tais como: intensificar a atividade coletiva; levar o aluno a desenvolver atitudes compatíveis com esse tipo de atividade; planejar atividades diversas para atender ritmos variados de alunos ou de grupos; organizar horários, quando possível, para que haja dois professores numa mesma série e de mesma disciplina; fazer monitores os alunos mais adiantados para auxiliar os que têm mais dificuldades.

Se o professor começar por ele mesmo ser sujeito do seu próprio processo de construção de conhecimento, fazendo coincidir o que é ensinado com o que é praticado, pode-se alcançar um ensino de melhor qualidade.

Por fim, trazemos a reflexão feita por D'Ambrosio (1996, 1999). Para este pesquisador, a disciplina Matemática é vista como:

... uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural. (D'AMBROSIO, 1996, p. 7).

Para ele, a missão maior dos educadores é atingir a paz total, conseguida através da prática da ética da diversidade, ou seja, respeitando as diferenças, tendo solidariedade e cooperação com os outros. Atingindo melhor qualidade de vida e maior dignidade da humanidade, levando o sujeito a se sentir em paz consigo mesmo.

Mais importante que programas e conteúdos é o aluno. Conhecimento é comportamento, permite a interação do indivíduo com o seu meio ambiente. É a relação dialética do saber/fazer e que utiliza a comunicação. "Assim podemos ver o

comportamento como o elo entre a realidade, que informa, e a ação, que modifica a realidade.” (D’AMBROSIO, 1996, p. 22).

A História da Matemática é fundamental para perceber a criação, o desenvolvimento e a utilização de teorias e práticas matemáticas dentro de determinada realidade e época. Porém, precisamos da Matemática para hoje, dar maiores enfoques a situações contemporâneas, imediatas. Saber equilibrar esses dois aspectos. É importante também quando for falar de história ter uma visão do presente e do futuro.

O desafio é desenvolver um programa dinâmico e de interesse dos alunos. Hoje, o rigor científico é outro e a diversidade cultural afeta muito a Matemática. O uso de computadores, das calculadoras, das comunicações e da informática em geral também deve estar presente na Educação.

Torna-se necessário também repensar a avaliação de forma que sejam transparentes os seus esquemas e que seus resultados sejam expostos, e ainda não sejam classificatórias.

O currículo deve ser definido entre os alunos e os professores de cada comunidade com suas características locais. Por isso, testes padronizados e nacionais são um absurdo, trazem efeitos negativos nos aprendizes e nada dizem sobre a aprendizagem. (D’AMBROSIO, 1996).

Constata-se a incapacidade de transferir o conhecimento matemático para uma situação nova. As teorias de aprendizagem privilegiam um saber/fazer repetitivo em vez de desenvolver algo dinâmico e estimular a colaboração dos sujeitos para buscar ações e o bem comum.

Para D’Ambrosio (1996, p. 68), “currículo é a estratégia para a ação educativa”. Devem ser analisados os seus objetivos, os seus conteúdos e os seus métodos.

Também sugere alguns modelos de avaliação que seriam:

1. Relatório-avaliação, no qual o aluno entregaria por escrito na aula seguinte para o professor e que constaria uma síntese da aula, bibliografia não fornecida pelo professor e comentários do aluno.
2. Resumo analítico de leituras, filmes, vídeos, teatro, ouvir uma música, assistir a um jogo, ou qualquer experiência que deve ser analisada e interpretada.
3. Ensaio-resenha que seria entregue no final do curso, de natureza monográfica.

O professor começaria a aula fazendo um comentário sobre os relatórios selecionados, sem identificar os alunos, apontando erros e acertos, aspectos positivos e negativos para motivar explicações.

Os relatórios teriam o objetivo de estimular reflexões sobre o processo de aprendizagem do aluno. O próprio estudante teria consciência de seu progresso e de suas limitações. Segundo D'Ambrosio (1996, p. 77), "a falta de capacidade é muito difícil de se definir e, como educadores, não nos cabe reprovar". A reprovação ou seleção de pessoas não é tarefa da Educação.

A avaliação deve ser uma orientação para que o professor saiba conduzir a sua prática docente, de forma que possa gerenciar o processo de aprendizagem, interagindo com o aluno na produção de novos conhecimentos e fazendo uso da pesquisa para aprimorar tanto sua teoria como sua prática.

Um ideal de bom professor tem dedicação e preocupação com os alunos. Passa o conhecimento por meio de uma doação, mostra os truques que conhece. Faz do aprender ser um prazer. Abre espaço para a manifestação do conhecimento do aluno. Possui a característica de pesquisador. Reconhece ser sua ação um ato político, daí a importância de seu conteúdo estar relacionado com o mundo atual. No processo, tanto alunos como professores devem crescer social e intelectualmente.

O aspecto experimental da Matemática deve retornar às salas de aula. Trabalhar com projetos é bom para que o ensino seja útil, tenha sentido, seja interessante. Utilizar calculadoras. Fórmulas e teoremas fazem parte também da Matemática, mas para a grande maioria, é totalmente inútil. Os noticiários sobre economia, os jogos, a construção de papagaios e outros, são grandes oportunidades para se discutir Matemática. (D'AMBROSIO, 1996).

Observamos que a inutilidade das fórmulas e teoremas seria do ponto de vista imediato, pois servem para valorizar o pensamento lógico, a capacidade de síntese e de coerência.

D'Ambrosio (1996) também coloca que a contextualização da Matemática é essencial para todos, fundamental para conseguirmos atingir uma sociedade com justiça social. A cultura popular não deve ser ignorada, e se for devidamente contextualizada não tem como dizer que uma forma de ensino é superior ou mais eficiente que outra.

Para o pesquisador em Matemática quanto maior for o acesso a instrumentos e técnicas intelectuais, contextualizados, maior será a capacidade de resolver novas

questões e chegar a uma solução. Aprender é a capacidade de explicar, de compreender, de enfrentar criticamente situações novas.

Contudo, não podemos ignorar que um pesquisador em Matemática também se apóia em conceitos abstratos.

D'Ambrosio (1996) coloca que transmitir teorias e praticar exercícios repetitivos são duas alternativas que não fazem evoluir os processos cognitivos. Somos desafiados a ser capazes de interpretar capacidades e a própria ação cognitiva não de maneira estável. Reconhecer o sujeito como um todo, dentro de um contexto histórico e que está em evolução permanente. Desenvolver sua criatividade e levá-lo a atingir a paz interior.

Não deixemos também de analisar um outro item com relação às atitudes dos professores. Como bem explica D'Ambrosio (1999):

Como age o professor, que é um agente da sociedade com a responsabilidade de preparar as gerações para a vida futura? É importante lembrar que a ação do professor e dos sistemas educacionais em geral mostrará seus defeitos somente no futuro. Um futuro que ninguém conhece. Um futuro no qual estarão agindo as crianças que hoje a sociedade confia a nós, educadores. (D'AMBROSIO, 1999, p. 14).

A responsabilidade de educar é muito grande, é tentar transformar uma criança num adulto criativo, capaz de viver em grupo (sociedade) e que exerça seus direitos e deveres dentro de um determinado contexto de espaço e tempo, usufruindo das metodologias e tecnologias disponíveis.

Para D'Ambrosio (1999, p.15), a diferença entre ser educador e ser professor se distingue em duas missões:

... a do **educador**, aquele que promove a educação, e a do **professor**, aquele que professa ou ensina uma Ciência, uma arte, uma técnica, uma disciplina.

Seguindo novos avanços, muitas coisas mudaram. A escola sofre uma concorrência com os meios de comunicação e as novas Tecnologias. Hoje o aluno tem contato com filmes de ficção científica, galáxias, naves espaciais, armas de destruição em massa, e tantas outras que podem ser vistas no cinema, TV, lidas em jornais e revistas, Internet e discutidas pelos jovens, ou seja, assuntos bem mais interessantes que os vistos na escola. Para D'Ambrosio (1999):

Muito diferente daquilo que está nos currículos, que é desinteressante, obsoleto, e, na sua grande parte, inútil. Nada resulta da experiência, tendo portanto um caráter de artificialidade e irrealdade. O mundo atual está a exigir outros conteúdos, naturalmente outras metodologias, para que se atinjam os objetivos maiores de criatividade e cidadania plena. Isso exige entender melhor o homem, a humanidade e o conhecimento. (D'AMBROSIO, 1999, p. 20).

D'Ambrosio (1999) diz que Educação não é treinamento. É conhecimento, é algo que diz respeito somente à espécie humana e a sua história, tem a ver com vontade e está sempre se transformando. Essa história não é apenas uma listagem de acontecimentos, datas, nomes, etc. (é claro que tudo isso é importante), mas essa história tem que identificar a ideologia subentendida num contexto mais amplo.

Cada conhecimento disciplinar tem seu modo de explicar, de fazer, de pensar, de prever comportamentos e fenômenos, tem sua história. No fim do século XVIII, a História Geral ficou de lado e surgiram a História da Matemática, a História Econômica, a História Social, e outras. Cada disciplina pode contar sua história baseada em fatos, datas, nomes, etc., a qual se dá o nome de história internalista, ou seja, a história se confunde com um processo de (re)formulação de conceitos. O conhecimento se dá como um todo, cognitiva e historicamente, apesar de não ser apresentado dessa maneira na maioria das vezes.

Recorrendo à Matemática, todos os que passaram por um curso médio estarão lembrados que a Matemática elementar é apresentada em subdisciplinas: aritmética, álgebra, geometria, trigonometria. Cada uma obedece a um desenvolvimento rigoroso. Esse rigor vai se aprimorando e chega a refinamentos que tornam extremamente difícil o acesso a todos os detalhes da elaboração do corpus do conhecimento. (D'AMBROSIO, 1999, p. 26).

Para D'Ambrosio (1999) somente com uma visão total, geral da História, juntamente com o conhecimento é que se conseguirá restabelecer a paz em todas as suas esferas, ou seja, a paz interior, a paz social, a paz ambiental e a paz militar.



## **CAPÍTULO 2: ÂNGULO: CONCEITUAÇÕES E ABORDAGENS EM PRODUÇÕES DIDÁTICAS**

Neste capítulo, trazemos mais alguns aspectos do cotidiano do professor, falamos sobre a Geometria na História, discutimos algumas formas de abordagens em produções didáticas sobre ângulo e finalizamos com as definições distribuídas por categorias.

### **2.1 Outros Aspectos do Cotidiano do Professor**

O dia-a-dia do professor está envolvido com alguns padrões como as leis, os livros didáticos, as propostas curriculares e outros, e muitas vezes surgem dúvidas sobre o que o professor pode ou não realizar em sala de aula, como bem explica Fracalanza et al. (1986):

Para se chegar à solução do dilema e ao exercício da docência consciente e crítica, é necessário que se comece a clarear, para o professor, as amarras que o sistema educacional, social e político lhe impõem, a fim de que possa compreender as causas de seus problemas e trabalhar por efetivas soluções dos mesmos. (FRACALANZA et al., 1986, p. 16).

Na área da Educação, a situação se torna crítica, pois muitas vezes, os educadores passam simplesmente a executar programas preestabelecidos pelas leis, a fim de se ter a sociedade “desejada”. Também observamos que as leis sejam elas federais, estaduais ou municipais, carregam a posição política de quem as elaborou. E, se no caso for mais democrática, a participação dos educadores se torna fundamental na busca dessa liberdade social e individual.

Outro fator a ser considerado é em relação ao livro didático, desde a análise até a sua escolha e utilização como um dos apoios do professor no seu cotidiano. Professores adotam um livro, pedem então para que o aluno compre e use, ou, ainda, o aluno recebe do governo do Estado de São Paulo determinado livro que é seguido pelo professor. Há outros professores que, apesar de não indicarem nenhum livro, em suas aulas, apresentam atividades e exercícios bem parecidos com os do livro. De acordo ainda com Fracalanza et al. (1986):

O livro didático pode ser caracterizado como o agente cultural que:  
. é ligado ao currículo previsto pela escola;

- . seleciona conteúdos habitualmente considerados relevantes e apropriados às séries escolares para as quais foram elaborados;
- . desenvolve os conteúdos de forma simplificada, tendo em vista o estudante que deve aprender;
- . apresenta os conteúdos conforme seqüência considerada adequada. Alguns a chamam de seqüência lógica e outros, didática. (FRACALANZA et al., 1986, p. 26).

Porém, nem sempre isso acontece, pois o livro não se adapta a todas realidades vividas em ambientes e alunos diferenciados. Apesar de ser um riquíssimo recurso didático é também algo muito padronizado em conteúdos e exemplos, o que não deixa de ser uma falha feita pelos críticos. De qualquer jeito, o livro didático talvez seja o único texto que muitas pessoas terão acesso em suas vidas devido ao baixo poder aquisitivo da maior parte da população.

Há muitas pesquisas sobre o livro didático e a escolha do livro como foco, como objeto de investigação. Na opinião de Fracalanza (2005), isso tem acontecido devido a dois fatores principais. O primeiro tem a ver com o aumento da demanda, tanto de alunos a partir dos anos 60, e conseqüentemente dos professores, que na maioria das vezes, são formados com deficiências em seus cursos e sem chances em realizar atualizações. Adotam o livro como único recurso auxiliar em suas aulas. O segundo fator diz respeito às propostas assistencialistas do Estado através da distribuição gratuita dos livros-texto, já que grande parte dos alunos das escolas públicas pertence às famílias com baixo poder aquisitivo.

Interessante destacar que numa dessas pesquisas sobre o livro didático de Ciências no Brasil, muitas inadequações e erros conceituais foram constatados nos livros estudados. No entanto, poucas alterações significativas aconteceram. Algumas conclusões dessa pesquisa são: valorizavam recursos pedagógicos adaptados de projetos norte-americanos entre outros, enfatizavam que a divulgação dos conhecimentos acumulados e a realização de novas pesquisas eram ações extremamente necessárias no âmbito acadêmico. O livro didático acaba refletindo as condições de ensino no país e ajuda, inclusive, a reforçar tais condições.

Em nosso país, o livro didático pertence ao aluno nas primeiras e segundas séries, podendo ser preenchido, é considerado descartável. Todos os anos, esses livros são adquiridos em grandes quantidades. A partir das terceiras séries, o livro didático pertence à escola, isto é, apesar de ser entregue ao aluno no começo do ano letivo para seu uso individual, este deve ser devolvido em bom estado de conservação ao final do ano.

Já os livros utilizados a partir da 5ª. série do Ensino Fundamental até a 3ª. série do Ensino Médio são escritos para disciplinas específicas, podendo o aluno receber dois ou mais livros, observando a devolução dos mesmos ao final do ano letivo.

Entre o final dos anos de 1960 e início de 1990, toda aquisição dos livros era centralizada em Brasília. Atualmente, estão sendo descentralizados tanto recursos como decisões para a compra do livro para os Estados e ainda, alguns Estados descentralizando para municípios e escolas.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1998a):

O ensino passou a ter preocupações excessivas com formalizações, distanciando-se das questões práticas. A linguagem da teoria dos conjuntos, por exemplo, enfatizava o ensino de símbolos e de uma terminologia complexa comprometendo o aprendizado do cálculo aritmético, da Geometria e das medidas.

No Brasil, o movimento Matemática Moderna, veiculado principalmente pelos livros didáticos, teve grande influência durante longo período, só vindo a refluir a partir da constatação de inadequação de alguns de seus princípios básicos e das distorções e dos exageros ocorridos. (PCN, 1998a, p. 19,20).

Na tentativa de se atualizar o currículo escolar, em 1º. de setembro de 1998, tendo como Presidente da República, Fernando Henrique Cardoso, foram entregues aos professores os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 5ª. a 8ª. séries – Ensino Fundamental, criados pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC) no intuito de contribuir para a organização do processo de ensino-aprendizagem de uma forma mais concreta, apoiados em normas legais.

Em sua carta de apresentação, o presidente ressalta que só mudaremos o país se houver transformações significativas na Educação básica, todos tendo acesso à Educação com ensino de qualidade, introduzindo valores como respeito e solidariedade e a prática da cidadania responsável no cotidiano escolar.

Sem dúvida, a Educação é assunto de discussões mundiais. É ela que faz desenvolver pessoas e sociedades. Entre outras recomendações, os PCN (1998b) dizem:

... essa educação, ao longo da vida está fundada em quatro pilares:

- aprender a conhecer, que pressupõe saber selecionar, acessar e integrar os elementos de uma cultura geral, suficientemente extensa e básica, com o trabalho em profundidade de alguns assuntos, com espírito investigativo e visão crítica; em resumo, significa ser capaz de aprender a aprender ao longo de toda a vida;
- aprender a fazer, que pressupõe desenvolver a competência do saber se relacionar em grupo, saber resolver problemas e adquirir uma qualificação profissional;

- aprender a viver com os outros, que consiste em desenvolver a compreensão do outro e a percepção das interdependências, na realização de projetos comuns, preparando-se para gerir conflitos, fortalecendo sua identidade e respeitando a dos outros, respeitando valores de pluralismo, de compreensão mútua e de busca da paz;
- aprender a ser, para melhor desenvolver sua personalidade e poder agir com autonomia, expressando opiniões e assumindo as responsabilidades pessoais. (PCN, 1998b, p. 17).

Também no Brasil se discute muito sobre Educação em diversos locais e áreas. É dever do Estado democrático, através da Lei 9394/96, investir na escola e garantir o acesso de crianças e jovens à Educação, possibilitando a todos participação na sociedade e na política.

De acordo ainda com os PCN (1998b):

A sociedade brasileira demanda uma educação de qualidade, que garanta as aprendizagens essenciais para a formação de cidadãos autônomos, críticos e participativos, capazes de atuar com competência, dignidade e responsabilidade na sociedade em que vivem e na qual esperam ver atendidas suas necessidades individuais, sociais, políticas e econômicas. (PCN, 1998b, p. 21).

Apesar de se terem apresentado avanços na Educação brasileira (diminuição do analfabetismo e aumento do número de matrículas em todos os níveis de ensino), ela ainda desagrada devido a itens como baixo aproveitamento escolar, os índices de evasão e repetência, a defasagem idade/série, as desigualdades regionais, a formação de professores e outros.

É preciso conhecer melhor os alunos, elaborar novos projetos, redefinir objetivos, buscar conteúdos significativos e novas formas de avaliar que resultem em propostas metodológicas inovadoras, com intuito de viabilizar a aprendizagem dos alunos (PCN, 1998b, p. 37).

Ainda necessitamos de soluções para garantir o acesso e a permanência das pessoas na escola, valorizar os professores, melhorar suas condições de trabalho, salários, formação continuada, condições físicas das escolas, recursos didáticos e a participação da comunidade e dos pais no sistema educativo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais respeitam a diversidade do nosso país, são abertos e flexíveis em relação às decisões e currículos regionais na transformação da realidade educacional e têm o propósito que o aluno seja sujeito de sua própria formação. Lembramos que são as diretrizes da Lei 9394 de 20/12/1996 que norteiam os currículos e seus conteúdos mínimos, assegurando a formação básica comum.

Na área da Matemática:

... os Parâmetros Curriculares Nacionais propõem e explicitam algumas alternativas para que se desenvolva um ensino da Matemática que permita ao aluno compreender a realidade em que está inserido, desenvolver suas

capacidades cognitivas e sua confiança para enfrentar desafios, de modo a ampliar os recursos necessários para o exercício da cidadania, ao longo de seu processo de aprendizagem. (PCN, 1998b, p. 60).

Os Parâmetros incentivam o uso de calculadoras nas aulas de Matemática, o pensamento indutivo e dedutivo, o estudo dos recursos estatísticos, e outros. O erro construtivo deve fazer parte do processo ensino-aprendizagem e indicar os ajustes a serem realizados, se for o caso. Na sua aprendizagem, o aluno deve conseguir realizar o que lhe é proposto, pois é ele que vai construir e interpretar os significados, fazendo a ponte desses conteúdos com os conhecimentos já construídos anteriormente. Portanto, professores e alunos são responsáveis para o sucesso do curso. Quando isso não ocorre, o ato de aprender se transforma em ameaça e medo, surgindo o desinteresse. Daí a importância de ser atribuído sentido e clareza às atividades a serem desenvolvidas.

Entre os anos de 1980 e 1995, várias propostas curriculares surgiram para a Matemática. Alguns de seus pontos comuns foram: garantir o acesso aos conhecimentos socialmente elaborados, necessários para que o aluno possa usufruir e exercer a sua cidadania, a participação efetiva do aluno no seu aprendizado, partir da resolução de problemas, utilização de Tecnologias, trabalhar com vários conteúdos ao mesmo tempo entre outros. (PCN, 1998a).

Alguns dos itens acima, as Secretarias de Educação do Brasil adotaram e com sucesso, apesar de as idéias de 60/70 ainda hoje estarem fortemente presentes em nossas salas de aula. Há muitas outras propostas curriculares surgindo ainda e que não são conhecidas pelos professores, apesar de existir um esforço de divulgação de novas estratégias de ensino (muitas vezes, através de revistas ligadas à Educação). Isso faz com que a nossa escola continue a mesma, sem inovações e sem mudanças, mesmo com tantas iniciativas demonstradas pela história das políticas públicas brasileiras.

## 2.2 A Geometria e o Conceito de Ângulo na História da Humanidade

Vamos agora recordar alguns pontos que deram origem às primeiras noções geométricas na Antigüidade. Estamos nos referindo a aproximadamente 3000 a.C., na Antiga Babilônia, onde se têm os primeiros registros da agrimensura (a palavra vem do latim: “agri” = campo e “mensura”= medida), na forma de tábulas de argila cozida encontradas na Mesopotâmia. Porém, algumas observações nos levam a acreditar que o homem, bem antes desse período, já fazia algumas considerações sobre Geometria.

A Idade da Pedra começou aproximadamente em 5.000.000 a.C. e durou até 3000 a.C. Até então o homem era principalmente caçador e colhedor, dependia das pastagens e animais selvagens.

Somente depois de 3000 a.C. é que começam surgir comunidades agrícolas às margens dos rios. Juntamente com as comunidades que criaram as culturas veio também, o desenvolvimento da Ciência e da Matemática. Criaram a escrita, e com a capacidade de ler e escrever apareceu a necessidade de novas tecnologias. Adotaram um estilo de vida sedentário. Desencadeou a partir disso um longo período de progresso científico e intelectual.

Foram os babilônios que adotaram a palavra *Geometria*, significando “medida da terra”, para referir-se a atividades práticas como agrimensura (a palavra vem do grego: “geo” = terra e “metria” = medida).

No ano 600 a.C., os gregos iniciaram a sistematização e aperfeiçoamento dos conhecimentos geométricos, inclusive de outras civilizações, como a babilônica e a egípcia, tornando a Geometria mais teórica e não apenas intuitiva e prática.

Assim, a Geometria aparece como Ciência devido às necessidades práticas ligadas às técnicas de agrimensura e também à engenharia (irrigação, drenagem de pântanos, etc) que existiram por vários milênios em algumas regiões do Oriente, bacias de alguns rios como Nilo, no Egito; Tigre e Eufrates, na Mesopotâmia, entre outros. Foi da mensuração então que surgiu a Geometria Teórica.

Alguns historiadores como Heródoto (século V a.C.) e Proclus (século V d.C.) consideravam ser os egípcios os descobridores da Geometria, justificados pelas cheias do rio Nilo que desfaziam os limites dos terrenos levando-os a realizar as

medidas das áreas novamente. Contudo, não existem fontes diretas comprovando isso.

De acordo com o Guia do Professor, Matemática 7, Livro do Projeto Araribá (2003):

O que se pode conjecturar com certa segurança é que a Geometria egípcia, assim como a babilônica, vivenciou uma mudança marcante na evolução da Geometria como um todo, mudança essa em que objetos e problemas geométricos deixam de ser vistos individualmente sem nenhuma relação, para se tentar, a partir da observação relativa a formas, tamanhos e relações espaciais de objetos físicos específicos, extrair propriedades gerais que incluíam as observações mencionadas como casos particulares, propriedades essas expressas por leis ou regras geométricas. (p. 36).

Registros datados de 2000-1600 a.C. confirmam que a civilização babilônica já conhecia regras para se calcular áreas de algumas figuras planas, volumes de alguns sólidos geométricos, cálculos relacionados a circunferências, semelhança de triângulos, alturas, ângulos, o teorema de Pitágoras.

Na civilização egípcia, os conhecimentos geométricos também se fazem presentes. Temos como destaques dois documentos matemáticos: Papiro de Moscou (1850 a.C.) e Papiro de Rhind (1650 a.C.) que juntos, trazem 110 problemas, dos quais 26 são de Geometria. Também destacamos para os egípcios, o mais antigo relógio de sol (1500 a.C.) e as pirâmides da região de Gizé (2900 a.C.).

Já as civilizações dos hindus e dos chineses, devido ao fato de usarem cascas de árvores e de bambus para registrarem seus trabalhos, não temos conhecimento da Geometria que se desenvolvia e fazia uso nem na Índia nem na China.

Quando fazemos um desenho, colagens, maquetes, medimos um terreno, realizamos cálculos para construirmos uma casa, calculamos distâncias, etc., estamos lidando com medidas e formas, portanto estamos usando Geometria. A Geometria estuda os objetos no plano (que possuem duas dimensões, por exemplo, comprimento e largura) e os objetos que estão no espaço (possuem três dimensões, por exemplo, um bloco de madeira).

Os ângulos também fazem parte da Geometria e, se observamos com atenção, veremos ângulos em toda parte. Por exemplo, os ponteiros de um relógio formam ângulos que variam o tempo todo e que são diferentes, dependendo da inclinação com que os lados se cortam. Podemos ter ângulos retos, se os dois lados se cortam perpendicularmente (por exemplo, 15:30 h). Ângulos agudos, se os dois lados que se cortam determinarem uma abertura menor que o ângulo reto (15:05 h).

Ângulos obtusos, se os dois lados que se cortam determinarem uma abertura maior que o ângulo reto (14:50 h). Ângulo Raso ou de meia-volta, se os dois lados formam uma mesma linha reta (15:45 h).

Curioso que as palavras agudo e obtusos, quando usadas para caracterizar uma pessoa, significam respectivamente perspicaz e com dificuldades de entendimento.

Também por curiosidade, se procurarmos a palavra *ângulo* no Dicionário da Língua Portuguesa, o Novo Aurélio, no caso, veremos uma lista relativamente grande e bem variada de significados que às vezes não é só de significado geométrico. A expressão: “Vou dar uma guinada de 180 graus em minha vida” é utilizada para mostrar o desejo de mudar radicalmente o meu estilo de vida, por exemplo.

Contudo há confusão também na forma de definir determinados conteúdos, como é o caso de ângulo. Tanto que na Revista do Professor de Matemática, no. 37, de 1998, o professor Scipione Di Pierro Netto levanta esse problema e defende o conceito de ângulo como uma região de um plano.

Conforme Pais (2006):

Uma definição Matemática é como uma expressão lingüística formal, que resume por meio de palavras e expressões as características essenciais de determinado conceito. (PAIS, 2006, p. 120).

Os conceitos são idéias gerais e abstratas, associadas a certas classes de objetos, criados e transformados nos limites do território de uma área de conhecimento disciplinar. (PAIS, 2006, p. 121).

Segundo esse autor, conceituar é algo mais amplo, complexo e exige muito mais do que definir. “O domínio de um nível conceitual passa pelo domínio de sua definição, mas vai além.” (PAIS, 2006, p. 122). Para que haja aprendizagem de um conhecimento matemático é preciso trabalhar a elaboração de conceitos através de definições, de teoremas, de propriedades, etc.

Mizukami (1986) lembra algumas características da abordagem tradicional, porém alerta que esse tipo de abordagem inclui tendências diversas. Uma delas seria quando é dada ênfase aos modelos, independentemente do campo de saber. O especialista, os modelos e o professor são privilegiados, principalmente este último, já que é elemento imprescindível na transmissão dos conteúdos.

O ensino volta-se para o que é externo ao aluno. O aluno simplesmente executa aquilo que lhe é passado pelas autoridades externas. Educação aqui é instrução. O aluno limita-se a escutar o professor que já trouxe todo conteúdo



pronto. Na avaliação é cobrada a reprodução do conteúdo comunicado durante as aulas.

Muitas vezes, nós, enquanto professores, agimos em partes ou totalmente de acordo com essas idéias. Quando chegamos à sala de aula, colocamos primeiramente as definições, depois exemplos seguidos de exercícios repetitivos, estamos abordando tradicionalmente um conteúdo.

Aqui abrimos parênteses, levando em consideração os estudos CTS, que parece ser uma abordagem positiva a ser seguida na área educacional. *CTS* refere-se às relações Ciência-Tecnologia-Sociedade, levam-se em consideração os fatores sociais que influem na mudança científico-tecnológica e as conseqüências sociais e ambientais. *Estudos CTS* compreendem as novas aproximações ou interpretações do estudo da Ciência e da Tecnologia.

Na imagem tradicional da Ciência e da Tecnologia, a Ciência só pode contribuir para o bem-estar social assim como a Tecnologia. Elas são vistas como formas autônomas da cultura, atividades neutras, um modelo linear de desenvolvimento que gera riquezas. Não é diferente para o conteúdo científico matemático.

Contudo, essa visão clássica começa a se desfazer mais ou menos na segunda metade do século XX devido a acontecimentos, por exemplo, a explosão das bombas atômicas no Japão. Vários desastres relacionados com a Ciência e a Tecnologia foram presenciados pelo mundo nos finais dos anos 50, confirmando a necessidade de se revisar a concepção e a política da Ciência-Tecnologia e sua relação com a sociedade.

A partir dos anos 60 e 70, essa revisão começa a ser feita e com ela a participação pública também se faz presente nas iniciativas institucionais relacionadas com a regulação da Ciência e da Tecnologia. Reflete-se sobre os estudos CTS ou estudos sociais da Ciência e Tecnologia, isto é, no âmbito educacional e acadêmico, como é pensada essa nova percepção da Ciência e da Tecnologia e sua relação com a sociedade. Esses estudos possuem caráter crítico com relação à imagem essencialista da Ciência e da Tecnologia e caráter interdisciplinar pela ligação com disciplinas como Filosofia, História da Ciência e da Tecnologia, Sociologia do Conhecimento Científico, Teoria da Educação e Economia da Mudança Técnica.

Os estudos CTS também buscam compreender a dimensão social da Ciência e da Tecnologia, desde seus antecedentes sociais até as conseqüências sociais e ambientais. Envolvem fatores de natureza social, política, econômica, ética, ambiental ou cultural que modulam a mudança científico-tecnológica. Seu aspecto mais inovador está relacionado com a caracterização social dos fatores responsáveis pela mudança científica. Os estudos e programas CTS vêm se desenvolvendo em três grandes direções: no campo da pesquisa, no campo da política pública e no campo da Educação. É preciso se preocupar com a formação para articular uma opinião pública crítica, informada e responsável.

Devemos dar grande importância para reflexões que envolvem a análise ética e o compromisso moral nos estudos CTS. Atualmente, tanto a Ciência aplicada quanto a Tecnologia estão muito voltadas ao benefício imediato, a serviço dos ricos e dos governos poderosos, de maneira que somente uma pequena porção da humanidade pode usufruir de seus serviços e inovações.

Fechando os parênteses sobre CTS e retornando, lembramos que a abordagem de um conceito, muitas vezes, é influenciada pelas tendências políticas educacionais, pelo desenvolvimento das tecnologias e pelos interesses imediatos da sociedade.

Veremos a seguir abordagens diferentes de ângulo em alguns materiais didáticos.

### **2.3 Ângulo: Sua Abordagem em Produções Didáticas**

Vamos nos concentrar em Geometria, utilizando um de seus conceitos: ângulo. Pretendemos demonstrar como o MMM influenciou esse ensino.

Algumas definições dadas por diferentes autores em diferentes épocas:

a) Para Giovanni, Castrucci, Giovanni Jr. (2002):

“Denominamos ângulo a região convexa formada por duas semi-retas não opostas que têm a mesma origem.”

b) Para Bigode (2000):

“A região limitada pelas duas semi-retas de mesma origem determina um ângulo. A origem comum a essas semi-retas é o vértice do ângulo e cada uma das semi-retas é um lado do ângulo.”

c) Para o Dicionário Aurélio (1999):

“Figura formada por duas retas que têm um ponto comum, Medida do afastamento entre duas retas que têm um ponto comum.”

d) Para Imenes e Lellis (1998):

(Desenha-se um ângulo) “Os lados de um ângulo são semi-retas, com ponto comum no vértice do ângulo. A idéia de ângulo apresentada tem certas ambigüidades. Uma delas é que duas semi-retas determinam dois ângulos. Um deles é convexo e o outro côncavo. Um recurso que permite saber qual é o ângulo que interessa numa figura é o pequeno arco em torno do vértice. Além disso, o contexto de cada situação permite fazer essa distinção.”

e) Para Dolce e Pompeo (1993):

“Chama-se ângulo a reunião de duas semi-retas de mesma origem, não contidas numa mesma reta (não-colineares).”

f) Para Jacubo e Lellis (1991):

“Vamos considerar os três cantos ou quinas de um esquadro... Cada canto do esquadro nos dá a idéia de um ângulo. O ângulo correspondente ao canto mais fechado é o menor dos três; o ângulo correspondente ao canto mais aberto é o maior dos três. O que importa nos ângulos é o fato de serem mais ou menos abertos... Para ficar claro que o tamanho do ângulo não depende do comprimento de seu contorno, os matemáticos consideram que os lados de qualquer ângulo são duas semi-retas de mesma origem. Essa origem comum é o vértice do ângulo.”

g) Na Enciclopédia Matemática (1967), temos:

“Um ângulo é um conjunto de pontos formado por dois raios de extremidade comum e ambos não na mesma reta. Vamos dizer isso de outra maneira. Sejam BA e BC dois raios tais que A, B e C não estão todos na mesma reta. O conjunto formado por todos os pontos de BA e todos os pontos de BC é chamado ângulo ABC. Um ângulo é a reunião de dois raios. O ponto B chama-se vértice do ângulo. Os raios BA e BC chamam-se lados (ou às vezes raios) do ângulo. Um ângulo tem somente um vértice e somente dois lados.”

Pelos itens expostos, percebemos quanto fica confuso para o aluno entender esse conceito, contribuindo assim para aumentar as suas dificuldades em expressar

uma definição pessoal de um determinado conceito. Também, há alunos que acabam atribuindo relevância a fatos que não são importantes e nem seriam necessários abordá-los, fixando-se em coisas que não são fundamentais. Outros têm o conceito visual, o desenho em mente, mas não consegue dizer o que é.

Na seqüência, vamos colocar diversos modos para introduzir e abordar o assunto ângulo encontrados em vários materiais didáticos. Achemos importantes essas colocações para clarear os objetivos (baseados nas diferentes definições) de cada autor/material e comparar com as décadas vividas pela Matemática Moderna.

Material: Transformando a prática das aulas de Matemática. Autora: Tânia Maria Mendonça Campos (coordenação geral), São Paulo, PROEM, 2001, Livro 1.

De acordo com esse trabalho:

... privilegia a atividade do aluno, cria significados para os conceitos matemáticos por meio da utilização de situações-problema do dia-a-dia, das outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática. Esse trabalho pode favorecer a valorização e a apreciação do conhecimento matemático pelo aluno, bem como a aquisição de confiança em sua própria capacidade para resolver problemas, comunicar-se e pensar "matematicamente". (CAMPOS, 2001, p. 78).

Inicia-se contando um pouco sobre o que aconteceu com o ensino da Geometria nas décadas de 60, 70 e 80. Época da arrumação da Matemática (Matemática Moderna) através das estruturas, dos conceitos de relações, funções e teoria de conjuntos. Como os professores abraçaram o ensino da Álgebra, de forma mecânica e sem significado para o aluno e simplesmente, ignoraram o ensino da Geometria. Os livros-texto traziam toda a parte referente à Geometria no final, os professores nunca chegavam a ter tempo para trabalhar com ela, o ano letivo terminava antes de se ver algo sobre essa parte da Matemática.

Coloca-se também algo sobre as conseqüências desse descaso presentes ainda hoje, já que foram formados muitos cidadãos que não tiveram nenhum contato com as figuras geométricas, não fizeram uso de compasso, de transferidor, não possuem condições para argumentar/observar no cotidiano sobre Geometria. Na p. 81 está bem exemplificado como esses cidadãos são:

... incapazes até de reconhecer na pintura, na arquitetura, na escultura, nas configurações das danças, na estética do trabalho do estilista, a beleza das figuras, essas pessoas vão olhando sem ver, pensando que pensam, mas, na verdade, vão atropelando seu cultural com um raciocínio empobrecido pela privação dessa aprendizagem. (CAMPOS, 2001, p. 81).

Destaca-se a incoerência a que se chegou ao final do século XX, pois os professores perceberam a importância em se ensinar a Geometria e fizeram esse

seu discurso. Porém há uma quase que total incapacidade destes mesmos professores em transformar em ação suas falas para viabilizar a aprendizagem da Geometria pelos seus alunos, seja pela formação geométrica inadequada do professor, seja pelo desconhecimento das várias metodologias que podem ser dadas a esse ensino, ou ainda, seja pelas condições de trabalho às quais esse profissional esteja submetido.

Esse ensino colabora para que o aluno aprenda a pensar de uma forma mais clara, consiga construir melhores argumentos, oferece uma grande concretude apesar de ser abstrato, pois os modelos e as formas estão no mundo. Além disso, tem valor prático para as pessoas, tem grande valor cultural, é um estudo que se vincula com facilidade a outras áreas do conhecimento.

Sobre o estudo de ângulos, algumas confusões são geradas pelas diferentes definições que existem, tais como: um par de semi-retas de mesma origem; a intersecção de semi-planos; uma porção de plano limitada por duas semi-retas de mesma origem. Essas diferenças trazem incertezas à compreensão da noção e notações que são usadas, o que dificulta o ensino e a aprendizagem. Por isso, é importante que o professor se pergunte sobre quais são os aspectos positivos que determinada definição adotada por ele tem.

Nos livros, as figuras geométricas são objetos estáticos. Desenvolver o conceito sob um ponto de vista dinâmico, com exemplos de situações dando idéia de giro, mudança de direção; utilizar material concreto e situações práticas. Ressaltar algumas aplicações sobre um conceito de ângulo também é interessante. Exemplos: construir casas, pilotar um avião, localizar uma cidade, jogar vídeo games, entre outros.

Depois de algumas orientações colocadas, temos finalmente algumas atividades.

Na atividade 1, a proposta é trabalhar com a classe. Sugere-se para algum aluno se situar na frente da sala de aula e olhar para a direção da porta e em seguida fazer alguns movimentos, sem sair do lugar. Outros alunos vão dizer as mudanças que ocorrerão quando ele der um giro de volta completa, meia volta, um quarto de volta, um oitavo de volta. E depois vão representar esses movimentos em folha de papel com lápis, clipes. Também vão representar as posições dos ponteiros do relógio em determinados momentos da aula. A idéia de giro é importante para

ajudar o aluno a compreender o transferidor como instrumento de medida de ângulos e na definição do que seja um grau.

Na atividade 2, o trabalho é desenvolvido individualmente, se tem a planta de uma sala de aula, e com lápis, ou cliques sobre o mapa desenhado, tendo como referência a porta, a carteira que está na terceira linha e quarta coluna, o aluno executa comandos do tipo: ande duas carteiras para frente, gire um quarto de volta para a esquerda, ..., pare. Em seguida, ele desenha a sua trajetória e observando cada mudança de direção, no desenho, o aluno indica lugares onde houve a mudança (vértices dos ângulos), assinala os ângulos retos, etc.

A atividade 3 destaca ângulo como rotação de semi-reta, é feita individualmente. Com dois palitos ou canudos, unem-se suas pontas. O aluno vai fazer girar um dos palitos para obter ângulo reto, ângulo menor que um ângulo reto, ângulo maior que um ângulo reto; e outras posições obtidas ao girar um dos palitos. Em seguida, vai desenhar os giros numa folha de papel e destacar os quatro elementos fundamentais para representar um ângulo (giro): o ponto do giro (vértice do ângulo), o palito que gira (lado do ângulo), o tamanho do giro (medida do ângulo), o palito que fica fixo (lado do ângulo). Depois desse estudo informal, pode-se introduzir a noção de semi-reta e a representação gráfica de ângulos como par de semi-retas de mesma origem. Também já se colocam as notações mais usadas para ângulos (usando três letras, sendo que a letra do meio representa o vértice).

A atividade 4 pode ser desenvolvida em grupo e destaca a região angular pelo ângulo que a delimita através de dobraduras.

A atividade 5 é realizada em grupo e trata das várias maneiras e instrumentos utilizados para se orientar. Aqui é construída uma bússola e depois são propostos problemas envolvendo locais em que se encontram navios, aviões e rumos a serem seguidos.

A atividade 6 já envolve o grau, é desenvolvida individualmente, traz uma parte histórica muito interessante de como surgiu essa convenção em dividir o círculo em 360 partes iguais.

A atividade 7 também é desenvolvida individualmente e vai abordar o transferidor, a forma de usá-lo, sua escala. Esse material é riquíssimo e vem contracorrente a tudo aquilo que prega a Matemática Moderna, além de nos dar várias sugestões para tratar sobre a Geometria, especialmente ângulos.

Material: Transformando a prática das aulas de Matemática. Autora: Tânia Maria Mendonça Campos (coordenação geral), São Paulo, PROEM, 2001, Livro 3.

Esse material vai trazer ângulos e suas medidas. Algumas de suas atividades se repetem como já vimos no volume 1, mas temos duas que são diferentes.

Na atividade 4, é proposta a construção de transferidores utilizando papel. Depois, são realizadas medidas e estimativas de medidas com o transferidor de papel e também com o de plástico.

Na atividade 5, temos a construção e o reconhecimento de retas perpendiculares, paralelas, bissetrizes, usando dobraduras. Logo em seguida são realizadas várias medidas de ângulos formados e desenhados com o auxílio do transferidor.

Há outras propostas de atividades nesse material, abordando vários assuntos relacionados com Geometria, sempre de forma experimental, sendo que o aluno constrói seu próprio material a ser estudado.

Material: Ensinar e Aprender: Construindo uma proposta – Volume 1 – Matemática.

Esse material também é muito rico no sentido de abordar a Matemática de forma a permitir a participação direta do aluno na construção de seu conhecimento. Ele foi desenvolvido pela Secretaria da Educação do Estado do Paraná e cedido para a Secretaria do Estado de São Paulo, na época do Governador Mário Covas e da Secretária da Educação Rose Neubauer. Foi utilizado e não sabemos se continua a ser, principalmente nas aulas de Recuperação de Ciclo (8as. séries). São alunos que chegaram ao final da 8ª. série e não conseguiram avançar seus estudos para o Ensino Médio, portanto repetem a 8ª. série, utilizando um material didático diferenciado e com professores com cursos de capacitação realizados na Diretoria de Ensino.

De acordo com a p. 57, temos:

As próximas três atividades têm como objetivos introduzir o conceito de ângulos como giro ou mudança de direção, introduzir a representação de um ângulo, desenvolver a noção de semi-reta, levar o aluno a identificar ângulos em polígonos, discutir a noção de ângulo reto. Essa abordagem de ângulos vai estabelecer uma nova representação bem concreta para algumas frações relacionadas a movimentos, que o aluno fará com o corpo e depois com desenhos.

Podemos observar que esse material se parece em termos com o que analisamos anteriormente. Suas atividades são semelhantes. Na primeira atividade

coletiva, ângulo será identificado com a idéia de movimento. Salienta-se a importância em se trabalhar com labirintos, mapas ou plantas, a partir de movimentos corporais do próprio aluno. Sugere também consultar o livro *O conceito de ângulos e o ensino de Geometria*, do CAEM-IME-USP (Centro do Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática).

Basicamente, é solicitar para que alunos fiquem em pé olhando para a frente da sala e sigam instruções (girar meia volta à direita, girar uma volta completa à esquerda, etc.). Perguntar aos alunos que mudanças ocorrem a cada instrução e em seguida, representar esses movimentos no papel, desenhando com lápis, cliques...

Depois, pedir que os alunos representem as mudanças nas posições dos ponteiros do relógio em determinados momentos da aula.

Num outro momento, os alunos fariam a planta da classe, em duplas, um aluno escreve comandos para o outro executar com lápis (ou cliques) sobre o mapa, e o outro desenha a trajetória.

Pode-se desenhar um trajeto dentado e dizer que a cada mudança de direção se tem um ângulo no qual um quarto de volta corresponde ao ângulo chamado ângulo reto.

Numa outra atividade em duplas, os alunos usariam palitos, régua, fixando uma das pontas sobre uma folha de papel, efetuando giros e representando as posições inicial e final do palito. Nessa atividade se destacam o vértice, os lados e a medida do ângulo.

A partir das realizações desses trabalhos, introduz-se a noção de semi-reta, a representação gráfica de ângulos como um par de semi-retas de mesma origem e as notações mais comuns.

Para se conhecer ângulos retos, agudos e obtusos são usados discos de papel branco e dobraduras.

Material: Ensinar e Aprender: Construindo uma proposta – Volume 2 – Matemática.

Nesse material se colocam atividades em duplas ou em grupos para entender como medir um ângulo e também se faz a construção de um transferidor. Também atividades muito parecidas com as já citadas. Há uma sugestão para não se trabalhar com operações, envolvendo medidas de ângulos, pelo menos nesse momento, pois na vida prática do aluno não se tem utilidade. Podem-se selecionar alguns exercícios para os alunos fazerem em classe e alguns problemas (de cinco a



oito) para garantir as principais idéias. Também é recomendada a leitura do livro paradidático *Ângulos*, da coleção *Pra que serve a Matemática?* e a preparação de um pequeno seminário para ser apresentado à classe.

Esse material tem muita valia apesar de várias de suas atividades serem parecidas com o material anterior, contudo percebe-se que o enfoque dado ao conceito ângulo e a maneira de se trabalhar com os alunos são bem diferentes daqueles que a Matemática Moderna reservou.

Material: Atividades de Laboratório de Matemática – Ensino Fundamental – 5ª. a 8ª. séries, Série Cadernos de Atividades no. 1, CAEM-IME-USP (Centro do Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática) – 1997 a 2000, Coordenadora: Elza Furtado Gomide; Organizadora: Janice Cássia Rocha.

Esse material possui atividades a serem desenvolvidas também chamadas *Folhas de Atividades* que vem anexo. Envolve atividades já comentadas que não vamos repetir e outras como a utilização de malhas quadradas e comandos para registrar determinados percursos ou desenhar figuras quaisquer como, por exemplo, um elefante. Também há a sugestão para o professor utilizar o software *S-Logo* um programa de livre acesso, desenvolvido pela UNICAMP, para trabalhar as atividades desse laboratório.

Conforme o laboratório 32, da p. 65, temos:

O S-LOGO é um aplicativo desenvolvido pela UNICAMP com fins educacionais e aberto à utilização de todos que se dispuserem a fazê-lo com esta finalidade. O programa conta com uma grande variedade de comandos distribuídos em um menu principal que podem ser aplicados em desenvolvimentos de várias atividades. Os recursos visuais do S-LOGO são simples e básicos. Sua tela consiste em um espaço onde uma tartaruga (Tati) pode caminhar descrevendo trajetos. A riqueza de sua utilização consiste em efetivar conceitos matemáticos e iniciar o desenvolvimento da linguagem da programação.

Segue abaixo uma lista de comandos básicos do S-LOGO, utilizados para o desenvolvimento da atividade aqui proposta:

PF – para frente  
 PT – para trás  
 PD – para a direita  
 PE – para a esquerda  
 RG – apagar tudo  
 UL – use lápis  
 UN – use caneta

Como recomendação, o aluno deve primeiramente familiarizar-se com o aplicativo, executando comandos e observando os resultados que se obtêm. Realizar as atividades descritas na folha de atividades e até escrever seu próprio programa para representar uma figura.

Sem dúvida, essa maneira que acabamos de conhecer para se trabalhar com o conceito ângulo chama a atenção do aluno, motiva-o e dá incentivo para aprender. É um método no qual o local é diferenciado da sala de aula, no caso, o laboratório de informática da escola, não se usa lousa e giz, pode ser trabalhado em duplas de um jeito até divertido.

Material: Matemática e Você. Autores: Ângela Vidigal, Carlos Afonso Rego, Maria das Graças G. Barbosa, Michel Spira, Formato Editorial, Belo Horizonte, 2002.

Esse livro didático traz primeiramente várias situações nas quais são utilizados os ângulos. Exemplos: estacionamento de carros formando  $45^\circ$  com a calçada; decolagem do avião formando  $30^\circ$  com o solo; rampas para manobras de skate com inclinação de  $60^\circ$  e outros.

Apresenta exercícios tais como, fazer um mapa do tesouro brincando de piratas; observação de desenhos para se escrever as instruções que o motorista deve seguir para chegar até a garagem; percursos diversos; figuras em papel quadriculado; representações dos ponteiros do relógio; dobraduras e atividades usando esquadros para medir ângulos.

Observamos que a diversidade de formas para introduzir um conceito é essencial para o aluno, porém se verifica a quantidade de materiais que são necessários para desenvolver aulas diferenciadas como essas.

Material: Projeto Araribá – Matemática Ensino Fundamental 5. Responsável: Juliane Matsubara Barroso, Editora Moderna, 2004.

Nesse livro didático, as idéias de ângulo são quatro: Giro ou rotação (a rotação de uma semi-reta em torno da origem); abertura (entre duas semi-retas unidas pela origem); inclinação (a inclinação de uma reta em relação à horizontal) e região (o cruzamento de duas retas sobre o plano determina quatro regiões).

De novidade traz exercício para que o aluno observe a planta de uma galeria e responda questões como: quantos seguranças são necessários para se fazer o controle visual da galeria, posições para dois seguranças para que tenham o melhor ou o pior campo de visão. Observar polígonos e classificar cada ângulo em reto, agudo ou obtuso.

Material: Matemática Atual. Autor: Antonio José Lopes Bigode, 6ª. série, Editora Atual, São Paulo, 1994.

O autor explora muito bem o assunto ângulo. Faz uso do Tangram, de malhas pontilhadas, dando a idéia para se trabalhar com o geoplano em sala de aula, faz

uso da história, origami, construção do transferidor, medidas de ângulos, propriedades, idéias associadas a ângulos e possíveis aplicações (giros, inclinação, orientação), fotos, recortes de revistas e jornais de edifícios, monumentos ou objetos que exibam ângulos e até propõe, a construção do “inclinômetro”, instrumento usado para medir a inclinação de uma rampa a partir do transferidor.

Material: Experiências Matemáticas – 6ª. Série.

O material *Experiências Matemáticas* – EM foi desenvolvido pela Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas, órgão da Secretaria Estadual de Educação de São Paulo, a partir de 1993. A organização desse trabalho envolveu alunos e professores de 5ª a 8ª séries, procurando atender alguns dos temas da Proposta Curricular, na época.

Algumas críticas por parte dos professores surgiram: o tempo gasto para desenvolver as atividades; a existência de pré-requisitos pelos alunos, principalmente em Geometria; a necessidade de entrar em disciplinas de outras áreas; a ordem dessas atividades para se trabalhar; como avaliar o desempenho do aluno. Apesar do exposto, os EM são bastante interessantes.

A atividade 6: Medindo Ângulos, p. 75, contempla na Parte 1: O Ângulo Reto; Parte 2: O Grau; Parte 3: Confeccionando um transferidor e; Parte 4: Usando um Transferidor de Plástico.

A Atividade 10: Do Grau à Medida de Tempo, p. 121, traz na Parte 1: O Grau e seus submúltiplos; Parte 2: Aprendendo a medir o tempo.

A Atividade 11: Transporte de ângulos, p. 137, possui na Parte 1: Transportando ângulos e na Parte 2: Transportando para somar ou subtrair ângulos.

A Atividade 12: Ângulos, Tempo e Operações, p. 145, trabalha na parte 1: Somando e subtraindo medidas de ângulos; Parte 2: Multiplicação e divisão da medida de um ângulo por um número e; Parte 3: Adição e subtração de medidas de tempo.

São atividades em que o aluno trabalha com materiais diversos, confeccionados por ele ou não, às vezes em grupo, outras, individual; percebem algumas aplicações do conceito ângulo; trabalha com alguns conceitos também de outras disciplinas, por exemplo, Geografia, na questão de coordenadas geográficas; realizam cálculos diversos, analisam situações-problema, fazem uso de recortes de jornais, etc.

Material: O jogo TANGRAM.

Composto de sete peças, figuras geométricas planas são usadas para construir as mais diversas figuras, estimulando a criatividade da criança.

O conceito de ângulo pode ser explorado a partir das figuras e das peças do jogo.

Teríamos muitos outros materiais, envolvendo nosso assunto, porém não se faz necessário já que colocamos maneiras diferenciadas de abordagens na tentativa de valorizar o ensino da Geometria.

Gostaríamos apenas de enfatizar a importância do professor em estar atento no sentido de perceber se o aluno está refletindo também em outras possibilidades de soluções quando resolve um problema, um exercício. Se o aluno está motivado e preparado para formar ações associadas ao conceito matemático que está sendo visto o grau de dificuldade e de atualidade dos conhecimentos envolvidos e fazer uso de dinâmicas de grupos com ampla participação de seus integrantes. É preciso que o professor ensine a encontrar soluções e não simplesmente ensinar a solução.

Vamos encerrar colocando uma abordagem que nós desenvolvemos na disciplina *Tópicos Especiais em História da Educação: Ciência, Tecnologia, Sociedade e Educação* durante nosso mestrado e que consideramos relevante para o processo de ensino-aprendizagem de Matemática.

Material: A Matemática dos Aviões e o movimento CTS.

Introdução: Os *Estudos CTS*, como são conhecidos, surgiram na década de 70 nos países desenvolvidos. Partiam da premissa que os cientistas não podem atuar só na busca de conforto para uma pequena parcela da sociedade, postura que no longo prazo traria desequilíbrios sociais e ecológicos, como a fome e a poluição. Relacionar temas diversos, como economia, ecologia e Ciência é o que se pode chamar de interdisciplinaridade, uma das características fundamentais dos Estudos CTS.

Vivemos em uma civilização tecnológica, na qual não basta ensinar as pessoas como as coisas funcionam, mas também temos que falar sobre a influência que elas têm nas suas vidas, analisar os pontos positivos e negativos que a Ciência e a Tecnologia trazem para a sociedade como um todo, para isso torna-se extremamente importante não deslocar o enfoque CTS da sala de aula.

Esse enfoque CTS auxilia na organização de conteúdos para que ofereçam uma visão geral sobre o significado das interações entre Ciência, Tecnologia e sociedade.

A proposta dessa aula é incentivar a Educação CTS e usá-la como ferramenta para capacitar os cidadãos de forma a serem informados, responsáveis e capazes de tomar decisões democráticas e racionais, buscando, ao mesmo tempo, a contemporaneidade, as relações entre o conhecimento proporcionado pela Ciência e pela Tecnologia com o impacto gerado por elas mesmas, resgatar também um pouco da história, além da interdisciplinaridade, envolvendo outras áreas de conhecimento.

Público-Alvo: 5a. série – Ensino Fundamental.

Objetivos:

- Trabalhar os conteúdos: ângulo, figuras planas e espaciais, medidas, unidades de medidas, através das dobraduras.
- Humanizar as Ciências Matemáticas, fazendo uso da aviação a fim de estabelecer vínculos com a história e com problemas pessoais, éticos, culturais e políticos de nossa contemporaneidade.
- Permitir o desenvolvimento de habilidades de raciocínio e de pensamento crítico.
- Despertar interesse, motivação e curiosidade através de pesquisas e debates sobre o assunto e a interação com os colegas de modo cooperativo, aprendendo a trabalhar em conjunto na busca de soluções.
- Despertar a análise reflexiva sobre os aparatos técnicos, de forma a despertar uma visão crítica sobre a Tecnologia nos alunos.

Metodologia:

Os alunos, em grupos, deverão pesquisar em livros, jornais, revistas ou Internet, assuntos relacionados à aviação, tais como: a segurança do avião como meio de transporte, sua utilização nas diferentes épocas, o funcionamento dos aeroportos, Alberto Santos Dumont, o centenário do primeiro vôo (14-Bis), acidentes aéreos, os profissionais que atuam nessa área como o engenheiro aeronáutico e o

controlador de vôo, protesto motivado pela queda do Boeing da "Gol" no final de setembro passado (2006), como um avião se mantém no ar, bússola e outros.

Os grupos, através de seminários e debates, apresentarão os resultados de suas pesquisas e juntamente com o professor aprenderão a transformar essas informações em conhecimentos pessoais, estimular a participação de todos, trazer e discutir valores para auxiliar na formação de opiniões e nas tomadas de decisões responsáveis indispensáveis aos cidadãos.

O professor apresentará o texto do livro *Ângulos*, de Imenes, Jakubo e Lellis, da Editora Atual, 1992, p. 36. Sobre "A queda de um Boeing", fará a leitura para, juntamente com os alunos, discutir o uso e introduzir o conceito de ângulo. Trabalhar com o grau, seus sub-múltiplos, o transferidor como instrumento de medida, desenvolver atividades do Experiências Matemáticas (EM) de 6ª. série, abordando os conceitos também de latitude e longitude, coordenadas geográficas, mapas, utilização de escalas, dialogando assim com a disciplina de Geografia.

O professor utilizará atividades complementares extraídas de livros paradidáticos, didáticos e EM e também deverá propor aos alunos situações-problema dentro desse contexto, utilizando os assuntos resultantes da pesquisa para abordar os conteúdos matemáticos e a sua aplicação na vida social, analisando e fazendo uso das Tecnologias disponíveis e de suas implicações prós e contras para a sociedade.

Através de dobraduras, realizaremos a construção de vários modelos de aviões de papéis, explorando em cada um os ângulos e outros conceitos matemáticos que surgirem. Poderá ser realizada uma exposição dos aviões construídos com painéis, mostrando a relação do conteúdo matemático e a aviação, e ainda, trazendo a história da evolução tecnológica do avião, desde o brasileiro Alberto Santos Dumont e suas tentativas para conseguir voar com o 14-Bis até atualmente com os sofisticados Boeing, jatos, etc.

Pode-se também chamar um piloto de avião para proferir uma palestra a fim de dar esclarecimentos, orientações e contar curiosidades sobre o transporte aéreo. Um passeio pelo Aeroporto da cidade de Piracicaba pode ser sugerido. Discussões sobre o seu uso na guerra, na paz, no transporte de passageiros, a questão da diminuição do tempo das viagens e suas implicações para a vida das pessoas, os grandes acidentes, o custo das passagens, a questão econômica, enfim, todas as repercussões que esse invento causou na vida moderna.

### Avaliação:

A avaliação será contínua, observando a participação e o envolvimento do aluno no desenvolvimento das atividades e na busca de soluções, utilizando o conhecimento matemático quando depara com uma situação-problema.

Também serão analisadas a produção textual elaborada e a apresentação do conteúdo pesquisado aos colegas, além de se explorar as argumentações orais nos debates e a qualidade da exposição dos aviões e painéis.

A seguir, nas Tabelas 1, 2 e 3 são colocadas as definições de ângulo encontradas em livros didáticos, enciclopédias, dicionários e softwares, separadas por ano de edição. Também são exibidas outras três figuras com as definições dadas por livros, de diferentes épocas, categorizadas como *par de linhas*.

**Tabela 1 – Definições de Livros Didáticos – após a Matemática Moderna – consideramos fins dos anos 70 até atualmente, Dicionários e Softwares, já por categorias.**

<b>1ª Categoria: Par de linhas</b>	<b>Fonte</b>
Em Matemática, consideramos ângulo como sendo a figura formada por duas semi-retas de mesma origem.	Tudo é Matemática, 5ª. Série, Luiz Roberto Dante, Editora Ática, São Paulo, 2005, p. 190
Ângulo é a figura geométrica formada por duas semi-retas que têm a mesma origem, mas não estão contidas numa mesma reta.	Matemática Uma aventura do pensamento, 5ª. Série, Oscar Guelli, Editora Ática, São Paulo, 2002, p. 54
Ângulo – É a reunião de duas semi-retas de mesma origem.	Dicionário de Matemática, Coleção Páginas Amarelas, Luiz F. Cardoso, Editora Expressão e Cultura, Rio de Janeiro, 2001, p. 9
Figura formada por duas retas que têm um ponto comum. Medida do afastamento entre duas retas que têm um ponto comum.	Novo Aurélio, Dicionário da Língua Portuguesa, Século XXI, Aurélio B. de H. Ferreira, Editora Nova Fronteira, 1999, p. 141
Os lados de um ângulo são semi-retas, com ponto comum no vértice do ângulo.	Microdicionário de Matemática, Imenes & Lellis, Editora Scipione, 1998, p. 17
Ângulo é uma figura formada por duas semi-retas, não-opostas, de mesma origem.	Matemática Idéias e desafios, 5ª. Série, Iracema e Dulce, Editora Saraiva, São Paulo, 1997, p. 236

1ª Categoria: Par de linhas	Fonte
Ângulo é uma figura formada por duas semi-retas de mesma origem.	Matemática...Você Constrói, 6ª. Série, Manual do Professor, Maria Ap. Barroso de Lima, Nicola Siani Filho, Thales do Couto Filho, Ediouro, Rio de Janeiro, 1996, p. 52
Ângulo é a figura por duas semi-retas com a mesma origem.	Tempo de Matemática, 6ª. Série, Miguel Asis Name, Editora Brasil, SA, São Paulo, 1996, p. 168
Observe a figura ao lado. Ela é formada por duas semi-retas de mesma origem D. Esta figura chama-se ângulo.	Mundo Mágico, Matemática Livro 3, Mariana Andrade & Lídia Maria de Moraes, Editora Ática, São Paulo, 1992, p. 164
Ângulo é uma figura geométrica plana, formada por duas semi-retas não opostas e de mesma origem.	Para Aprender Matemática, 6ª. Série, Iracema Mori, Dulce Satiko Onaga, Editora Saraiva, 1991, p. 220
A reunião de duas semi-retas distintas, de mesma origem e não opostas é um ângulo.	Matemática e Realidade, 6ª. Série, Primeiro Grau, Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antonio Machado, 2ª. Edição, Atual Editora, São Paulo, 1991, p. 173
Ângulo é a figura geométrica formada por duas semi-retas de mesma origem e não colineares.	Matemática, 6ª. Série, Edwaldo Bianchini, Editora Moderna, São Paulo, 1991, p.174
Denomina-se ângulo a figura geométrica constituída por duas semi-retas que têm a mesma origem e não são coincidentes.	Matemática, José Ruy Giovanni, Eduardo Parente, FTD, São Paulo, 1988, p. 150
Ângulo é a figura formada por duas semi-retas de mesma origem.	Geometria 1, Manoel Jairo, Otto Schwarz Bezerra, Roberto Zarembe Bezerra, MEC, Rio de Janeiro, 1985, p. 19
Chamamos de ângulo a figura formada por duas semi-retas com a mesma origem.	Geometria Euclidiana Plana, João Lucas Marques Barbosa, Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, 1985, p. 23
Denomina-se ângulo a figura geométrica constituída por duas semi-retas de mesma origem e não coincidentes.	A Conquista da Matemática: teoria, aplicação, 6ª. Série, José Ruy Giovanni, Benedito Castrucci, FTD, São Paulo, 1985, p. 157
A reunião de duas semi-retas distintas de mesma origem e não opostas é um ângulo.	Matemática 5ª. Série – Primeiro grau, Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antonio Machado, Atual Editora, São Paulo, 1981, p. 178



2ª Categoria: Região no Espaço	Fonte
Abertura. Dadas duas semi-retas unidas pela origem, a abertura entre elas determina um ângulo.	Matemática Ensino Fundamental 5, Projeto Araribá, Moderna, 2004, p. 84
Região. O cruzamento de duas retas sobre o plano determina quatro regiões que são ângulos.	Matemática Ensino Fundamental 5, Projeto Araribá, Moderna, 2004, p. 84
Observe duas retas concorrentes. Elas dividem o plano em quatro regiões. Cada uma juntamente com as semi-retas que as limitam formam uma figura geométrica chamada ângulo.	Matemática Oficina de Conceitos, 5ª. Série, Walter Spinelli, Maria Helena Souza, Editora Ática, São Paulo, 2002, p. 75
Uma região do plano, convexa, limitada por duas semi-retas de mesma origem, não opostas e não coincidentes é denominado ângulo.	A Conquista da Matemática (A + nova), 5ª.Série, Giovanni, Castrucci, Giovanni Jr., FTD, São Paulo, 2002, p. 130
Quando traçamos no plano duas semi-retas de mesma origem, como você vê na representação a seguir, separamos o plano em duas regiões. Cada uma dessas regiões é um ângulo.	Novo Praticando Matemática, 5ª. Série, Coleção Atualizada, Álvaro Andrini, Maria José Vasconellos, Editora do Brasil, São Paulo, 2002, p. 132
Assim, dizemos que ângulo é a região do plano limitado por duas semi-retas de mesma origem.	Mais Matemática, 6ª. Série, Luiz G. Cavalcante, Juliana Soso, Fábio Vieira, Cristiane Zequi, Saraiva, São Paulo, 2001, p. 67
Denomina-se ângulo a região convexa formada por duas semi-retas não opostas que têm a mesma origem.	Matemática Pensar e Descobrir, 5ª. Série, Giovanni & Giovanni Jr., FTD, São Paulo, 2000, p. 142
A ferramenta ângulo realiza a medida em graus.	Software Cabri II
O plano determinado pelos pontos A, B e C ficou dividido em duas regiões chamadas ângulos.	Promat – Projeto Oficina de Matemática, 6ª. Série, Maria Cecília Castro, Maria Capucho Andretta, Aparecida Borges dos Santos Silva, FTD, São Paulo, 1999, p. 146
Definição 1: Chama-se ângulo à região convexa do plano em que duas semi-retas de mesma origem, e não-opostas, dividem esse plano.	Matemática Scipione, 6ª. Série, Scipione Di Pierro Netto, Editora Scipione, São Paulo, 1997, p. 179
Definição 2: Chama-se ângulo a quaisquer regiões que resultam da divisão de um plano por um par de retas que se cruzam num ponto.	Matemática Scipione, 6ª. Série, Scipione Di Pierro Netto, Editora Scipione, São Paulo, 1997, p. 179
Ângulo é a região do plano limitada por duas semi-retas que têm a mesma origem.	Matemática, 6ª. Série, 1ª. Edição, Ênio Silveira, Cláudio Marques, Editora Moderna, São Paulo, 1995, p. 204

<b>2ª Categoria: Região no Espaço</b>	<b>Fonte</b>
A região formada pelas duas semi-retas de mesma origem determina um ângulo.	Livro Matemática Atual, 6ª. Série, Antonio José Lopes Bigode, Editora Atual, São Paulo, 1994, p. 96
Ângulo é a região do plano limitada por duas semi-retas que têm a mesma origem.	Notas de Aulas – Aritmética e Geometria Plana, Escola PRO-TEC, Edição 1989, p. 1.04
Dois retas distintas AB e CD que se cortam num ponto O dividem o plano em quatro regiões. Chama-se ângulo cada uma dessas regiões.	Matemática – Conceitos e Operações, 1º Grau, Scipione Di Pierro Netto, Editora Saraiva, 4ª. Edição, 1986, p. 150 **
É fácil ver que: (aparecem desenhos de planos cortados por duas retas) determinam regiões do plano, que serão chamadas regiões angulares ou ângulos.	PAI (processo auto-instrutivo) Matemática, 6ª. Série, 1º Grau, Scipione Di Pierro Netto, Edição Saraiva, São Paulo, 1977, p. 197
<b>3ª Categoria: Como giro</b>	<b>Fonte</b>
Giro ou Rotação. A rotação de uma semi-reta em torno da origem descreve um ângulo.	Matemática Ensino Fundamental 5, Projeto Araribá, Moderna, 2004, p. 84
A idéia que temos de Ângulo refere-se a direção ou "giro".	Coleção Big Mat Matemática, 5ª. Série, Matsubara & Zaniratto, IBEP, 2002, p. 170.
Vocês observaram que com um giro diferente de meia volta ou de uma volta completa a direção muda? Pois bem, cada mudança de direção corresponde a um ângulo.	Matemática e Você, 5ª. Série, Ângela Vidigal, Carlos Afonso Rego, Maria das Graças G. Barbosa, Michel Spira, Formato Editorial, Belo Horizonte, 2002, p. 137
A essa idéia de abertura associada ao giro denominamos ângulo.	Matemática em Movimento, Adilson Longen, 5ª. Série, Editora do Brasil, São Paulo, 1999, p. 205

<b>4ª Não define/Outros</b>	<b>Fonte</b>
Inclinação. A inclinação de uma reta em relação à horizontal determina um ângulo.	Matemática Ensino Fundamental 5, Projeto Araribá, Moderna, 2004, p. 84
Não há nenhuma preocupação com a definição de ângulo. Iniciamos a unidade com situações que envolvem giro de botões. A compreensão do significado de ângulo, a partir da noção prática e intuitiva de mudança de direção é implementada por meio de atividades com planta de bairro e brinquedos de pista.	Matemática na vida e na escola, 5ª. Série, Ana Lúcia Bordeaux, Cléa Rubinstein, Elizabeth França, Elisabeth Ogliari, Gilda Portela, Editora do Brasil, São Paulo, 1999, p. 15 do Manual do Professor.
Considere três pontos não-colineares A, B e C. As semi-retas AB e AC de origem A limitam dois conjuntos de pontos no plano. A cada um desses conjuntos, incluindo as semi-retas, chamamos de ângulo e podemos representá-los por: $\widehat{BAC}$ ou $\widehat{CAB}$ .	Matemática para o curso de formação de professores de 1ª. A 4ª. Série do 1º. Grau, Cléa Rubinstein, Maria José Monnerat, Regina Hamaty, Regina Monken, Sonia Ortiz, Editora Moderna, São Paulo, 1991, p. 293

\*\* Nota constante no livro:

Esta coleção é apresentada em duas versões:

- Esta versão é destinada aos Estados brasileiros e às escolas particulares de São Paulo.
- A outra versão atende à Proposta do Guia Curricular de São Paulo.

**Tabela 2 – Definições de Livros Didáticos – Durante a Matemática Moderna - estamos considerando o período da Matemática Moderna no Brasil como sendo de 1961 até 1976, Dicionários e Softwares, já por categorias.**

<b>1ª Categoria: Par de linhas</b>	<b>Fonte</b>
Ângulo é a reunião de duas semi-retas de mesma origem, não contidas na mesma reta.	Matemática-7, para Cursos de Primeiro Grau, Osvaldo Sangiorgi, Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1973, p. 63
Sejam as duas semi-retas AO e OB de mesma origem O. A reunião dessas duas semi-retas é a figura geométrica chamada ângulo.	Matemática – Curso Moderno para os ginásios, 3º. Volume, Osvaldo Sangiorgi, Companhia Editora Nacional, 6ª. Edição, 1969, p. 154
Duas semi-retas AO e OB, com a origem O comum, sempre formam um ângulo.	Introdução ao Curso de Geometria Plana, Lucas N. H. Bunt, MEC, 1963, p. 11

<b>1ª Categoria: Par de linhas</b>	<b>Fonte</b>
Ângulo é a figura formada por duas semi-retas que têm a mesma origem.	Matemática (para os primeiro e segundo anos dos ginásios), Carlos Calioli e Nicolau D'Ambrosio, Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1963, p. 139
<b>2ª Categoria: Região no Espaço</b>	<b>Fonte</b>
As duas semi-retas dividem o plano em duas regiões: aquela formada pelos pontos entre os lados (região interna) e aquela formada pelos pontos fora desse conjunto interno (região externa).	Matemática Prática e Moderna, Coleção "Guias Curriculares", Jacy Lamego, 5ª. Série – Primeiro Grau, Editora do Brasil AS, São Paulo, 1976, p. 39
Duas retas que se cortam dividem o plano em quatro partes, formando quatro ângulos.	Curso Moderno, Matemática Moderna, Scipione di Pierro Netto, para 3º., 4º., 5º. Grau e Admissão, IBEP, 1970 (consta ano no carimbo da Biblioteca), p. 127
Sejam AO e OB, duas semi-retas de mesma origem O. A região do plano limitada por AOB em que: $AOB = AO \cup OB$ dá-se o nome de ângulo, cujo vértice é o ponto O e os lados são OA e OB.	Matemática – Estudo Orientado, Volume 3 – Curso Ginásial, José Francisco Comenalli Marques, IBEP, p. 116, não consta o ano (mas segundo o autor foi em 1970).
O ângulo é uma qualquer das duas partes indefinidas de um plano, compreendida entre duas semi-retas que partem de um mesmo ponto.	Geometria no Plano – Exercícios e Problemas Parte A, Alberto Nunes Serrão, Ao Livro Técnico S.A., Rio de Janeiro, 1967, p. 8
Ângulo é a região plana limitada por duas semiretas da mesma origem.	Geometria, Oswaldo Marcondes, Editora do Brasil, São Paulo, 1967, p. 18
Ângulo é a região do plano limitada por duas semi-retas que têm a mesma origem.	Matemática para a Terceira Série Ginásial, Osvaldo Sangiorgi, Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1961, p. 102
<b>3ª Categoria: Como giro</b>	<b>Fonte</b>
Não consta.	
<b>4ª Não define/Outros</b>	<b>Fonte</b>
Observemos as retas r e s: (tem a figura) Elas dividem o plano em quatro conjuntos de pontos, cada um deles é chamado ângulo.	O Trabalho Dirigido no Ensino da Matemática – Curso Moderno 1, Scipione Di Pierro Netto (coordenador), Ailda F. Da Silva Munhoz, Wanda Nano, Iracema Ikiezaki, Edição Saraiva, 1971, p. 189

**Tabela 3 – Definições de Livros Didáticos – Antes da Matemática Moderna – consideramos o período anterior a 1961, Dicionários e Softwares, já por categorias.**

<b>1ª Categoria: Par de linhas</b>	<b>Fonte</b>
Ângulo é a figura geométrica formada por duas semirretas distintas que têm a mesma origem.	Elementos de Matemática, Terceiro Volume para a Terceira Série do Curso Ginásial, Prof. Jacomo Stávale, Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1950, p. 138
Ângulo é a figura formada por duas semi-rectas que partem de um mesmo ponto, seguindo porém direcções diferentes.	Segundo Anno de Mathematica, Jacomo Stávale, Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1932, p. 244
<b>2ª Categoria: Região no Espaço</b>	<b>Fonte</b>
Ângulo é a abertura formada por duas retas que partem do mesmo ponto.	Geometria Elementar com Noções de Agrimensura e de Nivelamento, Coleção FTD, Curso Médio, 1925, p. 8
<b>3ª Categoria: Como giro</b>	<b>Fonte</b>
Não consta.	
<b>4ª Não define/Outros</b>	<b>Fonte</b>
Não consta.	

**Tabela 4 – Resumo das definições por período referente à Matemática Moderna no Brasil por categoria.**

<b>Categorias</b>	<b>Após</b>	<b>Durante</b>	<b>Antes</b>	<b>Total</b>
Par de Linhas	17	4	2	23
Região no Espaço	16	6	1	23
Como Giro	4	-	-	4
Não Define / Outros	3	1	-	4
<b>Total Geral</b>	40	11	3	54

Os resultados indicam que há uma predominância na categoria *par de linhas* nas definições dadas pelos professores. Essa concepção destaca as linhas que limitam os ângulos e consideram o ângulo como um par de semi-retas com origem comum. Essa concepção tem, segundo Casas; Luengo (2005, p. 202), suas limitações, pois como se diferenciam os dois ângulos que se formam no vértice? Como se define um ângulo côncavo ou um ângulo convexo? Como se define um

ângulo negativo? Obrigatoriamente, há a necessidade de se recorrer a desenhos que contenham pequenos arcos identificando os ângulos.

Quanto aos textos didáticos, há uma divisão eqüitativa referente às duas primeiras categorias, pois das cinquenta e quatro definições de Matemática analisadas, vinte e três definições estão na categoria *par de linhas*, vinte e três na categoria *região no espaço* e quatro como *giro*. Também temos quatro livros na categoria *não define/outros*. Já os dicionários, os três analisados trazem definições na categoria *par de linhas*. O software Cabri II traz uma definição classificada na categoria *região no espaço*.

No caso da definição de ângulo como *região no espaço* há uma série de dificuldades, pois não serve para os ângulos de  $0^\circ$ , de  $180^\circ$ , de  $360^\circ$  ou maiores. Nem para ângulos negativos.

Ângulo como *giro* permite considerar ângulos maiores que  $360^\circ$ , ângulos positivos e negativos, mas, segundo Casas; Luengo (2005, p. 203), é uma idéia abstrata, pois não há algo material para representá-la como um par de linhas ou uma região no espaço. Além disso, essa definição de ângulo proporciona uma visão dinâmica, como algo em movimento, em contraste com as outras duas que dão uma visão estática.

A dificuldade de definir de forma adequada não é prerrogativa do conceito de ângulo. Vários conceitos matemáticos têm definições que dão margem a diferentes interpretações muitas vezes contraditórias entre si.

Para Vianna; Cury (2001, p.28-31) é conveniente tentar compreender um pouco melhor o que é uma definição e o que ela faz. “Definir” para esses autores é “restringir ou limitar o uso de um termo a um contexto determinado”. A idéia é buscar coisas em comum para que o conceito em questão se exprima em relação às coisas que lhe são próximas. Desse modo, qualquer coisa que queiramos definir já deverá ser nossa conhecida. Essa observação reforça a idéia de que não se deve começar a trabalhar um conceito com os alunos mediante a sua definição. O essencial é que o conceito seja definido a partir do que é conhecido pela classe. Daí a importância em estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas de conhecimento através da exploração de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, artesanatos, entre outros.

Assim, antes de decidirmos se uma definição é correta podemos observar se ela está bem construída, contextualizada, delimitada. A definição depende também

da utilização que ela terá dentro de uma determinada realidade, de uma determinada sala de aula, ou seja, do contexto e do perfil em que se enquadram o professor e os alunos.

Pelo exposto, não se pretendeu nesse trabalho verificar quais livros ou quais professores dão a melhor definição de ângulo, mas evidenciar as diferentes formas de se identificar um mesmo elemento geométrico. Se o professor conhecer as possíveis definições de ângulo e suas limitações poderá ter mais liberdade e segurança em escolher a mais adequada a uma determinada situação de ensino.

Para Vianna; Cury (2001) a discussão sobre as definições, o apontar falhas nas formulações, devem fazer parte da formação do professor de Matemática, de forma a habilitá-lo a criticar novas idéias, analisar e selecionar material didático. Os cursos poderiam ser revistos no sentido de estimular a investigação quanto às aplicações da Matemática e à análise histórica, sociológica e política de seu desenvolvimento, mesclando assim uma formação humanística à profissional. Assim sendo, cremos que não só melhoraremos a formação didática dos futuros professores como, provavelmente, aprenderão uma Matemática mais adequada aos objetivos da Educação.

Observamos também que os livros da década de 60 e anteriores a esse período traziam os conteúdos de forma bem mais elaborada, mais rica, com mais detalhes e observações. Nos anos 70/80 até fins de 90, os livros já trabalham mais diretamente os conteúdos mínimos, sem muitos detalhes, muitos exercícios e as definições. Depois disso, os autores dos livros têm sido influenciados pelos PCN e já trazem no conteúdo de seus livros-texto a contextualização, a resolução de problemas, um pouco da história da Matemática, o uso das calculadoras.

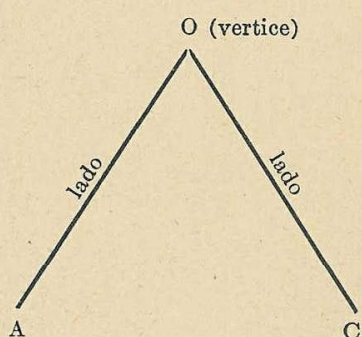
Hoje, verificamos que há uma preocupação em valorizar o ensino da Geometria pelos autores dos livros didáticos, pelos professores, pelos PCN. Contudo, percebemos também que há dificuldades por parte dos mestres em tratar certos conteúdos ligados a ela. Talvez devido a sua formação docente.

Na seqüência, colocaremos três figuras para ilustrar as definições de ângulo trazidas por livros de diferentes épocas, na categoria par de linhas, para nos dar idéia de como vêm sendo trabalhadas ao longo do tempo.

**Figura 2 - Definição de um livro de 1932 - período anterior ao MMM.**

Fonte: "Segundo Anno de Mathematica", de Jacomo Stávale, para Cursos Gymnasiaes, Companhia Editora Nacional, São Paulo.

**118. Angulos.** Angulo é a figura formada por duas semirectas que partem de um mesmo ponto, seguindo porém direcções diferentes.



O ponto O é a origem das duas semirectas OA e OC. Estas duas semirectas partem de um mesmo ponto O, mas **não seguem a mesma direcção, nem direcções oppostas ; seguem direcções diferentes** e a figura que ellas formam é chamada **angulo**. As duas semirectas recebem o nome de lados do angulo e a origem das duas semirectas recebe o nome de **vertice** do angulo.

Para ler um angulo, para citar, por exemplo, o angulo representado pela figura, é necessario dizer **angulo AOC** ou **angulo COA**, collocando sempre a letra do vertice entre as outras duas. Seria erro dizer angulo **ACO** ou angulo **CAO**.

Os lados de um angulo são duas semirectas ; estas não têm comprimento determinado ; portanto, **o comprimento dos lados de um angulo em nada influe sobre a grandeza deste mesmo angulo.**

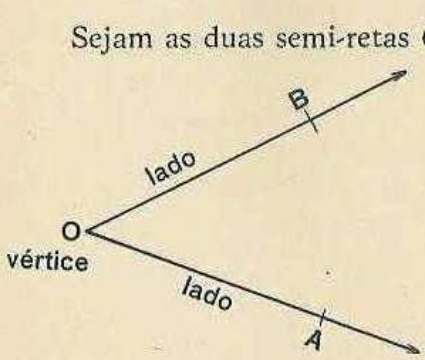


**Figura 3 - Trata-se de um livro de 1969, editado no período da MM.**

Fonte: "Matemática – Curso Moderno" - 3º Volume para os ginásios, de Osvaldo Sangiorgi, Companhia Editora Nacional.

**17. Conceito de ângulo**

Sejam as duas semi-retas  $\vec{OA}$  e  $\vec{OB}$  de mesma origem  $O$ . A reunião dessas duas semi-retas é a figura geométrica chamada **ângulo**. Indicação:  $A\hat{O}B$  ou  $B\hat{O}A$ . Logo:



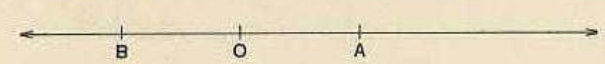
$[\hat{\text{Ângulo}}] \iff [\text{reunião de duas semi-retas de mesma origem}]$

e simbolicamente:

$$A\hat{O}B = \vec{OA} \cup \vec{OB}$$

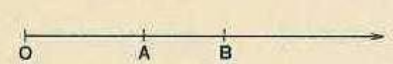
As semi-retas  $\vec{OA}$  e  $\vec{OB}$  são denominadas *lados* e a origem comum  $O$ , *vértice* do ângulo.

*Casos particulares:* 1. Os lados são semi-retas *opostas*:



neste caso, o ângulo diz-se *raso*.

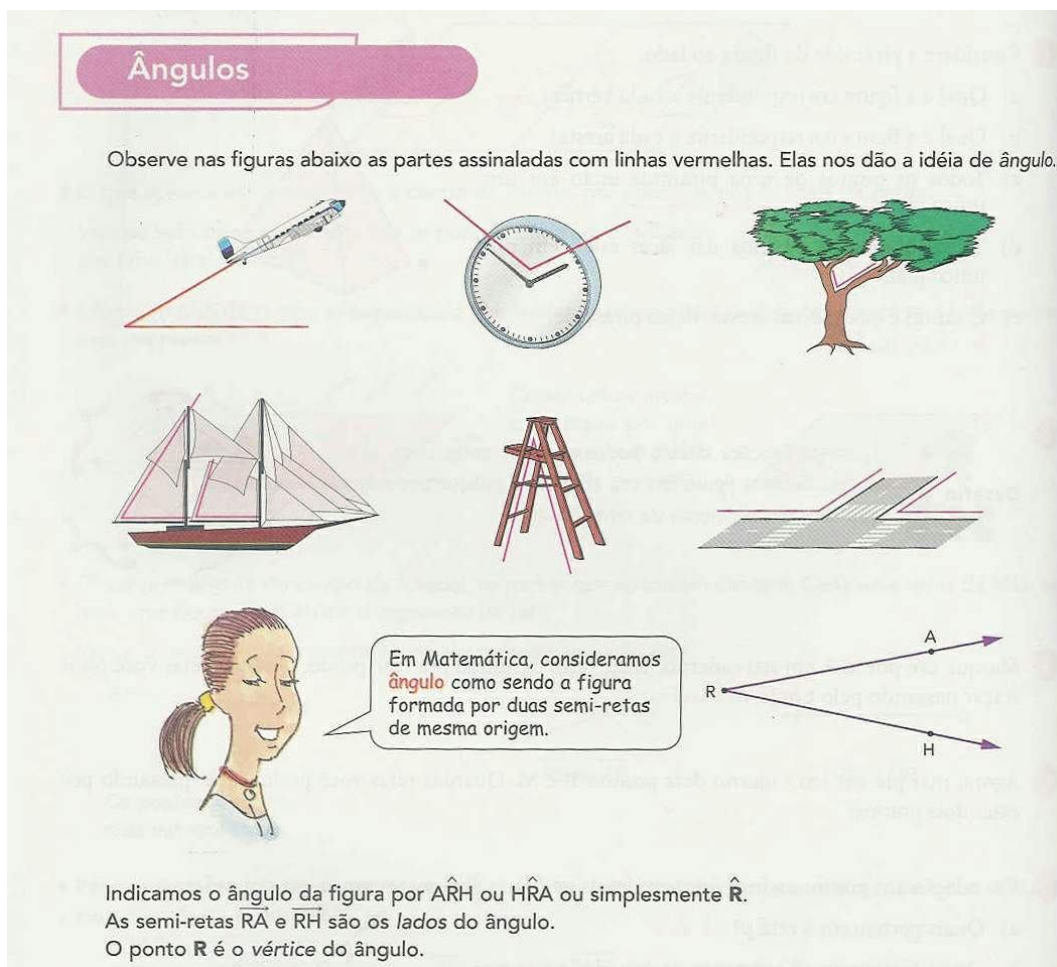
2. Os lados são semi-retas *coincidentes* ( $\vec{OA} = \vec{OB}$ ):



neste caso, o ângulo diz-se *nulo*.

**Figura 4 - É de um livro editado em 2005. Época atual, após o MMM.**

Fonte: "Tudo é Matemática", 5ª. Série, de Luiz Roberto Dante, Editora Ática, São Paulo.



Diante do exposto, podemos resumir algumas das possibilidades pedagógicas, de forma bastante geral, que podemos aplicar em nossas salas de aula, melhorando nossa prática pedagógica, independente do assunto abordado, algumas sendo novidades e outras não.

São elas: a resolução de problemas; a utilização da História da Matemática no desenvolvimento dos conteúdos; partir de situações-problema do cotidiano do aluno; incentivar a pesquisa; trabalhar com o lúdico sempre que possível (jogos); analisar caminhos diversos para se chegar a um mesmo resultado; verificar os resultados obtidos no contexto do problema; trabalhar com vários assuntos ao mesmo tempo; utilizar e analisar tabelas e vários tipos de gráficos; refletir sobre a Matemática como sendo uma Ciência social, cultural e humana; aprender com os alunos; sugerir problemas interessantes, incentivando a curiosidade e o desafio; dominar os conteúdos abordados; trabalhar com a criança no processo de fazer Ciência, participando das descobertas; utilizar softwares, como o Excel, para ensinar os conteúdos matemáticos; realizar as mesmas tarefas em sala de aula e depois com o computador; fazer uso de materiais (por exemplo, os sólidos geométricos) para ilustrar questões a serem resolvidas; incentivar o levantamento de hipóteses; não se isolar na própria disciplina; aprender outras disciplinas e/ou pedir orientações para profissionais de outras áreas de conhecimento; trabalhar a interdisciplinaridade; semear a paz e desenvolver a crítica responsável no aluno; abordar assuntos matemáticos, levando em conta a estrutura cultural do povo que é ensinado (Etnomatemática); utilizar os temas transversais; trabalhar com o geoplano; não separar a teoria da técnica; Modelagem Matemática.

Sem dúvida, muitas são as contribuições e as idéias para que o processo de ensino-aprendizagem da Matemática seja realizado de forma mais eficaz e prazerosa.

### **CAPÍTULO 3: CONCEPÇÕES E PRÁTICAS DOCENTES SOBRE ÂNGULO**

Neste capítulo, procuramos apresentar algumas questões sobre a relevância para o ensino-aprendizagem de Matemática de se ter em sala de aula um professor-pesquisador em Educação Matemática e aspectos críticos da Educação Matemática tradicional realizada em cursos de Licenciatura em Matemática e, ainda, as concepções práticas do ensino de ângulo segundo professores dessa área, de um Curso de Educação Continuada.

#### **3.1 Formação do Professor-Pesquisador para a Educação Matemática**

A Matemática é uma disciplina universal, seu conteúdo é ensinado em todo o mundo, às vezes, com apenas algumas variações. É a base para a Ciência moderna e para a Tecnologia, um instrumento de trabalho para muitas outras áreas do saber devido a seus conceitos e técnicas que satisfazem as necessidades da vida social. É a disciplina que mais gera discordâncias epistemológicas. Por isso, a grande importância em se ter o professor-pesquisador como sendo um caminho para enfrentar os problemas que temos em sala de aula. Através de uma simples investigação podem surgir idéias para criar e modificar a própria prática.

Para sair de uma prática pedagógica rotineira é necessário que o professor tome ciência da situação escolar brasileira, levando em conta essa realidade e sua história. Também obtenha fundamentação teórica para inovar sua ação enquanto professor, conseguindo determinar atividades que estejam voltadas aos interesses dos seus alunos, sempre unindo teoria e prática. Sabendo que a Educação não é neutra, existindo ligação entre o pedagógico, o político e o social.

A Matemática não é uma Ciência objetiva, neutra, pronta e acabada, que valoriza por demais suas técnicas. Ela surge da atividade social e econômica de determinadas comunidades, portanto tem história. Por isso, o professor necessita rever seus objetivos educacionais de forma que coincidam com os da sociedade na qual atua. O movimento que se preocupa com os aspectos políticos da Educação Matemática é chamado de *Educação Matemática Crítica*, surgido na década de 80.

(BORBA, 2001). A quem interessa que a Educação Matemática seja organizada dessa maneira? Para quem a Educação Matemática deve estar voltada?

As licenciaturas em Matemática continuam, em geral, alienadas, havendo uma forte presença ainda da visão positivista nos ramos do saber. O Movimento da Matemática Moderna também se faz presente muitas vezes em nossas salas de aula. Percebemos isso, na formalização de conceitos, nas poucas (ou nenhuma) práticas da Matemática, no predomínio da Álgebra. Portanto, inovar não significa simplesmente criar novos métodos, mas sim posicionar-se como pessoa crítica e criativa. O cientista ou pesquisador se transforma enquanto transforma sua realidade.

O educador é um dos responsáveis para que haja transformação da sociedade. A sala de aula hoje é marcada pela ideologia daqueles que têm o poder. É um espaço político que pode ser modificado. O professor precisa fazer a interação entre o pedagógico e o político.

Muitas vezes o procedimento do docente de Matemática em suas aulas é que faz permanecer a atitude passiva do aluno. O aluno não possui métodos de estudos e nem um preparo psicológico para saber ouvir e anotar. Às vezes, o máximo que faz é anotar algumas considerações da aula e depois tentar reproduzir nos exercícios, sem o devido entendimento.

Neste caso, o aprendiz não reconstrói o conhecimento, desconhece o resultado desejado, não observa a atividade, ou seja, não relaciona a estrutura lógica com a prática da operação.

Muitos professores acreditam que a simples exposição de um conteúdo é suficiente para que haja aprendizagem, ou ainda combinam a fala com audiovisuais, a fala com computadores... e pensam estar inovando.

Porém, faz-se necessário estudar alternativas, em que a participação do aluno seja essencial, que ele tenha que construir o conhecimento ao mesmo tempo em que incorpora a Matemática espontânea. Vimos isso quando falamos sobre os Estudos CTS.

Os professores formadores ajudariam muito no sentido de mostrar como desenvolver essas propostas científico-didáticas aos graduandos. Sabemos da utilidade da Matemática, mas precisamos refletir a quem está servindo esse conhecimento.

Segundo Floriani (2000), para que um educador de Matemática seja inovador e contribua para a transformação da sociedade, ele deve orientar suas tarefas escolares por determinados pressupostos políticos. Ele propõe, nesse sentido, seis requisitos:

- Adquirir uma bem estruturada consciência profissional;
- Ter uma visão ampla dos limites de sua atuação para não sentir-se frustrado e ser abocanhado pelo desânimo diante da impotência de seus esforços;
- Refletir continuamente sobre a própria prática;
- Buscar constantemente soluções para os problemas do seu dia-a-dia;
- Assimilar, cada vez mais profundamente, os conteúdos ensinados;
- Vivenciar o referencial teórico em nível de experiência de vida. (FLORIANI, 2000, p.123-125).

É com inovações no sistema de ensino, com professores críticos, com alunos que independente de suas classes sociais sejam livres da incompreensão histórica que conseguiremos melhorar a sociedade em que vivemos e a construirmos uma história dos homens que refletem a subjetividade não só deles mesmos, mas do homem em geral.

Os cursos de licenciatura podem e devem organizar um currículo baseado em assuntos modernos, aulas com participação dos alunos, percebendo a importância das atividades. A formação de professores precisa sanar dois problemas essenciais que são a falta de capacitação para conhecer o aluno e a aquisição de conteúdos obsoletos.

É também essencial que o profissional da Educação esteja em contato com as organizações profissionais de sua área, tenha uma Educação permanente, se atualize e se aprimore. De acordo com Ubiratan D'Ambrosio (1996), os professores de Matemática não deveriam permanecer mais de três anos, lecionando numa mesma série a mesma disciplina. É necessária uma reciclagem do conhecimento.

São muito importantes as aulas expositivas e as conferências, porém não é possível que somente esses métodos dominem todo o programa de um curso. Trabalhar com grupos por meio do método de projetos é muito rico. Flexibilizar conteúdos e metodologias se faz necessário.

Baseados no livro *Formação de professores de Matemática: uma visão multifacetada*, organizado por Cury (2001), gostaríamos de destacar algumas idéias importantes sobre esse assunto, auxiliando-nos assim em nossa reflexão.

Os cursos de formação de professores estão passando por várias modificações devido às políticas educacionais brasileiras como a Lei de Diretrizes e

Bases da Educação Nacional (Lei no. 9394/96) e a Lei das Diretrizes Curriculares para os Cursos de Licenciatura.

As Licenciaturas em Matemática também apresentam problemas que podem envolver grade curricular, carga horária de prática de ensino, metodologias de ensino, entre outros; e necessitam urgentemente gerar mudanças para oferecer um ensino com qualidade, moderno e que atenda às demandas da sociedade.

Precisamos que haja mais preocupação com a formação pedagógica dos licenciados e não apenas com os conteúdos matemáticos. Desde a década de 40 e até hoje podemos encontrar muitos docentes que supervalorizam os conteúdos, influenciando e moldando a prática de seu alunado. Sabemos que os alunos, em geral, são influenciados pelas posturas e opiniões de seus mestres.

Os professores devem conhecer várias metodologias para poder escolher aquela que mais se adaptará a um determinado conteúdo, deve saber relacionar os conteúdos matemáticos, entender a razão pela qual utiliza uma fórmula e conhecer sua origem.

Para isso, as Licenciaturas devem oferecer disciplinas que tenham a capacidade de fazer a ligação entre a área específica e a pedagógica. Seus professores devem se atualizar e assim lecionar uma Matemática capaz de desenvolver habilidades como: a Modelagem Matemática, a análise de dados, a formulação de questionamentos, o levantamento de hipóteses, a verificação dessas hipóteses e as justificativas das conclusões obtidas.

Dessa forma, o futuro professor será motivado a ter uma prática modificada, com senso crítico sobre sua realidade, conhecimento profundo sobre o conteúdo que aborda e aberto à pesquisa, e não será apenas mais um reprodutor do conhecimento pronto e acabado. (CURY, 2001).

Também é importante desenvolver nos licenciados a capacidade de construção de projetos pedagógicos criativos. Com os meios de comunicação de massa atuais, torna-se preciso que professores e alunos aprendam a falar sobre suas dificuldades e a aprender uns com os outros. O professor não mais é o detentor único do conhecimento.

Outro ponto relevante nos cursos de Licenciaturas de Matemática é a utilização de computadores, de softwares, de calculadoras gráficas, enfim, fazer uso das Tecnologias como fonte de oportunidades para a aprendizagem. Oferecer também as novas tendências nas áreas de Educação, Educação Matemática e

Psicologia Cognitiva para colaborar com o futuro professor na adequação de sua prática.

Utilizar os erros dos alunos para compreensão de suas dificuldades, propor desafios que exijam esforço conjunto dos alunos e desenvolver habilidades de mudanças de estratégias através da resolução de problemas, são alguns dos tópicos exigidos tanto pelo futuro professor de Matemática como qualquer outro profissional.

A criação de grupos de estudo permanentes também é muito interessante, dará oportunidade para refletir sobre as atividades como educadores e sobre temas diversos que vão desde a História da Matemática até as práticas vigentes nos atuais cursos.

Não podemos esquecer que os estudos sobre a formação de professores têm a ver obrigatoriamente com o contexto cultural, daí o motivo pelo qual o conhecimento sobre a formação docente depende da situação e muda-se constantemente. Surgem então vários modelos explicativos na tentativa de suprimir lacunas ou reconciliar inconsistências ou, ainda, agregar novos elementos ao conjunto que se tem.

Alguns fatores contribuem para que o professor venha a melhorar sua própria prática. Entre eles, temos:

- Características pessoais e profissionais, pois o professor revela-se como pessoa quando desempenha sua função de docente;
- Domínio do conhecimento, quando o professor não sabe precisa estudar junto com os alunos;
- Segurança que é transmitida aos alunos, possibilitando a ocorrência de críticas e discussões produtivas entre alunos e professor;
- Respeito mútuo, o professor se dispõe a ouvir o aluno e a acolher opiniões divergentes;
- Gosto pela docência expressando realmente o entusiasmo pelo seu trabalho;
- Exigência com que desenvolve a sua prática fazendo com que o aluno aceite de forma compreensiva as exigências que lhe são feitas como intervenções, questionamentos e direções e ainda, o respeite como pessoa;
- O espaço de sala de aula e a interação que nela ocorre, havendo reciprocidade e comunicação entre professor e alunos. O professor deve dar o apoio técnico ao aluno auxiliando-o na descoberta e nos caminhos a seguir em seu projeto de realização. Baseia-se na afetividade e na cognição;
- Competência profissional, ou seja, para ser professor deve-se saber o que e como ensinar, agir e refletir, julgar ações que estão sendo desenvolvidas e saber ajustar a situações imediatas, para isso o docente deve se manter atualizado participando de cursos, congressos, seminários científicos e realizando pesquisas de diferentes modalidades. Acompanhando e até provocando mudanças contextuais.
- Abertura ao contexto social e político, criando oportunidades para integrar o cotidiano às atividades e se possível, realizar ações concretas na comunidade. Confrontar com a realidade e auxiliar o aluno a se reconhecer como cidadão histórico. Desenvolve assim uma prática reflexiva, crítica e transformadora. (CURY, 2001, p. 34-44).



Há uma grande necessidade em atribuirmos significados aos conteúdos matemáticos, utilizarmos a criatividade, a imaginação, a experimentação, fazer uso das mais variadas analogias, tentativas e erros, enganos e até trapalhadas, segundo Morris Kline, em um artigo de 1970, quando criticava a implantação da Matemática Moderna.

O rigor matemático, o formalismo, a verificação através das provas rigorosas foram herdados por Euclides, no seu livro “Elementos”, no terceiro século antes de Cristo, tanto que as concepções matemáticas giram em torno da noção de prova como sendo o eixo principal, normas ditadas pela Lógica Matemática.

Hoje, porém, todo esse parâmetro de rigor já é contestado. Há autores que defendem que o processo de validação do conhecimento matemático é um trabalho ideológico, interno, da comunidade de profissionais historicamente encarregada da produção desse conhecimento.

Disso tudo, seria interessante que algumas disciplinas dos cursos de graduação fizessem um estudo crítico sobre a prova rigorosa e o fazer do professor.

Um dos documentos básicos para a educação escolar americana – Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics – que inclusive serviu como uma das bases para a elaboração de nossos PCN, dividiu em quatro categorias que são: resolução de problemas, comunicação, raciocínio e conexões. A partir delas o aluno deve aprender Matemática via resolução de problemas desafiadores e ligados ao mundo real, deve saber comunicar suas idéias, pensar e avaliar soluções de problemas e perceber conexões entre as idéias matemáticas e também entre as matemáticas do cotidiano e a escolar.

Dessa maneira, os alunos irão testar procedimentos e hipóteses por eles elaborados, utilizar conjecturas e fazer explorações para a resolução de problemas, em vez de simplesmente utilizar algoritmos mecanizados e memorizações.

O professor também deve estimular o uso de calculadoras, computadores, figuras, diagramas, materiais concretos, analogias, histórias, hipóteses escritas, tabelas e gráficos, explicações e argumentações, apresentações orais e dramatizações, e outros.

Discutir com os alunos o que seria uma definição e solicitar deles exercícios que seriam motivadores para depois então discutir conteúdos, sejam de Geometria ou de outra área, para concluir com um estudo sobre as definições em questão.

O professor deve ser provocador fazendo uso de questões, de informações, com intervenções didáticas apropriadas, contudo, o aluno deve levar em conta o seu relacionamento com o saber específico para que possa produzir novos significados.

Nos PCN (1998a) constam quatro recursos para se fazer Matemática. São eles: resolução de problemas; História da Matemática; Tecnologias da informação: calculadoras e micro-computadores. Por fim, jogos. Porém, o livro-texto utilizado pelo professor nem sempre inclui todos esses tópicos.

Sobre o estudo da História da Matemática seria muito interessante colocá-lo nos cursos de licenciatura, pois seria uma maneira para entender melhor a relação entre o conhecimento matemático com o homem dentro de um determinado contexto cultural.

Também colaboraria para satisfazer nossos desejos em sabermos como se originaram e se desenvolveram temas/assuntos ligados à Matemática; auxiliaria no ensino e na pesquisa; ajudaria a entender as aplicações da Matemática nas outras áreas de conhecimento, entre outros.

Mas, apesar de existirem fortes intenções em se colocar a disciplina História da Matemática no currículo nacional oficial e ainda, os PCN (1998a) apontarem a grande importância da utilização dessa disciplina, há algumas barreiras a serem vencidas, como, por exemplo, a falta de professores preparados nessa área e também a falta de literatura adequada. (CURY, 2001).

Quando existe a bibliografia, o seu acesso é muito difícil. Existem alguns autores de livros didáticos do Ensino Fundamental e Médio que colocam a História da Matemática, aparece como lendas, como notas de rodapé, algumas curtas biografias, no final de cada capítulo com o título de *leitura*, mas com o intuito maior em divertir o aluno do que em colaborar com a sua aprendizagem.

É raro encontrar nos livros didáticos de Matemática indicados para o ensino superior a inclusão de notas históricas.

Existem alguns cursos de licenciatura que oferecem a disciplina, em geral, no final do curso com uma carga horária que varia entre 45 a 120 horas, em algumas instituições de ensino como sendo matéria obrigatória e em outras como sendo optativa. O problema é a grande diversidade quanto aos objetivos e conteúdos.

Nos cursos de formação de professores, a matéria da História ajudaria a entender a própria Matemática para perceber o seu significado e a sua humanidade, pode ser aplicada em sala de aula como motivação para introduzir novos

conhecimentos e ajudar a despertar interesse, fundamentar os conteúdos matemáticos, complementando a formação profissional e mostrando a sua evolução dentro de um contexto sociocultural.

A História da Matemática, segundo os PCN (1998a), contribui para o processo ensino-aprendizagem. Auxilia o aluno a desenvolver valores e ações favoráveis diante desse conhecimento. Revela-se como sendo as necessidades de culturas diferentes em momentos históricos diferentes e estabelece comparações entre os processos matemáticos do passado e do presente.

Também traz informação sociológica, antropológica e cultural. Ajuda o estudante a compreender que o avanço tecnológico atual só é possível graças às gerações anteriores que nos deixaram como herança a sua cultura.

Outros aspectos importantes ligados à História da Matemática que nos são oferecidos: esclarece idéias matemáticas que vêm sendo construídas pelo aluno e sugere tipos de abordagens do próprio conceito visto em questão.

Ainda de acordo com os PCN (1998a), a História da Matemática é mais um recurso didático para o professor. Não deve ser reduzida a datas, fatos e nomes, nem deve ser contada, por trechos, em todas as aulas de Matemática.

No artigo escrito por Badillo et al. (2004), sobre o conceito de valência, os autores:

consideram que o envolvimento dos estudantes num estudo histórico-epistemológico de um modelo, teoria ou conceito científico, pode permitir compreender e ter uma idéia mais aproximada do trabalho científico e do desenvolvimento das Ciências, isto é, a realidade científica do trabalho científico no contexto em que se desenvolve tal conceito; diferente da habitual Ciência absoluta, empirista e acumulativa. (BADILLO et al., 2004, p. 581).

Porém, os autores reconhecem que a Educação superior apresenta a definição de conceito sem levar em conta sua construção histórica, o que evidencia uma falha na formação dos professores. Não se pode exigir que eles trabalhem com a História da Ciência se em nenhum momento de sua formação inicial isso ocorreu.

No caso da Matemática, muito cuidado é preciso quando se fizer uso da história, pois, de acordo com Nobre (2004), para que haja base qualitativa que sustente as informações adquiridas sobre determinado fato histórico, é necessário que se tenha a maior quantidade de informações possíveis sobre o fato em questão. O autor nos alerta que poucas informações vindas de fontes duvidosas sobre

determinado conceito, por exemplo, podem originar interpretações distorcidas e conflitantes.

Outra preocupação é a forma como a história muitas vezes nos é apresentada, ou seja, o grande pensador, o gênio é isolado do mundo do qual faz parte. Esquece seu mundo, o ambiente social, a família, seus professores, etc.

Sobre esse assunto, Medeiros et al. (2004, p. 559) exemplifica muito bem, contando como se deu a invenção histórica do Nônio, instrumento destinado a medir, com precisão, as frações em uma escala, o qual conduziu à criação do paquímetro. Ilustrando a ligação existente entre o desenvolvimento científico e a temática social que o cerca.

Voltando as reflexões de Cury (2001), as novas Tecnologias de informação e comunicação já se tornaram uma necessidade de um bom profissional além de ser uma exigência do mercado de trabalho. Fazer uso de computadores no ensino, softwares, Internet permite uma maior interatividade entre o aluno e a base de dados, colaborando para que haja um melhor entendimento dos conceitos e aplicações do conteúdo apresentado.

Contudo, percebemos que atualmente a grande maioria das escolas não fazem uso das novas Tecnologias, talvez pelo fato de o professor não ter familiaridade com o seu uso e não compreender a importância de sua utilização dentro do contexto em que atua.

O grande desafio é fazer com que professores e alunos saibam usar todos os recursos disponíveis para a construção do conhecimento matemático. O estudante que já tem idéias corretas sobre conceitos e definições, pode deixar para o computador e calculadoras a realização dos cálculos demorados e a execução de algoritmos e se preocupar apenas com as análises teóricas sobre os mesmos. Por outro lado, os recursos tecnológicos podem oferecer aspectos de um conceito que ajude o aluno a compreendê-lo melhor.

O professor deve saber optar pelo software adequado, pelas linguagens de programação, pelos bancos de dados e processadores de texto, deve saber manusear e explorar suas potencialidades, ter um planejamento didático pedagógico que atinja os objetivos da aprendizagem. Desse modo, utilizará o computador de forma inteligente e ao mesmo tempo como estímulo para a construção de conhecimentos para o aluno, sanar dificuldades e ajudá-lo a compreender conteúdos específicos.

O computador também oferece facilidades para o docente: elaboração e ilustração de recursos didáticos, correção de exercícios, implementação de aulas práticas, e outros.

Alguns softwares utilizados hoje são: MAPLE, MATHEMATICA, MATLAB, DERIVE, Yfunx, Winplot, Graphmatica, Mathlab1, Algebrax, Wingeom, Cabri-Geometry, Excel, LOGO, etc.

Se o futuro professor tiver contato com os recursos tecnológicos desde o início do curso, estará capacitado a trabalhar com o computador em sala de aula. Tendo uma formação superior de qualidade, os licenciandos poderão contribuir para a melhoria do ensino da Matemática independente do nível que trabalharão. Eis nosso desafio, porém percebemos que, para que tudo isso aconteça de fato, necessitamos dos esforços de muita gente e de vários setores. (CURY, 2001).

A escola está colocada num mundo de transformações, portanto, além da história da humanidade, questões humanitárias, éticas e ambientais (que colocam o planeta em risco) devem ser refletidas e respondidas. É a escola que contribui para a formação do cidadão capaz de exercer intervenções críticas sobre tais questões. (BIGODE, 2005, p. 50).

De acordo com Skovsmose (2001), a Educação tem se preocupado em preparar os alunos para o convívio no trabalho e na sociedade, e complementa:

Mas tendências alternativas na educação têm enfatizado que ela deve também preparar os indivíduos para lidar com aspectos da vida social fora da esfera do trabalho, incluindo aspectos culturais e políticos. Em resumo, um dos objetivos da educação deve ser preparar para uma cidadania crítica. (SKOVSMOSE, 2001, p. 87).

Compreendendo um pouco melhor sobre a formação do conhecimento matemático, segundo Fiorentini (2004), não basta apenas que o futuro professor tenha uma formação sólida da Matemática, é preciso que ele conheça como a produção de significados em Matemática se deu historicamente e também em sala de aula. É preciso que ele conheça e saiba avaliar tanto as potencialidades educativas como as formativas do saber matemático para que esse professor possa ajustar-se, da melhor maneira, na realidade escolar que vai atuar, sendo efetivamente o mediador entre o conhecimento e o aluno. O professor deve assumir uma prática pedagógica que colabore com o aluno para o desenvolvimento de sua autonomia de linguagem e de pensamento.

Afirma:

Por isso, para ser professor de Matemática não basta ter um domínio conceitual e procedimental da Matemática produzida historicamente, precisa, sobretudo, conhecer seus fundamentos epistemológicos, sua evolução histórica, a relação da Matemática com a realidade, seus usos sociais e as diferentes linguagens com as quais se pode representar ou expressar um conceito matemático (ou seja, não apenas o modo formal ou simbólico). (FIORENTINI, 2004, p. 4).

De acordo ainda com esse autor, sobre a formação pedagógica do professor nas disciplinas matemáticas, coloca as influências (às vezes, até inconsciente) que a própria experiência, enquanto aluno, exerce sobre o futuro docente e que acabam sendo reproduzidas, mesmo que parcialmente, constituindo assim a tradição pedagógica, muito difícil de ser transformada.

Na tentativa para romper com essa tradição pedagógica, para os futuros professores de Matemática, Fiorentini (2004) propõe, na universidade, que os licenciandos realizem “investigações matemáticas em sala de aula, de desenvolvimento em projetos de modelagem matemática, baseados na metodologia de projetos” (p. 6), além de promoverem seminários para estudar a evolução histórica dos conceitos ou realizar estudos temáticos. Dessa maneira, aproximam-se do “movimento de elaboração/construção do saber matemático” (p. 6).

As disciplinas didático-pedagógicas podem:

1. Alterar a visão e a concepção de Matemática. Passa a ser vista como saber sócio-cultural que é produzido nas relações e práticas humanas e pode expressar-se de múltiplas formas.
2. Ajudar a re-significar conceitos e procedimentos matemáticos, adquiridos durante o processo de escolarização. Por exemplo, o conceito de ângulo é também um conceito que os futuros professores o tem associado à área ou à distância entre duas semi-retas concorrentes, e, inclusive, alguns o delimitam como região próxima ao vértice. Alguns possuem um conceito de ângulo rígido e estritamente euclidiano, excluindo significações como inclinação, abertura, mudança de orientação ou parte de uma rotação...
3. Analisar e discutir episódios reais de sala de aula... esta forma investigativa e de reflexão compartilhada sobre a prática, em colaboração com outros licenciandos e professores, tem se mostrado muito eficiente para desencadear um processo efetivo de desenvolvimento profissional do professor aprendiz, sendo capaz de promover mudanças radicais na prática docente de cada um.
4. Promover processos de metacognição (que é tomar conhecimento sobre o próprio processo de aprender a ensinar) e de metareflexão (refletir/analisar o próprio processo de refletir em ação, durante as aulas), contribuindo, assim, para produzir outros sentidos para o saber matemático. Exige a formação de um profissional reflexivo e investigativo sobre a própria prática...
5. A licenciatura deve ser vista como um porto de passagem. (FIORENTINI, 2004, p. 8).

Fiorentini (2004) encerra, dizendo que o formador de docentes de Matemática, enquanto formador-pesquisador, necessita colocar a sua docência

como função principal e lançar mão da investigação para realizar e desenvolver essa função.

### 3.2 Concepções e Práticas sobre Ângulo de Professores em Educação Continuada

Como já mencionamos o conceito ângulo, apesar de ser elementar da Geometria, traz dificuldades para ser aprendido e também ser ensinado. Nesse sentido, elaboramos questionários e aplicamos em professores de Matemática que realizavam um Curso de Educação Continuada, a fim de percebermos como tais docentes definem o conceito de ângulo e ainda como ensinam esse assunto em suas salas de aula.

Iniciaremos, abaixo, a exposição dos resultados obtidos através de questionários semi-estruturados respondidos pelos vinte e três professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio em 2006, participante de um curso de capacitação continuada de Matemática, oferecido por uma universidade privada sob coordenação geral da Diretoria de Ensino de Piracicaba e Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. As Tabelas 5 e 6 trazem, respectivamente: Tabela 5 (respostas à questão: como você define ângulo?) e Tabela 6 (respostas à questão: Como você introduz e ensina o assunto ângulo em sua sala de aula?).

**Tabela 5 - Apresentação das respostas dos professores à questão: Como você define ângulo?**

1º Categoria: par de linhas (48%)	Professores
É o encontro de duas semi-retas do centro da circunferência.	5
O encontro de duas retas no centro da circunferência.	6
Ângulo é o encontro de dois segmentos formando um vértice.	7
Formado com duas retas com origem comum.	9
Ângulo é uma medida que aborda o grau, entre dois segmentos ligados por um vértice.	10
Duas semi-retas, não coincidentes, de mesma origem.	12
Medida de duas retas de uma mesma origem.	15
É a medida entre duas semi-retas que tem a mesma origem.	16
É a junção de dois segmentos retas cuja origem é o vértice.	18

<b>1º Categoria: par de linhas (48%)</b>	<b>Professores</b>
É a união de duas semi-retas, sendo o ponto de intersecção chamado vértice, e as semi-retas, lados.	22
É o encontro de duas semi-retas, sendo o ponto de intersecção chamado vértice, e as semi-retas são denominadas lados.	23
<b>2ª Categoria: Região no espaço (39%)</b>	<b>Professores</b>
Ângulo é a região do plano formado pelo encontro de duas semi-retas que partem da mesma origem.	1
É a região geométrica entre duas semi-retas.	2
É a amplitude “abertura” angular de uma determinada região.	3
Ângulo pode ser definido como abertura, mudança de direção.	4
Abertura formada por duas semi-retas com origem comum (vértice).	8
É uma abertura entre duas retas com um mesmo vértice.	11
Abertura de 2 semi-retas com 1 ponto comum forma 1 ângulo.	17
É a medida do espaço entre duas semi-retas que possuem a mesma origem.	19
É o espaço formado pela abertura da tesoura e varia de acordo com a posição.	20
<b>Não responderam (13%)</b>	13,14 e 21

As respostas mostram que as definições são incompletas e algumas, confusas, sem rigor matemático. Tais definições podem comprometer a aprendizagem sobre ângulos, conforme apresentado no Capítulo 2. Fica evidente que há um despreparo por parte de alguns professores, como nos recordou Lima (2003).

Para esse autor, um bom professor necessita conhecer muito bem o conteúdo a ser ensinado, no entanto percebemos definições muito vagas como, por exemplo, aquelas dadas pelos professores 2 e 3. O professor 20 também faz referência à posição sem explicar o que significa essa informação, uma situação muito específica.

Verificamos ainda que algumas respostas dadas pelos professores 5 e 6 contidas na Tabela 5 geram dúvidas para o entendimento, pois parecem implicar mais no conceito de arco (ângulo no espaço, envolvido em funções trigonométricas, por exemplo) do que no conceito de ângulo de figura plana, que é o nosso interesse.

As informações dadas pelos professores trouxeram, de forma geral, mais dúvidas do que as apresentadas pelos livros. A linguagem usada pelos professores



para a definição de ângulo pode gerar aprendizagens inadequadas, senão equivocadas e/ou errôneas. Por exemplo, quando o professor 15 diz “medida de duas retas de uma mesma origem” pode dar a entender que se deve medir o comprimento das retas, o que é impossível, pois reta é infinita em suas extremidades sem começo e sem fim, na verdade, o termo *reta* está indevido. Outro professor, 7, já faz uso do termo *segmentos*, também incorreto, pois, o segmento tem começo e fim, podendo ter o seu comprimento medido, não é o caso na definição de ângulo.

Sabemos que a maioria dos professores, senão todos, utiliza o livro didático e se apóia nele para responder à questão apresentada, assim esperava-se que eles ao menos repetissem as definições contidas nos livros.

Lembramos o que Moysés (1997) colocou sobre o obstáculo constante do professor, ou seja, saber do alcance dos significados que seus alunos atribuem à sua fala, daí a necessidade em se ter cuidado e atenção com as palavras e os termos usados em sala de aula, pois compromete a aprendizagem.

Quando o professor somente utiliza o livro-texto, o curso dado por ele (docente) fica comprometido, amarrado, pois o livro, por si só, além de não dar conta de tudo, possui suas limitações. Portanto, o professor deve complementar aquilo que o livro não traz. Entretanto, para usar o livro-texto mais como apoio e não como guia, o professor deveria estar bem formado na área.

Como já foi divulgado, o Brasil ficou num dos últimos lugares no PISA (sigla, em inglês, para Programa Internacional de Avaliação de Alunos) nas provas de Leitura e Matemática. Os alunos brasileiros ficaram na 53<sup>a</sup>. posição em Matemática, entre 57 países participantes, onde 73% dos nossos estudantes estão situados no nível um ou abaixo disso, numa escala que vai até seis. (Folha Online, de 05.12.2007). Portanto, vemos com preocupação o desejo e a necessidade em melhorarmos nosso nível de ensino.

**Tabela 6 – Apresentação das respostas dos professores sobre a questão:  
Como você introduz e ensina o assunto ângulo em sua sala de aula?**

Professor	Respostas
1	Penso com os alunos como faríamos para calcular o espaço entre a abertura de um compasso ou entre duas réguas seguradas pela mão da professora, formando um ângulo.
2	Mostro uns objetos que formam ângulos e mostro que essa abertura entre os objetos (tesoura) é o ângulo.
3	Começo primeiramente com descrição de uma determinada trajetória no papel quadriculado, onde o aluno começa a entender o que significa giro, como por exemplo giro de $\frac{1}{4}$ de volta, o quanto isso significa em graus, em que sentido (se é para direita ou esquerda). Analiso os ponteiros de um relógio, e depois a construção e classificação dos ângulos.
4	Coloco um objeto em algum lugar na sala e vou em direção ao objeto. Essa mudança de direção forma um ângulo.
5	Com o software “Logo”.
6	Pede para que um aluno ande pela sala, pedindo para os demais observarem, definindo que tipos de ângulos sua trajetória formam. Normalmente o estudo sobre ângulos é introduzido na 6ª. Série ou 5ª. Série. Em seguida pede para os alunos recortar uma circunferência e dobrá-la 1 vez (formam dois ângulos de $180^\circ$ ). 2ª. Vez (formam quatro ângulos $90^\circ$ )... Pode recortar as partes.
7	Eu introduzo através de várias formas didáticas, eis algumas delas: Material: a) Barbante de 2 m a 3 m. Passo a cada aluno nas posições de zig-zag. Peço que desenhe a trajetória do barbante. Em seguida abordo cada aluno como um ponto, ou melhor, o encontro dos dois segmentos. b) Uso o transferidor como ponto de referência. c) Construo um sólido geométrico e através do transferidor faço a medição. D) Uso o relógio como referência para ensinar os ângulos cada 60 minutos = 1 grau = 360 segundos.
8	Através de observação de diversos ângulos existentes no nosso dia-a-dia. Exemplo: parede, porta, carteira, etc.
9	Mostrando o compasso com várias aberturas.
10	Os alunos verificam do local que está; ele olha a reta; e quando vira à direita e esquerda para verificar que ângulos tem suas características; agudo, reto, raso e obtuso.
11	Trabalho a abertura de dois objetos retos, como palito, canudo, para visualização de um ponto marcado e depois passamos para o transferidor para medirmos o ângulo.
12	Através de observação na sala de aula: “canto das paredes”, abertura entre dedos, movimento da abertura do caderno, etc. A partir dessas identificações, introduzo os conceitos e definições, utilização de instrumentos de medidas.

Professor	Respostas
13	Começo com figuras que apresentam ângulos para que observem e finalmente defino matematicamente.
14	Dando noção de ângulo, falando dos ponteiros de um relógio.
15	A união entre duas paredes forma um ponto, onde se forma um ângulo, recortamos figuras, posições do corpo, desenham com os colegas as partes do corpo que formam um ângulo.
16	Observando os ponteiros dos relógios, observando o encontro do canto de duas paredes.
17	São inúmeras as maneiras de introduzir o assunto. Seja através de figuras geométricas planas, através de projetos escolares como “brinquedoteca” (fabricando brinquedos com materiais recicláveis), “Fábrica de sons” (construção de instrumentos musicais com materiais recicláveis), etc.
18	Primeiramente conceituo os tipos de ângulos existentes, e através disso utilizaremos o transferidor para medir os ângulos, e através os alunos observarão que tipo de ângulo eles estão observando, também é necessário mostrar o lado prático, como jogo de futebol, ponteiros de relógios, etc.
19	Ponteiros do relógio, paredes da sala de aula (cantos e lados).
20	O uso da tesoura. Relógio: a distância de um número ao outro. Para a construção de um ângulo utiliza-se régua, compasso, transferidor e procura aplicá-lo em situações problemas.
21	Brincadeira “giro”. Ex, $\frac{1}{4}$ de volta para a direita, $\frac{1}{4}$ de volta para a esquerda, $\frac{1}{2}$ volta, depois relaciona com os ângulos de $90^\circ$ , $180^\circ$ , $360^\circ$ .
22	Peço pra que eles observem aquilo que está a sua volta, dentro da sala, como: mesa, janela, porta, tesoura, etc, pois fazem parte de sua realidade.
23	Observamos no nosso cotidiano a utilização de ângulo: encontro das paredes, os pés da mesa encontrando-se com o chão, abrindo e fechando uma porta, a abertura de um vitrô, abrindo e fechando uma tesoura, observando as cadeiras que montamos e desmontamos (de praia), etc. Após a observação, chego a definir ângulo. Em seguida apresento a classificação dos ângulos de acordo com sua abertura.

Novamente, como na questão anterior, as formas como os docentes dizem trabalhar o conceito de ângulo apresentam lacunas que podem prejudicar o entendimento do tema pelos alunos. Por exemplo, quando o professor 8 diz introduzir o assunto através de observação de diversos ângulos existentes no nosso dia-a-dia, fazendo uso das paredes, portas, carteiras, pode ser que o aluno observe

as paredes, mas não consiga enxergar os ângulos formados pelas paredes, da mesma forma pode acontecer na observação de qualquer outro objeto, seja ele da própria sala de aula ou não.

Como vimos, D'Ambrosio (1996) coloca a importância do professor em dar espaço para que o aluno manifeste o seu conhecimento e percebemos pelos dados registrados na Tabela 6, que a grande maioria dos docentes não verifica as idéias prévias dos alunos para falar em ângulos. Não há diálogo entre as partes (professor e alunos) num processo que deveria proporcionar crescimento intelectual e social para ambas.

Esse autor coloca ainda a necessidade de as experiências matemáticas retornarem às salas de aula. Somente os professores 6, 7 e 21 envolvem os alunos com brincadeiras, posições do próprio corpo, recortes e dobraduras, ao abordarem ângulos, promovendo assim uma aula mais dinâmica, fazendo com que os alunos se movimentem dentro da sala de aula, tirando-os de seus lugares.

Moysés (1997) enfatizou o desenvolvimento de trabalhos em grupo para que possibilite a percepção de semelhanças e diferenças, na forma de pensar, entre os componentes e assim todos aprenderem. Verificamos a não existência, por parte de nossos docentes (pelo menos de imediato), da formação de grupos para a abordagem sobre ângulo.

Verificamos também que nenhum dos professores iniciou o assunto ângulo com uma situação-problema, mesmo que simples, para que os alunos levantassem hipóteses de procedimentos de como resolvê-lo. Talvez seja porque a maioria dos professores está de acordo com alguns livros e não fazem o aluno “vivenciar” primeiro o conceito.

Alguns professores (1, 2, 9, 11, 12, 20) referiram-se ao compasso, tesoura, várias aberturas do compasso ou de outros de objetos para introduzirem ângulo. Nos livros atuais utilizados em nossa pesquisa, a palavra *abertura* só é citada duas vezes, no primeiro caso, por Adilson Longen (Matemática em Movimento, Editora do Brasil, 1999) onde coloca “A essa idéia de abertura associada ao giro denominamos ângulo” (p. 205). E depois, no Livro Matemática Ensino Fundamental 5 – Projeto Araribá, 2004, p. 84, “Abertura. Dadas duas semi-retas unidas pela origem, a abertura entre elas determina um ângulo”. Contudo, consideramos *abertura* como categorizada em *região no espaço*.

Com relação aos materiais, observamos que os mais usados pelos professores são materiais escolares mesmos, como compasso, tesoura, régua, papel quadriculado, barbante, etc. O relógio, citado várias vezes, aparece como desenho na lousa quase sempre.

O pouco uso das Tecnologias também é notado, apenas um professor, o de número 5 utilizou, a princípio, a sala de informática da escola.

O motivo da aprendizagem e a utilidade no dia-a-dia do assunto ângulo foram poucos apontados pelos professores, somente os professores 7 (construção de sólidos geométricos), 17 (construção de brinquedos e instrumentos musicais), 18 (jogo de futebol) e 20 (aplicação em situações-problema) é que mais se preocuparam com a aplicação prática.

Observa-se uma preocupação grande dos professores em trazer materiais do cotidiano dos alunos, mas aqui cabe uma ressalva. Nem sempre o que é significativo ao professor faz parte da realidade dos alunos. Por exemplo, os docentes, que fazem uso dos ponteiros do relógio para introduzir a idéia de ângulo, podem encontrar dificuldades com as crianças que só sabem ler as horas em relógios digitais, nos quais os ponteiros não existem. Hoje é comum encontrarmos alunos que chegam ao Ensino Fundamental sem saber ler as horas num relógio de ponteiros.

No Dicionário Aurélio (1999, p. 570), cotidiano, quer dizer, de todos os dias; diário; que sucede ou se pratica habitualmente; aquilo que se faz ou ocorre todos os dias. Porém, as pessoas podem possuir cotidianos diferentes dependendo de sua classe social, grau de instrução, idade, etc. O cotidiano do professor, às vezes, não é o mesmo que o do aluno (em alguns aspectos). Além disso, cotidiano nem sempre é algo palpável, que está próximo. O cotidiano é usado pelos professores e pelos livros didáticos quando se deseja contextualizar um conceito. Para Mello (2008), quanto mais próximos estiverem o conhecimento escolar e os contextos presentes na vida dos alunos e no mundo que ele transita, mais o conhecimento terá significado. E os contextos, segundo a autora, podem ser classificados em três categorias: a vida pessoal e cotidiana dos alunos, a sociedade ou o mundo que o aluno vive, o próprio ato da descoberta ou produção do conhecimento que pode ser reproduzido ou simulado.

Voltando às respostas apresentadas, na Tabela 6, observa-se que nenhum dos professores acima faz uso da história do conceito de ângulo e nem esse tema

faz parte de um projeto interdisciplinar, ou de um experimento/atividade que permita ao aluno se envolver e construir o conhecimento com autonomia.

Comparando as Tabelas 5 e 6, observamos que a maioria dos professores analisados são coerentes, quando definem e quando ensinam ângulo, mas alguns professores definem ângulo numa determinada categoria e em suas explicações para introduzirem o assunto junto aos alunos fazem de forma diferente, numa outra categoria daquela em que definirão mais tarde.

Exemplos: O professor 3 define ângulo como pertencente à categoria *região no espaço*, porém introduz o assunto de forma que o aluno entenda o que significa *giro*. O professor 12 define ângulo como sendo “duas semi-retas, não coincidentes de mesma origem” – categoria *par de linhas*. Contudo, introduz o assunto, destacando “abertura entre os dedos, abertura do caderno”, tendendo para categoria *região no espaço*.

Observamos também que alguns professores utilizam exemplos que atenderiam a mais de uma categoria ao mesmo tempo, dependendo do “olhar”. Por exemplo, mostrando o compasso, podemos olhar para a região formada entre as duas linhas. Neste caso, a categoria seria *região no espaço*, mas, se olharmos para as duas linhas que se encontram num ponto comum, passaria a ser categoria *par de linhas*.

O professor 4, para introduzir e também definir ângulo, fez uso da categoria *região no espaço*, mas também da idéia de mudança de direção.

## CONSIDERAÇÕES COMPLEMENTARES

Durante a realização desse trabalho, conversamos informalmente com dois professores mais experientes, já aposentados - um formado em 1957 e autor de livros didáticos da época de 70 (que vamos denominar de  $P_1$ ) e outra professora, formada em 1969 ( $P_2$ ) - que haviam vivenciado o Movimento da Matemática Moderna e duas professoras mais jovens - uma formada em 2001, tendo iniciado a carreira em 2004 ( $P_3$ ), e outra, formada em 2004 ( $P_4$ ), - para conhecermos o que eles pensam sobre esse movimento e em especial sobre o conceito de ângulo. Optamos por não sistematizar e/ou analisar suas falas, mas nesse item, em que vamos fazer o fechamento do trabalho, vamos trazer algumas de suas opiniões de forma a nos ajudar a apresentar e/ou complementar os resultados.

Observamos que as definições do conceito de ângulo contidas nos livros didáticos são similares no decorrer do tempo, sendo que antes e também durante o Movimento da Matemática Moderna são bem complexas e de, uma forma geral, têm difícil leitura, muitas demonstrações abstratas, são áridas, com a utilização de muita simbologia. Apesar de os autores de livros didáticos utilizarem uma linguagem mais simples para definir ângulo, ainda hoje nota-se as poucas aplicações práticas da Matemática e o predomínio da Álgebra no Ensino Fundamental e Médio.

Outra questão que observamos é a manutenção nos livros da seqüência dos assuntos matemáticos a serem desenvolvidos, ou seja, a linearidade dos conteúdos ao longo dos tempos. Hoje há simplificação e diminuição dos conteúdos. Quanto ao ensino de Geometria, nos livros atuais, percebe-se uma valorização, tanto que esse assunto tem recebido maior espaço e atenção, sendo retomado praticamente em todo o texto.

Antes de 1961, os livros todos traziam demonstrações em quase todos os assuntos, tanto que a sigla c.q.d. (como queríamos demonstrar) era bastante usada. Entendemos que as demonstrações não devem ser simplesmente excluídas, desconsideradas do ensino, mas não podem ser utilizadas como argumentação lógica da Matemática de forma exaustiva como acontecia nas décadas de 60 e 70, utilizando-se apenas de raciocínio dedutivo e lógico.

No período do MMM, percebemos a predominância da categoria *região no espaço* nas definições de ângulo, o uso da linguagem de conjuntos, o excesso dos

simbolismos, a ênfase dada à Álgebra e a Geometria, sendo apresentada sempre ao final dos livros didáticos, como um tópico à parte.

As definições abaixo ilustram essas fases: antes, durante e depois do Movimento da Matemática Moderna.

Ângulo é a figura geométrica formada por duas semirretas distintas que têm a mesma origem. (STÁVALE, 1950, p. 138).

Sejam AO e OB, duas semi-retas de mesma origem O. A região do plano limitada por AOB em que:  $AOB = AO \cup OB$  dá-se o nome de ângulo, cujo vértice é o ponto O e os lados são AO e OB. (MARQUES, 1970, p. 116).

Ângulo é a figura formada por duas semi-retas com a mesma origem. (NAME, 1996, p. 168).

A fala da professora (P<sub>2</sub>) vem ao encontro do que observamos:

O conceito de ângulo não mudou ao longo dos anos. A Matemática Moderna nada mais era do que a notação moderna, com muita simbologia. De moderno mesmo não tinha nada. Depois se voltava aos cálculos e exercícios. Os livros traziam a Geometria no final, e muitas vezes não dava tempo de chegar nela ou de terminar todos os seus assuntos. Houve pouco preparo dos professores para a Matemática Moderna. Essa Matemática misturou muito os conteúdos, trouxe mudanças exclusivamente nas notações com o uso da linguagem dos conjuntos. Já na 5<sup>a</sup>. Série os assuntos eram bastante aprofundados e os alunos pouco compreendiam, pois para eles tudo aquilo era muito vago.

Ela, inclusive, destaca que a Geometria era pouco ensinada pelos professores, constando como item final dos livros, como um tópico à parte. Como normalmente o professor não conseguia ministrar todos dos conteúdos, a Geometria acabava por não ser dada. Esse fato é também lembrado pelo professor (P<sub>1</sub>):

O ensino de Geometria dependia muito da vontade do professor. Eu separava por conta própria as minhas aulas de Matemática em Álgebra e Geometria. Os professores em geral não gostavam de dar Geometria. Essa parte ficava no final dos livros.

Isso nem sempre foi assim. Antes de 1932, a Geometria era ministrada de forma separada da Matemática. Os professores ensinavam Álgebra, Aritmética e Geometria. Com a Reforma Francisco Campos, em 1932, essas áreas foram unificadas em uma disciplina única denominada Matemática. Essa nova orientação para o ensino de Matemática havia sido proposta por Euclides Roxo, em 1928, para o Colégio Pedro II e depois estendida a todos os estabelecimentos de ensino.

Mas a Matemática continuava a ser ministrada de forma fragmentada. Em 1943, Stávale publicou um livro denominado “Elementos de Matemática” no qual faz referência à portaria nº 170, de 11 de julho de 1942, que previa que o ensino de aritmética na primeira série ginásial devia ser prático. Observa-se que figurava nos textos oficiais, em 1942, uma tendência em definir uma Matemática fragmentada, apesar de ter sido unificada há mais de uma década. (ALVES, 2005). Nota-se que



essa unificação era precária, acontecia no âmbito de uma disciplina e não em termos de conteúdos. Para Alves (2005), Stávale, apesar de mostrar sua concordância com a citada portaria – que ao prever um ensino mais prático para aritmética, informava que, mesmo não constando no programa oficial, faria o uso (mesmo que restrito) de alguns teoremas.

O uso de teoremas continuou por muito mais tempo, pois o professor  $P_1$  relata que no início de sua carreira, em 1957, os teoremas eram ainda cobrados em provas e avaliações, apesar de os professores reconhecerem que era difícil para o aluno.

No prefácio de um livro editado em 1967, Osvaldo Sangiorgi, considerado um dos pioneiros do MMM no Brasil, fazia a seguinte referência à Geometria e aos teoremas:

Neste livro - terceiro da série do ensino moderno da Matemática no Ginásio - você entrará em contato com uma porção de coisas novas. Primeiro, com o conjunto dos números reais que, com relação às operações definidas, possui rica estrutura.[...] A seguir, será apresentado um tratamento elementar moderno de novos entes: os polinômios. [...] Finalmente, vem o “bom-bocado” do livro: o estudo da Geometria. Agora, não será mais preciso que você “decore” enfadonhos teoremas e mais teoremas, contra o que, erradamente, alguns colegas mais adiantados costumavam “preveni-lo”. (SANGIORGI, 1967, apud ALVES, 2005, p. 7).

Com a unificação, os conteúdos de Geometria foram agrupados aos de Álgebra e aos de Aritmética num mesmo livro de Matemática, sendo que a Geometria ficava relegada ao segundo plano. Segundo o professor  $P_1$ : “Os professores não gostavam de lecionar Geometria, ‘gastavam’ tempo demasiado nas equações. Álgebra, em geral, era mais mecânica.” ( $P_1$ ).

Para Pavanello (1989) como a idéia central da Matemática Moderna consistia em trabalhar a Matemática do ponto de vista de estruturas algébricas com a utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos, essa orientação não só enfatizava o ensino da Álgebra, como inviabilizava o da Geometria da forma como este era feito tradicionalmente.

No entender da autora, segundo Fillos (2006), como os novos métodos de se abordar a Matemática ainda não eram dominados pelos professores, a Geometria passou a ser desenvolvida intuitivamente, sem qualquer preocupação com a construção de uma sistematização. Portanto, optou-se por apenas acentuar as noções de figuras geométricas e de intersecção de figuras como conjunto de pontos no plano. A coerência da Matemática Moderna exigia que a Geometria fosse trabalhada sob o enfoque das transformações e como os professores, em sua

maioria, estavam despreparados, aos poucos deixaram de ensinar os conteúdos geométricos, trabalhando principalmente com a Álgebra ou a Aritmética e com a Teoria dos Conjuntos.

Parece-nos que os professores ainda continuam não abordando conteúdos de Geometria, apesar de considerarem importante, o que tem sido motivo de muita discussão, pesquisas e propostas. Pirola (2000, apud Fillos, 2006) aponta que há uma forte resistência no ensino da Geometria, inclusive no Ensino Superior, onde é também pouco abordada, e que as dificuldades dos professores no seu ensino deve-se, em grande parte, ao pouco acesso ao estudo de tais conceitos na sua formação ou pelo fato de não gostarem de Geometria.

A ausência da Geometria vem causando problemas de formação em Matemática, pois, segundo Fainguelernt (1995, apud Fillos, 2006), a Geometria desempenha um papel fundamental no ensino porque ativa as estruturas mentais na passagem de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização; é tema integrador entre as diversas partes da Matemática, sendo a intuição, o formalismo, a abstração e a dedução, constituintes de sua essência.

Para Pavanello (2004, p. 2):

A geometria é praticamente excluída do currículo escolar ou passa a ser, em alguns casos restritos, desenvolvida de uma forma muito mais formal a partir da introdução da Matemática Moderna.

E a autora relata que em 1987 os professores paulistas chegaram a propor o retorno da Geometria como disciplina, à parte de Matemática. Nas discussões (na Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas, CENP) realizadas em julho de 1987, os professores chegaram a propor que a Geometria fosse tratada como:

uma disciplina à parte, com esta denominação ou como desenho geométrico<sup>3</sup>. Tal sugestão, que podia ser interpretada como uma forma indireta de os professores de matemática assegurarem para si um número maior de aulas dentro da grade curricular, poderia também significar que, não se sentindo capacitados para efetuar um trabalho adequado com o conteúdo, preferiam transferir este encargo para outro profissional.

Lorenzato (1993, 1995, apud Almouloud, 2004) aponta duas grandes evidências como possíveis causas da omissão geométrica: a primeira é que muitos professores do Ensino Fundamental não possuem os conhecimentos necessários

<sup>3</sup> Estas sugestões constam dos relatórios enviados à Equipe Técnica de Matemática da CENP como resultado das discussões realizadas nas Delegacias de Ensino em julho/87, relativas à Proposta Curricular de Matemática de 1º grau. Esses relatórios foram analisados pela Equipe, resultando daí um documento tornado público como “Análise dos Relatórios – Proposta Curricular de Matemática” em 1988.

em Geometria para aplicar em suas atividades pedagógicas. A segunda causa deve-se à exagerada importância que o livro didático desempenha, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos.

Associada a essa redução de conteúdos, segundo Pirola e Brito (2001, apud Brito e Pirola, 2006) existe também, nas escolas, a diminuição da importância de ensinar Geometria, o que resulta no que esses autores chamaram de abandono da Geometria. Pavanello (1993, apud Brito e Pirola, 2006) ressalta que esse fenômeno, o abandono da Geometria, é percebido mundialmente, e não somente em nossas escolas.

A professora P<sub>2</sub> considera que “os livros antigos traziam todos os detalhes dos assuntos”. Diz mais:

(...) os livros antigos traziam aquelas teorias chatas, não tinham figuras e os professores usavam as listas de exercícios para fixação. Porém, tomavam cuidado em não realizar todos os exercícios para que pudessem vencer os conteúdos. As mudanças no ensino de Geometria foram nas notações e no uso da simbologia de conjuntos; no mais continuava igual, ou seja, o ensino tradicional.

As mudanças a que professora se refere começaram a acontecer a partir do IV Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática, com a introdução da Matemática Moderna.

O professor P<sub>1</sub> inclusive relata a sua participação no IV Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática (Belém – PA, 1962) que determinou mudanças drásticas no ensino de Matemática. Para Alves (2005), as resoluções desse Congresso levaram os autores de livros didáticos a reformular seus compêndios com a finalidade de atender ao Movimento da Matemática Moderna, tomando como fundamento em suas obras os conceitos de *conjuntos e estruturas*. No III Congresso havia sido proposta a criação de cursos de preparação à Matemática Moderna, para os professores do Ensino Médio (Soares, 2005, apud Alves, 2005), mas foi no IV Congresso que se tratou de forma mais objetiva a introdução da Matemática Moderna no ensino.

Entretanto, a adesão dos professores à Matemática Moderna não foi total. Segundo a professora P<sub>2</sub>: “os professores ‘mais velhos’ eram resistentes ao MMM e não aderiram, continuaram com o seu ensino tradicional. Os professores ‘mais novos’ já eram mais abertos e queriam, mesmo sem entender direito, trabalhar com a Matemática Moderna”.

Segundo essa professora, na época do MMM não havia orientação curricular:

Os professores se reuniam e faziam o planejamento, **se baseavam principalmente nos livros didáticos** que às vezes o governo enviava e outras vezes, era o professor que escolhia e adotava determinado livro, por isso o ensino dependia muito do professor. (P<sub>2</sub>) (Grifo nosso).

Cabe aqui o destaque para a dependência do professor em relação ao livro didático, que acaba definindo não só os conteúdos como a metodologia adotada pelos autores.

As duas outras professoras entrevistadas, que se formaram recentemente, mostram essa dependência ao afirmarem que a definição de ângulo utilizada por elas é a mesma do livro didático que estiverem utilizando no momento. Além de nunca terem ouvido falar no Movimento da Matemática Moderna, não têm uma definição de ângulo que consideram como a mais apropriada. “Seguimos os livros”, elas dizem. Uma delas relata que ao ensinar ângulos utiliza um triângulo qualquer, faz os alunos recortarem e unirem os ângulos para visualizarem que a soma é igual a  $180^\circ$ .

Os erros e inadequações verificadas tanto no que se refere às definições de ângulos, as atividades propostas pelos professores do Curso de Educação Continuada, os resultados apresentados nas Tabelas 5 e 6 (p. 103, 106) e as falas dos professores mais novos tornam visível a falta de compreensão e domínio do conhecimento matemático a ser ensinado por eles, nesse caso, o conceito de ângulo.

Vejamos alguns exemplos:

É o encontro de duas semi-retas do centro da circunferência;

Medida de duas retas de uma mesma origem;

É a região geométrica entre duas semi-retas;

É o espaço formado pela abertura da tesoura e varia de acordo com a posição.

Mas como culpar os professores, se eles próprios não receberam um ensino de Geometria de qualidade em seus cursos de graduação? Essa área do saber, também na universidade, como já dito anteriormente, não tem um tratamento adequado.

O que eles precisariam saber para ensinar bem o conceito de ângulo? Será que bastaria aos professores saber defini-lo? Concordamos com Fiorentini (2004) quando diz que não basta ter um domínio conceitual e procedimental da Matemática, mas conhecer seus fundamentos epistemológicos, sua evolução histórica, a relação

da Matemática com a realidade, seus usos sociais e as diferentes linguagens com as quais se podem representar ou expressar um conceito matemático.

Apesar da importância da história ser reconhecida por muitos educadores, os fundamentos matemáticos são organizados a partir de uma lógica estritamente dogmática, de forma similar aos conteúdos de ciências naturais, segundo aquela imaginada por Augusto Comte<sup>4</sup>, o pai do positivismo. Contrariamente aos estudantes de outras áreas, um jovem pode adquirir todos os fundamentos de sua ciência sem nunca ter lido uma palavra escrita pelos seus fundadores e/ou sobre a história do pensamento científico. (BRAGA et al, 2008, p.31).

Ao tratar da formação do professor, Lopes (2004) considera que cabe antes caracterizar quem é esse professor que todos querem “melhorar”? Quais são suas virtudes e/ou defeitos? O que se sabe sobre o conhecimento profissional dos professores, seus saberes, crenças e concepções?

Para esse autor, como os estudos realizados pelo INEP (1997, 2004) sobre o perfil do professor indicam que o professorado brasileiro tem, em média, 37 anos de idade e 12 anos de docência. Assim, ao cruzar esses dados com a história recente da Educação Matemática brasileira, pode-se inferir que a maioria dos professores teve sua formação fortemente influenciada pelo Movimento da Matemática Moderna e também pelo chamado *Ensino Tradicional*, cujas marcas, principalmente no tocante aos métodos de ensino, persistiram mesmo durante a fase mais intensa do MMM. E uma vez ingressando no ensino superior já em fase de expansão e sem controle de qualidade, provavelmente cursou uma licenciatura ainda à margem das discussões que se faziam na comunidade sobre o papel da formação inicial, processos de aprendizagem, currículo, relações entre cultura e cognição.

Segundo Bigode (2004), a partir de meados dos anos 90 o poder público através do MEC praticou um conjunto de ações, visando à melhoria do ensino nos Ensinos Fundamental e Médio, tais como as avaliações dos livros didáticos (PNLD a partir de 1996) e a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997, 1998, 1999). Frente a isso, os professores passaram a conviver com pelo menos três concepções de ensino-aprendizagem da Matemática, marcadas por movimentos, realidades e tradições, que moldaram e, ainda hoje, disputam sua formação:

<sup>4</sup> Augusto Comte (1798-1857), filósofo francês, teve o seu ponto alto nos anos em que escreveu os seis volumes do curso *Filosofia Positiva* em que a única realidade existente seria a fornecida pelos fatos, pelos dados empíricos.

**Tabela 7 – Concepções de Ensino**

concepções	época
Ensino Tradicional (ET)	Praticado durante todo o séc XX, foi hegemônico nos anos até o final dos anos 50. Continua sendo praticado com adornos que lhe dão certa modernidade.
Movimento da Matemática Moderna (MMM)	Intenso e quase hegemônico de 1961 até o início dos anos 90.
Movimento da Educação Matemática (MEM)	O debate sobre suas características e proposições vem desde meados dos anos 80. Porém é influente em alguns setores da academia e órgãos públicos que nas escolas e editoras.

Fonte: Bigode (2004, p. 2)

É claro que essa colcha de retalhos de concepções e práticas afeta tanto a formação dos professores como a qualidade dos livros didáticos, que mesclam princípios de diferentes movimentos da Educação Matemática.

Observa-se que os livros tentam se adequar às novas teorias do ensino-aprendizagem e às novidades na área de Educação Matemática. Assim, não ocorrem mudanças só nas definições, mas nas formas como os conceitos são trabalhados ao longo do tempo.

No caso da Geometria, Pavanello (1989) afirma que na primeira metade do século XX o ensino de conteúdos geométricos era marcadamente lógico-dedutivo. Apenas, no terceiro ano ginásial (hoje 7ª série), é que se dava ênfase a esses conteúdos e em geral começavam com os conceitos primitivos (ponto, reta e plano), os primeiros postulados e axiomas, inúmeras definições e demonstrações de teoremas e que causavam certa aversão dos alunos à Geometria.

A professora P<sub>2</sub> confirma o uso dos “entes primitivos” ao se iniciar o ensino de Geometria:

Trabalhava-se Geometria na 7ª. série. Iniciava falando sobre ponto, reta e plano. O aluno precisava entender que eram entes primitivos, sem definição, sem dimensão, eram imaginários. Falava-se em representação e dava-se exemplos conhecidos, como fio do poste (no caso de reta), falava-se que semi-reta tinha origem e era infinita num sentido, comentava-se sobre o significado das palavras, por exemplo, semi = palavra grega que significa metade; fazia desenho, mas este desenho não podia parar de repente, os alunos iam afinando as extremidades da reta ou semi-reta com o lápis para se dar idéia que não acabava ali, de repente. Só depois entrava com a definição de ângulo, ou seja, o conjunto de pontos de um plano limitado por duas semi-retas de mesma origem, é a região entre essas duas semi-retas.

Para o professor P<sub>1</sub>, as várias definições, axiomas e preposições geravam

confusões, devido a cada autor colocar de um jeito.

Oswaldo Sangiorgi trabalhava com a definição de ângulo considerando a região do plano limitada por duas semi-retas. Outros autores definiam de forma diferente, por exemplo, Ary Quintella, definia como duas semi-retas de mesma origem. Eu adotava a definição de Sangiorgi. Em ângulo, havia duas partes, ou seja, dois ângulos, um agudo e outro obtuso, sempre se referiam ao ângulo agudo para não se confundir. Nos vestibulares se evitava colocar situações ou termos que fossem ambíguos. Depois de se colocar a definição de ângulo, fazíamos exercícios envolvendo medidas de ângulos, operações, classificações, outros.

Cabe o destaque para as listas de exercícios contidas nos livros. Antes de 1961, as listas propostas pelos livros chegavam até 65 ou 70 de uma única vez. Durante o período da Matemática Moderna, esse número diminui um pouco, passa a ser em média de 30 exercícios. Mas a aprendizagem continuava se baseando na memorização.

As professoras atualmente não fazem referência aos conceitos primitivos, mas a objetos do cotidiano: ponteiros dos relógios, abertura de compasso e da tesoura, canto das paredes, porta, carteira, movimento da abertura do caderno, entre outros. Alguns exemplos de atividades sugeridas pelos professores.

Peço pra que eles (alunos) observem aquilo que está a sua volta, dentro da sala, como: mesa, janela, porta, tesoura, etc., pois fazem parte de sua realidade;  
Observando os ponteiros dos relógios, observando o encontro do canto de duas paredes;  
Mostrando o compasso com várias aberturas.

O que se observa é que nos livros posteriores à Matemática Moderna, os assuntos já são mais contextualizados, incluem muitos desenhos, fotos e figuras, características que não apareciam anteriormente. No caso do conceito de ângulo há predominância da categoria *par de linhas*, assim como era no período antes dessa reforma.

Notamos também que muitas coleções antigas são as mesmas de hoje, apenas passaram por reformulações, ganharam cores e figuras. Algumas definições os autores mantiveram com o decorrer do tempo, atualmente com menos detalhes. A preocupação antes era com a definição.

Também observamos que nos finais dos anos 70 e também na década de 80, algumas coleções eram destinadas ao ensino de Matemática de outros estados e por isso eram diferentes de coleções destinadas ao Estado de São Paulo, por exemplo. Portanto, as mesmas coleções eram feitas em versões diferentes, dependendo do destino (estado brasileiro) que atenderiam.

Nos anos 90 e início do novo milênio, vimos que as figuras mudam, os livros-texto aparecem mais coloridos, com muito mais desenhos. A preocupação primeira agora é que o aluno perceba antes o ângulo para depois defini-lo, apesar de muitos manuais continuarem a cobrar as definições. O que leva o aluno a ser obrigado a memorizar o que é reta, o que é plano, o que é ângulo, tornando o ensino de Geometria exaustivo e desagradável.

Os autores hoje colocam em seus livros, desafios, curiosidades, leituras, história da Matemática. Preocupam-se com a sua apresentação (aspecto geral, durabilidade, qualidade do papel, tipos de letras e numerais, ilustrações), com o conteúdo (apresentação, correção, temas transversais), com as atividades (criatividade, motivação, vocabulário, adequação à idade), com as imagens (qualidade estética, qualidade pedagógica, etc.).

Nos livros atuais, observa-se, na definição de ângulo, uma diminuição do enfoque algébrico, cedendo lugar ao geométrico.

Ângulo é a figura geométrica formada por duas semi-retas que têm a mesma origem, mas não estão contidas numa mesma reta. (GUELLI, 2002, p. 54).

Entretanto, seja qual for a definição e a forma como ela é enunciada, não se pode esperar que o aluno aprenda o conceito de ângulo por meio dela, sendo necessária a apresentação de figuras, aplicações e a devida contextualização do tema.

Aqui cabe um destaque para o conceito de contextualização. Mello (2008, p.10) nos alerta para o fato de que contextualizar é mais do que exemplificar:

Contextualizar o ensino significa incorporar vivências concretas e diversificadas, e também incorporar o aprendizado em novas vivências. Contextualizar é uma postura frente ao ensino o tempo todo, não é exemplificar: de nada adianta o professor dar uma aula completamente desvinculada da realidade, cheia de fórmulas e conceitos abstratos e, para simplificar ou torna-la menos chata, exemplificar. (Mello, 2008, p. 10).

A autora coloca que o conhecimento terá mais significado ao aluno, à medida que aproximarmos o conhecimento escolar e os contextos presentes na vida pessoal dele. Classifica os contextos em três categorias. São elas: a vida pessoal do estudante com toda a sua convivência pessoal; a sociedade em que o aluno vive também com toda a sua complexidade; e por fim, o próprio ato de descobrir conhecimento, podendo ser simulado ou reproduzido.

Os professores acreditam que ao fazer referência a um objeto do cotidiano dos alunos - um relógio, um compasso - para ensinar ângulo, os alunos,



imediatamente vão relacionar e incorporar aquele conceito, por fazer parte de seu dia-a-dia. Provavelmente, essas professoras têm uma concepção de que ensinar é passar informação, numa relação passiva professor-aluno. Mas deve-se lembrar que essa informação não basta para que o aluno consiga processá-la e transferi-la para outros campos do saber, ou para situações que exijam uma real compreensão do conceito de ângulo.

Apesar de os professores terem sido bastante simplistas em suas conceituações e exemplificações de atividades, percebe-se nos livros didáticos atuais uma tentativa de estabelecer relações do conceito com o cotidiano dos alunos e com as aplicações na vida real. No caso de ângulo, apesar de os professores se lembrarem mais do relógio, dos objetos da sala de aula, da tesoura e dos cantos das paredes, os livros didáticos colocam, por exemplo, a inclinação de uma escada apoiada numa parede para não cair; a menor inclinação procurada pelo esquetista para não cair numa descida; o uso do ângulo ideal para operar o controle remoto da TV; entre outros exemplos interessantes.

O mesmo se pode dizer das atividades com ângulos. Enquanto os professores citam algumas bem simples, os livros trazem atividades e propostas bem interessantes como é o caso do livro “Matemática Atual”, de Antonio José Lopes Bigode, Editora Atual, 1994; e outros já citados no Capítulo 2.

Os livros atuais também não se preocupam mais com a quantidade de exercícios desenvolvidos e sim com o tipo de exercício que o aluno vai realizar, ou seja, as atividades têm finalidades distintas: de aplicação, de argumentação, de construção, de comunicação, de descoberta, de diagnóstico, de fixação, de formulação, de investigação, de pesquisa, de representação, do uso de calculadoras, computadores, outras. O trabalho em grupo, em sala de aula, também é muito valorizado nos livros, pois favorece atitudes de respeito, convivência, tolerância, etc.

É importante o professor diversificar os exemplos e as aplicações, pois nem todos têm uma vivência semelhante. Há exemplos que podem ser significativos para alguns alunos, enquanto que para outros não fazem sentido. Cabe aqui ressaltar que, às vezes, alguns livros didáticos fazem uma interpretação equivocada da idéia de cotidiano. Nem sempre o que é considerado como parte do dia-a-dia do aluno representa a realidade. Mas essa questão não vai ser aqui analisada, pois representa um outro problema de pesquisa.

Hoje os alunos têm mais acesso ao livro, o que é importante para o ensino. Nas décadas passadas, o alunado adquiria os livros nas livrarias, às vezes, com descontos, mas nem todos tinham condições. Atualmente, os livros didáticos são distribuídos gratuitamente nas escolas públicas, o que é um grande ganho ao estudante. Em termos de livro didático, há uma adequação da linguagem na apresentação dos conteúdos, se compararmos os livros atuais com os livros mais antigos, embora tenhamos ainda muitos problemas, especialmente com a apresentação de uma Matemática inquestionável, na qual os números e as definições expressam a verdade.

Parece-nos que apesar de os livros didáticos estarem mais adequados ao ensino de Matemática em relação aos mais antigos, no caso do conceito de ângulo, podem trazer alguns problemas na apresentação do conceito gerando assim, dúvidas nos alunos.

Os dados da investigação nos permitem concordar com Mitchelmore; White (1998, apud CASAS; LUENGO, 2005) que acreditam na impossibilidade de expressar esse conceito em palavras. Os professores e autores de livros didáticos devem se dar conta de que o conceito de ângulo é mais amplo que a soma de todas as suas definições.

As várias definições de ângulos presentes nos livros didáticos, nas falas dos professores, a influência dos movimentos de renovação do ensino de Matemática, discutidas ao longo desse trabalho, evidenciam a necessidade dos educadores, ao ensinarem Matemática, deixarem claro aos alunos que aquela determinada definição é uma entre outras tantas; de tal forma que eles sejam persuadidos contra idéias de que a Matemática é superior por sua própria natureza, neutra, infalível.

Talvez seja possível um salto de qualidade no processo ensino-aprendizagem, se nós professores traçássemos um novo plano para os conteúdos matemáticos a serem abordados, levando em consideração os estudos CTS, que poderiam contextualizar conceitos considerados abstratos pelos alunos.

Estamos inquietos com a realidade que nos deparamos nas salas de aula, precisamos trabalhar em conjunto, trocar idéias uns com os outros, fazendo tentativas para os alunos aprenderem de fato e aplicarem, em sua vida, os conhecimentos matemáticos levados da escola.

Como todos os cidadãos, nós professores temos necessidades básicas de aprendizagem e para Mello (2008), precisamos constituir competências para continuar aprendendo ao longo de nossa vida produtiva.

As necessidades básicas de aprendizagem definidas pela Unesco são: aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a conviver e a aprender a ser. Mello (2008, p. 2-3) esclarece que para o exercício profissional do docente se faz preciso:

1. Aprender a conhecer: saber os conteúdos a serem ensinados e os conteúdos que fundamentam o ensino;
2. Aprender a fazer: saber gerenciar o ensino e a aprendizagem em sala de aula;
3. Aprender a conviver: saber estabelecer relações de autonomia e respeito com o meio social, institucional e profissional em que vive e com os alunos;
4. Aprender a ser professor: construir a própria identidade.

Nesse estudo nos deparamos com muitas pesquisas, cujos resultados não chegam aos alunos dos cursos de graduação em Matemática, nem aos professores em cursos de formação continuada, e que seriam fundamentais para a sua formação não só pesquisas sobre *como* ensinar - específicas do saber matemático, mas o *porquê* e *para quem* ensinamos Matemática, pois priorizam aspectos pedagógicos e socioculturais. Muito já se falou sobre isso, e há até alguns especialistas que discordam, mas é fundamental que os alunos sejam formados na universidade num ambiente de pesquisa, com muita leitura, debates de idéias e de novas experiências.

Agora, mais do que nunca, precisamos de um salto qualitativo na Educação, uma vez que o número de alunos em sala de aula vem aumentando nos últimos anos, tanto no Ensino Fundamental como no Médio. Precisamos urgentemente de bons professores e de bons materiais didáticos. Espera-se que este trabalho permita a todos os envolvidos com a Educação, intensificarem a discussão política acerca das possibilidades e limites da Educação Matemática.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALENCAR, F.; CARPI, L.; RIBEIRO, M. V. **História da Sociedade Brasileira 2º Grau**. 2.ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1981.

ALMOULOUD S. A. A Geometria na escola básica: que espaços e formas tem hoje?

Disponível em:

[http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas\\_redondas/mr21-Saddo.doc](http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr21-Saddo.doc)

Acesso em: 15/01/08

ALVES, A. M. M. Prefácios de livros didáticos de matemática: uma possível leitura da história da matemática escolar no Brasil (1943-1995). **Paradigma**, v. 26, n. 2, dec. 2005.

ALVES, N. Apresentação: Currículos e Programas – como vê-los hoje. **Cadernos CEDES 13 – (Centro de Estudos Educação e Sociedade)**, 2.ed., p. 3-5, São Paulo: Cortez, 1986.

ANDRÉ, M.E.D.A. Texto, contexto e significados: algumas questões na análise de dados qualitativos. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, n.45, p.66-71, maio 1983.

ARAÚJO, C. A. C. de. **O Conceito de Ângulos em Livros-Texto – Uma Abordagem Histórica**. 1999. 114 f. Dissertação de Mestrado - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

ARCONCHER, C. O conceito de ângulo. **Sociedade Brasileira de Matemática. Revista do Professor de Matemática**. N. 37, p. 22-24, 2º. Quadrimestre de 1998.

BADILLO, R. G. et al. El concepto de valencia: su construcción histórica y epistemológica y la importancia de su inclusión en la enseñanza. **Revista Ciência e Educação**, v. 10, n. 3, p. 571-583, UNESP – Campus de Bauru, 2004.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.

BARROSO CAMPOS, R. El Proceso de Definir en Matemáticas. Um Caso: El Triángulo. **Enseñanza de Las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas**. v. 18, n. 2, p. 285-295, 2000.

BARROSO, J. M. (Responsável); Guia do Professor, Matemática 5, **Projeto Araribá**, Editora Moderna, 2004.

BARROSO, J. M. (Responsável); Guia do Professor, Matemática 7, **Projeto Araribá**, Editora Moderna, 2003.

- BAZZO, W. A. (ed.) et al.; Introdução aos estudos CTS (Ciência, Tecnologia e Sociedade). **Cadernos de Ibero-América**. OEI (Organização dos Estados Ibero-americanos). 2003, Cap. 4, p. 119-155.
- BIGODE, A. J. L., **Matemática Atual**. 6ª. Série. São Paulo: Editora Atual, 1994.
- BIGODE, A. J. L., **Matemática Hoje é Feita Assim**. São Paulo: FTD, 2000.
- BIGODE, A. J. L. O dilema de “formar” um professor formado. VII ENCONTRO DE PESQUISADORES EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2004. USP, São Paulo: **Anais.....São Paulo/USP**, 2004.
- BORBA, M. Prefácio. In: SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a Questão da Democracia**. 3.ed. Campinas: Papirus, 2001.
- BOURDIEU, P.; PASSERON, J.C. **Escritos de educação**. Petrópolis: Vozes, 1998.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 1996.
- BRAGA, M.; GUERRA, A.; REIS, J.C. **Breve História da Ciência Moderna**. Vol.4. Rio de Janeiro: Zahar, 2008.
- BRITO, A.A.S.; PIROLA, N. A. Formação do Professor de Matemática: Relações entre o Conhecimento Declarativo, de Procedimentos e as Atitudes em relação à Geometria. X ENCONTRO BRASILEIRO DOS ESTUDANTES DE PÓS GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (EBRAPEM), 2006. Disponível em: <http://www.fae.ufmg.br:8080/ebrapem/completos/03-07.pdf> Acesso em: 20/01/2008.
- CAMPOS, T. M. M. (Coordenação geral). **Transformando a prática das aulas de Matemática**. Livro 1 – PROEM. São Paulo, 2001.
- CAMPOS, T. M. M. (Coordenação geral), **Transformando a prática das aulas de Matemática**. Livro 3 – PROEM. São Paulo, 2001.
- CAMPOS, R. B. El Proceso de Definir em Matemáticas. Um Caso: El Triángulo, **Enseñanza de Lãs Ciências. Revista de investigación y experiencias didácticas**. v. 18, n. 2, p. 285-295, 2000.
- CARDOSO, E. A.; SANTANA, M. C. de; BARROS, A. M. de; MOREIRA, F. A. S. Os Livros Tradicionais de Currículo. **Cadernos CEDES 13 – (Centro de Estudos Educação e Sociedade)**. N. 13, 2.ed., p. 7-25, São Paulo: Cortez, 1986.
- CASAS GARCÍA, L. M.; LUENGO GONZÁLES. R. Conceptos Nucleares en la Construcción del Concepto de Ángulo. **Enseñanza de Las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas**. v. 23, n. 2, p. 201-216, 2005.
- CASTRO, F. M. de O. **A Matemática no Brasil**., Campinas: Editora UNICAMP, 1999.

- CORTELLA, M. S. *Formação docente: recusar o pedagogicídio*. Disponível em: <http://www.reescrevendoeducacao.com.br/2006/pages.php?recid=21> Acesso em 20/7/07.
- CURY, H. N. (org). **Formação de professores de Matemática: uma visão multifacetada**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001.
- D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática da Teoria à Prática**. Coleção Perspectivas em Educação Matemática. Campinas: Papyrus, 1996.
- D'AMBROSIO, U. **Educação para uma sociedade em transição**. Campinas: Papyrus, 1999.
- DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos da Matemática Elementar**. No. 9 Geometria Plana. São Paulo: Atual, 1993.
- Enciclopédia **Matemática Curso Ginásial**, v. 1. São Paulo: Edart Livraria Editora Ltda., 1967.
- EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. 2.ed. Campinas: Editora UNICAMP, 1997.
- FERREIRA, A. B. H. **Aurélio Século XXI – O Dicionário da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1999.
- FILLOS, L. M . O ensino da geometria: depoimentos de professores que fizeram história. ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, FAE/UFMG, 2006. Disponível em: <http://www.fae.ufmg.br:8080/ebapem/completos/05-11.pdf> . Acesso, 20 /01/2008.
- FIORENTINI, D. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em Matemática. **Mesa Redonda VII EPEM: SBEM-SP**, São Paulo, Junho de 2004. Disponível em: [http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas\\_redondas/mr11-Dario.doc](http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr11-Dario.doc). Acesso em 24.01.2008.
- FLORIANI, J. V. **Professor e Pesquisador (Exemplificação apoiada na Matemática)**. Blumenau: FURB, 2000.
- FRACALANZA, H.; AMARAL, I. A.; GOUVEIA, M. S. F. **O Ensino de Ciências no Primeiro Grau**. São Paulo: Atual, 1986.
- FRAGA, S. Ap., **Um Estudo sobre Triângulos em Livros Didáticos a partir do Movimento da Matemática Moderna**. 2004. 207 f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) – Programa nacional do livro didático. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br>. Acesso em 30.01.2008.

GARCÍA, C. M. L.; GONZÁLES, R. L. Conceptos Nucleares em la Construcción Del Concepto de Ángulo. **Enseñanza de Lãs Ciências, Revista de investigación y experiências didácticas**. v. 23, n. 2, p. 201-216, 2005.

GODOY, A.S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **Revista de Administração de Empresas**. São Paulo, v.35, n.2, p.-57-63, março/abril/1995.

GOIS, A.; PINHO, A. Brasil é reprovado, de novo, em matemática e leitura. Folha Online. De 05.12.2007. Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br/folha/educacao>. Acesso em 24.01.2008.

GÓMEZ, A. I. P. La escuela, encrucijada de culturas. **Investigación em la Escuela**, N. 26, p. 7-23, 1995.

GOMIDE, E. F. (Coordenadora); ROCHA, J. C. (Organizadora); CAEM-IME-USP (Centro do Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática), Série Cadernos de atividades no. 01, **Atividades de laboratório de Matemática – Ensino Fundamental – 5ª. a 8ª. Séries**, 1997 a 2000.

GONZÁLEZ, C. A.; PEDROSO, S. B. **Como consolidar los conocimientos matemáticos em los alumnos**, PROMET – Propositiones Metodológicas, Academia Editorial, La Habana, Cuba, 1999.

GURGEL, C. M. do A. **Em busca de melhoria da qualidade do ensino de Ciências e Matemática: ações e revelações**. 1995, 314 f., Tese de Doutorado, UNICAMP.

HÖNIG, C. S.; GOMIDE, E. F. **História das Ciências no Brasil**. Ciências Matemáticas, in FERRI, M. G.; MOTOYAMA, S. (Coordenadores); São Paulo: Universidade de São Paulo, 1979. Cap. 2, p. 35-60.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. **Microdicionário de Matemática**. São Paulo: Scipione, 1998.

JACUBO, J. J.; LELLIS, M.; Centurión. **Matemática na Medida Certa**. 5ª. Série. São Paulo: Scipione, 1999.

JACUBO, J. J.; LELLIS, M. **Matemática na Medida Certa**. 5ª. Série. São Paulo: Scipione, 1991.

JARDILINO, J.R.L. A pesquisa e o cotidiano escolar: uma ação colaborativa? **Eccos**, v. 7, n.2, jul./dez. 2005

KLINE, M. **O Fracasso da Matemática Moderna**. São Paulo: Ibrasa, 1976.

KLINE, M.. Logic versus pedagogy. **American Mathematical Monthly**, v. 77, n. 3, p. 264-282, March 1970.

LIMA, E. L. **Matemática e Ensino**. Coleção do Professor de Matemática - Sociedade Brasileira de Matemática – SBM. Rio de Janeiro, 2003.

LOPES, C. A. E.; NACARATO, A. M. (Organizadoras); LOPES, J. A. O livro didático, o autor, as tendências em Educação Matemática. **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005, p. 35-62.

MACHADO, N. J. **A Geometria na sua vida**. Série Saber Mais. São Paulo: Ática, 2003.

MAGGI, L. **Fatores críticos no ensino da Matemática nos cursos de Administração de Empresas - as dificuldades apresentadas pelos alunos ingressantes e as suas implicações na aprendizagem**. Disponível em: [http://www.angrad.org.br/cientifica/artigos/artigos\\_enangrad/pdfs/xii\\_enangrad/Fatores%20criticos%20no%20ensino%20de%20matematica.pdf](http://www.angrad.org.br/cientifica/artigos/artigos_enangrad/pdfs/xii_enangrad/Fatores%20criticos%20no%20ensino%20de%20matematica.pdf). Acesso em 24.01.2008.

MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. F.; MONTEIRO JR., F. N. Pedro Nunes e o problema histórico da compreensão da medição das frações. **Revista Ciência e Educação**, UNESP – Campus de Bauru, V. 10, n. 3, p.559-570, 2004.

MELLO, G. N. As necessidades básicas de aprendizagem dos professores. Um enfoque útil à formulação de políticas. Disponível em: <http://www.namodemello.com.br/pdf/escritos/oficio/oprofessorqueaprende.pdf>. Acesso em 24.01.2008.

MELLO, G. N. Transposição didática, Interdisciplinaridade e Contextualização. Disponível em:

<http://www.namodemello.com.br/pdf/escritos/outros/contextinterdisc.pdf>. Acesso em 24.01.2008.

MIZUKAMI, M. da G. N. **Ensino – As abordagens do processo**. São Paulo: EPU, 1986.

MINAYO, M.C.S. Ciência, técnica e arte: o desafio da pesquisa social. In:\_\_\_\_\_.(org.) **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 22.ed. Petrópolis: Ed. Vozes, 2003.

MOREIRA, A. F. B. **Currículos e Programas no Brasil**. Campinas: Papyrus, 1990.

MORIN, E. **Os Sete Saberes Necessários à Educação do Futuro**. São Paulo: Cortez, 2001.



- MOURA, M. O. de. Determinantes políticos do currículo de Matemática. **Revista de Educação – APEOESP**. N. 7, p. 7-11, dezembro, 1992.
- MOYSÉS, L. M. M. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico. Campinas: Papyrus, 1997.
- NOBRE, S. Leitura Crítica da História: Reflexões sobre a História da Matemática. **Revista Ciência e Educação**, UNESP – Campus de Bauru, v. 10, n. 3, p. 531-543, 2004.
- PADILHA, A. M. L. Elaboração Conceitual: Papel Fundamental da Escola. **ACTA Científica – Ciências Humanas**, v. 1, n. 4, p. 6-12, 1º Semestre 2003.
- PAIS, L. C. **Ensinar e aprender Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- PAVANELLO, R. **Por que ensinar /aprender geometria?** Disponível em: [http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas\\_redondas/mr21-Regina.doc](http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr21-Regina.doc)  
Acesso: 15 /01/2008.
- PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da Geometria: uma visão histórica**. Dissertação (Mestrado em Educação)- Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1989.
- PIRES, C. M. C. **Currículos de Matemática: Da Organização Linear à Idéia de Rede**. São Paulo: FTS, 2000.
- RIBEIRO Jr., J. **O que é Positivismo**. 5ª.ed. São Paulo: Brasiliense SA, 1986.
- ROSA, M. I. P. (organizadora); Fracalanza, H. A pesquisa sobre o livro didático de Ciências no Brasil. **Formar-encontros e trajetórias com professores de Ciências**. p. 41-80. São Paulo: Escrituras Editora, 2005.
- SACRISTÁN, J. G. **O Currículo – Uma reflexão sobre a prática**, 3.ed., Porto Alegre: Artmed, 2000.
- Secretária de Educação Fundamental. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática – terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental**. Brasília, 1998a.
- Secretária de Educação Fundamental. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental – introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília, 1998b.
- Secretária de Estado da Educação – São Paulo, Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas – CENP, **Experiências Matemáticas – 6ª. Série**, SE/CENP, Versão preliminar, São Paulo, 1997.

Secretária de Estado da Educação – São Paulo, Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas – CENP, **Proposta Curricular para o Ensino de Matemática – 1º. Grau.** SE/CENP, 4.ed., São Paulo, 1992.

Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, **Ensinar e aprender: construindo uma proposta.** V. 1, Matemática, São Paulo, 2000-2002.

Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, **Ensinar e aprender: construindo uma proposta.** V. 2, Matemática, São Paulo, 2000-2002.

SILVA, C. P. da. **A Matemática no Brasil: Uma história de seu desenvolvimento.** São Leopoldo: Unisinos, 1999.

SILVA, T. R. N. da; ARELANO, L. R. G. Orientações Legais na Área de Currículo, nas esferas Federal e Estadual, a partir da Lei 5692/71. **Cadernos CEDES 13 – (Centro de Estudos Educação e Sociedade)**, v. 13, 2.ed., p. 26-44, São Paulo: Cortez, 1986.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: A questão da democracia.** Campinas: Papyrus, 2001.

VASCONCELOS, M. D. Pierre Bourdieu: a herança sociológica. **Educação e Sociedade.** vol.23 no.78 Campinas Apr. 2002

VIANNA, C. R.; CURY, H. N. Ângulos: uma “história” escolar. **Revista História & Educação Matemática.** Sociedade Brasileira de História da Matemática. Rio Claro, V. 1, n. 1, jan/jun. 2001.

VIDIGAL, A.; REGO, C. A.; BARBOSA, M. G. G.; SPIRA, M. **Matemática e Você,** Manual do Professor, Belo Horizonte: Formato Editorial, 2002.

VIGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores.** Tradução por José Cipolla Neto, Luís Silveira M. Barreto, Solange Castro Afeche. 6.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998a.

VIGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem.** Tradução por Jefferson Luiz Camargo. 2.ed. São Paulo, Martins Fontes, 1998b.

VITTI, C. M. **Movimento da Matemática Moderna – Memória, Vaia e Aplausos –** Tese Doutorado, 181 f., UNIMEP, Piracicaba, 1998.

## TRABALHO CTS - ÂNGULOS

BAZZO, W. A. (ed.) et al.; Introdução aos estudos CTS (Ciência, Tecnologia e Sociedade). **Cadernos de Ibero-América**. OEI (Organização dos Estados Ibero-americanos). 2003, Cap. 4, p. 119-155.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática**. 5ª. Série. São Paulo: Ática, 2005.

GIOVANNI; CASTRUCCI; GIOVANNI JR. **A Conquista da Matemática (A + nova)**. 5ª.Série, São Paulo: FTD, 2002.

GUELLI, O. **Matemática Uma aventura do pensamento**. 5ª. Série. São Paulo: Ática, 2002.

GRECA, I. M.; FREIRE Jr., O. A 'Crítica Forte' da Ciência e Implicações para a Educação em Ciências. **Revista Ciência e Educação**, V. 10, n. 3, 2004.

IMENES, JAKUBO, LELLIS, **Ângulos**, Coleção: Pra que serve Matemática? São Paulo: Atual, 1992.

Secretária de Educação Fundamental. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática – terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental**. Brasília, 1998.

Secretária de Estado da Educação – São Paulo, Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas – CENP, **Experiências Matemáticas – 6ª. Série**, SE/CENP, Versão preliminar, São Paulo, 1997.

YOUSSEF, A.N.; SOARES, E.; FERNANDES, V. P. **Matemática**, Coleção: De olho no mundo do trabalho, São Paulo: Scipione, 2004.

## LIVROS DO ENSINO FUDAMENTAL E MÉDIO ANALISADOS

ANDRADE, M.; MORAES, L. M. DE **Mundo Mágico, Matemática Livro 3**. São Paulo: Ática, 1992.

ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. **Novo Praticando Matemática**. 5ª. Série. Coleção Atualizada. São Paulo: Editora do Brasil, 2002.

BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana**. Sociedade Brasileira de Matemática. Rio de Janeiro, 1985.

- BARROSO, J. M. (Responsável). **Matemática Ensino Fundamental 5 - Projeto Araribá**. Moderna, 2004.
- BIANCHINI, E. **Matemática**. 6ª. Série. São Paulo: Moderna, 1991.
- BIGODE, A. J. L. **Livro Matemática Atual**. 6ª. Série. São Paulo: Atual, 1994.
- BORDEAUX, A. L.; RUBINSTEIN, C.; FRANÇA, E.; OGLIARI, E.; PORTELA, G. **Matemática na vida e na escola**. 5ª. Série. Manual do Professor. São Paulo: Editora do Brasil, 1999.
- BUNT, L. N. H. **Introdução ao Curso de Geometria Plana**. MEC, 1963.
- CALIOLI, C.; D'AMBROSIO, N. **Matemática (para os primeiro e segundo anos dos ginásios)**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1963.
- CARDOSO, LUIZ F. **Dicionário de Matemática**. Coleção Páginas Amarelas. Rio de Janeiro: Expressão e Cultura, 2001.
- CASTRO, M. C.; ANDRETTA, M. C.; SILVA, A. B. DOS S. **PROMAT - Projeto Oficina de Matemática**. 6ª. Série. São Paulo: FTD , 1999.
- CAVALCANTE, L. G.; SOSSO, J.; VIEIRA, F.; ZEQUI, C. **Mais Matemática**. 6ª. Série. São Paulo: Saraiva, 2001.
- DANTE, L. R. **Tudo é Matemática**. 5ª. Série. São Paulo: Ática, 2005.
- DI PIERRO NETTO, S. **Matemática Scipione**. 6ª. Série. São Paulo: Scipione, 1997.
- DI PIERRO NETTO, S. **Matemática – Conceitos e Operações**. 1º Grau. 4.ed., São Paulo: Saraiva, 1986.
- DI PIERRO NETTO, S. **PAI (processo auto-instrutivo) Matemática**. 6ª. Série. 1º Grau. São Paulo: Saraiva, 1977.
- DI PIERRO NETTO, S. **Curso Moderno. Matemática Moderna**. para 3º., 4º., 5º. Grau e Admissão, IBEP, 1970 (consta ano no carimbo da Biblioteca).
- DI PIERRO NETTO, S. (coordenador); MUNHOZ, A. F. DA S.; NANO, W.; IKIEZAKI, I. **O Trabalho Dirigido no Ensino da Matemática – Curso Moderno 1**, Saraiva, 1971.
- FERREIRA, A. B. de H. **Novo Aurélio - Dicionário da Língua Portuguesa. Século XXI**. 3.ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1999.
- Geometria Elementar com Noções de Agrimensura e de Nivelamento**. Coleção Curso Médio. São Paulo: FTD, 1925.
- GIOVANNI, J. R.; PARENTE, E. **Matemática**, FTD, São Paulo, 1988.
- GIOVANNI, J. R.; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática: teoria, aplicação**. 6ª. Série, São Paulo: FTD, 1985.

- GIOVANNI J. R.; CASTRUCCI B.; GIOVANNI JR., J. R. **A Conquista da Matemática (A + nova)**. 5ª. Série. São Paulo: FTD, 2002.
- GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI JR., J. R. **Matemática Pensar e Descobrir**. 5ª. Série. São Paulo: FTD, 2000.
- GUELLI, O. **Matemática Uma aventura do pensamento**. 5ª. Série. São Paulo: Ática, 2002.
- IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e Realidade**. 6ª. Série. Primeiro Grau, 2.ed., São Paulo: Atual, 1991.
- IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática 5ª. Série – Primeiro grau**, São Paulo: Atual, 1981.
- IMENES & LELLIS **Microdicionário de Matemática**. São Paulo: Scipione, 1998.
- JAIRO, M; BEZERRA, O. S.; BEZERRA, R. Z. **Geometria 1**. MEC. Rio de Janeiro, 1985.
- LAMEGO, J. **Matemática Prática e Moderna**. Coleção “Guias Curriculares”, 5ª. Série – Primeiro Grau. São Paulo: Editora do Brasil, 1976.
- LIMA, M. A. B. DE; SIANI FILHO, N.; COUTO FILHO, T. **Matemática...Você Constrói**. 6ª. Série. Manual do Professor. Rio de Janeiro: Ediouro, 1996.
- LONGEN, A. **Matemática em Movimento**. 5ª. Série. São Paulo: Editora do Brasil, 1999.
- LÜDKE, M; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.
- MARCONDES, O. **Geometria**. São Paulo: Editora do Brasil, 1967.
- MARQUES, J. F. C. **Matemática – Estudo Orientado**. Volume 3 – Curso Ginásial. IBEP, não consta o ano (mas segundo o autor foi em 1970).
- MATSUBARA; ZANIRATTO **Coleção Big Mat Matemática**. 5ª. Série, 2.ed., São Paulo: IBEP, 2002.
- MORI, I.; ONAGA, D. S. **Matemática Idéias e desafios**. 5ª. Série. São Paulo: Saraiva, 1997.
- MORI, I.; ONAGA, D. S. **Para Aprender Matemática**. 6ª. Série. São Paulo: Saraiva, 1991.
- NAME, M. A. **Tempo de Matemática**. 6ª. Série. São Paulo: Editora do Brasil, 1996.
- Notas de Aulas – Aritmética e Geometria Plana**. Escola PRO-TEC, Edição 1989.

RUBINSTEIN, C.; MONNERAT, M. J.; HAMATY, R.; MONKEN, R.; ORTIZ, S. **Matemática para o curso de formação de professores de 1ª. a 4ª. Série do 1º. Grau.** São Paulo: Moderna, 1991.

SANGIORGI, O. **Matemática-7 - para Cursos de Primeiro Grau.** São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1973.

SANGIORGI, O. **Matemática – Curso Moderno para os ginásios.** 3º. Volume, 6.ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1969.

SANGIORGI, O. **Matemática para a Terceira Série Ginásial.** São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1961.

SERRÃO, A. N. **Geometria no Plano** – Exercícios e Problemas Parte A. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1967.

SILVEIRA, E.; MARQUES, C. **Matemática.** 6ª. Série. 1.ed., São Paulo: Moderna, 1995.

Software Cabri II

SPINELLI, W.; SOUZA, M. H. **Matemática Oficina de Conceitos.** 5ª. Série. São Paulo: Ática, 2002.

STÁVALE, J. **Elementos de Matemática.** Terceiro Volume para a Terceira Série do Curso Ginásial. São Paulo, Companhia Editora Nacional, 1950.

STÁVALE, J. **Segundo Ano de Mathematica.** São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1932.

VIDIGAL, A.; REGO, C. A.; BARBOSA, M. DAS G. G.; SPIRA, M. **Matemática e Você.** 5ª. Série. Belo Horizonte: Formato Editorial, 2002.

Gadotti, Marlene de Fátima

Definições matemáticas do conceito de ângulo: influências da história, do Movimento da Matemática Moderna e das produções didáticas nas concepções dos docentes. -- Piracicaba/SP, 2008.

134 p.

Orientadora: Profa. Dra. Maria Guiomar Carneiro Tomazello

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Metodista de Piracicaba – UNIMEP, Faculdade de Ciências Humanas, Programa de Pós-graduação em Educação.

1. Educação Matemática 2. Ensino de Geometria 3. Ângulo