UNIVERSIDADE METODISTA DE PIRACICABA
FACULDADE DE CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

REFLEXÕES RELATIVAS ÀS DEFINIÇÕES DO NÚMERO π (PI) E À PRESENÇA DA SUA HISTÓRIA EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL

ANÉSIA REGINA SCHIAVOLIN BORTOLETTO

PIRACICABA, SP
MAIO, 2008

REFLEXÕES RELATIVAS ÀS DEFINIÇÕES DO NÚMERO π (PI) E À PRESENÇA DA SUA HISTÓRIA EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

ANÉSIA REGINA SCHIAVOLIN BORTOLETTO

ORIENTADORA: PROFA. DRA. MARIA GUIOMAR CARNEIRO TOMAZELLO

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Educação da UNIMEP como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Educação

PIRACICABA, SP

MAIO, 2008

Bortoletto, Anésia Regina Schiavolin.
Reflexões relativas às definições do número π (pi) e à presença da sua história em livros didáticos de matemática. Piracicaba, 2008.
139 p.

Orientadora: Profa. Dra. Maria Guiomar Carneiro Tomazello.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Metodista de Piracicaba, Faculdade de Ciências Humanas, Programa de Pós-Graduação em Educação.

Educação Matemática, História, Número π (pi), Livro Didático

"O presente trabalho foi realizado com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq – Brasil"

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Maria Guiomar Carneiro Tomazello
Universidade Metodista de Piracicaba-UNIMEP
Orientadora

Prof. Dr. Jairo de Araújo Lopes
Pontifícia Universidade Católica de Campinas
PUC-Campinas

Profa. Dra. Catarina Maria Vitti
Universidade Metodista de Piracicaba-UNIMEP

PIRACICABA, SP

MAIO, 2008

AGRADECIMENTOS

O desenvolvimento deste trabalho me fez crescer como profissional e como pessoa. Por isso agradeço:

Aos meus filhos e meu marido, pessoas mais importantes de minha vida, que souberam me compreender e me apoiar em todos os momentos que deles precisei;

À amiga Professora Marlene de F. Gadotti pela cumplicidade e companheirismo;

Aos amigos Valter Vitti e Dra. Thereza C. Rochelli pela revisão e correção da redação.

À Professora Dra. Maria Guiomar C. Tomazello, muito mais que orientadora, agora uma amiga por quem tenho grande admiração;

À Professora Dra. Célia Margutti do Amaral Gurgel, amiga, que mesmo sem compromisso dedicou-se em mostrar que somos capazes de realizar o que desejamos, mesmo com dificuldades;

Aos membros das bancas de qualificação e defesa - Profa Dra Adriana César de Mattos, Prof. Dr. Renato Soliani, Dr. Jairo de Araújo Lopes e Profa Dra. Catarina Maria Vitti - pelas sugestões e valiosas contribuições;

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de estudos, sem a qual seria impossível a realização deste trabalho;

Aos professores e funcionários do curso de Pós-Graduação da UNIMEP pelos ensinamentos, apoio e acolhida;

A todos que, de uma forma ou de outra, colaboraram para a execução deste trabalho; e

A Deus, principalmente, por tudo.

RESUMO

Os alunos, em geral, apresentam grandes dificuldades em compreender o significado de um número irracional, em particular, o número π (pi). Tendo como pressuposto que uma abordagem histórica pode facilitar a apreensão de conteúdos pelo aluno, os objetivos deste trabalho são: investigar como os livros didáticos definem o número π (pi); em que termos a dimensão histórica vem sendo considerada; quais as abordagens utilizadas e suas relações com as orientações governamentais e quais as possíveis implicações para o processo de ensino-aprendizagem desse conceito. Essa pesquisa, de natureza qualitativa e documental, foi desenvolvida mediante a análise de 56 livros didáticos de matemática do ensino fundamental, desde as origens do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) até o Guia de Livros Didáticos (1929-2005), uma vez que a qualidade de um livro está ligada às políticas públicas para a área. Também foram analisadas as definições dadas por 23 professores participantes de um curso de formação continuada, através de questionários semi-estruturados. Os professores, de maneira geral, não fazem uso da história e no caso dos livros, somente os mais recentes trazem dados sobre a história de π.

Palavras-chave: Educação Matemática, História, Número π (pi), Livro Didático.

ABSTRACT

In general, students show great difficulty in understanding the meaning of irrational number, specially the number π (pi). Supposing that an historical approach can facilitate the understanding of contents, the objectives of this study are: to investigate how the didactic books define the number π (pi); how its historical dimension has been considered; which approaches have been used and what are their relationship with the government directions and what are the possible implication to the teaching-learning process of this concept. The present research, which's nature are qualitative and documentary, is based on the analysis of 56 didactic books of mathematics of the fundamental leaning, since the origin of the "National Program of Didactic Book" until the "Guide of Didactic Book" (1929-2005), once the quality of a book is linked to the public policy for this area. The definitions of 23 teachers, who participate in a supplementary course in mathematics, were also analyzed through semi-structuralized questionnaires. In general, teachers don't use history and only the recent books present historical information about π (pi).

Key-words: Mathematics education, history, number π (pi), didactic book.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A realização do presente estudo na área do ensino de matemática, envolvendo a definição do número π (pi), está fortemente relacionada à nossa prática enquanto educadora. Consideramos importante ressaltar que esse tema tem sido nosso companheiro ao longo dos muitos anos de experiência no meio educacional na rede pública estadual de São Paulo - atualmente contamos com 16 anos de serviço, atuando como professora de 5ª a 8ª séries do ensino fundamental e 1ª a 3ª séries do ensino médio regular e Educação para Jovens e Adultos (EJA).

Nessa caminhada profissional, tivemos a oportunidade de acompanhar de perto a repercussão de algumas medidas adotadas pelas políticas públicas educacionais nos últimos anos, tais como: o Movimento da Matemática Moderna, enquanto aluna; a implementação da nova Lei de Diretrizes e Bases (LDB); a elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), bem como da Proposta Curricular de São Paulo; as legislações estaduais referentes à abordagem do conteúdo e à criação do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que trouxeram novas exigências aos autores, às editoras e aos professores no que diz respeito à sua prática pedagógica.

Essas mudanças são justificáveis, pois, segundo Alsina (2000, apud Lopes, 2004), muitos fatores contribuem para que se busquem melhorias no ensino, como a globalização, o impacto tecnológico, as mudanças sociais aceleradas, a qualidade da educação e o compromisso social.

No Brasil, segundo Lopes (2004), há ainda outros motivos que justificam uma reforma no currículo escolar no contexto brasileiro:

- as mudanças políticas no Brasil desde o fim da ditadura militar;
- a busca por um modelo econômico socialmente justo;
- a universalização do ensino e a necessidade de uma educação para todos;
- as transformações tecnológicas aceleradas, que afetam o mundo do trabalho, as ciências e a vida cotidiana;
- a necessidade de inserir o país no comércio mundial em condições competitivas;
- a necessidade de estar preparado para enfrentar os problemas e desafios de um futuro cada vez mais próximo e incerto que faz com as conquistas de hoje pareçam obsoletas num curto intervalo de tempo;
- a prática por um longo período de tempo, de um ensino identificado, e muitas vezes autodenominado, como tradicional, com origens numa concepção de ensino e aprendizagem que remonta ao início do século XX;

- a prática por longo período de tempo da chamada Matemática Moderna. (LOPES, 2004, p.1)

Em contraposição, apesar de algumas tentativas de mudanças, tanto os cursos de formação de professores, como a escola, continuam no mesmo ritmo, ditados por conteúdos disciplinares, provas memorísticas, requisições burocráticas, normas. Para Lopes (2004), o processo de uma reforma mais profunda no ensino não aconteceu, por diversas razões, muitas delas alheias à comunidade educacional brasileira.

Como reação a essas novas orientações, o que observamos no meio educacional foi uma grande inquietação por parte dos educadores. As novas proposições para a abordagem de conceitos causaram grande impacto, gerando polêmica. Isto porque, apesar dos documentos, legislações e livros sugerirem a revogação das práticas tradicionais de tratamento do tema e proporem uma abordagem mais contextualizada através de situações-problema, história, jogos e outras dinâmicas com a participação de todos os envolvidos, os educadores não foram orientados sobre *o que* mudar, *porque* mudar e *como* mudar. Assim, muitos continuaram (e continuam) abordando o conteúdo da forma tradicional.

Considerando nossa prática, acreditamos que os professores de matemática já realizaram algumas tentativas de introdução de jogos, de situações-problemas, mas nada que envolva a história da matemática, dada a dificuldade em se encontrar material didático e em trabalhar com algo que não se tem domínio.

Ao ingressar no Mestrado em Educação em 2006, optando por uma linha de pesquisa em ensino de ciências e participando inicialmente do Núcleo de História, Educação e Ciências, a preocupação em como abordar um conceito historicamente persistia em nos acompanhar, pois na formação não tivemos nenhuma disciplina específica sobre história da matemática e nem esse assunto foi trabalhado por outras disciplinas, durante o curso.

As primeiras investigações na literatura evidenciaram que muitos autores acreditam que a história da matemática contribui para o seu ensino, pois: fornece informação contextualizada dos conceitos e teorias científicas que prevaleceram em vários momentos da história; facilita e enriquece a compreensão conceitual, humaniza a matéria; motiva e atrai o aluno; pode ajudar os professores a antecipar concepções pelos alunos ou a obter uma percepção das dificuldades conceituais e de que existe um paralelismo entre a construção histórica dos conceitos científicos e a sua construção psicológica pelos alunos quer na suposição, mais ainda moderada, da existência de analogias entre concepções perfilhadas por antigos cientistas e algumas idéias dos alunos (DUARTE, 2004, MATTHEWS, 1995).

Acreditando também que a história pode facilitar o entendimento de um conceito pelo aluno, fomos buscar nos livros, tanto a definição quanto a forma de abordagem do número π (pi), considerando que é um conceito discutido por muitos povos, durante muitos séculos e definido de várias maneiras, justificando ainda mais essa abordagem.

Este trabalho teve origem na reflexão que fizemos em um momento determinado de nossa prática educativa, sobre as dificuldades dos alunos em compreender o significado de um número irracional, em particular, o número π (pi); lembrando que um número irracional é aquele que **não** pode ser expresso na forma de fração $\frac{a}{b}$, sendo a e b números inteiros, mas $b \neq 0$. Dito de outra maneira, um número real é irracional quando **não** pode ser gerado pela divisão de inteiros. Sua representação decimal é infinita e não-periódica.

O estudo do número π (pi) é uma questão relevante para a Matemática, devido não só à sua história fascinante, iniciada há mais de quatro mil anos, mas especialmente às repercussões didáticas que podem levar a sua incompreensão, uma vez que o π (pi) - um número irracional transcendente[1] de valor compreendido entre 3 e 4 - é utilizado em todas as fórmulas de linhas ou corpos redondos, usado em áreas de conhecimento tais como: Estatística, Eletricidade, Mecânica, Música, Topografia, Engenharia, entre outras.

Na Geometria Euclidiana, temos quatro constantes que poderiam ser chamadas de π (pi): o π (pi) de circunferências, o π (pi) de áreas de círculos, o π (pi) de áreas de esferas e o π (pi) de volumes de esferas. Embora a definição usual do π (pi) baseie-se na constância da razão entre o comprimento da circunferência e o do seu diâmetro, definição esta utilizada desde o século XVIII, provavelmente não foi essa a origem do π (pi). Muito mais pertencente ao cotidiano das pessoas são problemas requerendo achar a área de uma figura circular em termos do seu diâmetro. (SILVEIRA, 2001).

---

[1] Número transcendente é um número que não é solução de nenhuma equação algébrica cujos coeficientes sejam números racionais. (Veja FIGUEIREDO, Djairo G. **Números Irracionais e Transcendentes**).

Investigar a importância do conceito π (pi) para o ensino da Matemática juntamente com as definições apresentadas ao longo da História pode ser um caminho importante para a melhoria da prática pedagógica e compreensão dos cálculos que utilizam este conceito em Educação Matemática.

A importância do conhecimento dos professores de matemática sobre esse conceito é fundamental para a aprendizagem, já que, como é esperado, o seu ensino está condicionado a ele.

O objetivo desta pesquisa é investigar o tratamento dado ao número π (pi), tanto pelos autores de livros didáticos, quanto por professores de matemática em exercício.

Assim sendo, as questões de interesse da pesquisa são: Como o número π (pi) tem sido apresentado formalmente nos livros didáticos de matemática editados desde 1929 – ano em que o governo brasileiro criou um órgão específico para legislar sobre a política do livro didático, o Instituto Nacional do Livro (INL) - ao longo do tempo? Como professores de Matemática definem e ensinam o número π (pi)? Quais as implicações da história nas definições de π (pi) para o processo ensino-aprendizagem de matemática (números, medidas e geometria)?

Para tal, foi realizada uma pesquisa de natureza qualitativa e documental, sobre a importância da história da Ciência no ensino-aprendizagem das ciências e matemática, focalizando o número π (pi). Como a análise qualitativa não rejeita dados quantitativos, em alguns momentos, com o objetivo de se verificar as tendências, os dados foram quantificados em porcentagens.

Para o campo da Educação Matemática é relativamente novo o uso de pesquisas qualitativas, pois, para Borba e Araújo (2006), falar em pesquisa qualitativa é um grande desafio para alguém que trabalha, com muita freqüência, com quantidade e com o desenvolvimento do raciocínio, como é o caso de professores de Matemática. Os autores exemplificam um problema de pesquisa e suas diferentes abordagens: se quisermos saber **quantos** professores de Matemática em Belo Horizonte utilizam computadores em suas aulas uma abordagem quantitativa parece-nos mais adequada, mas se quisermos saber **como** tem acontecido o uso de computadores nas escolas, a abordagem mais adequada é a qualitativa. (BORBA; ARAÚJO, 2006).

As abordagens qualitativas se aplicam em estudo da história das relações, das representações, das crenças e das percepções, produtos das interpretações que os humanos fazem a respeito de como vivem, sentem e pensam. Apesar de serem usadas em estudos de aglomerados de grandes dimensões, as abordagens qualitativas se conformam melhor a investigações de grupos e segmentos delimitados e focalizados, de relações e para análise de discursos e de documentos. (MINAYO, 2007, p.57).

Ainda segundo a autora, a abordagem qualitativa preocupa-se com um nível de realidade que não pode ser quantificado, com fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização das variáveis. A diferença entre o qualitativo e quantitativo é de natureza. Enquanto os pesquisadores que trabalham com estatísticas apreendem dos fenômenos apenas a região visível e concreta, a abordagem qualitativa aprofunda-se num mundo dos significados das ações e relações humanas, um lado não perceptível e não captado em equações, médias e estatísticas. Pode ser comparada a uma espiral que começa com um problema ou uma pergunta e termina com um produto provisório capaz de dar origem a novas interrrogações. (MINAYO, 2007).

Para Bardin (1977, p.21), na análise quantitativa, o que serve de informação é a *freqüência* com que surgem certas características do conteúdo, enquanto que na análise qualitativa é a *presença* ou a *ausência* de uma dada característica num fragmento de mensagem que está sendo analisado.

Dentre as técnicas de coleta de dados da pesquisa qualitativa, optamos pela utilização da pesquisa documental e do questionário. A pesquisa documental assemelha-se à pesquisa bibliográfica, mas enquanto esta se utiliza fundamentalmente das contribuições dos diversos autores sobre determinado tema, a pesquisa documental faz uso de materiais que não receberam tratamento analítico. Para Gil (1991), na pesquisa documental, existem os documentos de primeira mão, ou seja, aqueles que não receberam nenhum tratamento analítico tais como os documentos conservados em órgãos públicos e instituições privadas, e os documentos de segunda mão que, de alguma forma, já foram analisados, tais como: relatórios de pesquisa; relatórios de empresas; tabelas estatísticas e outros.

Segundo o mesmo autor, há vantagens e limitações neste tipo de pesquisa. Vantagens: os documentos constituem fonte rica e estável de dados; o baixo custo, pois exige praticamente apenas disponibilidade de tempo do pesquisador; e o contato com os sujeitos da pesquisa não é exigido. Limitação: as críticas mais freqüentes referem-se à não representatividade e à subjetividade dos dados.

André (1989, p.43) sugere o “estranhamento” como uma atitude para que o pesquisador possa lidar com a subjetividade, de forma a transformar o familiar em estranho, de se esforçar para observar tudo para enxergar cada vez mais, tentando vencer o obstáculo do processo naturalmente seletivo da observação.

Para conhecermos como os professores abordam esse número, aplicamos um questionário estruturado a 23 docentes da rede estadual, professores de matemática, alunos de um curso de formação continuada promovido, no segundo semestre de 2006, pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo e Diretoria de Ensino de uma cidade do interior de São Paulo, em parceria com uma universidade privada, perguntando sobre o número π (pi), como é definido, quando e como abordam esse tema. Os professores foram informados dos objetivos da pesquisa e livremente responderam ao questionário. A intenção foi verificar em que termos essas definições se aproximam das utilizadas nos livros didáticos.

Consultamos e selecionamos vários livros didáticos de matemática, desde 1929, origem do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) aos dias atuais, em bibliotecas, sebos, acervo pessoal de professores de Matemática, sites da internet, softwares, entre outros. A referência ao PNLD é obrigatória, pois a qualidade do livro está intrinsecamente ligada à política pública para a área. Entendemos que não basta olhar o particular, mas é preciso relacionar esse particular com o geral.

Após a aplicação dos questionários, as respostas foram transcritas, lidas e relidas de forma a se chegar à elaboração dos núcleos temáticos de interpretação que, posteriormente, formaram as categorias de análise. Esse mesmo procedimento foi adotado com os livros. Depois de selecionados, eles foram lidos e todas as definições do número π (pi), bem como os textos referentes à história do número π (pi) foram transcritas e categorizadas. Para a análise e interpretação dos dados, optamos por utilizar a análise de conteúdo, que é uma técnica de redução de um grande volume de material num conjunto de categorias de conteúdo (ANDRÉ, 1983).

Segundo Bardin, a análise de conteúdo pode ser entendida como:

> Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens. (BARDIN, 1977, p.42),

As diferentes fases da análise de conteúdo organizam-se, segundo Bardin (1977), em torno de três pólos cronológicos: I) a pré-análise; II) a exploração do material; III) o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

A maioria dos procedimentos de análise organiza-se em torno de um processo de categorização, apesar de não ser uma etapa obrigatória de toda e qualquer análise de conteúdo. A categorização é um processo de tipo estruturalista e comporta duas etapas: I) o inventário: isolar os elementos; e II) a classificação: repartir os elementos e, portanto, procurar uma certa organização às mensagens.

Um conjunto de categorias boas deve possuir qualidades: a exclusão mútua (cada elemento não pode existir em mais de uma divisão); a homogeneidade (um único princípio de classificação deve governar a sua organização); a pertinência (a categoria deve estar adaptada ao material de análise); a objetividade e a fidelidade (as diferentes partes de um mesmo material devem ser codificadas da mesma maneira) e a produtividade (um conjunto de categorias é produtivo se fornece resultados férteis). (BARDIN, 1977)

Ainda em relação à categorização, ela por si não esgota a análise dos dados, sendo preciso, segundo Lüdke e André (1986), que o pesquisador vá além da descrição buscando acrescentar algo à discussão, desde um conjunto de proposições que configurem uma nova perspectiva teórica até o simples levantamento de novos questionamentos que precisarão sem explorados em estudos futuros.

Assim, valendo-nos do referencial teórico, apresentado nos capítulos seguintes, procuramos identificar nas definições do número (π) pi e nos textos sobre a sua história, as tendências sobre como esse número vem sendo apresentado nos livros didáticos e abordados pelos professores de matemática e suas possíveis implicações para o ensino desse conceito.

Por que analisar o livro didático? A opção pelo livro didático foi motivada por ser este veículo o mais próximo e de maior utilização tanto pelo professor como pelo aluno. Dada a política do setor no Brasil, atualmente os livros didáticos, aprovados pelo PNLD, são distribuídos nas escolas e escolhidos pelos próprios professores. Isso significa que os alunos têm acesso aos livros.

Além disso, para Schubring (2003), o papel e a influência que desempenha o livro texto estão sempre ligados à sociedade de sua época, representando, como tanto, o autor e a sociedade vêem a ciência, a cultura e o ensino. Segundo

Pitombeira (apud Schubring, 2003, p.1) os livros para o ensino “imprime uma característica comum: a função de transmitir o conhecimento matemático, impresso, para as novas gerações”. E, para René Thom (apud Schubring, 2003, p.1), “ao darmos uma aula de matemática ou quando escrevemos sobre matemática expressamos aí toda uma filosofia desta disciplina, que talvez nem saibamos que temos”.

No CAPÍTULO I - O LIVRO DIDÁTICO, A ABORDAGEM HISTÓRICA E O NÚMERO π - fazemos um levantamento de vários autores que falam sobre a utilização da história da matemática para o seu ensino. Para isso, além da bibliografia, são utilizados vários artigos de revistas e sites da internet. Apresentamos as vantagens de se utilizar a história da matemática no ensino e um breve histórico sobre π (pi). Foram pesquisados sites da Internet sobre a história do π. Existe um grande número de sites relacionados à expressão “número π (pi)”. São 123.000 sites na WEB (20.200 só em língua portuguesa) o que mostra o grande interesse pelo tema.

No CAPÍTULO II - FUNÇÃO E PADRÃO DE QUALIDADE DOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA - tratamos a importância do livro didático no ensino aprendizagem e os Programas de qualidade do livro didático no Brasil.

No CAPÍTULO III - AS ABORDAGENS DE ENSINO DO NÚMERO π SEGUNDO PROFESSORES E LIVROS DIDÁTICOS - trazemos as definições informais e formais do número π (pi); as formas de abordagem de professores e de livros didáticos, verificando se utilizam ou não a História de π (pi); os resultados e discussão e encerramos com algumas considerações.

No decorrer do trabalho, a referência ao número π (pi) será: π .

CAPÍTULO I

O LIVRO DIDÁTICO, A ABORDAGEM HISTÓRICA E O NÚMERO π.

1. A HISTÓRIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Em nossa experiência pessoal do magistério, percebemos que muitos alunos escolhem suas carreiras nas áreas em que acreditam não precisar de matemática. Assim, quem vai fazer algum curso da área de Biológicas, por exemplo, acredita que não vai precisar de matemática. Mas será que o aluno não está certo em fugir de algo que o incomoda, que é chato, desagradável, sem sentido? Parece exagerado dizer isso, mas a matemática tem sido ensinada de maneira a afugentar os alunos. Assim, acredito que a utilização da história da matemática, no seu ensino, possa ajudar a formar alunos que contextualizem os conhecimentos e os considerem numa perspectiva de construção humana e coletiva.

Nas tentativas em usar a história da matemática, sempre fazíamos como um instrumento motivador, mas depois da leitura da dissertação de Peters (2005)[2], percebemos que a história da matemática transcende o aspecto da simples motivação. Tivemos uma experiência similar a desse autor sobre o símbolo x[3], em uma das aulas sobre o uso de números irracionais que ministrávamos para alunos de oitava série.

O texto lido em nossa aula foi o seguinte:

> O símbolo usado para designar a constante obtida pela razão entre a medida do contorno de uma circunferência e seu diâmetro é a letra grega π, inicial da palavra contorno, escrita em grego: $\pi\varepsilon\rho\iota\mu\varepsilon\tau\rho o\xi$. Foi popularizado pelo matemático suíço Leonhard Euler, em 1937 (BIGODE, 1994, p. 32).

Uma aluna comentou que se soubesse disso na primeira vez que teve contato com o número π - na quinta série do Ensino Fundamental - teria “entendido melhor aquela letra (número), pois tem a ver com o contorno de uma circunferência”.

---

[2] PETERS, J. R. a História da matemática no ensino fundamental: uma análise de livros didáticos e artigos sobre história. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica)- Universidade Federal de Santa Catarina, 2005.

[3] PETERS (2005) ao explicar que a letra X tornou-se símbolo universal do desconhecido porque para representar a incógnita num tratado de álgebra, o matemático Khayyam utilizou o termo árabe Chay, uma aluna diz-lhe que ficava mais fácil entender e aceitar o X.

Pensamos que a evolução histórica dos conceitos é imprescindível em oferecer uma visão dinâmica da matemática, não como ciência acabada, exata, mas em construção.

Assim, sem dúvida, todas as publicações e pesquisas que auxiliem alunos e professores nestas “viagens ao passado” são bem vindas.

Investigar a importância do conceito π para o ensino da Matemática na perspectiva da História parece ser um caminho importante para a melhoria da prática pedagógica e a compreensão dos cálculos que utilizam esse conceito em Educação Matemática. São muitos os potenciais da utilização da História da Ciência no ensino de matemática.

A História da Ciência, segundo Oliva (2003, p.14), tem sido objeto de enfoques internalistas e externalistas, sendo que os primeiros elaboram uma reconstrução da Ciência na qual sua história se confunde com um processo de (re)formulação de conceitos. Ficam presos aos componentes sintático-semânticos[4] da linguagem científica. Já os externalistas fazem da ciência simples parte da história da sociedade em geral, vendo-a como um fenômeno social igual a qualquer outro e não como a expressão superior da racionalidade. Nesse caso, o cognitivo e o social são vistos como parte do processo histórico.

Diversos autores exaltam as potencialidades do uso da História da Ciência, das quais destacamos as seguintes:

1) A História da Ciência, ao fornecer informação contextualizada dos conceitos e teorias científicas, que prevaleceram em vários momentos da história, pode facilitar e enriquecer a compreensão conceitual (RUTHERFORD & AHLGREN, 1989, apud DUARTE, 2004).

Por outro lado, a apresentação histórica de um conceito desempenha um papel psicológico no desenvolvimento da compreensão. Esse último aspecto, muito baseado nos trabalhos de PIAGET & GARCIA (1987), baseia-se quer na convicção, mais radical, de que existe um paralelismo entre a construção histórica dos conceitos científicos e a construção psicológica dos mesmos pelos alunos (MAS *et al*., 1987, apud DUARTE, 2004), quer na suposição, mais ainda moderada, da existência de analogias entre concepções perfilhadas por antigos cientistas e

[4] A sintaxe diz respeito à forma do discurso enquanto a semântica representa o conteúdo do discurso.

algumas idéias dos alunos (NUSSBAUM, 1985; PEDRINACI, 1999; SATIEL & VIENNOT, 1985, SEQUEIRA & LEITE, 1991; entre outros, apud DUARTE, 2004).

Seja qual for a posição perfilhada, muitos investigadores concordam que a História da Ciência pode ajudar os professores a antecipar concepções pelos alunos (WANDERSEE, 1985, apud DUARTE, 2004) ou a obter uma percepção das dificuldades conceituais – que, em alguns casos, assumem o caráter de verdadeiros obstáculos epistemológicos (PEDRINACI, 1999; GAGLIARDI & GIORDAN, 1988, apud DUARTE, 2004) – e metodológicos (GIL- PÉREZ & CARRASCOSA, 1985, apud DUARTE, 2004) sentidos pelos alunos na construção do conhecimento científico e assim prever estratégicas para a sua superação;

2) O argumento de que a História da Ciência desempenha um papel fundamental na compreensão da natureza do conhecimento científico tem subjacente a idéia de que a aprendizagem das ciências necessita ser acompanhada de uma aprendizagem sobre as ciências. Isso acaba dando oportunidade aos alunos de compreenderem que as ciências são o produto de uma complexa atividade social, que antecipa e procede ao ato individual da descoberta ou criação (HODSON, 1998, apud DUARTE, 2004), por permitir-lhes verificar como as teorias, atualmente aceitas, evoluíram em conseqüência de uma atividade humana, coletiva, desenvolvida em determinados contextos sócio-históricos e culturais (que também evoluíram ao longo dos tempos) e, dessa forma, apreciarem o significado cultural e a validação das teorias à luz contexto em que foram aceitas (DUSCHL,1997, apud DUARTE, 2004).

Como afirma LIND (1980, apud DUARTE, 2004, p.319), a História da Ciência oferece o material adequado para ilustrar a descoberta, a modificação e a revisão, a rejeição e a readoção de teorias, a sua relatividade e sua dependência da ideologia vigente;

3) A idéia de que a História da Ciência pode combater o “cientismo” e o dogmatismo, que são freqüentes nos textos científicos e nas aulas de ciências, baseia-se na consideração que o conhecimento da historicidade das ciências promove a independência da mente, evitando o “cientismo”; isto é, a exaltação das ciências como algo absoluto, como uma capacidade quase ilimitada na resolução dos problemas da humanidade. Mas combate também o dogmatismo, evitando que se julguem como ingênuas as teorias científicas de outras épocas vistas à luz dos dados e das idéias de hoje, (DUARTE, 2004, p.319);

4) São vários os autores que se referem às potencialidades da História da Ciência para evitar a visão negativa que muitos alunos/cidadãos têm sobre a ciência, mostrando o "lado humano" dos cientistas. Isto é possível recorrendo, por exemplo, a biografias de cientistas ou episódios das suas vidas. A História da Ciência pode, nesse sentido, estimular o interesse dos alunos e promover o desenvolvimento de uma atitude positiva para com ciências, o que, em última análise, pode contribuir para diminuir a distância entre cientistas e não-cientistas (SNOW, 1969, apud DUARTE, 2004);

5) O argumento de que a História da Ciência pode fornecer aos alunos uma visão integrada do desenvolvimento das ciências encontra sustentação na idéia de que esse desenvolvimento só foi possível em conjunção com o desenvolvimento da matemática, filosofia, tecnologia, comércio, etc.; e que, por sua vez, interfere com cada um desses campos, bem como com o da literatura e da cultura, de um modo geral. Por isso, uma perspectiva histórica das ciências físicas e naturais pode ajudar os alunos a ligar a aprendizagem de tópicos específicos dessas ciências com aprendizagens de outras áreas disciplinares, como Matemática, a Literatura, a Geografia, a Filosofia etc. (CARSON, 2002, apud DUARTE, 2004).

Miguel (1997) apresenta e analisa argumentos reforçadores e questionadores sobre as potencialidades pedagógicas da utilização da História da Matemática no ensino. Entre os que reforçam estão que a história é fonte de motivação, de objetivos, de métodos, de seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos. E, ainda, que é instrumento de desmistificação e desalienação do ensino, de formalização de conceitos, de promoção do pensamento independente e crítico, como unificador dos vários campos da matemática, de promotor de atitudes e valores, de conscientização epistemológica, promotor de aprendizagem significativa e de resgate da identidade cultural.

Esse autor apresenta pontos que justificam, individualmente, cada um desses argumentos. Porém, se tomados isoladamente, eles apresentam-se frágeis para a defesa da inclusão da história no ensino. Paralelamente aos doze argumentos reforçadores, Miguel apresenta quatro argumentos questionadores muito fortes: ausência de literatura adequada; a natureza imprópria da literatura disponível; o fator complicador que pode representar o elemento histórico e, ainda, a ausência na criança do sentido do progresso histórico.

A importância pedagógica da História da Matemática é tratada por Miguel (1997) com certo cuidado. O autor faz menção a duas posições extremadas que tentam convencer de que no uso da história “tudo pode ou nada pode”. Sua proposição é de que há possibilidade de assumir uma posição intermediária em que a história só poderá surtir efeitos desejados se for compatível aos fins pedagógicos e articulados com as demais variáveis que intervêm no processo de planejamento didático. Assim entendida, a História da Matemática assume um papel subsidiário em Educação Matemática, servindo como elemento de referência para a problematização pedagógica.

Também, segundo Miguel (1997), a Matemática apresentada atualmente nos currículos oficiais, assim como nos manuais didáticos, apresenta os conteúdos como sendo uma reprodução de resultados sem contextualização. Essa forma de apresentação pode ser aos poucos superada se fosse incluída no currículo, um pouco de história, pois ainda continua sendo ignorada por uma boa parte de nossa cultura científica e matemática. É preocupante, entretanto, que a História da Matemática escrita pelos matemáticos não consiga realçar aqueles elementos e aspectos que poderiam, eventualmente, trazer uma real contribuição aos professores no ato de planejar as suas aulas.

Para que o uso da História da Matemática se torne pedagogicamente útil, é necessário que ela seja escrita sob o ponto de vista do educador matemático. Segundo Miguel (1997), as histórias assim escritas tentariam e tenderiam a privilegiar alguns temas e não outros. Enfatizariam a reconstituição não apenas dos resultados matemáticos, mas principalmente dos contextos epistemológicos, psicológicos, sócio-político, e culturais. Sendo assim, observariam onde e como esses resultados foram produzidos, contribuindo para a explicitação das relações que a Matemática consegue estabelecer com a sociedade em geral, com as diversas atividades teóricas específicas e com as práticas produtivas.

Para o mesmo autor, existem outros aspectos que também deveriam ser visados pela História da Matemática, quando esta é pedagogicamente orientada, tais como: problemas que envolvem a formação de novos campos de estudos, o avanço de domínios antigos, as várias dificuldades de interpretação, a construção de teorias e outros problemas que surgem durante o processo.

Quanto aos problemas de cunho moral e ético para Miguel (1997), é desastroso que a educação científica Matemática tenha se isentado em relação à sua problematização ficando restrita apenas a uma abordagem técnica e aparentemente neutra. “Uma História da Matemática pedagogicamente orientada, poderia prestar um grande auxílio para os professores intencionados em contrapor-se à tendência tecnicista do ensino” (MIGUEL, 1997. p. 102).

Enfim, para Miguel, a utilização dos recursos da História da Matemática no ensino, é preciso que se apresente de forma “pedagogicamente orientada, isto é, uma história viva, humana, esclarecedora e dinâmica [...] poderia constituir-se em ponto de referência para a prática pedagógica problematizadora em matemática” (MIGUEL, 1997, p. 103).

Através da história da matemática, Otte (1991) e Ferreira *et al.* (1992) “apostam” na contextualização e, conseqüentemente, na busca de “significação” do conhecimento matemático. Na ciência, como escreve Matthews (1995), a história pode ajudar a superar o “mar de falta de significação” que inunda as salas de aula de ciências.

Caraça (1975, apud Peters 2005, p.7) escreve que a ciência pode ser encarada sob dois aspectos diferentes: como exposta nos livros didáticos, ensimesmada; ou como coisa criada, onde se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento, assistindo da maneira como foi sendo elaborada. O autor entende que a matemática encarada nesse último aspecto aparece-nos como “um organismo vivo, impregnado de condições humanas”. Uma construção humana criada pelas necessidades sociais, políticas e culturais da humanidade.

Acreditamos que a história da matemática pode ajudar o aluno - e o professor - a conhecer a existência de crises no desenvolvimento das matemáticas; as evoluções conceituais que se deram durante, após e por causa destas crises; as suas limitações. E, também, os problemas ainda não resolvidos.

Um grande impulsionador das discussões acerca da inclusão da história da matemática no seu ensino está ligado às políticas oficiais dos governos e aos órgãos reguladores da educação. A tomada de posturas desses tem reflexos no andamento de pesquisas e na produção de material didático e pedagógico.

Vários países, entre eles: Inglaterra, País de Gales, Holanda e Estados Unidos, já discutiram projetos de ensino que contemplam a inclusão da história da ciência nos currículos (MATTHEWS, 1995).

Na matemática também há discussões nesse sentido como, por exemplo, as levantadas nos Estados Unidos pelo National Council of Teachers Mathematics –

NCTM (LORENZATO, 1993 e FRIED, 2001) e pela Mathematical Association of America ou internacionalmente pelo International Study Group on the Relationship between the History and Pedagogy of Mathematics – ISGHPM (FRIED, 2001). No Brasil, essas discussões aparecem nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)[5]:

Nas considerações preliminares, os PCN que tratam da matemática no Ensino Fundamental caracterizam essa área como:

> A atividade matemática não é 'olhar para as coisas prontas e definidas`, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade (...) o conhecimento matemático deve ser apresentado aos alunos como historicamente construído e em permanente evolução. O contexto histórico possibilita ver a Matemática em sua prática filosófica, científica e social e contribui para a compreensão do lugar que ela tem no mundo (BRASIL, 2001, p. 19-20).

São também apontados alguns caminhos para "fazer matemática" na sala de aula: o recurso à resolução de problemas e o recurso à história da matemática. Para a defesa da inclusão da história da matemática, dizem que:

> A história da matemática, mediante um processo de transposição didática e juntamente com outros recursos didáticos e metodológicos, pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem em Matemática (BRASIL, 2001, p. 46).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), Morin (2003), Fiorentini (2000), D' Ambrosio (1998) e Vitti (1995), a Educação Matemática deve ser repensada, articulando-se com outras áreas científicas, em especial, as Ciências Humanas através de trabalhos interdisciplinares; rompendo com a fragmentação dos saberes na educação em geral, bem como com o simplismo e o empobrecimento do conhecimento matemático apresentado nos livros didáticos e na orientação dos cursos de licenciaturas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) enfatizam o tópico cidadania como uma das metas a ser trabalhada no Ensino Fundamental. A Matemática não pode ficar de fora. Ela deve ser considerada como um caminho que ao mesmo tempo possibilita a compreensão do mundo e cria formas de atuação. O conhecimento matemático deve ser o resultado da construção humana em sua interação constante com o contexto natural, social e cultural. Assim, a Matemática

[5] (...) constituem um referencial de qualidade para a educação no Ensino Fundamental em todo o País. Sua função é orientar e garantir a coerência dos investimentos no sistema educacional, socializando discussões, pesquisas e recomendações, subsidiando a participação de técnicos e professores brasileiros, principalmente daqueles que se encontram mais isolados, com menor contato com a produção pedagógica atual (BRASIL, 2001, p. 13).

não será uma ciência pronta e acabada e se transformará em uma disciplina em que novos conhecimentos são produzidos para resolver problemas científicos e tecnológicos, gerando saber para construir cidadania.

Em 1741, na Europa, o recurso à História como uma tentativa de significar o ensino da matemática ocorreu com a publicação da obra *Elements de géométrie*, de Aléxis Claude Clairaut, enquanto que no Brasil esse recurso aparece nos livros didáticos de Matemática somente no final do século XIX e começo do XX.

Sofrendo forte influência positivista e utilizando ao mesmo tempo uma versão do "princípio genético", o ensino da matemática era manifestado pela apresentação de métodos historicamente produzidos ou de observações sobre personagens ou temas da história da matemática. (Miguel, 2004 apud Mota, 2005).

Para Schubring (2003, p.56), "*tal caracterização é, contudo, equivocada; é mais adequado falar a respeito de seu método de resolução de problemas*". Esse livro é um exemplo de textos do tipo "Pedagogia Mundana", isto é, escritos para um público que não desejava um estudo rigoroso, mas apenas algum conhecimento em determinada área, como em Geometria. No caso do livro de Clairaut, este foi escrito para uma pessoa em especial:

> [...] não foi concebido para ser usado na escola, mas sim para os propósitos de uma certa marquesa (du Châtelet) que desejava se instruir em um pouco de matemática para o lazer, como passatempo, e de forma alguma para qualquer uso sério [...] Esse fato explica o interesse principal de Clairaut: 'Não espantar os iniciantes' (appllanir les difficultés). (SCHUBRING, 2003, p. 56)

Segundo Schubring (2003), apesar de a abordagem de Clairaut não fornecer o "caminho real" para facilitar a compreensão da matemática, ele tomou conta do discurso sobre os livros-texto de matemática por, pelo menos, 60 anos, por causa da "palavra-chave" para a metodologia: *la marche dês inventeurs,* ou seja, entendia-se que a metodologia desses livros deveria seguir o caminho tomado pelos inventores das descobertas matemáticas.

Ainda, de acordo com esse autor, foi d'Alambert, na sua contribuição para a *"Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des Sciences, des Arts et des Métiers, publicada por Diderot e d'Alambert entre 1751 e 1780, foi determinante para divulgar o pensamento do iluminismo, não só na França mas em toda a Europa"* (SCHUBRING, 2003, p. 5), quem divulgou o caminho dos inventores como um instrumento metodológico, o qual, por outro lado, posteriormente foi muito criticado e abandonado por autores influentes, como Sylvestre Lacroix (1765-1843).

Conforme Mota (2005), o "princípio genético" tem origem em uma lei biogenética defendida por Ernst Haeckel (1834-1919), afirmando que o desenvolvimento do embrião humano retraça os estágios pelos quais seus ancestrais adultos haviam passado.

Na pedagogia, esse princípio é ligado à idéia de que o aluno percorre em seu aprendizado os mesmos caminhos percorridos na História para a construção de um conceito. Muitos matemáticos entendiam a Matemática como sendo um acúmulo de conhecimentos linear e hierárquico, que deveriam ser revistos na escola nos processos de ensino-aprendizagem.

Piaget também adotou o princípio genético em seus trabalhos. Para ele, o aluno construiria conhecimentos novos, adaptando o saber constituído aos seus conhecimentos prévios, usando os processos de assimilação, acomodação e equilibração.

A História da Matemática se apresenta como um recurso na tentativa de provocar conflitos cognitivos e assim possibilitar mudanças de etapas para um nível superior na construção do saber. Assim, a aquisição das idéias matemáticas desliga-se do contexto político, cultural e social, sendo tratada de forma internalista e estruturada.

Na Teoria das Situações Didáticas, desenvolvida por Brousseau (apud Mota 2005), são consideradas as relações criadas em uma situação didática entre o aluno (ou os alunos), o entorno e o professor por um problema estabelecido para a reconstrução de um conhecimento; gerando alterações/rupturas na forma de pensar.

Miguel (2004) e os PCN (1998) defendem uma abordagem sociocultural, atribuindo significados na especificidade de seus contextos.

A visão internalista do desenvolvimento da Matemática é “derrubada” quando se utiliza a História da Matemática, dialogando passado e presente, dentro das práticas sociais do passado. Dessa forma, o presente deixaria de ser subordinado ao passado e; a evolução dos conceitos passaria a ser vista de maneira diferente da que se pensa que eles tenham acontecido.

Concordamos que a História da Matemática se apresenta como um potencial pedagógico muito grande e possibilita trabalhar a historicidade do número π, envolvida no processo de ensino aprendizagem de uma maneira positiva, colaborando para a quebra da exclusão relacionada com a matemática escolar de hoje.

Através de suas experiências e estabelecendo “diálogos” entre as diferentes características da linguagem matemática, o estudante pode ressignificar o conhecimento produzido por culturas e épocas diferentes, muitas vezes não manifestados no conhecimento escolar.

Segundo Finley (1963) e Pessoa Jr. (2000), foi na era helenística (323 a.C. a 30 a.C.) que as ciências tiveram um desenvolvimento excepcional: A História com Polibius; a Matemática e a Física com Euclides, Eratóstenes e Arquimedes (primeiro matemático a calcular o valor de π como $3\frac{1}{7} \rangle \pi \rangle 3\frac{10}{71}$).

A astronomia com Aristarws e outros, a Medicina com Erófilos e Erasistratus, a Gramática com Dionísius Tracius. Foi no período greco-romano que a ciência grega se desenvolveu ainda mais e adquiriu grande prestígio: alguns conceitos da matemática e da astronomia, por exemplo, perduraram durante toda a idade média e Início do Renascimento.

Os matemáticos egípcios (1500 anos a.C.) mostraram no Papiro de Ahmes a utilização do valor de 3,16 para o π. Também se sabe que um matemático chinês, por volta de 480 d.C., chegou a um resultado surpreendente para a época, um valor entre 3,1415926 e 3,1415927.

O cálculo feito pelo matemático árabe al-Kashi, por volta de 1430, escreveu o número π com 16 casas decimais. Na Europa, no período de 1600 a 1700, o π foi calculado com 30 casas decimais.

O sinal π foi introduzido na Inglaterra, por volta de 1700, mas, em 1859, o professor Benjamin Pierce de Harvard apresentou a alternativa @ para substituí-lo, mas não foi aceita. Há 100 anos, aproximadamente, o matemático William Shanks calculou π com 707 cifras decimais. Consta que levou 15 anos nesse trabalho e enganou-se nas últimas cem cifras. Atualmente, com os modernos computadores, podemos calcular o valor de π com mais de cem mil casas decimais em alguns minutos.

Somente a partir dos anos 90, os livros didáticos e paradidáticos começaram a trazer um resumo da História e da aplicação do número π, pois os autores perceberam que leituras de histórias curiosas, envolvendo conteúdos matemáticos, motivariam os alunos para aquisição do conhecimento matemático.

O número π é um número fascinante que tem atraído os matemáticos ao longo dos tempos e que desde a antiguidade ocupa um lugar especial. A seguir, percorreremos, embora de forma sucinta, a história do número π, procurando entender por que tantos livros já foram escritos sobre ele e sobre a sua história, por que quase todos os grandes nomes da matemática lhe dedicaram parte da sua atenção.

2. π (PI) - O NÚMERO MAIS FAMOSO E SEU PERCURSO HISTÓRICO

Há cerca de 4000 anos já se falava do número π e o interesse que ele desperta parece não acabar. Vamos neste capítulo recuperar alguns trechos de sua longa história. Comecemos por recordar o que se entende por número π.

De acordo com Lima (1985), a maneira mais rápida é dizer que π é a área de um círculo de raio 1. (por exemplo, se o raio de um círculo mede 1 cm, sua área mede π cm^2). Podemos também dizer que π é a razão entre o comprimento (perímetro) de uma circunferência e o seu diâmetro. Essa definição baseia-se no fato de ser constante o quociente entre o comprimento P de uma circunferência e o seu diâmetro d, o que permite escrever $\pi = \frac{P}{d}$.

Não se sabe exatamente como na antiguidade se chegou a essa conclusão, mas muito provavelmente o interesse pelo número π terá tido a sua origem em problemas de determinação de áreas e na constatação empírica de que, duplicando ou triplicando o diâmetro de uma circunferência, o seu perímetro também duplica ou triplica. Isto é, permanece constante a razão entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência, qualquer que seja o seu raio.

Desde que se despertou no homem o interesse por esse número, iniciou-se um longo período de árduos esforços para determiná-lo cada vez com maior exatidão e para conhecer a sua natureza teórica que só viria a terminar no final do século passado.

Na antiguidade

Segundo Beckmann (1982), as determinações de π que se conhecem remontam ao médio oriente, ao antigo Egito e à Babilônia. Os babilônios tomaram o valor $\pi = 3\frac{1}{8}$ e os egípcios $\pi = 4(8/9)^2$.

Não sabemos como é que se chegou a esses valores, mas não é difícil adivinhar. Suponhamo-nos no antigo Egito onde não existem medidas padrão nem instrumentos de medida calibrados. Suponhamo-nos ainda nas areias do Rio Nilo, sem qualquer compasso, lápis ou régua, dispondo apenas de cordas e estacas de madeira. Com esses instrumentos, desenhamos uma circunferência na areia, representamos sobre uma corda unidades de comprimento igual ao do diâmetro [AB] da circunferência (figura 1) e depois estendemos a corda ao longo do sulco produzido, de forma a “medir” o perímetro da circunferência. Veremos então que aquelas marcas correspondem aos pontos A, C, D e E, pelo que, sendo o comprimento de [AB] a unidade de medida, o comprimento da circunferência é 3 unidades mais uma parte correspondente ao arco AE. Em seguida, colocando sucessivas vezes a corda correspondente ao arco AE sobre o diâmetro, conclui-se que [AE] cabe em [AB] entre 7 e 8 vezes, pelo que se chegaria a $3\frac{1}{8} < \pi < 3\frac{1}{7}$.

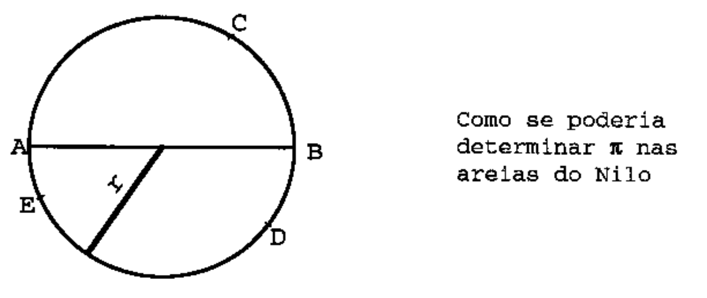


Fig. 1

Fonte: http://pubol.ipbeja.pt/Artigos/NúmeroPi/pi.htm.

Assim, é natural que alguns povos, desprezando o comprimento do arco AE, tenham tomado π = 3 (valor que se encontra na Bíblia numa referência existente no Livro dos Reis) enquanto outros $\pi = 3\frac{1}{7}$ ou $\pi = 3\frac{1}{8}$.

Os povos antigos tinham regras para calcular a área de um círculo cuja origem hoje se desconhece, exceção feita ao que diz respeito ao antigo Egito.

A área de um círculo de raio r é como sabemos, A= πr^2, mas como terão os povos antigos chegado aqui? Muito provavelmente, recorrendo ao método de decomposição (exemplificado nas figuras 2 e 3). Assim, se aplicarmos o método a um círculo, podemos transformá-lo num quase-paralelogramo de base $2\pi r$ e altura r, com área dupla do círculo e que tem área A = $2\pi r^2$, como mostra a figura 3.

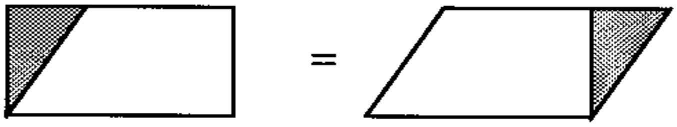


fig. 2

O método de decomposição permite verificar que as áreas do paralelogramo e do rectângulo são iguais

Fonte: http://pubol.ipbeja.pt/Artigos/NúmeroPi/pi.htm

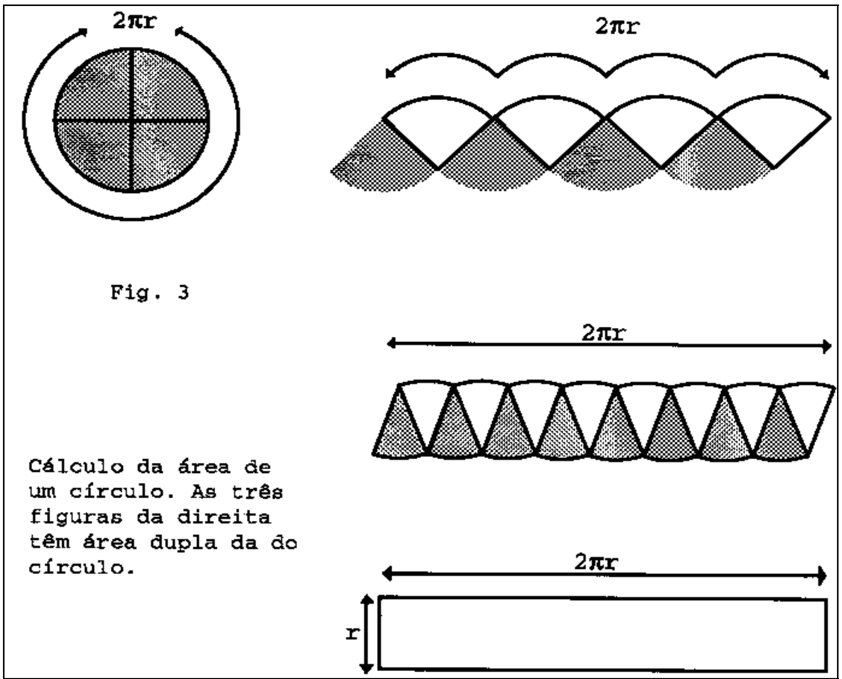


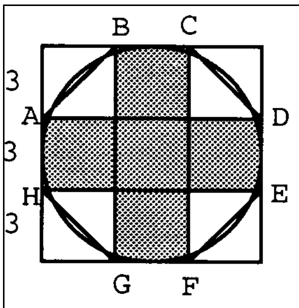
Fig. 3

Cálculo da área de um círculo. As três figuras da direita têm área dupla da do círculo.

Fonte: http://pubol.ipbeja.pt/Artigos/NúmeroPi/pi.htm.

De acordo com Beckmann (1982), se o recurso a esse processo é uma mera suposição, o método utilizado pelos egípcios para calcular a área de um círculo, e consequentemente determinarem π é bem conhecido. De fato, dos povos do período pré-helênico é sobre o povo egípcio que mais sabemos, porque foi dele que chegaram mais documentos até nós.

Entre esses documentos, assume particular importância o chamado Papiro de Rhind (assim denominado por ter sido encontrado pelo antiquário escocês Henry Rhind, mas também conhecido por Papiro de Ahmes, nome do escriba egípcio que o copiou do original cerca de 1650 a.C.). O Papiro apresenta 84 problemas e as respectivas resoluções. Dentre eles, o que mais nos interessa agora é o de número 50 onde se calcula π e assume (de acordo com o problema 48) que a área de um círculo de 9 unidades de diâmetro é igual à área de um quadrado de 8 unidades de lado.



Método egípcio para o cálculo da área de um círculo, descrito no problema 48 do papiro de Rhind.

fig. 4

Fonte: http://pubol.ipbeja.pt/Artigos/NúmeroPi/pi.htm.

Como se pode observar na figura 4, a área do octógono irregular [ABCDEFGH] é aproximadamente igual à do círculo de raio $\frac{9}{2}$. Como a sua área é igual à de sete quadrados de três unidades de lado, o que faz 63 unidades de área, então se conclui que a área de um círculo de raio $\frac{9}{2}$ é próxima a de um quadrado de lado 8 (regra usada pelos egípcios para calcular a área de um círculo: tomar o diâmetro do círculo, subtrair-lhe uma nona parte e elevar ao quadrado).

Daqui (problema 5 O)[6] vem: $\pi\left(\frac{9}{2}\right)^2 = 8^2$, donde $\pi = \left(\frac{16}{9}\right)^2$,que conduz a 3.160493827... , ou seja, 3,16, valor por defeito usado pelos egípcios.

Início do período teórico com Arquimedes

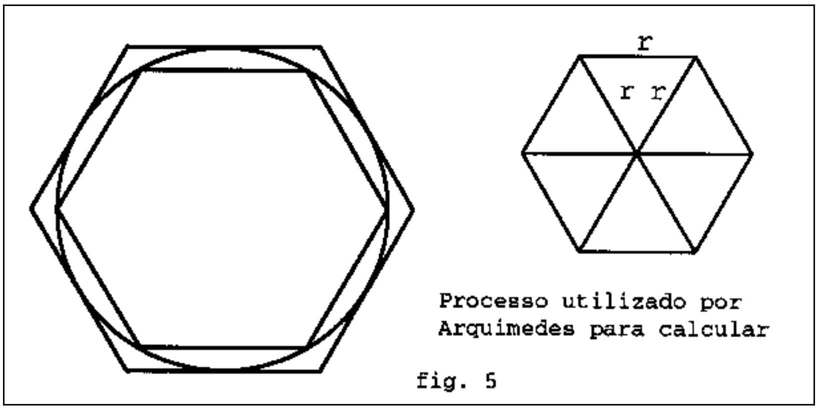
De acordo com Eves (1997), foi com Euclides que se iniciou um período importante da história da matemática, caracterizado pela procura do rigor teórico que, no que diz respeito ao número π , irá culminar em Arquimedes de Siracusa (287 - 212 a.C.), o maior gênio matemático da antiguidade.

Durante o período de ouro da matemática grega, procedeu-se à compilação de todo o saber composto de regras empíricas colecionadas ao longo dos tempos, onde se procurou uma justificação teórica consistente e sistemática.

Dentro desse espírito, para Bongiovanni e Watanabe (1991), Arquimedes recorreu a um processo que consistia em inscrever e circunscrever uma circunferência em polígonos regulares de 6[7], 12, 24, 48 e 96 lados.

[6] Para um estudo mais atento desta questão veja NIVEN, Ivan, **Números Racionais e Irracionais**, Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, 1984, p. 44-46.

A figura 5 ilustra relativamente um hexágono. O perímetro da circunferência está assim compreendido entre os perímetros dos polígonos inscrito e circunscrito. Arquimedes percebeu que, conforme vamos duplicando o número de lados dos polígonos, vamos obtendo um limite superior e um limite inferior cada vez mais próximo de π.



Fonte: http://pubol.ipbeja.pt/Artigos/NúmeroPi/pi.htm.

Desta forma, Arquimedes chegou a $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$, ou seja, 3,140845 < π < 3,142857, resultado obtido numa época em que não havia nenhuma notação conveniente para números. Arquimedes chegou a usar as desigualdades do tipo $\frac{1351}{780} > \pi > \frac{265}{153}$ ou $2339\frac{1}{4} < \sqrt{5472132\frac{1}{16}}$ e há apenas especulações quanto ao método obtido par obter tais aproximações.

Convém aqui notar que o raciocínio de Arquimedes envolve a noção de limite, assume a existência de duas sucessões, dos perímetros dos polígonos inscritos e circunscritos, que têm como limite comum o número procurado. À luz dos conceitos atuais, podemos dizer que Arquimedes "peca" por não ter demonstrado de forma rigorosa a existência daquele limite, mas essa era uma preocupação que estava fora da mentalidade da época e que os recursos de então dificilmente resolveriam.(BONGIOVANNI e WATANABE ,1991)

De Arquimedes a Viète

Segundo Boyer (1974), durante longos anos o método de Arquimedes, conhecido com o método clássico do cálculo de π, foi a melhor determinação de π

[7] Arquimedes recorreu ao hexágono porque tem a particularidade de seu lado ser igual ao raio da circunferência que lhe está circunscrita.

até que no século III d.C. o matemático chinês Liu Hui, recorrendo a um polígono regular de 96 lados, obteve a aproximação 3,14 que ele próprio melhorou para π = 3,14159, recorrendo a um polígono de 3072 lados.

Mais tarde, no século V, o também chinês Tsu Ch'ung-Chih (430 - 501) chegou a uma aproximação muito mais exata 3,1415926 < π < 3,1415927. No final desse século, o astrônomo hindu Aryabhata ($\approx$500) encontrou um valor surpreendentemente aproximado: $\pi = \frac{3927}{1250} = 3{,}1416$.

No século XII, o matemático hindu Bhaskara ($\approx$1140) provavelmente, recorrendo ao método de Arquimedes com um polígono de 384 lados, deu esse valor como exato, $\pi = \frac{22}{7}$ como um valor impreciso e $\pi = \sqrt{10}$ para trabalhos corriqueiros. Contudo, os hindus mantiveram sempre o hábito de tomar $\pi = \sqrt{10}$, valor mencionado por Brahmagupta no século VII.

O valor, 3,1416, é também indicado pelo famoso matemático árabe Al-Khwarizmi (de cujo nome derivaram as palavras algoritmo e algarismo que hoje usamos) no século XI mas, tal como os hindus, os árabes continuaram a adotar $\pi = \sqrt{10}$.

Ainda segundo Boyer (1974), na Europa, não se conhecem importantes contribuições para o cálculo de π anteriores ao século XVI (exceto a de Leonardo de Pisa, o famoso Fibonacci, que em 1220 publicou um livro de álgebra onde atribui a π o valor 964/275 = 3,141818).

De fato, a Europa, a partir do fim do primeiro milênio, conquistou um lugar de maior destaque nos domínios político, econômico e militar, mas não no científico. O império romano deu maior importância ao estudo do direito e da arte da guerra, esqueceu as ciências e impediu o estudo e a divulgação do saber anteriormente adquirido por outros povos.

Os romanos não gostavam da ciência, preferiam o sangue dos cristãos atirados aos leões ou das lutas de gladiadores até à morte. O regime romano não permitiu o desenvolvimento das ciências, representou um domínio de bárbaros instruídos e a sua queda veio dar lugar ao domínio de bárbaros não instruídos oriundos do norte e do leste.

Aos poucos, o domínio da igreja católica foi tornando-se cada vez maior e "ao desastre seguiu-se a catástrofe" personificada pelo papel da Inquisição. Entre os tempos áureos da universidade de Alexandria e a idade média, assistiu-se à destruição de milhares de obras científicas, mesmo de bibliotecas inteiras, pelas mãos de fanáticos religiosos e de bárbaros ávidos de sangue e destruição. Isso aconteceu com a biblioteca de Alexandria em 391, com 100 mil livros árabes, após a tomada de Tripoli pelas Cruzadas em 1109, com toda a literatura maia, mandada queimar em 1560 pelo bispo de Yucatan e com 24 mil livros existentes em Granada.

De Viète ao cálculo diferencial e integral

Segundo Eves (1997); Boyer (1974) e Struik (1989) foi com Viète (1540-1603) que nasceu um novo método para a determinação de π, o método dos limites, caracterizado pela utilização de processos infinitos de cálculo, envolvendo expressões que envolvem uma infinidade de operações. Embora seguindo as linhas gerais do método de Arquimedes, Viète partiu de um quadrado em vez de um hexágono e chegou a $\pi = \dfrac{2}{\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}} \cdot \ldots}$.

Os mesmos autores dizem que Viète trata essencialmente de comparar a área de um polígono de n lados com a de um polígono de *2n* lados (veja-se a figura 6). Sendo a área do polígono de *n* lados, dada por A(n) igual a n vezes a área do triângulo [AOB], vem $A(n) = \frac{1}{2} nr^2 sen 2\beta = nr^2 sen\beta \cos\beta$

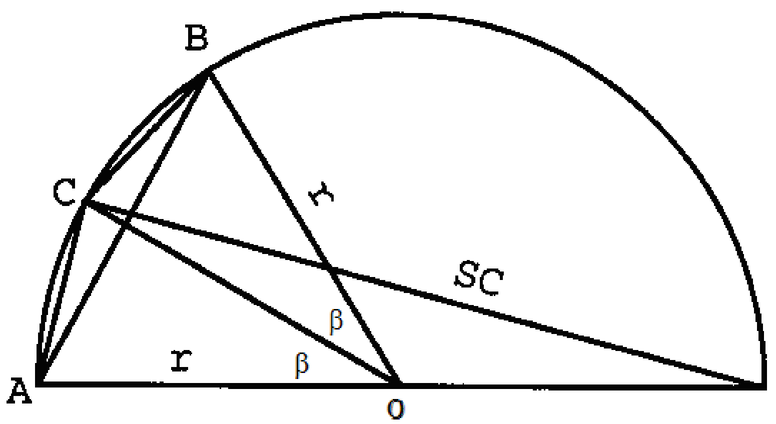


fig. 6

Fonte: http://pubol.ipbeja.pt/Artigos/NúmeroPi/pi.htm.

De forma análoga, vem $A(2n) = nr^2 sen\beta$ e $\frac{A(n)}{A(2n)} = \cos\beta$.

Se voltássemos a duplicar o número de lados do polígono, teríamos $\frac{A(n)}{A(4n)} = \frac{A(n)}{A(2n)} \cdot \frac{A(2n)}{A(4n)} = \cos\beta \cos\left(\frac{\beta}{2}\right)$. Repetindo o processo k vezes, viria $\frac{A(n)}{A(2^k n)} = \frac{A(n)}{A(2n)} \cdot \frac{A(2n)}{A(4n)} \cdot \ldots \cdot \frac{A(2^{k-1}n)}{A(2^k n)} = \cos\beta \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) \cdot \ldots \cdot \cos\left(\frac{\beta}{2^k}\right)$. Como k tende para infinito, a área de um polígono regular de 2k lados coincide com a área de um círculo de raio r, isto é , πr^2, fazendo essa substituição no quociente anterior obtemos

$$\pi = \frac{\frac{1}{2} n \ sen \ 2\beta}{\cos\beta \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\beta}{2^2}\right) \cos\left(\frac{\beta}{2^3}\right) \ \ldots}.$$

Tomando como ponto de partida um quadrado, temos m=4 e β=45º donde

$$\pi = \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}} \cdot \ldots}.$$

Eves (1997) diz que Viète não tinha ainda o conceito de convergência e por isso não levou em conta que a seqüência infinita de operações poderia conduzir a uma explosão até ao infinito (A convergência da fórmula de Viète só foi demonstrada por Rudio em 1891). Por outro lado, a quantidade de raízes e a lenta convergência da fórmula foram sempre um obstáculo ao seu aproveitamento prático.

De acordo com Struik (1989), Viète fez parte do movimento renascentista, que nos trouxe uma época de caça às casas decimais de π**;** e os últimos discípulos de Arquimedes, Snelluis (1580-1626) e Huygens (1629-1695), que a utilizaram do método original mais refinado.

Segundo Eves (1997), na mesma época em que Viète descobria a sua fórmula, nos Países Baixos, dois homens, entre outros, Adrianus Romanus (1561-1615) com 15 decimais e Ludolph van Ceulen (1540-1610) com 35, calculavam π com um número de decimais exatos nunca antes atingidos.

Mas o método de Arquimedes acabou dando lugar aos algorítmos infinitos, principalmente depois da descoberta do cálculo diferencial e integral.

Pouco depois de Viète, o escocês John Wallis (1616-1703) chegou a $\frac{\pi}{2}=\frac{2}{1}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{8}{7}\cdot\frac{8}{9}\cdot\ldots$.

E Lord William Brouncker (1620-1684) a $\frac{4}{\pi}=1+\cfrac{1^2}{2+\cfrac{3^2}{2+\cfrac{5^2}{2+\cfrac{7^2}{2+\cfrac{9^2}{2+\ldots}}}}}$, que é uma das primeiras contribuições para a teoria das frações contínuas. No entanto, nenhuma dessas expressões serviu para um cálculo longo de π.

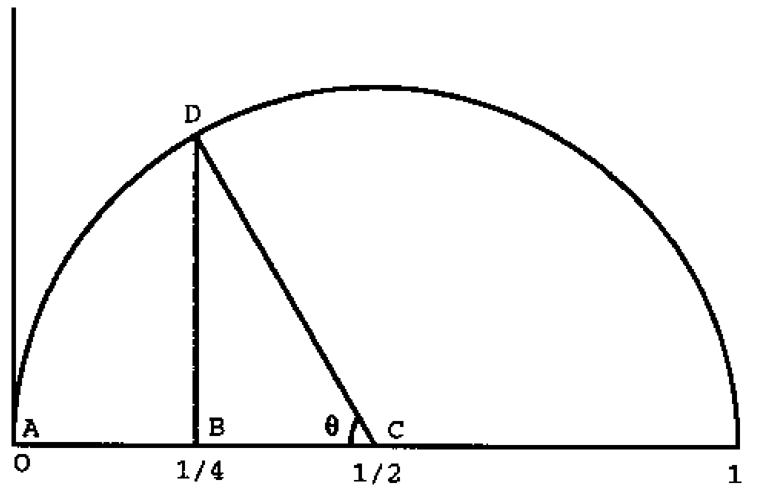
Ainda de acordo com Eves (1997), foi na segunda metade do século XVII que James Gregory (1638-1675) e Leibniz (1646-1716), partindo de $\int_0^x \frac{dt}{1+t^2}=arctg\ x$ chegaram quase simultaneamente a $arctg\ x = x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^7}{7}+\ldots$, onde, fazendo x = 1 vem $\frac{\pi}{4}=arctg1=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots$, ou seja, $\pi=4\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots\right)$, que constitui a primeira série infinita que converge para π, mas que é de convergência muito lenta (são necessários cerca de 5 bilhões de termos da série para se obter π com dez casas decimais exatas).

De acordo com Beckmann (1982) Newton, de forma idêntica, partiu de $\int\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}=arcsenx$, donde recorrendo ao desenvolvimento binomial que ele próprio descobrira, obteve $\int\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}=\int\left(1+\frac{1}{2}x^2+\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}x^4+\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}x^6+\ldots\right)dx$ por $arcsenx = x+\frac{1}{2}\frac{x^3}{3}+\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\frac{x^5}{5}+\ldots$, que é uma série que converge incomparavelmente mais rápido que a de Leibniz.

Daqui, podemos obter π, fazendo $\frac{\pi}{6}=arcsen\frac{1}{2}$, donde $\pi=6\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2\cdot 3\cdot 2^3}+\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4\cdot 5\cdot 2^5}+\ldots\right)$.

Apesar de ser isso o que normalmente os livros dizem sobre a forma como Newton calculou π , um olhar atento sobre o seu Medzod of Fluxions and Infinúe

Series permite-nos constatar que Newton seguiu outro caminho que consiste em considerar um círculo de raio $\frac{1}{2}$ e centro ($\frac{1}{2}$, 0), (ver figura 7).



Como Newton calculou π
fig. 7

Fonte: http://pubol.ipbeja.pt/Artigos/NúmeroPi/pi.htm.

Newton calculou a área A do conjunto definido pelos pontos ABD, isto é, $A=\int_0^{\frac{1}{4}}\sqrt{x-x^2}\,dx=\frac{2}{3\cdot 2^3}-\frac{1}{5\cdot 2^5}-\frac{1}{28\cdot 2^7}-\frac{1}{72\cdot 2^9}-...$ recorrendo mais uma vez ao desenvolvimento binomial. Como aquela área é igual à do setor circular ACD menos a do triângulo BCD, vem $A=\frac{\pi}{24}-\frac{\sqrt{3}}{32}$. (BECKMANN, 1982).

Desta forma, podemos obter π com certa facilidade, pois 22 termos da série são suficientes para calculá-lo com 15 decimais exatos.

Como vimos, com a série de Leibniz, não é fácil obter relações onde figure a função arctg x que forneçam processos rápidos de cálculo. Contudo, de acordo com Eves (1997), surgiram algumas como, por exemplo, $\frac{\pi}{4}=arctg\frac{1}{2}+arctg\frac{1}{3}$ por Leonard Euler[8] (1707-1783), $\frac{\pi}{4}=arctg\frac{1}{2}+arctg\frac{1}{5}+arctg\frac{1}{8}$ por L.K. Schuftz von &

[8] Euler, a princípio, usava p ou c para representar a razão entre a circunferência e o diâmetro, a partir de 1737, passou a adotar sistematicamente o símbolo π, letra grega, equivalente ao nosso p, mas alguns anos antes o matemático inglês William Jones propusera a mesma notação, sem muito êxito. Questão de prestígio.(Lima, 1985, p.19)

rassnUzky (1803-1852), ou ainda $\frac{\pi}{4} = 4 \cdot arctg\frac{1}{5} - arctg\frac{1}{239}$ apresentada em 1706 por John Machin (1680-1751).

A segunda relação foi fornecida por Sitrazsnitzky ao famoso calculador Dase[9] que com a série calculou π em 1844 com 200 decimais em menos de dois meses de trabalho.

A terceira relação foi utilizada por William Shanks (1812-1882) em 1874 para calcular π com 707 decimais (Em 1945 descobriu-se que aquele cálculo apresentava erros a partir da 527ª casa decimal).

A probabilidade e π

Segundo Willerding (1971) e Beckmann (1971), o número π tem um papel importante nas leis da probabilidade, por isso precisamos falar também no seu cálculo através do método de Monte Carlo, que consiste em calcular um número a partir de um fenômeno aleatório. Uma das muitas maneiras de aplicá-lo na determinação de π é através do chamado problema da agulha de Buffon[10] (1707-1788).

Esse problema consiste em, lançando aleatoriamente uma agulha de comprimento L, sobre uma superfície plana repleta de linhas retas paralelas, todas com uma distância d (d>L) umas das outras, determinar a probabilidade P da agulha intersectar uma dessas retas.

Buffon, como ficou conhecido, resolveu o problema e chegou a $p = \frac{2L}{\pi d}$ donde mais tarde Laplace (1749-1827) obteve $\pi = \frac{2L}{dP}$ o que permite calcular π. Para tanto, há que determinar P experimentalmente, procedendo ao lançamento da agulha e calculando o quociente entre o número de vezes que a agulha intersecta uma linha e o número de lançamentos (Ao lançarmos uma moeda ao ar, a probabilidade de sair

---

[9] Johann Martin Zacharias Dase, famoso calculador alemão que era um prodígio em cálculo mental. Sobre ele se diz que multiplicava mentalmente dois números de 8 algarismos em 54 segundos, dois números de 20 algarismos em 6 minutos e dois de 100 algarismos em 8 horas e 45 minutos!!! (BECKMANN, P. A. **Hystory Of** π, St. Martin's Press, N.Y., 1971, p.105)

[10] George Louis Leclerc, Conde de Buffon, eminente cientista francês autor, de uma história natural em 36 volumes, que chocou o mundo do seu tempo ao calcular a idade da Terra em 75000 anos em vez dos 6000 geralmente aceito.

cara ou de sair coroa é de ½, o que não quer dizer que, em 10 lançamentos tenhamos forçosamente 5 caras e 5 coroas. Contudo, se o número de lançamentos, for muito grande, os números de caras e de coroas serão próximos de 50% dos lançamentos. Da mesma forma, à medida que o número de lançamentos da agulha aumenta, a razão entre o número de intersecções e o número de lançamentos tende para P).

"*Esse método é teoricamente correto e permite calcular π experimentalmente. Contudo, não é eficiente, pois a probabilidade de se obter π com 5 decimais exatos em 3400 lançamentos é de apenas 1,5/100*". (BECKMANN, 1971, p.163).

Na época dos computadores

De acordo com dados do *site* "Seara da Ciência Matemática[11]", foi com o aparecimento do computador que a caça aos decimais de π tornou-se muito mais fácil, cômoda e rápida. O primeiro cálculo de π com computador se realizou em 1949 com o ENIAC (Electronic Numerical Integrator and Computer) no Laboratório de Pesquisa Balística dos Estados Unidos e determinou π com 2037 decimais em 70 horas, recorrendo à fórmula de Machin.

Em 1954, o NORC (Naval Ordnance Research Computer) calculou π com 3089 decimais em apenas 13 minutos, e mais tarde, em 1958, o Centro de Processamento de Dados de Paris calculou π com 10000 decimais com um IBM 704, em 1 hora e 40 minutos.

Após esses cálculos, muitos outros foram realizados em universidades e outras instituições ligadas à investigação. Embora o interesse desses cálculos seja puramente acadêmico ou do âmbito da computação, eles não têm parado.

O número π e sua natureza teórica.

A questão que esta história da determinação de π pode levantar é a de sabermos qual o seu interesse prático. Por que querer calcular π com tantas casas decimais?

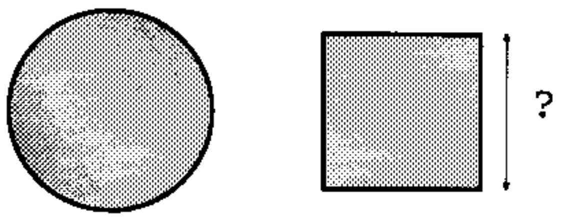
[11] Seara da Ciência é um espaço de divulgação científica e tecnológica da Universidade Federal do Ceará, obtido no site www.seara.ufc.br/especiais/matematica/pi/pi0.htm, em 28/01/2008

Segundo Eves (1997), o interesse prático não é nenhum e as casas decimais para além das primeiras não têm qualquer valor científico. Quatro decimais são suficientes para projetar o mais potente e refinado dos motores e dez decimais permitem calcular o comprimento de um meridiano terrestre com um erro inferior a uma polegada!

Mas, voltando na questão que consiste na determinação da natureza do número π, esta teve um grande interesse teórico, pelo menos até ao final do século passado. Fundamentalmente, a questão está centrada em saber se π trata-se de um número racional ou irracional.

Convém lembrar que um número diz-se racional quando se pode representar sob a forma de uma fração. É o caso de 2=2/1, 0,25=1/4, 0,33333...=1/3. A dízima correspondente a esses números é finita (caso de 0,25) ou infinita periódica (caso de 1/3=0,3333... Se um número não é racional diz-se irracional, não é representável por uma fração e corresponde-lhe uma dízima infinita e não periódica. É o caso de $\sqrt{2} = 1{,}414213562...$

Ainda segundo Eves (1997), a questão está intimamente ligada, desde a antiguidade, ao célebre problema da quadratura do círculo. (figura 8). Daí a preocupação de calcular π com cada vez mais decimais, procurando uma lei que resultasse numa dízima que teimosamente não se conseguia encontrar. Essa questão somente se resolveu quando, em 1766, Lambert (1728-1777) demonstrou que π é irracional.



O problema da quadratura do círculo consiste em, dado um círculo de raio qualquer, construir um quadrado com área igual.

fig. 8

Fonte: http://pubol.ipbeja.pt/Artigos/NúmeroPi/pi.htm

Lima (1985) e Figueiredo (2002) afirmam que Lambert começou demonstrando o teorema: se x for um número racional, diferente de zero, então a tangente de x é um número irracional. Desta forma, tg x não poderá ser um número racional. Em conseqüência, temos que, sendo $tg\frac{\pi}{4}=1$, $\pi/4$ e também π são irracionais.

Para encerrar a questão da natureza teórica de π faltava, no entanto, saber se π é um número irracional algébrico ou transcendente.

Um número se diz algébrico se é solução de uma equação algébrica de coeficientes racionais do tipo $a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_0 = 0$. São algébricos os números $\sqrt{3}$, $\sqrt[5]{2}$, i ou $-1+\sqrt{5i}$, pois são soluções, respectivamente, das equações x^2-3=0, x^5-2=0, x^2+1=0 e x^2+2x+9=0. Nem todos os números são algébricos, por exemplo, o número e=2,718281828..., conhecido por número de Neper ou de Napier, em francês, (Nome do matemático escocês que o determinou pela primeira vez).

Pode-se até provar que a quantidade de números transcendentes é maior que a quantidade de números racionais[12].

Para Figueiredo (2002), o problema viria a ser definitivamente resolvido por E. Lindemann (1852-1939) em 1882 ao demonstrar que π é um número transcendente, isto é, não pode ser raiz de uma equação algébrica com coeficientes inteiros. (Por exemplo, é impossível encontrar inteiros a, b, c tais que $a\pi^2 + b\pi + c = 0$).

Lindemann começou por demonstrar que se x é um número algébrico diferente de zero então e^x é irracional. Da fórmula de Euler, $e^{ix} = \cos x + isenx$, se x=π, então, $e^{i\pi}$ = -1, como -1 é racional iπ e consequentemente π são transcendentes.

A questão da construção geométrica de π

Para terminar, abordaremos a questão da construção geométrica de π. Ela tem a ver com a possibilidade ou a impossibilidade de, dada uma unidade de comprimento, construir um segmento de comprimento π , ou seja, dado um segmento [PQ] de comprimento igual a 1, construir um outro segmento [AB] tal que $\overline{AB} = \pi \cdot \overline{PQ}$, utilizando apenas régua não graduada e compasso (restrição que vem

---

[12] Uma demonstração de que a quantidade de números transcendentes é maior que a quantidade de números racionais pode ser encontrada em: NIVEN, I. Números racionais e irracionais. Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, 1984, p.193-204.

a antiga Grécia, onde uma boa solução para um problema de geometria não deveria exigir mais do que uma régua não graduada e um compasso).

A construção geométrica de π está relacionada com o problema da quadratura do círculo e com a questão de π ser algébrico ou transcendente. De fato, “quadrar” um círculo de raio r consiste em determinar o lado l do quadrado cuja área é igual à do circulo, isto é, tal que $1^2 = \pi r^2$, ou seja, $1 = r\sqrt{\pi}$ pelo que, se for possível construir um número transcendente, neste caso π , talvez seja possível construir πr^2. (FIGUEIREDO, 2002)

Dados dois segmentos de comprimentos x e y, é fácil proceder a construções de outros segmentos de comprimento x + y, x – y, xy, $\frac{x}{y}$, e $\sqrt{x}$.

Essas construções podem ser aprendidas em muitos livros de geometria elementar e para executá-las basta uma régua não graduada e um compasso. A partir delas, podemos construir todos os números racionais, todas as raízes quadradas e todas as combinações de números racionais ou de raízes quadradas.

Podemos construir mais alguns números? A resposta é negativa! De fato, a teoria da construção geométrica nos diz que apenas podemos construir os números algébricos que são combinações finitas de números racionais e de raízes quadradas. Assim, é possível construir $\sqrt[8]{2}$ pela construção sucessiva de $\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$, mas não é possível construir $\sqrt[3]{2}$.

Ainda segundo Figueiredo (2002), como π não é algébrico, não é possível construí-lo só com régua não graduada e compasso; como $\sqrt{\pi}$ também não é, consequentemente o problema da quadratura do círculo não tem solução. Como se pode agora comprovar, a demonstração de Lindemann revelou-nos o último segredo sobre o número π e esclareceu definitivamente o problema da quadratura do círculo.

Com ela terminou um trabalho de 2500 anos, mas não encerrou o clube dos quadradores, já que, de vez em quando, aparece um novo membro!

O quadro cronológico apresentado a seguir se baseia no *site* “Seara da Ciência Matemática”, citado anteriormente. É um quadro que ilustra apenas alguns dos momentos vividos ao longo da história do número π . Existem muitos quadros cronológicos desse tipo, alguns com cerca de duas mil entradas!

Quadro Cronológico.

	CÁLCULO DOS DÍGITOS DE π. FASE ANTERIOR AOS COMPUTADORES.
	a. C.
2000	Babilônios usavam π = 25/8. Egípcios usavam π = 256 / 81.
900	Bíblia, Reis I, 7:23, estabelece π = 3.
434	Anaxágoras tenta quadrar o círculo.
240	Arquimedes mostra que 3,1408 < π < 3,1428 usando o seu método clássico do limite entre polígonos inscritos e superinscritos em um círculo de raio unitário. Mostra que a área do círculo é A = p R^2.
20	Vitruvius descreve como medir distâncias usando a revolução de uma roda e calcula π = 3,125.
	d. C.
480	Tsu Chung-Chi, π = 3,1415929.
1220	Fibonacci, π = 3,141818.
1429	Al-Kashi calcula π com 14 casas decimais.
1593	Viete mostra que $\frac{2}{\pi}=\sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}\cdots$
1610	Ludolf van Ceulen calcula π com 35 casas decimais.
1621	Snell aprimora o método de Arquimedes.
1630	Grienberger,usando o método aprimorado de Arquimedes, calcula π com 39 casas decimais.
1655	Wallis mostra que $\frac{\pi}{2}=\frac{2}{1}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{8}{7}\cdot\frac{8}{9}\cdots$
CÁLCULO DOS DÍGITOS DE π. FASE ANTERIOR AOS COMPUTADORES	
d. C.	
1665	Isaac Newton calcula π com 16 casas decimais, usando, pela primeira vez, o cálculo integral.
1671	James Gregory determina que $\tan^{-1} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^3}{5} - \ldots,\quad \lvert x\rvert \le 1$
1674	Leibniz mostra que $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \ldots$
1699	Sharp, usando a série de Gregory, calcula π com 71 casas decimais.
1706	John Machin encontra a fórmula $\frac{\pi}{4} = 4\arctan\left(\frac{1}{5}\right) - \arctan\left(\frac{1}{239}\right)$ e calcula π com 100 casas decimais.

CÁLCULO DOS DÍGITOS DE π. FASE ANTERIOR AOS COMPUTADORES			
d. C.			
1748	Euler publica o livro *Introduction in analysis infinitorium* contendo várias séries para π e π^2.		
1761	J. H. Lambert prova a irracionalidade de π.		
1853	Ernest Rutherford calcula π com 440 casas decimais.		
1882	C. L. F. Lindermann mostra que π é um número transcendental.		
1914	Ramanujan publica um artigo sobre p incluindo séries importantes e aproximações algébricas.		
1948	Ferguson e Wrench calculam π com 808 casas decimais usando uma calculadora de mesa.		
CÁLCULO DOS DÍGITOS DE π. ERA DOS COMPUTADORES.			
	AUTOR	COMPUTADOR	N° DE DÍGITOS
1949	G. W. Reitwiersner et al.	ENIAC	2.037
1954	S. C. Nicholson e J. Jeenel	NORC	3.089
1957	G. E. Felton	Pegasus	7.480
1958	F. Genuys	IBM 704	10.000
1959	J. Guilloud	IBM 704	16.167
1961	W. Shanks e T. W. Wrench Jr.	IBM 7090	100.265
1966	J. Guilloud e J. Filliatre	IBM 7030	250.000
1967	J. Guilloud e M. Dichampe	CDC 6600	500.000
1973	J. Guilloud e M. Bouyer	CDC 7600	1.001.250
1981	K. Miyoshi e Y. Kanada	FACOM M-200	2.000.036
1982	Y. Tamura	MELCOLM 900II	2.097.144
1982	Y. Tamura e Y. Kanada	HITAC M-280H	8.388.576
1983	Y. Tamura, S. Yoshino e Y. Kanada	HITAC M-280H	16.777.206
1985	W. Gosper	Symbolics 3670	17.526.200
1986	D. H. Bailey	CRAY-2	29.360.000
1986	Y. Kanada e Y. Tamura	HITAC S-810/20	67.108.839
1987	Y. Kanada et al.a	NEC SX-2	134.217.700
1988	Y. Kanada e Y. Tamura	HITAC S-820/80	204.326.551
1989	G. V. Chudnovsky e D. V. Chudnovsky	CRAY-2	480.000.000
1989	G. V. Chudnovsky e D. V. Chudnovsky	IBM-3090	535.339.270
1989	Y. Kanada e Y. Tamura	HITAC S-280/80	536.870.898
1989	G. V. Chudnovsky e D. V. Chudnovsky	IBM-3090	1.011.196.691
1989	Y. Kanada e Y. Tamura	HITAC S-280/80	1.073.740.799
1991	G. V. Chudnovsky e D. V. Chudnovsky	m-zero	2.260.000.000

CÁLCULO DOS DÍGITOS DE π . ERA DOS COMPUTADORES.			
	AUTOR	**COMPUTADOR**	**N^o DE DÍGITOS**
1995	D. Takahashi e Y. Tamura	HITAC S-3800/480	3.221.220.000
1994	G. V. Chudnovsky e D. V. Chudnovsky	(Desconhecido)	4.044.000.000
1997	D. Takahashi e Kanada	HITAC SR2201	51.539.607.510
1999	D. Takahashi e Kanada	HITAC SR800	206.158.430.000
2002	Kanada et al.	HITAC SR800	1.241.100.000.000

Fonte: www.seara.ufc.br/especiais/matematica/pi/pi0.htm,

Se olharmos para o desenvolvimento histórico do problema da natureza de π, verificaremos que os matemáticos de várias culturas tiveram um trabalho árduo em definir a sua irracionalidade, por isso é fácil entender as dificuldades tanto de ensino como de aprendizagem do número π, como um número irracional.

Procuraremos a seguir verificar como o número π está sendo abordado pelos professores e livros didáticos.

CAPÍTULO II

FUNÇÃO E PADRÃO DE QUALIDADE DOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

1. A IMPORTÂNCIA DO LIVRO DIDÁTICO NO ENSINO-APRENDIZAGEM

A atuação com outros professores permite-nos verificar a grande importância exercida pelo livro didático na maneira de conduzirem as aulas. As orientações contidas nos livros na maioria das vezes são reproduzidas integralmente na sala de aula. O professor adquire maior liberdade intelectual para diversificar suas estratégias de ensino pela maturidade profissional, mas no início de sua carreira é comum repetir o livro, sem questionamentos.

Na análise dos livros didáticos, verificaremos as orientações pedagógicas específicas para o ensino de π. Para isso, identificamos a série letiva que o conceito π é introduzido, como é abordado e enfim definido em livros didáticos e a partir dessa identificação, analisamos os elementos que definem as estratégias propostas para dinamizar o processo de ensino e de aprendizagem.

A identificação das definições de π comuns aos livros didáticos fornece uma visão preliminar da parte conceitual que tem sido preservada na história da Educação Matemática. Acredito que a nenhum outro conceito seja dedicada uma revisão histórica, tal como é feita com o número π.

O livro didático é um dos recursos quase sempre presente no ensino da matemática e funciona como uma forte referência para a validação do saber escolar. É uma importante fonte de informações para a elaboração de um tipo específico de conhecimento, onde generalização e abstração assumem constituições diferentes em relação às outras disciplinas escolares.

No entanto, segundo Schubring (2003), nem sempre esse reconhecimento ocorreu. Os livros didáticos, em sua origem, foram tratados com desdém, sendo considerados desinteressantes ou até mesmo entediantes.

A frase a seguir, de Roger Martin, do livro de sua autoria “Éléments de Mathématiques, publicado em 1802, segundo Schubring (2003, p.7) nos dá uma idéia do motivo desse desdém.

> Não se deve esquecer (...) que um livro elementar sobre qualquer ciência difere essencialmente de um tratado completo sobre a mesma matéria. (...) Um, para oferecer um corpo completo de doutrina (...). O outro, ao contrário, destinado a assentar os fundamentos que a erguer o edifício, se encerra nos princípios e faz deles uma escolha rigorosa; dedica-se pouco às aplicações, e desenvolve apenas os pontos importantes, as primeira verdades sobre as quais a ciência inteira repousa. (MARTIN (1802) apud SCHUBRING, 2003, p.7)

Para Schubring (2003), o interesse historiográfico tendia a focalizar as realizações dos cientistas mais notáveis. Os livros entraram em cena como objetos legítimos de pesquisa história depois que Thomas Kuhn (autor do livro "A Estrutura das Revoluções Científicas"), em 1962, os discutiu longamente, embora os desmerecendo. Kuhn, segundo Schubring (2003), via os livros-texto como introdução ao paradigma da ciência normal em questão, atribuindo aos textos didáticos a separação entre "conhecimento escolar" e "conhecimento científico".

André Chervel (1990), notável historiador das disciplinas escolares, afirma que os livros de um determinado período irão definir uma "vulgata", ou seja, esses livros não diferem substancialmente uns dos outros.

> Todos os manuais ou quase todos dizem então a mesma coisa, ou quase isso. Os conceitos ensinados, a terminologia adotada, a coleção de rubricas e capítulos, a organização do corpus de conhecimentos, mesmo os exemplos utilizados ou os tipos de exercícios praticados são idênticos, com variações aproximadas. São apenas essas variações, aliás, que apresentam mais do que desvios mínimos: o problema do plágio é uma das constantes da edição escolar (CHERVEL, 1990, p.203).

Uma publicação de texto que sirva de referência para o ensino é muito valorizada na Educação Matemática devido à influência positivista que recebeu em sua origem. Utiliza-se do raciocínio lógico que rege essa disciplina para expressar definições, propriedades, representações, teoremas, demonstrações e problemas. Desta forma, surge o conceito de vulgata, proposto por Chervel (1990), para estudar a história de uma disciplina da escola.

> Os períodos de estabilidade são separados pelos períodos transitórios, ou de crise, em que a doutrina ensinada é submetida a turbulências. O antigo sistema ainda continua lá, ao mesmo tempo em que o novo se instaura: períodos de maior diversidade, onde o antigo e o novo coabitam, em proporções variáveis. Mas pouco a pouco, um manual mais audacioso, ou mais sistemático, ou mais simples do que os outros, destaca-se do conjunto, fixa os novos métodos, ganha gradualmente os setores mais recuados do território, e se impõe. É a ele que doravante se imita, é ao redor dele que se constitui a nova vulgata (CHERVEL, 1990, p.204)

Uma vulgata representa o que existe de comum, em um dado momento histórico, em relação a uma disciplina escolar, sendo formada por conteúdos, objetivos, métodos e problemas que predominam como os elementos que devem ser utilizados pelo professor. Uma parte da vulgata aparece nos livros didáticos de uma determinada época, fazendo com que tenham algo em comum ou que, de certa forma, sejam muito semelhantes uns aos outros.

Para Schubring (2003), muitos autores tendem a copiar em larga escala as matérias dos livros didáticos anteriores. E, assim, determinados conteúdos vão passando de geração em geração.

Valente (2002), tratando desse conceito proposto por Chervel, na busca de estabelecer indícios do aparecimento de uma nova vulgata para o ensino de Matemática no Brasil, analisa como os livros didáticos de matemática indicados pela Reforma Francisco de Campos (década de 1930) entenderam e traduziram para a prática pedagógica.

Nesta pesquisa, procuraremos alguns sinais da vulgata contemporânea, no que diz respeito ao ensino do número π com a intenção de levantar apenas alguns elementos que, somados a outros, explicitarão um fato histórico, sem, no entanto, pretender estabelecer uma análise de cunho histórico.

Segundo Chevallard (1991), as influências que atuam na composição escolar do currículo e no movimento da transposição didática interferem na escolha de conteúdos, objetivos, métodos e recursos usados na educação escolar.

Os registros textuais do saber que participam do contexto cultural da escola são os livros paradidáticos, as revistas, os programas, as apostilas, os exames assim como os livros didáticos, que são publicados para defender o ensino e a forma como eles são utilizados pelos professores.

O processo de preparação pelo qual passa os conteúdos ensinados no contexto de uma disciplina escolar recebe forte influência de uma tradição cultural.

O livro didático é um instrumento de ensino-aprendizagem formal específico e importante. Apesar de não ser o único material de professores e alunos para o processo de ensino-aprendizagem formal pode ser decisivo para a qualidade do aprendizado nas atividades escolares. Ele é uma obra qualificada e definida como instrumento especifico e importante para esse processo.

Para Lajolo (1996), os livros didáticos são sistematicamente utilizados nas aulas e, muitas vezes, acabam por determinar os conteúdos a serem trabalhados nos diversos componentes curriculares, direcionando e condicionando as várias estratégias de ensino da maioria dos professores.

Os livros didáticos estão presentes em nossos currículos desde as primeiras tentativas de organização de um sistema escolar brasileiro, permanecendo como importante componente nos processos de reconstrução curricular, assumindo várias finalidades e usos nos diversos contextos escolares devido às várias formas que assumiu (FERREIRA; SELLES, 2003).

Segundo Mello (1999), foi devido à organização curricular do sistema de ensino brasileiro que os livros para cada série - da primeira à quarta série do ensino fundamental, onde a professora é polivalente - trouxeram iniciativas interessantes e criativas de interdisciplinaridade, abrangendo conteúdos diversificados.

O livro didático da quinta série do Ensino Fundamental à terceira série do Ensino Médio é escrito para uma disciplina específica, seguindo a tradição disciplinarista do currículo, que se fragmentou muito com a introdução de muitas disciplinas, gerando muitos livros por aluno. Isso vai à contramão das tendências atuais de interdisciplinaridade, acarretando problemas financeiros.

Com a nova organização curricular do Ensino Médio, deveria haver três livros para cada série, de acordo com as áreas do conhecimento: Linguagens; Ciências da Natureza, incluindo Matemática; e Ciências Humanas. Os conteúdos de cada livro seriam os básicos e comuns do conhecimento nessas áreas e complementados com pesquisas e consultas a outros materiais.

O livro deveria voltar-se para formas de apresentação e tratamento dos conteúdos, incluindo o componente tecnológico. Como esse livro não existe isso é um grande desafio pedagógico para autores e editores e também será um desafio didático para os professores.

O livro didático, combinado com outras tecnologias de informação, continuará a ser um elemento chave para o ensino e a aprendizagem. Os livros que possibilitam uma "conversa" com outros materiais são os que melhor integram contextos de interatividade dos meios de ensino, por isso muitas editoras ensaiam a produção de livros combinados com softwares. (MELLO, 1999).

Muitos autores discutem pontos negativos e positivos na utilização dos livros didáticos na escola, constatando que o ensino brasileiro seria pior sem ele. Entretanto, o apego cego ou inocente aos livros didáticos pode significar uma perda crescente da autonomia dos professores. (SILVA, 1996).

Segundo Freitag et al (1978, p.16), “o livro didático não atua como processo de transição de conhecimento, mas como modelo padrão,... parece modelar os professores”.

Quando se levam em conta as condições precárias do exercício do magistério, professores com poucas condições para escolha e uso crítico do livro didático fazem circular livros que informam mal, que vinculam comportamentos, valores e conteúdos inadequados. (LAJOLO, 1996)

Como os professores recebem pronto dos livros o que deveriam preparar: a ordem dos conteúdos, os exercícios, as explicações dos mais variados assuntos, a maioria deles se acomodam e orientam todas as suas atividades segundo os livros didáticos. (LOPES, 1991).

Por isso, é fundamental uma escolha criteriosa do livro didático a ser adotado, já que ele tem tanta influência na escola como parceiro do processo ensino-aprendizagem, no qual o beneficiado deve ser o aluno.

O livro didático deve ter qualidade adequada e, como instrumento pedagógico, deve conter informações corretas, ter relevância de textos e exercícios e dar oportunidades ao aluno de participar de forma crítica consciente e ativa.

Nos últimos anos, os livros didáticos são objetos de análise crítica por parte de pesquisadores. Amaral e Megid (1997), constatam que as coleções de ciências passam por melhorias no aspecto gráfico e visual, na correção conceitual, na eliminação de preconceitos e estereótipos de raça, de gênero ou de natureza socioeconômica e na supressão de informações ou ilustração que possam arriscar a integridade física do aluno.

Pretto (1985) e Fracalanza (1993) não notam mudança substancial nas duas ou três últimas décadas quanto ao conhecimento científico veiculado nos livros didáticos de ciências. As coleções enfatizam o produto final da atividade científica, apresentando-a como dogmática, imutável e desprovida de suas determinações históricas, político-econômicas, ideológicas e socioculturais.

Não temos muitas opções para a escolha dos livros didáticos, pois eles seguem as mesmas colocações, exemplos, estruturas e aparências. Não há proposta diferente, inovadora e arrojada.

A produção não leva em conta que o livro didático não deve ser obra fechada e sim permitir discussões, avaliações e críticas que alteram e melhoram sua estrutura e conteúdos. Afirmando atender o mercado, não altera nada. Essa mesmice já foi constatada por Pretto, 1995 (Sá, 2006).

Muitos livros didáticos já destacam conceitos importantes, não havendo necessidade de seleção; a leitura é dificultada pela quantidade exagerada de esquemas, ilustrações e tabelas; já apresenta seu projeto de leitura, impossibilitando ao aluno construir seu próprio projeto e, consequentemente, levando-o a uma aprendizagem decorativa (MORTIMER, 1998 apud. SÁ, 2006).

Segundo Lajolo (1996), o livro didático é instrumento pedagógico importante para o professor, mas deve ser apenas um instrumento e não “muleta” insubstituível, pois pode levar o professor a perder sua autonomia, provocando uma inversão de papéis no processo ensino-aprendizagem, fazendo com que alunos, professores e conhecimentos girem em torno do livro que passa a ser o centro, comprometendo o processo ensino-aprendizagem.

O livro didático será usado adequadamente, se mediado por uma ação pedagógica bem estruturada e de qualidade de um bom professor. Nenhum livro pode ser utilizado sem adaptações. Tudo o que foi dito até aqui é válido também quando se aborda o assunto livro didático no componente curricular de matemática.

De acordo com Fracalanza et al (2006), as relações existentes entre livros didáticos de ciências e as propostas curriculares nas escolas são temas de muitos artigos, revistas e dissertações, assim como preocupação e objeto de estudo de muitos pesquisadores.

Tais estudos estão relacionados a diferentes aspectos, envolvendo a produção, a abordagem de assuntos, a comercialização, a qualidade gráfica, a adequação de conteúdos, o conhecimento e evolução histórica, a relevância dos textos, as questões sociais, políticas, científicas e tecnológicas abordadas entre outros. Esses aspectos propiciam um suporte na análise, reflexão e escolha dos livros que influenciam na formação de alunos, de professores e do próprio currículo.

Diante disso, devemos analisar criteriosamente os livros de matemática, levando-se em conta a qualidade dos livros e não a comodidade que eles oferecem para o professor, não aumentando sua carga de trabalho.

Também não podemos nos esquecer de que o professor nem sempre tem autonomia para escolher o livro didático que acha mais conveniente. Essa escolha esta vinculada à organização escolar como um todo; ao interesse de editoras e do mercado; a tradição do uso de determinados livros e até mesmo à pressão de governos.

Com essa concepção, a produção de materiais didáticos de matemática tem qualidade duvidosa, pois a seleção de conteúdos e estratégias a serem trabalhados em seu ensino passou a ser regulada por critérios questionáveis, sendo que uma das origens desse problema é a questão da unificação dos vestibulares, entre outras.

Para atender essa questão, o livro didático, a partir de 1970, adota formas de conteúdos caracterizados por total objetividade na sua tentativa de transmitir conhecimento, sem, no entanto, oferecer oportunidades para a construção de conhecimento. Atualmente, as editoras timidamente começam a enfatizar aspectos do cotidiano, relacionando princípios gerais a fatos experimentais e fatos do dia-a-dia, sem promover uma revisão criteriosa em seus livros didáticos, o que nos leva a crer que para elas os livros são meras mercadorias e o valor didático do conteúdo não é importante. Há uma forte relação entre livro, comercialização e lucros. (SÁ, 2006).

O livro didático de matemática, no contexto da educação brasileira, tem sido o principal instrumento de que professores e alunos dispõem para o desenvolvimento das atividades de ensino e de aprendizagem formal dessa disciplina. Há muitos títulos disponíveis no mercado, o que aumenta a responsabilidade do professor na escolha.

A escolha do livro didático deve ser de forma criteriosa e fundamentada na competência dos professores que, juntamente com os alunos, farão dele um instrumento de trabalho (BARROS et al, 1999 apud SÁ, 2006).

Para a educadora argentina Ana Maria Spinoza (BENCINI, 2007, p.22), é importante que os livros tragam situações instigantes que permitam que os alunos revelem suas concepções por meio de conversas, desenhos e textos próprios.

> Questionários não ajudam os alunos a interpretar nem favorecem a construção de um leitor crítico e autônomo. (...) Quanto mais o texto apresenta uma visão interpretativa do conhecimento, não apenas baseado em descrições, melhor. É importante também que ele tenha um caráter histórico, que dê margem às discussões entre as turmas.

A qualidade esperada do livro didático caminha e mostra evolução no que compete à análise dos livros utilizados no ensino fundamental e, mais recentemente, nos livros de ensino médio.

Lee (2003, apud Peters, 2005, p.46) afirma que:

> O livro didático, que deveria ser considerado apenas como uma fonte de consulta, um apoio às práticas pedagógicas, é, apesar disso, tomado pelos professores como referência ou mesmo roteiro principal no preparo e condução de suas aulas.

No entanto, investigações que verifiquem a importância do livro didático - "*um meio de comunicação de tão grande alcance*" (BRASIL, 2002: 10) - não podem ser subestimadas.

O livro didático é uma fonte de dados para a pesquisa cujo interesse vem sendo resgatado nos últimos anos. Após 1990, houve um aumento de trabalhos dedicados ao livro didático. No período de 1975 a 2003, foram identificados, por Batista e Rojo (2005), 1927 trabalhos dedicados ao livro didático, e destacado que metade da produção foi no período de 2000 a 2003.

Para se ter idéia se esse interesse continua em alta entre os pesquisadores, fomos buscar no banco de teses da CAPES[13], o tema "livro didático" - expressão exata - que possuem "livro didático" ou no título, ou como um dos descritores ou como expressão no resumo. Os resultados, apresentados no quadro a seguir, mostram que a resposta é afirmativa.

Número de dissertações e teses do Banco de Teses da Capes que tem como descritor a expressão "livro didático"			
	2004	2005	2006
dissertações	134	145	156
teses	13	16	25

Fonte: Banco de Teses da Capes

Um dos fatores para a expansão no interesse em pesquisar o livro didático é a implementação mais intensa das políticas públicas voltadas para a avaliação da educação, entre as quais o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) que tem como tarefa analisar, comprar e distribuir os livros na rede pública.

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), criado pelo MEC em 1997 (Brasil, 1998), vem combatendo a baixa qualidade do livro, incentivando a utilização de termos mais corretos no saber científico e preocupando-se também com aspectos éticos e com características de cada região brasileira.

---

[13] Endereço eletrônico da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior): <http://servicos.capes.gov.br/capesdw/>

Neste trabalho analisamos os livros didáticos, desde a implantação da regulamentação de uso de livros didáticos no Brasil. A seguir, apresentaremos uma relação de acontecimentos relativos a essa regulamentação.

2. OS PROGRAMAS DE QUALIDADE DO LIVRO DIDÁTICO NO BRASIL

De acordo com informações contidas na página eletrônica do Programa Nacional do Livro Didático[14], há vários anos, a regulamentação do uso de livros didáticos no Brasil se guia por orientações do Governo, como se pode verificar pela relação de acontecimentos, a seguir:

1929 - Criação de órgão legislador sobre a política do livro didático, o Instituto Nacional do Livro.

1938 - Instituição, pelo Ministério da Educação, da Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD) que estabelece condições para a produção, importação e utilização do livro didático.

1966 - Criação da comissão do livro técnico e do livro didático (Colted) com o objetivo de coordenar as ações referentes à produção, edição e distribuição do livro didático.

1971 - O Instituto Nacional do Livro (INL) passa a desenvolver o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (Plidef), ao assumir as atribuições administrativas e de gerenciamento dos recursos financeiros, até então sob a responsabilidade da Colted.

1976 - A Fundação Nacional do Material Escolar (Fename) torna-se responsável pela execução dos programas do livro didático.

1983 - Criação da Fundação de Assistência ao Estudante (FAE), que passa a incorporar o Plidef.

1985 - Instituição do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), em substituição ao Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (Plidef).

1993 - Instituição, pelo Ministério da Educação, de comissão de especialistas encarregada em avaliar a qualidade dos livros mais solicitados pelos professores e de estabelecer critérios gerais de avaliação.

---

[14] http://www.fnde.gov.br/home/index.jsp?arquivo=livro_didatico.html

1994 - Publicação do documento Definição de Critérios para Avaliação dos Livros Didáticos.

1996 - Início do processo de avaliação pedagógica dos livros didáticos (PNLD/1997).

1997 - Extinção da Fundação de Assistência ao Estudante (FAE) e transferência da execução do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) para o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE).

2005 - Lançamento do Edital do PNLEM, visando à criação de catálogo de obras voltadas para o Ensino Médio em 2007.

2007 - Processo progressivo de Universalização do livro para o Ensino Médio

Desde a criação do Instituto Nacional do Livro (INL), órgão específico para legislar sobre a política do livro didático, a ação federal nessa área vem se aperfeiçoando com a finalidade de prover as escolas da rede federal, estadual, municipal e do distrito federal com obras didáticas, para-didáticas e dicionários de qualidade.

Atualmente, essa política está consubstanciada no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e no Programa Nacional do Livro do Ensino Médio (PNLEM).

O PNLD distribui gratuitamente essas obras didáticas para todos os alunos das oito séries da rede pública de ensino fundamental. A partir de 2003, as escolas de educação especial públicas e as instituições privadas definidas pelo censo escolar como comunitárias e filantrópicas foram incluídas no programa.

O PNLEM/2007 distribui exemplares, beneficiando alunos em escolas. Pela 1ª vez, distribuem livros de Biologia a todos os alunos e professores do Ensino Médio das escolas públicas de todo o Brasil, exceto as escolas estaduais de Minas Gerais. Também foram repostos os livros de Português e Matemática. O atendimento do livro didático amplia-se com a aquisição de livros didáticos de História e de Química. A grade é completada em 2008, com a compra de livros de Física e Geografia.

O Plano Nacional do Livro Didático (PNLD)

Para assegurar a qualidade dos livros didáticos a serem distribuídos e utilizados nas escolas públicas de ensino básico do país, o Fundo Nacional de

Desenvolvimento da Educação (FNDE) lança, a cada três anos, um edital para que os detentores de direito autoral possam inscrever suas obras didáticas para análise.

O edital estabelece as regras para inscrição e apresenta os critérios pelos quais os livros serão avaliados. A Secretaria de Educação Básica coordena o processo de avaliação pedagógica sistemática das obras inscritas no PNLD desde 1996 e, em 2002, passou a contar com a parceria de universidades públicas que se responsabilizam pela avaliação dos livros. A Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) analisa os livros de alfabetização e Língua Portuguesa, a Universidade de São Paulo (USP) os livros de Ciências, a Universidade Estadual de São Paulo (UNESP) os livros de Geografia e de História e a Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), analisa os livros de Matemática (BRASIL, 2003).

Criado com a finalidade de assegurar livros didáticos de qualidade aos alunos das escolas públicas, o PNLD vem sendo aperfeiçoado a cada ano. Ele se dedica à análise e recomendação de livros didáticos às escolas. Para isso, foram criados Guias que contêm uma seleção das obras aprovadas e apresentam resenhas que possibilitam ao professor uma análise para posterior escolha do material para a sua unidade de ensino, livros que ele julgue convenientes ao trabalho pedagógico que pretende desenvolver. Além disso, as resenhas possuem como uma das metas proporcionar um melhor planejamento e articulação do trabalho dos professores nas escolas, com vistas aos seus projetos pedagógicos.

Alguns trechos contidos no Guia do PNLD (BRASIL, 2003, p.75) reforçam essa posição:

> Para atingir seus objetivos, o livro didático precisa atender a uma dupla exigência: de um lado, os procedimentos, informações e conceitos nele propostos devem ser corretos do ponto de vista das áreas do conhecimento a que se vinculam. De outro lado, além de corretos, tais procedimentos informações e conceitos devem ser apropriados à situação didático-pedagógica a que servem. Em decorrência necessitam atender ao consenso dos diferentes especialistas e agentes educacionais quanto aos conteúdos mínimos a serem contemplados e às estratégias adequadas à apropriação desses conteúdos. Na medida em que os currículos são as expressões mais acabadas desse consenso, é imprescindível que os livros didáticos considerem as recomendações comuns às diferentes propostas curriculares estaduais e municipais em vigor. Por fim, como objetivo último da educação escolar é 'preparar o educando para o exercício da cidadania' e 'qualificá-lo para o trabalho' (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB, Título II, art. 3º), o processo formativo precisa realizar uma nova mediação, agora entre a esfera privada das experiências familiares ou pessoais e a vida pública. Portanto, seja qual for a disciplina a que sirva, o livro didático deve contribuir para a construção da ética necessária ao convívio social democrático, o que o obriga ao respeito a liberdade' e ao 'apego à tolerância' (LDB, Título II, art. 3º, IV).

O detalhamento dos critérios de avaliação adotados no PNLD não será feito aqui. Recomendamos, para tanto, a leitura dos documentos citados, disponível na página eletrônica do MEC. Porém, destacamos do PNLD o Guia de Livros Didáticos - 2005 / Matemática, 5ª a 8ª séries (p. 201-204) os seguintes critérios, que julgamos importantes ser considerados na elaboração e análise de obras didáticas de qualquer nível educacional:

"Correção dos Conceitos e informações"

Este primeiro critério estabelece que o *livro* didático deva ser livre de erros conceituais ou de induções ao erro.

> Neste estágio da escolaridade, a fixação de conceitos errados pode ter efeitos danosos para todo o aprendizado futuro e para a utilização da Matemática pelo aluno. Erros conceituais podem ocorrer de diversas formas, seja em proposições que contrariam o conhecimento matemático estabelecido, seja no mau emprego dessas proposições. Estão presentes, ainda, quando conceitos distintos são relacionados de maneira errada. Talvez mais séria, por ser mais indiciosa, é a indução ao erro, quando o texto, embora não contendo explicitamente conceitos errados, induz a equívocos, quer na apresentação informal de exemplos para formação ou delimitação de um conceito, quer em exercícios ou problema, ou em comentários feitos sobre o conteúdo. (GUIA DE LIVROS DIDÁTICOS, 2005. p. 201)

"Correção e adequação metodológicas"

O livro didático que atenda ao PNLD deve apresentar uma metodologia articulada aos objetivos contemplando o desenvolvimento de competências cognitivas básicas. Para isso, deve escolher estratégias que mobilizem e desenvolvam essas competências para não comprometer o desenvolvimento cognitivo do educando.

> Por mais diversificadas que sejam as concepções e práticas de ensino e aprendizagem, promover a apropriação do conhecimento implica escolha de alternativas metodológicas que contribuam para um bom processo de ensino-arendizagem.
> Essas escolhas devem incluir estratégias que mobilizem e desenvolvam várias competências cognitivas básicas, como a observação, a compreensão, a argumentação, a organização, a análise, a síntese, a comunicação de idéias matemáticas, o planejamento, a memorização etc. (GUIA DE LIVROS DIDÁTICOS, 2005. p. 202)

Nesse sentido, o livro didático deve propiciar o desenvolvimento de várias habilidades e competências e ser coerente com a proposta que explicita, respeitando os preceitos que lhe dão identidade e permitindo sua identificação e a compreensão de seu alcance. O livro didático deve indicar sua articulação quando recorrer a mais de um modelo metodológico.

“Contribuição para a construção da cidadania”

O livro didático deve contribuir para o desenvolvimento da ética necessária ao convívio social e à construção da cidadania e também respeitar a Constituição do Estatuto da Criança e do Adolescente. Para isso, **não** pode:

- veicular em seus textos e ilustrações preconceitos que levem a discriminações de qualquer tipo;
- ser instrumento de propaganda e doutrinação religiosa;
- violar os preceitos legais constantes do Estatuto da Criança e do Adolescente no que diz respeito ao estímulo ou indução ao consumo de fumo, álcool, drogas de qualquer tipo, armas de fogo e à indução de práticas socialmente nocivas;
- ser veículo de propagandas, de qualquer tipo de bens ou serviços.(GUIA DE LIVROS DIDÁTICOS, 2005. p.203).

CAPÍTULO III

AS ABORDAGENS DE ENSINO DO NÚMERO π SEGUNDO PROFESSORES E LIVROS DIDÁTICOS

1. PESQUISA COM OS PROFESSORES

Com o objetivo de verificar como os professores definem o número π, em que série eles abordam o conceito e como o fazem, foi desenvolvido um estudo exploratório das idéias e práticas de vinte e três professores de ensino fundamental - ciclo II e médio, participantes de um curso de capacitação promovido no segundo semestre de 2006 pela Secretaria do Estado da Educação de São Paulo e Diretoria de Ensino, em convênio com uma universidade privada do interior paulista.

Um questionário foi elaborado com as seguintes perguntas: 1-Como você define π e em qual série você aborda esse assunto? 2- Como você introduz e ensina o assunto π em sua sala de aula?

A organização e a análise dos dados foram orientadas, segundo os seguintes procedimentos:

1. A transcrição das respostas de cada indagação formulada.
2. Categorização das respostas, identificando convergências e/ou divergências em relação aos recursos utilizados e definições. As categorias são: π como "número"; π como "número irracional" e π como "número resultante de uma razão".

Nas tabelas I e II, estão representadas as respostas dos professores e a categorização.

Tabela I: Definição do conceito π e categorias.

Professores	Definição de π	Quando aborda	Categorias
1	O número π é aproximadamente 3,14.	7ª série	Número
2	Letra grega que equivale a 3,14.	5ª série	Número
3	Um número irracional.	5ª série	Número irracional
4/5/12	Não definiram.	7ª/ 5ª/ 7ª e 8ª séries	-
6	É o comprimento da circunferência pelo raio.	5ª série	Número resultante de uma razão
7	π é o comprimento de uma circunferência dividido pelo seu diâmetro.	Séries iniciais do ensino fundamental ciclo II	Número resultante de uma razão

Professores	Definição de π	Quando aborda	Categorias
8	π é um número indefinido pelo seu dígito depois da vírgula. (π = C/D)	8ª série	Número resultante de uma razão
9	É um número irracional com aproximadamente duas casas após a vírgula.	7ª série	Número Irracional
10	É uma medida relacionada com o diâmetro e comprimento da circunferência.	Não respondeu	Número resultante de uma razão
11	É um número decimal com aproximadamente 2 casas decimais após a vírgula.	7ª série	Número
13	É o número de vezes que o contorno que qualquer circunferência é maior que a maior medida da circunferência (diâmetro).	Não respondeu	Número resultante de uma razão
14	É um número irracional, representado pela letra do alfabeto grego e usamos seu valor aproximado como 3,14.	7ª e 8ª séries, continuando no Ensino Médio.	Número Irracional
15	O número π é um número irracional com valor aproximado 3,14.	5ª série com pouca relevância.	Número Irracional
16	O número π é um número irracional com valor aproximado de 3,14.	Início do ensino fundamental	Número Irracional
17	Mede-se o perímetro com uma fita métrica de uma figura circular e divide pelo diâmetro da figura.	5ª série	Número resultante de uma razão
18	Uso do livro didático.	A partir da 5ª série	-
19	O número π é um irracional.	7ª e 8ª série	Número Irracional
20	O π significa 3,1415...,	Não respondeu	Número
21/22/23	Número irracional	A partir da 7ª série	Número Irracional

Quanto à categorização das definições do número π, podemos constatar o seguinte:

Categoria	Freqüência	Porcentagem (%)
Número	4	17,4
Número irracional	9	39,1
Número resultante de uma razão	6	26,1
Não definiu	4	17,4
Total	23	100,0

Entre os professores que responderam, 45% deles dizem introduzir o número π na 5ª série e 55%, a partir da 7ª série do ensino fundamental.

Percebemos que a maioria dos professores que introduzem π na 5ª série não o definem como "número irracional" e sim como "número resultante de uma razão" e quanto aos professores que ensinam π a partir da 7ª série, a maioria o define como "número irracional".

Na escola, até a quinta série, se ensina aos alunos números naturais, fracionários e decimais exatos, por isso alguns professores acham desnecessário falar que o número π é irracional, dada a dificuldade que eles têm na compreensão das frações e dos decimais exatos.

Porém, achamos necessário desde a quinta série preparar o aluno para a compreensão de outros números, tais como, as dízimas periódicas e os irracionais. O π dos cálculos de comprimento da circunferência e área do círculo seria uma excelente oportunidade para apresentar aos alunos um número irracional dizendo a eles que esse número não é natural, nem fracionário e nem decimal exato, por isso o valor 3,14 que utilizaremos para π nos cálculos do comprimento da circunferência e da área do círculo é um valor aproximado de π, que é um número irracional de valor 3,1415926... que mais tarde estudaremos com maior profundidade.

Também percebemos pelas respostas dos professores que, apesar de saberem sobre π, alguns deles o definem erroneamente, como é o caso do professor 8 (π é um número indefinido pelo seu dígito depois da vírgula) e do professor 11 (é um número decimal com aproximadamente 2 casas decimais após a vírgula) o que é preocupante, já que o ensino-aprendizagem de um conceito está condicionado ao conhecimento que os professores de matemática têm sobre ele.

Também pela resposta do professor 18 (Uso do livro didático) percebemos a influência do livro didático, como "muleta" para alguns professores, que se mostra uma ferramenta valiosa sem a qual o professor não se sente seguro, apesar de saber demonstrar sua idéia sobre esse assunto, como pode ser observado na tabela II.

Tabela II: Introdução e ensino de π.

Professores	**Como introduz e ensina π**
1	Demonstro através da prática da medida de circunferência dividida pelo diâmetro de vários objetos na forma de cilindro, comparando os resultados aproximados.
2	Introduzo quando estou trabalhando em área e perímetro de figuras geométricas, mostrando as diferenças entre as figuras. Para calcular a área da circunferência, digo que há uma notação diferente das áreas das outras figuras (triângulos e quadriláteros) e que é usada a fórmula (A = π . r^2), explico que π é uma letra grega que equivale a 3,14. Também abordo o π do comprimento das circunferências (C = 2 π r), dando exemplos das rodas da bicicleta, carro, trator, caminhão, diâmetro. A criança não consegue observar que π é um número irracional. Não aprofundo a descoberta do π, pois as crianças não se interessam.
3	Com a régua medimos o diâmetro e com barbante medimos o perímetro de várias latas. Fazemos a divisão do comprimento do perímetro pelo diâmetro das circunferências de cada lata.
4	Não respondeu.
5	Começo contando a história do π, a letra p do alfabeto grego, que π é um número que tem mais de quinhentas casas depois da vírgula e que foi descoberto medindo várias circunferências de raios diferentes, e que se percebeu sempre uma constante multiplicando o diâmetro.
6	Não defino π na 5ª série, mas uso-o para cálculo de áreas (circunferência).
7	Através de comparações de diversas circunferências onde é feita a divisão de seu comprimento pelo diâmetro.
8	Utilizando barbante e régua, medimos o contorno de qualquer objeto redondo e dividimos pelo diâmetro, notando que dá sempre o número π.
9	Peço para os alunos construírem diversas circunferências de vários tamanhos e com barbante e régua medirem o contorno e o diâmetro de cada circunferência. Calculam a razão ou divisão entre as medidas do comprimento pelo diâmetro. (C/d = 3,...).
10	Peço que eles meçam alguns objetos redondos e anotem as medidas do contorno e o “meio” do objeto, dizendo que essas medidas são o comprimento e o diâmetro da circunferência. Peço para dividirem, e o resultado encontrado é o valor de π.
11	Medindo o comprimento da circunferência com barbante e dividindo pelo diâmetro.
12	Não respondeu.

Professores	Como introduz e ensina π
13	Com barbante contorno um objeto cilíndrico, depois meço o comprimento do barbante com régua, meço o comprimento do diâmetro e mostro que o comprimento do diâmetro "cabe" π vezes no contorno.
14	Peço para que, usando a calculadora, dividam a medida do comprimento do contorno de diversas tampas pela medida do diâmetro e registrem o resultado. Represento, na lousa, as medidas e os resultados de cada grupo, (...) é sempre o valor 3,... . Então digo que esse é o valor aproximado de π. A partir daí ensino perímetro e área de formas circulares.
15	Medimos o comprimento e o diâmetro de vários círculos cujos raios sejam diferentes. Feito as medidas fazemos alguns cálculos tais como: dividir a medida do comprimento pela medida do diâmetro de cada círculo, (...) resultado praticamente é o mesmo, no caso 3,14 (π = c/d).
16	Os alunos medem a volta de vários objetos circulares e dividirem o comprimento de cada objeto pela medida do diâmetro de cada círculo, assim eles percebem que o resultado vai ser sempre o mesmo.
17	Conto a história do π (necessidade de sua utilização) no cálculo de área da figura circular, sua representação no conjunto dos reais.
18	Com barbante, medindo comprimento e diâmetro do "fundo" de uma lata (exs. Leite em pó, refrigerante e outras) ou CD:
19	Pede-se ao aluno que circule com um barbante uma roda e depois meça o comprimento desse barbante no sentido horizontal. Tendo esse resultado em mãos, dividi-lo pelo diâmetro. (...) esse resultado sempre será 3,14...
20	Medir o comprimento da circunferência e seu diâmetro com qualquer objeto, e depois dividir o comprimento da circunferência com o seu diâmetro, e daí comparava-se os resultados e verificava que todos os resultados eram iguais, e através disso verificou-se a existência do π, que tem como medida 3,1416....
21	Pra chegar a esse número costuma-se antes fazer aplicações como calcular comprimento de circunferências (rodas de veículos, bicicletas, tampas de panelas, etc.). Pede-se para o aluno fazer uma marca de giz na roda da bicicleta e após rodar a mesma medir o comprimento da marca de giz que ficam no chão. $d = 2r$ $c = 2\pi r$ Você pede para o aluno dividir c/d. Logo ele vai chegar no número π.
22	Você toma a medida do comprimento de vários objetos circulares e divide pela medida de seus respectivos diâmetros.
23	A partir de uma volta completa de uma roda se vê (mede) a distância de maneira horizontal e divide pelo seu diâmetro (roda).

As definições, bastante incompletas, quando não errôneas, mostram que a grande maioria dos professores não faz uso da história quando aborda o número π (82,6%), mas utiliza métodos experimentais na obtenção do número. Somente dois deles (8,6%), ou seja, os professores 5 e 17 dizem usar a história quando se referem a esse número irracional. Dois professores não responderam à questão (8,6%), a saber, os professores 4 e 12.

Esses dados são preocupantes, pois revelam uma precária formação do professor de matemática. É possível que a formação não tenha proporcionado situações em que a abordagem histórica tivesse destaque. No caso do número π, foi possível perceber no capítulo I que, embora as tentativas de sua identificação culminar com uma boa determinação numérica, a compreensão da irracionalidade perpassou séculos.

Esse processo e essa complexidade devem ser considerados no ensino, assim como a linguagem matemática e as experiências pelas quais passaram as gerações anteriores são elementos essenciais.

2. A SELEÇÃO DOS LIVROS DIDÁTICOS

Com o objetivo de verificar como os livros didáticos definem o número π, em que série eles abordam o conceito, como o fazem, utilizam ou não história das ciências, desenvolvemos um estudo dos livros didáticos de ensino fundamental - ciclo II.

Para essa investigação, foram selecionados 56 livros do ensino fundamental de 1925 a 2006, disponíveis em bibliotecas, sebos, acervo pessoal de professores de Matemática, sites da internet, entre outros que estão ou foram adotados em escolas públicas de Ensino Fundamental, Piracicaba/São Paulo. Entre esses livros, muitos estão entre os recomendados pelo Guia de Livros Didáticos, do Programa Nacional de Livros Didáticos (BRASIL, 2002 a 2006). Os livros escolhidos estão relacionados nas Referências Bibliográficas.

As coleções recomendadas no Guia (Brasil, 2002, p.13) possuem três classificações: *Recomendados com distinção* (marcados com ***), por se destacarem "*em se aproximar o mais possível do ideal representado pelos princípios e critérios* [estabelecidos para a avaliação dos livros didáticos]. *Constituem propostas pedagógicas elogiáveis, criativas e instigantes*."; *Recomendados* (marcados com **), por cumprirem "*todos os requisitos mínimos de qualidade exigidos*" e *recomendados com ressalvas* (marcados com *), que são "*trabalhos isentos de erros conceituais ou preconceitos que obedecem aos critérios mínimos de qualidade, mas por este ou aquele motivo, não estão a salvo de ressalvas*".

No Guia de Livros Didáticos de 2005, foram vinte e três as coleções recomendadas, apresentadas em ordem alfabética, sem as marcas (***, ** e *).

Os cinqüenta e seis livros escolhidos para este trabalho foram numerados sequencialmente. Destes, vinte e quatro estão entre os recomendados pelo Guia (1 a 15, 17,21 e 22, 25 a 27 e 31 a 33) e os demais (16 a 20, 23 e 24, 28 a 30, 34 a 56) não. Os livros que não foram recomendados pelo guia foram escolhidos segundo os critérios de disponibilidade em bibliotecas escolares, de utilização por professores em unidades escolares, de edições anteriores de autores que têm seus livros recomendados no Guia e de edições de autores que foram de períodos antes do Guia.

Nos livros de 1 a 48, o número π foi pesquisado em todos os volumes da coleção, mas nos outros, 49 a 56, não foi possível pesquisá-lo em todos os volumes, pois não conseguimos a coleção completa, devido à data de edição.

Localizada a série em que cada livro abordava o conceito de π e as definições de π**,** e verificado como introduzia e se utilizava a história, a organização e a análise dos dados foram orientadas da seguinte maneira:

1. A transcrição dos resultados.
2. Categorização dos resultados, identificando convergências e/ou divergências em relação a recursos utilizados, definições e história que utiliza.

Quanto à forma de abordagem da história do π, nos apoiamos no trabalho de Pessoa Jr (1996), no qual ele apresenta sete tipos de Abordagem Histórica tomadas como categorias de análise. São elas:

- História "internalista de longo prazo": Não é muito fiel às suas origens, utilizando uma linguagem moderna, com gráficos que não eram usados na época e exposta da seguinte forma "Primeiro, fulano fez isso, depois, beltrano fez aquilo, depois tentaram isso, até que chegou ciclano e..."
- História de um perfil epistemológico de alguns grandes cientistas: maneira mais profunda de fazer a história da ciência, onde examina como cada um partiu de certas idéias para aos poucos ir elaborando certa teoria ou equação, como descobriu algo novo ou resolveu tal problema, quais foram

os erros que cometeram, com quem dialogou, etc.

- História "externalista ou social da ciência": explica como era a sociedade na época, quais eram as necessidades tecnológicas, porque tal país era o centro científico, etc.
- História a partir de leitura de originais: são poucos os traduzidos para o português, é uma atividade que reserva boas leituras para o leitor nos detalhes dos relatos estudados.
- História internalista da "reconstrução" da história da ciência: a partir de teorias de dinâmica científica, contraste da História "externalista ou social da ciência", em que se apóia numa teoria da evolução das teorias científicas, como a de Thomas Kuhn, que se baseia na noção de "paradigma" e descrevem-se episódios da história da ciência, utilizando-se tal modelo. Tais reconstruções falsificam a história, alteram detalhes sobre o que aconteceu, pois a teoria nem sempre bate com a realidade, mas há a vantagem didática da visão geral de como funciona a ciência adquirida pelo aluno.
- História dos instrumentos científicos: apresentação de slides de instrumentos científicos e montagem de aparelhos simples. O potencial didático de instrumentos antigos é muito grande.
- Histórias possíveis: ao se estudar como um tema se originou historicamente, percebe-se que ele poderia ter sido descoberto de outra maneira.

A seguir, descreveremos como os livros didáticos analisados introduzem π e a história que utilizam. Eles foram colocados em ordem cronológica, começando pelo mais atual (de 2006 a 1926).

1. BONJORNO & AIRTON. **Matemática Fazendo A Diferença**, 7ª série (8º ano) - 1ª edição – FTD - São Paulo - 2006. (Indicado pelo PNLD) (p.30).

Introdução:

> Um número irracional especial: π (pi).
> Imagine um barbante perfeitamente ajustado à circunferência de cada figura... Esticando esses barbantes, obtemos de um modo prático os comprimentos (perímetros) dessas circunferências, como mostra a figura... Usando diferentes objetos de forma circular, vamos medir o comprimento C das circunferências e o diâmetro D e relacioná-los, calculando o quociente da medida do comprimento da circunferência pelo diâmetro. O quadro mostra essas medidas...

História: Colocada no meio do texto - "Um número irracional especial: π (pi)" - descreve que:

> Arquimedes foi o primeiro a encontrar cientificamente um valor aproximado dessa constante e algumas das contribuições feitas através dos séculos para a obtenção do valor aproximado de π com um maior número da casas decimais.

Como nota de rodapé apresenta o seguinte resumo:

> Muitas contribuições foram feitas através dos séculos para a obtenção do valor aproximado de π com o maior número de casas decimais. Como exemplo, Bhaskara (matemático hindu) usava π igual a $\sqrt{10}$ para cálculos corriqueiros; François Viète (matemático francês) encontrou π corretamente até a nona casa decimal. Modernamente, o valor π é calculado por programas de computadores. Em 1996, π foi calculado em Tóquio, com 137 217 700 dígitos.

2. BONJORNO & AIRTON. **Matemática Fazendo A Diferença**, 8ª série (9º ano) - 1ª edição – FTD - São Paulo - 2006. (Indicado pelo PNLD) (p.194).

Introdução: "Relações métricas na circunferência".

Introduz falando da invenção da roda e dizendo que dará ênfase à linha que contorna o círculo, ou seja, à circunferência. Mostrando a figura de uma circunferência diz:

> A figura mostra uma circunferência de centro O e raio R... Contornando um círculo com um fio e depois esticando, obtemos o comprimento C da circunferência. (...). Já vimos que esse comprimento C é dado pela fórmula C = π d ou C = 2 π R...

História: Não há referência à história do número π**.**

3. DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**, 5ª série. São Paulo: Ática, 2005. (Indicado pelo PNLD) (p.237, 253).

Introdução:

> Comprimento da circunferência (perímetro do círculo).
>
> A professora deu como lição de casa para seus alunos encontrar o perímetro (C) de algum objeto ligado ao dia a dia deles que tivesse a forma circular. Em seguida, determinar a medida do comprimento do diâmetro (d) e finalmente calcular o quociente de C por d (C: d) veja como Nelsinho e Sônia fizeram...

História: Apresentada no final do capítulo.

> Um pouco da história do π (pi).
>
> Para calcular a área de um círculo no século XVIII a.C., portanto há cerca de 3800 anos, no Egito, o escriba Alunes utilizou o valor de 3 + 13/81 para o

número π. Isso corresponde a aproximadamente 3,16.

Os babilônios usavam o valor de 3+1/8 (igual a 3,125) para π. Arquimedes, em 250 a.C. provou que o valor de π está compreendido entre 223/71 e 22/7, ou seja, 3+10/71 < π < 3+10/70 (aproximadamente 3,1408 e 3,1429). Seu método ajudou os matemáticos que vieram depois dele a determinar as casas decimais de π.

Por longo tempo utilizou-se a descoberta de um astrônomo chinês que usava a fração 355/113 (aproximadamente 3,1415929) para representar o valor de π nos cálculos, envolvendo engrenagens. Lupolph van Ceulen (1540-1610), um matemático alemão, calculou π com 35 casas decimais.

Em 1737, Leonhard Euler adotou o símbolo π e, a partir daí ele começou a ser mais usado. Em 1874, Shankes obteve 707 casas decimais para o π. Em 1989, os irmãos soviéticos David e Gregory Chudnovsky estabeleceram 480 milhões de dígitos para o π. Hoje, já se conhecem bilhões de casas decimais para o π.

4. DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**, 7ª série. São Paulo: Atica, 2005. (Indicado pelo PNLD). (p.39).

Introdução:

O notável número π.

Você já viu que, dividindo a medida do comprimento (C) de uma circunferência pela medida do seu diâmetro (d), sempre encontramos o mesmo número, que designamos por π (pi).

História: Não há referência à história do número π**.**

5. ANDRINI, Álvaro; ZAMPIROLO, Maria José C. de V. **Novo Praticando matemática,** 7ª Série. São Paulo: Editora do Brasil, 2002. (Indicado pelo PNLD) (p.23)

Introdução:

Pi - Um número irracional.

Trace com compasso um círculo de 5 cm de diâmetro em uma cartolina e recorte-o. Contorne-o com uma linha grossa como mostra a figura abaixo. Meça o comprimento da linha, obtendo o comprimento da circunferência do círculo, anote-o. (foto da figura). Repita o procedimento para um círculo de 10 cm de diâmetro e um círculo de 15 cm de diâmetro. Chamando o diâmetro de d e o comprimento da circunferência de C, calcule o quociente C/d para cada círculo, preenchendo uma tabela como essa.

Traz ilustração da tabela.

História: Apresentada como nota de rodapé.

> A relação entre a medida do comprimento de uma circunferência e a medida de seu diâmetro deu muito trabalho aos matemáticos. Na bíblia (Primeiro Livro dos Reis. Cap. 7, 23) há referências sobre o uso da relação C = 3. d para calcular a medida do comprimento de uma circunferência. Muitas civilizações trabalharam com aproximações para π. Os mesopotâmios utilizavam π = 3 1/8, que corresponde a 3,125. Muito bom para a época!

6. DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**, 6ª série. São Paulo: Atica, 2002. (Indicado pelo PNLD) (p.266, 282)

   Idem ao livro 3.

7. DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática,** 8ª série. São Paulo: Atica, 2002. (Indicado pelo PNLD) (p.17)

   Introdução:

   > Conjunto dos números irracionais (Ir).
   > O notável número π: Você já viu que, dividindo a medida do comprimento (C) de uma circunferência pela medida do seu diâmetro (d), sempre encontramos o mesmo número, que designamos por π (pi).

   História: Não há referência à história do número π**.**

8. GRASSESCHI, Maria Cecília C. **PROMAT: Projeto Oficina de Matemática,** 7ª série. São Paulo: FTD, 2002. (Indicado pelo PNLD) (p.16, 223-225)

   Introdução:

   > Números e mais números: Um número bastante conhecido que os matemáticos já provaram ser irracional, é o número π (letra grega que se lê pi). Esse número é uma constante que relaciona o comprimento de qualquer circunferência com seu diâmetro, e tem um valor aproximado de 3,14.

Traz a ilustração de duas pessoas medindo o comprimento e o diâmetro de um círculo.

"Circulando na geometria": traz alguns conceitos relacionados à circunferência e o círculo, fotos de objetos de uso cotidiano que lembram a circunferência e uma atividade em grupo que pede para que reúnam vários objetos cilíndricos, de diâmetros diferentes e também régua, barbante, calculadora e tesoura. A seguir, a reprodução de uma tabela com o nome do objeto, comprimento da circunferência, medida do diâmetro e o comprimento da circunferência dividido pela medida do diâmetro cujo objetivo é que o aluno construa experimentalmente o número π.

História: Não há referência à história do número π**.**

9. GRASSESCHI, Maria Cecília C. **PROMAT: Projeto Oficina de Matemática,** 8ª série. São Paulo: FTD, 2002. (p.193-194)

Introdução: "Circulando pela Geometria". Traz uma atividade em grupo que pede para que reúnam vários objetos cilíndricos, de diâmetros diferentes e também régua, barbante, calculadora e tesoura. A seguir, a reprodução de uma tabela com o nome do objeto, comprimento da circunferência, medida do diâmetro e o comprimento da circunferência dividido pela medida do diâmetro cujo objetivo é que o aluno construa experimentalmente o número π.

História: Não há referência à história do número π**.**

10. GUELLI, Oscar. **Matemática. Uma Aventura do Pensamento,** 7ª série. São Paulo: Ática, 2002. (Indicado pelo PNLD) (p.51-54)

Introdução:

> Comprimento de uma circunferência.
>
> Quando dizemos que um segmento de reta tem 24 cm de comprimento é fácil entender o que isso significa: mas como podemos afirmar que uma circunferência tem 24 cm de comprimento? Será que é necessário dobrar uma régua e colocá-la ao redor da circunferência para determinar essa medida? Isso não seria muito conveniente, não é mesmo?
>
> Faça o seguinte: com o compasso, desenhe uma circunferência de 4 cm de raio. Passe um barbante ao longo da circunferência e corte-o na medida exata dessa volta. Estique o barbante e meça o seu comprimento. Essa medida é a do comprimento da circunferência de 4 cm de raio. Repetindo essa experiência com outras circunferências, você vai perceber que o comprimento de uma circunferência é igual a: *um número um pouco maior que três vezes o diâmetro da circunferência.*

Traz ilustrações demonstrando a experiência.

História: Apresentada no final do texto, antes dos exercícios, em uma seção denominada "Para ler e pesquisar" traz:

> O cálculo do valor do π ocupou os matemáticos por muitos séculos. Através de textos escritos entre 2000 a.C. e 1800 a.C., sabemos que os egípcios em problemas que envolviam áreas de círculos, usavam a

aproximação 3,1605 para o valor de π. Por textos escritos em tabuletas de barro, que datam de 2000 a. C., sabemos que nos cálculos de áreas de círculo os babilônios usavam em alguns problemas o valor 3 para π em outros uma aproximação melhor 3,125. Por volta do século III a.C.

Arquimedes também procurou calcular a razão entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro. Começando com um hexágono regular, Arquimedes calculou o perímetro dos polígonos obtidos dobrando sucessivamente o número de lados até chegar a um polígono de 96 lados. Calculando o perímetro desse polígono, conseguiu um valor para π entre 3,1408 e 3,1428 com um polígono de 720 lados, inscrito numa circunferência de 60 unidades de raio, Ptolomeu, que viveu em Alexandria, no Egito, por volta do século III d.C., conseguiu o valor 3,1416 para pi.

O fascínio pelo cálculo do valor exato de π também tomou conta dos chineses. No século III d.C., Liu Hui, um copista conseguiu obter o valor 3,14159 com um polígono de 3072 lados. No fim do século V, o matemático Isu Ch'ung-Chih foi mais longe ainda: encontrou como valor de π um número entre 3,1415926 e 3,14159267. No século XV, al-Kashi encontrou o valor 3,1415926535897932 para pi.

Foi Euler quem em 1737, tornou conhecido o símbolo π para o número pi. Três décadas depois os matemáticos desistiram de calcular seu valor exato: descobriram que π é um número irracional e tem infinitas casas decimais. Em 1995, estudantes japoneses, usando um super computador, calcularam um valor de π com 6 bilhões de casas decimais."

11. GUELLI, Oscar. **Matemática. Uma Aventura do Pensamento,** 8ª série. São Paulo: Ática, 2002. (Indicado pelo PNLD) (p.250, 286-295).

Introdução: "Área de um polígono regular"

Em uma seção denominada Laboratório de matemática traz o desenho de 3 figuras (triângulos hexágonos e dodecágonos inscritos e circunscritos na circunferência de 1,5cm de raio) e continua:

Utilize uma régua para medir os lados dos polígonos e faça o que se pede: 1) calcule o perímetro dos triângulos eqüiláteros inscrito e circunscrito. 2) compare esses perímetros com a medida 2πR, sendo R o raio da circunferência e π = 3,14. 3) calcule o perímetro dos hexágonos regulares inscrito e circunscrito. 4) compare esses perímetros com a medida expressa por 2πR. 5) calcule o perímetro dos decágonos inscrito e circunscrito. 6) compare esses perímetros com a medida 2πR. Note que, à medida em que aumentamos o número de lados, o perímetro do polígono inscrito aumenta e o perímetro do polígono circunscrito diminui, e ambos se aproximam cada

> vez mais do comprimento da circunferência (2 π R).

História: No final do livro no “Pequeno Dicionário Informal de Matemática e de sua história” apresenta História dos matemáticos, porém não faz referência à História de π.

12. IMENES E LELLIS – **Matemática para todos,** 7ª série. São Paulo: Scipione, 2002. (Indicado pelo PNLD). (p.256 - 258).

Introdução:

> Perímetro da circunferência.
>
> Às vezes, precisamos conhecer o diâmetro de um círculo. Outras vezes, queremos saber qual é o seu perímetro.

Traz ilustrações que mostram situações de medidas do perímetro e pergunta:

> Que relação existe entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência?
>
> Visualmente, percebemos que se o diâmetro de uma circunferência aumenta também aumenta o seu perímetro. Como duas circunferências são sempre semelhantes essas variações são proporcionais. Vamos obter uma forma que relaciona o diâmetro e o perímetro da forma circular. Com ela, quem sabe a medida de um descobre a do outro. De início, vamos considerar uma circunferência particular com diâmetro de 4 centímetros.
>
> Desenhamos a circunferência e a contornamos com um barbante (traz figura); Depois, medimos o comprimento do barbante, obtendo 12,6 centímetros... O perímetro é aproximadamente 3,1 vezes o diâmetro. Com isso, temos a fórmula: p ≈ 3,1.d. ... Nossa fórmula pode ser escrita assim: p = π . d.
>
> Informação extra: O valor 3,1 que apresentamos para π foi obtido por meio de um experimento. Usando métodos mais sofisticados, baseados apenas no raciocínio dedutivo, os matemáticos obtiveram valores mais precisos para esse número. Por exemplo: $\pi \approx 3{,}1415926$.

História: Apresentada no final do capítulo “Perímetro da Circunferência” em uma seção denominada “Um Toque a +” (p. 261-263) traz um texto sobre engrenagens. Também se encontra no final do capítulo “Sistemas de Equações” (p.241-242) um texto sobre “Arquimedes e a coroa falsificada”; ambas fazendo uso do número π, porém não trazendo a história específica do número π.

13. IMENES E LELLIS – **Matemática para todos**, 8ª série. São Paulo: Scipione, 2002. (Indicado pelo PNLD) (p. 228-230, 238-240, 257-259).

Introdução:

> Círculo e cilindro.
>
> Se você medir perímetro e diâmetro de vários círculos e, em cada caso, calcular a razão entre as duas medidas, deverá obter aproximadamente 3,14 sempre. O valor de π pode vir então de experiências práticas. No entanto, é possível obter esse valor, com grande precisão, por meio de cálculos.
>
> Podemos começar, calculando os perímetros dos hexágonos regulares inscritos em um círculo e circunscritos a ele.... Com esses cálculos,... $3 < \pi < 3{,}464$. Para obter um valor mais preciso de π, devemos calcular perímetros de polígonos inscritos e circunscritos mais próximos do círculo.... Assim, se o polígono tiver 60 lados, obteremos:... $3{,}140 < \pi < 3{,}144$. Aumentando mais ainda o número de lados, podemos concluir que $\pi \sim 3{,}141592$.

História: Apresentada no final do capítulo "Círculo e Cilindro", numa seção denominada "Um Toque a +", traz um texto de título "Duas ou três idéias sobre o infinito", onde escreve sobre o cálculo do valor de π por meio de polígonos inscritos e circunscritos ao círculo (p. 238-240), e no final do capítulo "Classificação dos Números", numa seção denominada "Um Toque a +", traz um texto de título "A procura de π" que é o seguinte:

> O que é π? É a décima sexta letra do alfabeto grego. É também o símbolo que indica a razão entre o perímetro de uma circunferência e seu diâmetro, um número cujo valor aproximado é 3,141592653.
>
> O π é um dos números mais usados em matemática, aparecendo em fórmulas relativas a círculos, cilindros, cones, esferas e em domínios tão distantes entre si quanto a estatísticas ou às equações das ondas eletromagnéticas. O empenho em se determinar o valor exato desse número tão fugidio tem uma longa história, quase tão antiga quanto à história da própria matemática.
>
> No capítulo "Círculo e Cilindro" em uma das questões (13), aparece um problema "egípcio" que leva ao valor 28/9 para π. A passagem bíblica citada está no Livro dos Reis I, 7:23. Os arquitetos do antigo Egito (cerca de 1500 a.C.) já haviam concluído que π deveria valer aproximadamente 3,1, entretanto, naqueles tempos remotos, a informação se difundia muito lentamente. No velho testamento da Bíblia, o livro sagrado dos hebreus e dos cristãos, há um trecho escrito por volta de 6 a.C., que narra a construção do palácio de Salomão, rei de Israel. Essa passagem cita uma espécie de piscina redonda com diâmetro de 10 côvados (cerca de 5 metros) e perímetro de 30 côvados, o que nos permite supor que o valor

aproximado de π era três.

Por volta de 400 a.C., os matemáticos gregos imaginaram um método para calcular π. Eles propunham que calculasse os perímetros de polígonos inscritos e circunscritos que se aproximavam da circunferência. Entretanto, o sistema de numeração usado pelos gregos era tão trabalhoso que, mesmo conhecendo um método para chegar a um valor de π, as dificuldades com os cálculos fizeram com que passassem 150 anos até que Arquimedes, por volta de 250 a.C., obtivesse o valor aproximado 22/7. Esse valor foi útil na construção civil e militar por muitos séculos. Curiosamente, não foi usado durante o império romano (aproximadamente entre 200 a.C. e 450 d.C.).

Os romanos apropriaram-se da cultura grega e certamente conheciam o valor de Arquimedes, mas não o usaram, apesar de terem construído inúmeros estádios, praças, e templos circulares. E a razão é novamente atribuída ao sistema de numeração que era tão inadequado para cálculos quanto o dos gregos. Assim, preferiam usar o valor 25/8 para π Se usassem o valor mais preciso, apareceriam divisões por 7, que eram difíceis. O outro valor levava divisões por 8 que são mais simples. Basta achar a metade da metade. (foto das Ruínas do Coliseu, gigantesco estádio circular romano, onde lutavam gladiadores. Foi construído no século I).

Continua mostrando a procura do pi na China, Índia e Arábia. Do avanço (século XVI), quando se iniciou na Europa o progresso científico, começando com Viète, em 1655 com Wallis. No século XVIII, o valor de π chegou à centésima casa decimal e foi batizado com o nome e o símbolo que usamos hoje os japoneses também passaram a investigar esse número.

Em 1761, o matemático francês Lambert provou que π é um número irracional. Não havia mais o que fazer, pois para um engenheiro, trabalhar com um valor de π, 4 casas decimais é suficiente. Para os cientistas, 10 ou 15 casas decimais bastam, mas mesmo assim "os calculadores de π" continuaram seu trabalho.

O inglês William Shanks anunciou em 1874 o cálculo de π até a 707ª casa decimal (15 anos de trabalho que foi considerado um grande feito. Tanto que o Palais de La Découverte (foto) em Paris, gravou o valor de π obtido por ele na parede circular em uma das salas. Em 1945, um matemático americano descobriu que Shanks errara a 527ª casa decimal e consequentemente as seguintes, obrigando o museu a refazer parte da parede).

A partir de 1950, π passou a ser calculado em grandes computadores. Em 1997, dois matemáticos japoneses programaram um computador para calcular pouco mais de 51 bilhões de casas decimais.

O interesse pelo cálculo de π não termina aqui. O cálculo de milhões de casas decimais de π tem sido utilizado para testar a qualidade de computadores e de seus programas. Além disso, estranhamente dois irmãos russos, matemáticos, que se mudaram para os EUA, construíram um supercomputador, com o qual examinam os dígitos de π. Dizem que eles esperam encontrar um padrão na ínfima seqüência de algarismos. Será possível?

Enquanto esperamos a continuação da História, preencha a seguinte tabela, usando calculadora:

O número π na história		
Referência	**Valor atribuído**	**Valor decimal** (até a casa em que os algarismos são iguais ao de π)
Arquimedes	22/7	3,14
Romanos		
Tsu Chung-chi e Tsu Keng-chi		
15 fatores no produto de Wallis		

14. DI PIERRO NETTO, Scipione. **Matemática em atividades**, 5ª série. São Paulo: Scipione, 2002. (Indicado pelo PNLD). (p.183-187)

Introdução: “Circunferência e Círculo”: (conceitos e elementos de circunferência e círculo).

Imagine ser possível contornar uma circunferência com um pedaço de barbante. Se esticássemos e medíssemos o comprimento do pedaço de barbante, encontraríamos a medida do comprimento da circunferência.

Traz atividade, utilizando objetos de forma circular onde se mede o comprimento e o diâmetro da circunferência dos objetos, anotando-os em uma tabela e fazendo a divisão do comprimento pelo diâmetro, encontrando aproximadamente o valor π.

História: Não há referência à história do número π **.**

15. DI PIERRO NETTO, Scipione. **Matemática em atividades**, 8ª série. São Paulo: Scipione, 2002. (p.225)

Introdução: Utilizando de figuras de estudante, medindo a roda de uma bicicleta e calculando o seu comprimento traz:

Comprimentos da Circunferência.

A razão entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro é uma constante cujo valor é o número irracional 3,141592654... representado por

π (π é a letra grega do alfabeto grego)."

História: Não há referência à história do número π**.**

16. CAVALCANTI, Luis G.; SOSSO, Juliana; VIEIRA, Fábio; ZEQUI, Cristiane. **Mais Matemática**, 7ª série. Editora Saraiva, 2001. (p. 94)

Introdução:

> Comprimento da Circunferência.
> Ao dividir o comprimento da circunferência pelo diâmetro de cada objeto, você provavelmente encontrou um número maior que 3 aproximadamente 3,14. Esse número é a aproximação do número π, indicado pela letra grega π. Assim: Comprimento da circunferência/medida do diâmetro= π"

História: Não há referência à história do número π**.**

17. BIGODE, Antonio Jose Lopes. **Matemática Hoje É Feita Assim,** 8ª série. São Paulo: FTD, 2000. (Indicado pelo PNLD). (p.55 e 56)

Introdução: "π o número mais famoso".

História: Apresentada no decorrer do capítulo "Usos de um número irracional". "O estudo das medidas em uma circunferência é bem antigo". Em seguida o autor escreve sobre a história de π na Bíblia (versículo 23: descrição de um tipo de reservatório de forma cilíndrica), explica o que é côvado e convida o aluno a encontrar o valor da constante π e traz um texto "Usos de um número irracional" dizendo:

> O estudo das medidas de uma circunferência é bem antigo. Na Bíblia, há referências à relação entre as medidas do comprimento e do diâmetro de uma circunferência. Numa passagem conta-se que o Rei Salomão mandou um artesão, de nome Hirão, especialista em peças de bronze, que fizesse alguns trabalhos num templo em Jerusalém, construído entre 1014 e 1007 a.C..
> No versículo 23 tem a descrição de um tipo de reservatório de forma cilíndrica: "*E ele passou a fazer o mar de fundição de dez côvados de uma borda à sua outra borda, circular em toda a volta, e sua altura era de cinco côvados e requeria um cordel de trinta côvados para circundá-lo em toda a volta" (côvado era a unidade do comprimento na época).* De acordo com a Bíblia, o comprimento da circunferência (c) é igual a três vezes a medida do diâmetro (d).
> No final do texto, antes das atividades, traz outro texto: "Aproximações de π na história da humanidade", dizendo:

A descoberta de que π é um número irracional só aconteceu no século XVIII. Uma vez que π é um número irracional, sua representação tem infinitas casas decimais que não se repetem e seu uso prático só é possível por meio de valores aproximados. A busca de um valor, o mais preciso possível, é tão antiga quanto a própria matemática. Num papiro egípcio, atribuído ao escriba Ahmes, o valor da área de um círculo é calculado a partir da fração 256/81, ou seja $\pi \approx 3{,}16$. (foto de trecho do papiro Rhind).

Os povos da Mesopotâmia antiga usaram $\pi = 25/8$ para calcular a área do círculo. Arquimedes, inventor e matemático grego (287-212 a.C), usou a fração 22/7 como valor constante para π. Indo um pouco mais longe, Arquimedes calculou o valor de π como um número que satisfaz a desigualdade $223/71 < \pi < 220/70$, construindo um polígono regular de 96 lados, que se assemelha ao círculo, e calculando a razão do perímetro desse polígono pelo diâmetro.

Traz figuras de polígonos regulares de 6, 12 e 24 lados.

Quanto maior o número de lados de um polígono, mais o seu perímetro se aproxima do comprimento da circunferência.

Geômetras chineses encontraram uma fração que dava um valor ainda mais preciso para π ($\pi = 355/113$). Foi somente em 1761 que o francês Lambert provou que π é um número irracional, ou seja, tem uma expansão decimal infinita e não-periódica.

18. IMENES E LELLIS – **Matemática**, 8ª série. São Paulo: Scipione, 1997. (p. 147-149)

Introdução:

Perímetro e área do círculo.

Depois de calcular perímetro e área de diversas figuras chegou o momento de tratarmos do círculo. O perímetro do círculo é dado por uma fórmula, talvez você se lembre dela: $p = \pi \, . \, d$ ou $p = 2\pi r$.

De onde será que vem o número π? Se você medir perímetro e diâmetro de vários círculos e, em cada caso, calcular a razão entre as duas medidas, deverá obter aproximadamente 3,14 sempre. O valor de π pode vir, então de experiências práticas. No entanto, é possível obter esse valor, com grande precisão, por meio de cálculos.

Podemos começar, calculando os perímetros dos hexágonos regulares inscritos em um círculo e circunscritos a ele.... Com esses cálculos, ... $3 < \pi < 3{,}464$. Para obter um valor mais preciso de π, devemos calcular perímetros de polígonos inscritos e circunscritos mais próximos do círculo....Assim se o polígono tiver 60 lados, obteremos:... $3{,}140 < \pi <$

> 3,144. Aumentando mais ainda o número de lados, podemos concluir que π ~ 3,141592.

História: No dicionário ilustrado, no final do livro, é apresentado um resumo da origem e da época em que alguns matemáticos (Arquimedes, Bhaskara, Descartes, Gauss, Galileu Galilei, Kepler, Pitágoras, Talles e Viète) viveram e sua principal descoberta. (p.318-348).

19. DI PIERRO NETTO, Scipione. **Matemática: Conceitos E Histórias**, 5ª série. São Paulo: Scipione, 1997. (p. 200-201).

Introdução:

> Perímetro de figura plana. Circunferência.
>
> Vamos considerar a circunferência:

Traz figura de uma circunferência de raio r e centro O.

> O raio é o segmento determinado pelo centro da circunferência e qualquer de seus pontos. O comprimento C de uma circunferência depende da medida do raio e é expresso pela relação: $C=2\pi r$, onde a letra grega π (pi) representa o número 3,14, que é um valor aproximado. Veja quanto vale π com mais algumas casas decimais; π = 3,141592...

História: Não há referência à história do número π**.**

20. DI PIERRO NETTO, Scipione. **Matemática: Conceitos E Histórias**, 8ª série. São Paulo: Scipione, 1997. (p.176-177)

Introdução: "Comprimento da circunferência".

Mostra uma curva e diz que:

> Para calcular seu comprimento, usando régua graduada, precisa dividi-la em vários arcos suficientemente pequenos para que possam ser considerados, aproximadamente, como segmentos e medindo cada um deles, somando suas medidas teremos uma avaliação aproximada do comprimento da curva.
>
> Podemos... utilizar para determinar o comprimento de uma circunferência, dividindo-a em um certo número n de partes iguais e substituindo cada um dos n arcos obtidos pelas cordas correspondentes:..., podemos obter uma aproximação razoável para o comprimento C da circunferência, a partir dos perímetros (2p) dos polígonos regulares de 4, 8, 16,... lados, em função do raio da circunferência: $l_4 \approx 1{,}41r \Rightarrow (2p_4) = 4.l_4 \Rightarrow (2p_4) \approx 5{,}64r$; ... $l_{16} \approx 0{,}39r \Rightarrow (2p_{16}) = 16.l_{16} \Rightarrow (2p_{16}) \approx 56{,}24r$. Esse valor está se aproximando de: $C \approx 6{,}28r$ ou $C \approx 3{,}14d$. O número 3,14 ou 3,1416 ou 3,14159... é

atualmente representado pela letra grega minúscula π (pi).

História: São apresentadas como suplemento, no final do livro, "Histórias para gostar de matemática" (p.1-20).

Sobre Arquimedes e o cálculo do número π (p. 6-7) traz o seguinte:

> Alexandria, cidade grega fundada por Alexandre Magno, foi onde floresceu o melhor da cultura grega e do vizinho Oriente. Aí viveu Euclides, de 330 a cerca de 275 a.C., que escreveu os Elementos, um tratado em 13 livros sobre geometria e teoria dos números.
>
> Não muito tempo após Euclides, chegava a Alexandria, para estudar e aperfeiçoar-se, um jovem nascido em Siracusa, na Sicília. Era Arquimedes, que viveu de 287 a 212 a.C. e que se tornou mais tarde um gênio da Matemática, da Física e grande construtor de máquinas e aparatos bélicos.
>
> Vamos nos limitar nesse texto aos trabalhos de Arquimedes que conduziram a um cálculo bem aproximado do número π. Arquimedes sabia que a razão entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro é um número constante, e que essa razão é sempre a mesma, qualquer que seja o tamanho da circunferência.
>
> Para calcular o número π, Arquimedes usou o método da exaustão. Esse método consistia em calcular o comprimento da circunferência por aproximação, utilizando polígonos inscritos e circunscritos à circunferência...
>
> Aumentando o número de lados do polígono, o seu perímetro vai se aproximando cada vez mais do comprimento da circunferência... o comprimento está compreendido entre os perímetros.
>
> Acompanhe o método que Arquimedes usou para o cálculo da razão C/2R. Num círculo de raio R, vamos inscrever e circunscrever um quadrado: $(r = \frac{1}{2},\ l = r\sqrt{2},\ l = \frac{1}{2}\sqrt{2})$. Se o quadrado circunscrito tiver lado unitário (1cm), o seu perímetro 2P será 4cm, e o perímetro do quadrado inscrito 2p será 2,8 cm...
>
> Sendo C o comprimento da circunferência, temos: 2p/l < C/2r < 2P/l. Arquimedes foi duplicando o número de lados dos polígonos inscritos e circunscritos, até obter uma figura de 96 lados. Nesse ponto, ele chegou às seguintes razões para os perímetros dos polígonos e o diâmetro da circunferência 2P/2r = 220/70 = 3,14286 e 2p/2r = 223/71 = 3,14085.
>
> Ou seja: 3,14085 < C/2r < 3,14286. Chamando essa razão constante C/2r de π temos 3,14085 < π < 3,14286. De fato: C/2r = π → C = 2πr. A aproximação usual do número π, hoje, é 3,1416, e daí pode-se ver como Arquimedes chegou perto.
>
> Há 100 anos, aproximadamente, o matemático William Shanks calculou π

> com 707 cifras decimais. Consta que levou 15 anos nesse trabalho e afinal enganou-se nas 100 ultimas cifras!
>
> Um computador calcula hoje com 10.000 decimais em alguns minutos. Se a humanidade tivesse tido mais cabeças como Arquimedes e menos guerras, a ciência teria avançado muito mais, e, provavelmente, o bom matemático William Shanks já disporia de um computador – no seu tempo – para não tomar 15 anos de sua vida, calculando as decimais do número π.

21. BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**, 5ª Série. São Paulo: Moderna, 1996. (Indicado pelo PNLD). (p. 219-220, 211-212)

Introdução:

> Circunferência.
>
> Com o auxilio de um compasso, vamos desenhar uma circunferência.

Traz figura da circunferência e definições dos elementos da circunferência.

> Comprimento da circunferência.
>
> Suponhamos que seja possível contornar a circunferência abaixo com um arame, que teria o mesmo comprimento do segmento AB.

Apresenta a figura da circunferência e do segmento AB e continua:

> Para medir o comprimento de uma roda de bicicleta e de uma latinha de refrigerante, podemos fazer uso de um barbante. Dividindo o comprimento da roda ou da latinha pela medida de seus respectivos diâmetros, obteremos, aproximadamente, o número 3,14.... Isso irá acontecer sempre que você dividir o comprimento de uma circunferência pela medida de seu diâmetro. Na verdade, esse quociente é o número decimal não exato 3,14159265..., que é representado pela letra grega π (lê-se “pi”).

História: Não há referência à história do número π**.**

22. BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**, 8ª Série. São Paulo: Moderna, 1996. (Indicado pelo PNLD). (p. 218-219)

Introdução:

> Unidade 19 - Medidas de arcos de uma circunferência.
>
> Comprimento de uma circunferência.
>
> Suponhamos que fosse possível contornar a circunferência abaixo com um fio. Esticando esse fio e medindo seu comprimento com uma régua, teríamos o valor aproximado do comprimento da circunferência.

Apresenta desenho da circunferência de raio (r) 1,5cm e comprimento (C) 9,42cm, e continua:

> Vamos agora calcular a razão entre o valor aproximado do comprimento da

circunferência e a mediada de seu diâmetro. Temos: Medida do raio: r = 1,5 cm; medida do diâmetro: d = 2.(1,5) => d = 3 cm; valor aproximado do comprimento da circunferência: C = 9,42 cm. Então : C / d = 9,42 cm / 3 cm => C / d = 3,14 => C / 2r = 3,14. Repetindo essas operações com outras circunferências, verificaremos que a razão entre o comprimento de uma circunferência e a medida de seu diâmetro é constante e aproximadamente igual a 3,14. Esse valor constante é representado pela letra grega π (lê-se "pi").

O número π, que indica essa razão é um número irracional, isto é, não existe nenhum número decimal, exato ou periódico que o representa. π = 3,141592653....

História: É apresentada no meio da Unidade:

O valor de π vem sendo pesquisado há mais de 3500 anos. No antigo Egito, os matemáticos inscreviam um polígono regular numa circunferência e calculavam o seu perímetro. Dobravam o número de lados e calculavam o perímetro do novo polígono. Tornavam a dobrar o número de lados e novamente calculavam o perímetro do polígono construído. Quanto mais eles dobravam o número de lados, maior era a aproximação entre o perímetro do polígono e o comprimento da circunferência.

Traz figuras dos polígonos regulares de 4, 8 e 16 lados inscritos na circunferência e,

No século III a.C., o matemático grego Arquimedes (287-212 a. C.), calculando os perímetros de dois polígonos regulares de 96 lados, um inscrito e outro circunscrito a uma circunferência, conseguiu demonstrar que o valor de π era um número compreendido entre 3,1408 e 3,1428.

No século II d.C., Ptolomeu conseguiu para π o valor de 3,1416.

No século XVI, o matemático holandês Ludolph Van Ceulaen (1540-1610) obteve para π um valor com 35 casas decimais.

Hoje, os computadores calculam o valor de π com centenas, milhares e até com milhões de casas decimais.

Atribui-se ao matemático suíço Leonhard Euler (1707-1783) o uso do símbolo π para representar a razão entre o comprimento de uma circunferência e a medida de seu diâmetro. (Foto de Leonhard Euler)

Indicando o comprimento de uma circunferência de raio r por C, temos: C/2r = π => C = 2πr.

Observação: Na prática, usamos o número π com apenas duas casas decimais, ou seja, 3,14.

23. NAME, Miguel Assis. **Tempo de matemática**, 5ª série. São Paulo: Editora do

Brasil, 1996. (p. 170 - 171)

Introdução: "Circunferência" (Definições de raio e diâmetro).

> Faça esta experiência.
>
> Material: a) um disco. b) fita métrica.
>
> Instruções:
>
> 1º. Contorne um disco com uma fita métrica.
>
> 2º. Meça o diâmetro do disco e anote o resultado.
>
> 3º. Divida essas medidas. Comprimento: diâmetro.
>
> Obteremos um quociente aproximado de 3,14. Esse importante número é representado pela letra grega π (lê-se: pi)".

História: Não há referência à história do número π**.**

24. NAME, Miguel Assis. **Tempo de matemática**, 8ª série. São Paulo: Editora do Brasil, 1996. (p. 183)

Introdução:

> Comprimento de uma circunferência.
>
> Um processo experimental: Vamos contornar a embalagem de uma pizza com um barbante, conforme mostra a figura. Ao esticarmos esse barbante, vamos obter um segmento de reta cujo comprimento é igual ao comprimento da circunferência.

Traz figura de uma criança medindo e continua:

> Meça depois o diâmetro. Ao dividirmos o comprimento da circunferência pelo diâmetro, vamos obter aproximadamente 3,14. Esse número é representado pela letra grega π (lê-se "pi"). Devemos lembrar que a razão acima não é exata, pois o número π que a representa é um número irracional. π =3,141592653....

História: Não há referência à história do número π**.**

25. REIS, Ismael. **Fundamentos da Matemática**, 5ª série. São Paulo: Moderna, 1996. (Indicado pelo PNLD). (p.159-160, 164)

Introdução: "A circunferência". Traz conceito e elementos da circunferência.

> Comprimento de uma circunferência: vamos assinalar sobre uma circunferência um ponto A. Em seguida, com o auxilio de um barbante, e saindo do ponto A, vamos contornar essa circunferência até chegarmos novamente ao ponto A. Vamos agora esticar o barbante. O comprimento do barbante, assim obtido, é equivalente ao comprimento da circunferência (C). Se aplicarmos o mesmo processo em circunferências de diferentes diâmetros, vamos como conseqüência obter 3 diferentes comprimentos. Se

fizermos a divisão entre os comprimentos (das circunferências) obtidos e os respectivos diâmetros, vamos curiosamente encontrar o mesmo resultado, que é aproximadamente 3,14. Esse número é representado pela letra grega π (lê-se "pi").

História: É apresentada no final do capítulo por meio de uma adaptação da revista do professor de matemática, números 6 e 10, com o título "O número π".

Há muito (cerca de 4 mil anos!), notou-se que o número de vezes em que o diâmetro está contido na circunferência é sempre o mesmo, seja qual for o tamanho dessa circunferência. Dito de outro modo: se uma circunferência tem comprimento **C** e diâmetro **D**, o quociente **C/D** é constante e aproximadamente igual a 3,141592, o qual se representa pela letra grega π. Os babilônios já tinham observado que o valor de π se situa entre 3+1/8 e 3+1/7, ou seja, 25/8 < π < 22/7. Em frações decimais, isso dá 3,125 < π < 3,142.

Em 1931, um cidadão americano de Cleveland, Ohio, publicou um livro afirmando que o valor exato de π seria 256/81, ou seja, 3,16. O curioso é que o valor 256/81 é o mesmo que foi obtido pelo escriba egípcio Ahmés, autor do famoso papiro de Rhind, escrito 2 mil anos antes de Cristo. Desde Arquimedes, que obteve o valor π = 3,1416, matemáticos têm se ocupado em calcular π com precisão cada vez maior.

O inglês William Shanks calculou π com 707 algarismos decimais exatos, em 1873. Em 1947, descobriu-se que o cálculo de Shanks errava no 527º algarismo (e portanto nos seguintes). Com auxilio dos computadores, em 1977, na França calculou-se π com 500 mil algarismos decimais exatos e, em 1974, nos EUA, com 10013395 algarismos exatos.

Mas, voltando-se às origens de π, desde quando tal número é representado por essa letra grega equivalente ao nosso "p"? Nos tempos antigos, não havia uma notação padronizada para representar o quociente entre a circunferência e o diâmetro.

Euler a princípio usava p ou c, mas, a partir de 1737, passou a adotar sistematicamente o símbolo π. A partir disso, todo o mundo o seguiu.

Existem, hoje, várias frases que são utilizadas com recurso de memorização do número π. Vejamos algumas:

E isso se pode observar nas frases seguintes, onde a quantidade de cada palavra fornece o algarismo correspondente.

"Não é sopa, ó amigo, encontrar o número certo que sirva".

3 1 4 1 5 9 1 6 5 3 5

"Sou o medo e pavor constante do menino vadio que dorme".

3 1 4 1 5 9 2 6 5 3 5

"Vai à aula, ó aluno, aprender um número usado nas artes".
3 1 4 1 5 9 2 6 5 3 5
"Ama a Deus e segue fielmente as lições dadas por Jesus Nazareno".
3 1 4 1 5 9 2 6 5 3 5 8

Essas frases mostram a preocupação dos autores com a memorização do número π, sem nenhuma relação com questões de ensino-aprendizagem.

26. REIS, Ismael. **Fundamentos da Matemática**, 7ª série. São Paulo: Moderna, 1996. (Indicado pelo PNLD). (p.1 - 2)

Introdução: "O conjunto dos números reais". Apresenta os conjuntos numéricos naturais, inteiros e racionais e sobre os irracionais diz:

> Os números irracionais: Todo número que pode ser colocado na forma a/b, em que a Є Z e b Є Z*, é chamado de número racional.

Cita exemplos de números racionais e depois diz:

> Existem, entretanto, números que não podem ser escritos na forma a/b, em que a Є Z e b Є Z*, tais números são chamados de números irracionais. Cita exemplos e entre eles: Um número irracional importante é o número π, resultado da razão entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência e que tem como valor: π = 3,141592654....

História: Não há referência à história do número π**.**

27. REIS, Ismael. **Fundamentos da Matemática**, 8ª série. São Paulo: Moderna, 1996. (Indicado pelo PNLD) (p.213 - 214).

Introdução: Idem ao livro 25.

História: Não há referência à história do número π**.**

28. MALVEIRA, Linaldo. **Matemática Fácil**, 6ª série. São Paulo: Ática,1995. (p. 230-235)

Introdução:

> Circunferência e círculo.
> 1)Conceituando circunferência e círculo.
> 2)Elementos da circunferência.
> 3)Comprimento da circunferência:
> Vamos medir com um barbante o comprimento e o diâmetro das circunferências

Traz figuras de 3 diferentes circunferências e continua:

> Primeiro, ajustamos o barbante sobre a circunferência e cortamos na

medida exata. Depois esticamos o barbante e, com uma régua, determinamos o seu comprimento. Esse é o comprimento (aproximado) da circunferência.

Podemos montar uma tabela:

Circunferências	Medidas do comprimento da circunferência (c).	Diâmetro (d)	Razão (c/d)
1			
2			
3			

Em matemática, indicamos essa razão constante pela letra grega pi, que é representada pelo símbolo π (π = 3,1415...).

História: Não há referência à história do número π **.**

29. MALVEIRA, Linaldo. **Matemática Fácil**, 7ª série. São Paulo: Ática,1995. (p.13)

Introdução:

Números irracionais.

O que são números irracionais?

Todo número em que a parte decimal é finita ou infinita e periódica pode ser escrito na forma a/b, com a e b inteiros e b ≠ 0.

Traz exemplos de números racionais e continua...

E se a parte decimal de um número for infinita e não periódica, como escrevê-la em forma de fração? Exemplos: $\sqrt{2}$ e o número π, utilizado no cálculo do comprimento da circunferência (c = 2 π r).

O número π também é irracional. Veja: π = 3,14159265.... Todo número que tem uma representação decimal infinita e não periódica é um número irracional.

História: Não há referência à história do número π **.**

30. MALVEIRA, Linaldo. **Matemática Fácil**, 8ª série. São Paulo: Ática,1995. (pp.164 - 165)

Introdução:

Medida do comprimento da circunferência.

Podemos medir o comprimento de uma circunferência utilizando barbante e régua. Observe:

Traz figuras de 3 circunferências e continua:

São dadas 3 circunferências de raios diferentes. Ajustando um pedaço de barbante sobre cada uma delas, podemos cortá-lo na medida do comprimento da circunferência. Com o auxilio de uma régua, determinamos a medida linear do segmento correspondente ao comprimento de cada circunferência, registrando os dados obtidos em uma tabela, observamos que a razão c/d é constante e seu valor se aproxima de 3,141592653.... essa razão constante é indicada pela letra grega π (PI). Assim, $\pi \approx$ 3,1415926.... Como d = 2r, podemos escrever: c/d = c/2r = π . Daí, c = 2 π r.

História: Não há referência à história do número π **.**

31. SILVEIRA, Ênio; Marques Cláudio. **Matemática**, 5ª Série. São Paulo: Moderna, 1995. (Indicado pelo PNLD). (p.246, 252-253).

Introdução:

Comprimento da circunferência.

Pedro brinca num monociclo cuja roda tem 40 cm de diâmetro. Pergunta-se: cada volta completa da roda desse monociclo corresponde na horizontal a quantos centímetros?

Experimentalmente, é fácil responder essa pergunta. Envolva a roda com um barbante bem ajustado. Marque o início e o fim dessa volta no barbante. Estique o barbante e meça o comprimento. Você terá obtido o comprimento da circunferência correspondente à roda. Medindo essa dimensão, você encontrará aproximadamente 125,6 cm, que é um valor um pouco superior a 3 vezes o seu diâmetro.

Vamos aprender agora como determinar esse comprimento por um processo não experimental. Você deve ficar a par de uma antiga descoberta matemática: Dividindo o comprimento de uma circunferência (C) pela medida de seu diâmetro (D), encontramos sempre um valor aproximadamente igual a 3,14. O número 3,141592... corresponde em matemática à letra grega π (lê-se “pi”), que é a primeira letra da palavra grega perímetro. Costuma-se considerar π = 3,14... C = 2 π r.

História: Não há referência à história do número π **.**

32. SILVEIRA, Ênio; Marques Cláudio. **Matemática**, 7ª Série. São Paulo: Moderna, 1995. (Indicado pelo PNLD). (p.8)

Introdução:

Números irracionais (I).

Exemplo: π =3,14159265... observe que ele tem representação decimal infinita e não periódica. Números com essas características são chamados números irracionais. Os números irracionais não podem ser escritos na forma de fração. Alguns números irracionais são identificados, por símbolos especiais, por exemplo 3,14159265...= π (lê-se pi) e 2,71828182... = e (lê-se número e).

História: Apresentada no final do texto, como curiosidade:

O número π (pi).

Há muitos anos, os egípcios descobriram que a razão entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro é a mesma para qualquer circunferência.

É essa razão que hoje chamamos de π. A determinação do valor exato de π foi um desafio para os matemáticos, durante séculos. Sabemos, hoje, tratar-se de um número irracional aproximadamente igual a 3,1416.

33. SILVEIRA, Ênio; Marques Cláudio. **Matemática**, 8ª Série. São Paulo: Moderna, 1995. (Indicado pelo PNLD) (p.238 – 240, 245).

Introdução:

Comprimento da circunferência.

Consideremos a circunferência de raio igual a 1,5cm" (desenho da circunferência). "Podemos na prática determinar aproximadamente o comprimento da circunferência, envolvendo-a com um cordão e, a seguir, efetuando a medida do mesmo. Tomemos agora 3 circunferências de raios 1 cm, 1,5 cm e 2,0 cm, e seus comprimentos determinados de modo aproximado.

Traz o desenho das circunferências e suas respectivas medidas e continua:

Determinando as relações entre os comprimentos das circunferências e seus respectivos diâmetros, obteremos: C/d = C/2r ≈ 3,14... Representamos essa constante pela letra grega π (lê-se "pi").

História: Apresentada no final do capítulo, como curiosidade:

A determinação do valor exato de pi foi meta dos matemáticos ao longo dos séculos. Há 3500 anos, os egípcios já chegavam ao valor 3+1/6, aproximadamente 3,16, um avanço sobre os babilônios, que aceitavam o número 3 como valor correspondente a pi.

Arquimedes (século III a.C.), famoso matemático da Grécia, concluía após exaustivos cálculos, que pi era um número situado entre 3,1408 e 3,1428.

Ptolomeu (século III d.C.), matemático que viveu em Alexandria, no Egito, determinou o valor de π como sendo 377/120, um valor ainda melhor que Arquimedes.

Foram muitos os matemáticos que buscaram uma melhor aproximação para esse número fascinante ao qual Leonhard Euler (1703-1783) representou com o símbolo π.

Hoje, a um simples toque numa tecla de computador, podemos determinar com precisão infinita um valor aproximado para π.

> No Palais de la Découvert, em Paris, numa das salas do pavilhão de matemática, existe o valor de π, escrito em volta de toda sala, com 731 decimais.
> Existem, também, os artifícios mnemônicos para a escrita dos algarismos do π: A quantidade de letras de cada palavra fornece o algarismo correspondente.
> "Ama a Deus e segue fielmente as lições dadas por Jesus Nazareno."
> "Sou o medo e pavor constante do menino vadio, bem vadio."
> "Que j´aime à faire connaître ce nombre utile aux sages!"
> "Yes I have a Number!"

34. IEZZI Gelson, DOLCE Osvaldo, MACHADO António. **Matemática e realidade**, 8ª. Série. São Paulo: Atual, 1991. (p. 185-188)

Introdução:

> Comprimento da circunferência.
> Tomando um pedaço de arame de 2 m e, colocando na forma de uma circunferência, verificamos que o diâmetro é d = 31,8 cm (aproximadamente). Se desejássemos obter uma circunferência de 50 cm de diâmetro, qual deveria ser o comprimento do arame? Em outras palavras, se o diâmetro é 50 cm, qual é o comprimento da circunferência?
> Antes de responder, procuremos compreender a noção matemática do comprimento de uma circunferência. Para isso, calculamos os perímetros de alguns polígonos regulares inscritos e circunscritos numa circunferência de diâmetro 50 cm (portanto, raio = 25 cm).

Traz a tabela dos resultados e:

> (...) perímetro de um polígono inscrito (2p)...perímetro de um polígono circunscrito (2p')...valor C que é chamado comprimento da circunferência...diâmetro (2r)....Notamos que: 2p/2r < 2p'/2r. Tomando polígonos com número de lados muito grandes, essas razões serão aproximadamente iguais a um número irracional 3,141592... denominado número π (leia: "pi")....Concluímos que: C/2r = π.

História: Não há referência à história do número π**.**

35. ANDRINI, Álvaro. **Praticando Matemática**, 5ª série. Editora do Brasil S/A, São Paulo, 1989. (p.230)

Introdução:

> Comprimento da circunferência.
> Para você ter noção de como se calcula o comprimento de uma

> circunferência, faça a seguinte experiência: utilizando uma roda de madeira e fita métrica, contorne a roda com a fita, anotando o resultado dessa medida. Meça o diâmetro da roda, anotando o resultado dessa medida. Divida essas medidas.

Mostra a figura de uma criança fazendo a experiência e continua:

> Se você fez corretamente, obteve como quociente aproximado o número 3,14. Esse valor é representado pela letra grega π (lê-se: pi). Então, o comprimento de uma circunferência C, dividido pela medida do diâmetro d, é o número π.

História: Não há referência à história do número π **.**

36. ANDRINI, Álvaro. **Praticando Matemática**, 8ª série. Editora do Brasil S/A, São Paulo, 1989. (p.244)

Introdução:

> Comprimento da circunferência
> Coloque um disco sobre uma mesa e com um barbante dê a volta completa no mesmo. A seguir, estique o barbante e meça o seu comprimento. Calculando a razão entre as medidas do barbante e do diâmetro do disco, vamos ter aproximadamente 3,14. Esse número é representado pela letra grega π (lê-se pi). Então: $C/2R=\pi$ ou $C= 2\pi R$.

História: Não há referência à história do número π **.**

37. BEZERRA, Manoel Jairo; BEZERRA, Roberto Zaremba; SCHWARZ, Otto. **Geometria 1**. Ministério da Educação e Cultura, Rio de Janeiro, 1985. (p.217)

Introdução: “Medição da circunferência. π”.

“Dadas as circunferências C(O,r)”. Mostra figuras de circunferências de raios 1, 3, 5 e 10 centímetros e tabela com as medidas dos raios, diâmetros e comprimentos das circunferências da figura e as razões entre as medidas do comprimento da circunferência pelo diâmetro e conclui dizendo:

> Esse quociente constante (que é um número irracional) é representado pela letra grega π (lê-se pi). Assim: π = comprimento da circunferência/diâmetro, ou melhor: π =C/2r.

História: Não há referência à história do número π **.**

38. GIOVANNI**,** José Ruy, CASTRUCCI**,** Benedito. **A conquista da matemática: teoria, aplicação**, 5ª série. São Paulo: FTD, 1985. (p.174)

Introdução:

A circunferência.

Usando um compasso, pode-se facilmente desenhar uma circunferência.

Descreve os elementos da circunferência e as letras que vão representá-los, utilizando de uma figura de circunferência). Em seguida, mostra outra figura para demonstrar o comprimento de uma circunferência (C) e:

Quando dividimos a medida C de uma circunferência pela medida D do seu diâmetro, vamos obter sempre um quociente aproximado de 3,14....Em Matemática, costuma-se representar o número 3,14 pela letra grega π (pi). Então C = 2 X π X r.

História: Não há referência à história do número π **.**

39. GIOVANNI**,** José Ruy, CASTRUCCI**,** Benedito. **A conquista da matemática: teoria, aplicação**, 8ª série. São Paulo: FTD, 1985. (p. 176-178)

Introdução:

Medida da circunferência. Consideremos o seguinte problema: Uma pista circular tem 10 m de raio. Uma pessoa, partindo de um ponto A qualquer, dá uma volta completa na pista. Nessas condições, quantos m a pessoa terá andado? Para resolver o problema, devemos calcular o comprimento da circunferência que, no chão, representa a pista circular.

Mostra como calcular esse comprimento por um processo experimental e pelo processo dos perímetros chegando na definição de π e continua:

A constante C/2r é um número irracional de valor 3,1415692..., que é indicado pela letra grega π (pi), e se escreve: C/2r = π => C = 2r . π => C = 2 π r.

Observação: O número irracional π é transcendente e, usualmente, consideramos π = 3,14 (por falta) ou π = 3,1416 (por excesso).

História: Antes da introdução é apresentado o seguinte texto para leitura: “O número irracional π (pi)”. (Fotos de Arquimedes e computadores).

Quando tentamos escrever o número π (pi) na forma decimal, verificamos que nunca encontramos o seu valor exato, por mais que sejam as casas decimais com que o calculamos.

A busca ao valor decimal ao número π é uma das grandes páginas da história da matemática. Lendo o Antigo Testamento da Bíblia, verificamos que os hebreus já conheciam o número π, ao qual atribuíam o valor 3. Já Arquimedes atribuía para π o valor intermediário entre 3+1/7 e 3+10/77.

Um papiro egípcio chamado Papiro de Ahmes, de cerca de 1500 anos antes de Cristo, nos mostra que os matemáticos egípcios utilizavam o π como sendo 3,16.

Hoje, podemos encontrar esse valor, medindo com um barbante os perímetros dos contornos de diversas garrafas e, em seguida, dividindo-os pelos diâmetros respectivos dessas garrafas.

Sabe-se que um matemático chinês por volta de 480 depois de Cristo chegou a um resultado intermediário dos valores 3,1415926 e 3,1415927. Esse resultado obtido é surpreendente, levando-se em conta a época em que foi calculado.

Entre os matemáticos árabes, destaca-se o cálculo feito por Al kashi, por volta de 1430, quando escreveu o número π com 16 casas decimais.

Na Europa, no período de 1600 a 1700, surgiu o cálculo de π com 30 casas decimais. Finalmente, dois cientistas americanos, empregando um computador, escreveram o número π com até 100000 casas decimais, cálculo esse que o computador levou 8 horas para fazer.

40. DI PIERRO NETTO, Scipione. **Matemática: conceitos e operações**, 8ª série, 1º grau: de acordo com os guias de São Paulo. São Paulo: Saraiva, 1982. (p.175 - 176)

Introdução: ”Comprimento da circunferência”.

Mostra uma curva e diz que, para calcular seu comprimento, usando régua graduada, precisa dividi-la em vários arcos suficientemente pequenos, para que possam ser considerados, aproximadamente, como segmentos e, medindo cada um deles, somando suas medidas, teremos uma avaliação aproximada do comprimento da curva.

Conceito: Para determinar o comprimento de uma circunferência de raio r, podemos dividi-la em um certo número n de partes iguais e substituindo cada um dos n de partes iguais, podemos substituir os arcos pelas cordas. Obtemos, assim, uma aproximação pelo perímetro do polígono regular inscrito de n lados.

Quando n se torna bastante grande, obtém-se um resultado razoável para o comprimento. Tomando o número n de divisões sucessivamente iguais a 4, 8, 16, 32, 64, ... lados, podemos obter uma fórmula relativamente cômoda para os cálculos dos perímetro, já que se pode usar as fórmulas já demonstradas para o cálculo dos lados dos polígonos regulares de 4, 8, 16, 32,... lados:...

Conseqüência 1: Se dividirmos o comprimento de qualquer circunferência pelo seu diâmetro, encontraremos sempre o mesmo quociente

> (aproximadamente 3,14). Esse quociente... é representado pela letra grega π (pi). Nos cálculos elementares, consideramos: π =3,14. Entretanto, através de processos mais precisos, foi provado que π é um número irracional, podendo ser aproximado com quantas casas decimais desejarmos. O valor aproximado até a quarta casa decimal é π =3,1416.

História: Não há referência à história do número π **.**

41. IEZZI Gelson, DOLCE Osvaldo, MACHADO António. **Matemática**, 8ª. Série. São Paulo: Atual, 1981. (p.188–190)

Introdução:

> Comprimento da circunferência.
>
> Tomando um pedaço de arame de 2 m e colocando na forma de uma circunferência, verificamos que o diâmetro é d = 31,8cm (aproximadamente). Se desejássemos obter uma circunferência de 50 cm de diâmetro, qual deveria ser o comprimento do arame? Em outras palavras, se o diâmetro é 50 cm qual é o comprimento da circunferência. Antes de responder, procuremos compreender a noção matemática do comprimento de uma circunferência. Para isso, calculamos os perímetros de alguns polígonos regulares inscritos e circunscritos numa circunferência de diâmetro 50 cm (portanto, raio= 25 cm).

Mostra a tabela dos resultados e:

> (...) perímetro de um polígono inscrito (2p)...perímetro de um polígono circunscrito (2p')...valor C que é chamado comprimento da circunferência...diâmetro (2r)....Notamos que: 2p/2r < 2p'/2r. Tomando polígonos com número de lados muito grandes, essas razões serão aproximadamente iguais a um número irracional 3,141592... denominado número π (leia: "pi")....Logo: C = 2πr.

História: Não há referência à história do número π **.**

42. SANGIORGI, Osvaldo. **Matemática: Introdução à informática**, 5ª série. São Paulo: Companhia Editora Nacional, sem data. (p. 124-125)

Introdução:

> Comprimento de uma circunferência.
>
> Como é que você mediria o comprimento de uma circunferência qualquer? Qual é seu perímetro?
>
> Você deverá levar em conta, o raio e o diâmetro (que equivale a dois raios).

O livro traz figura mostrando que o comprimento da circunferência vale um pouco mais do triplo do seu diâmetro.

Experimentalmente, é fácil você mesmo constatar: contorne, por exemplo, uma roda de bicicleta com um barbante que fique bem ajustado à sua periferia, e sobre uma régua graduada procure ler, com a melhor aproximação possível, o resultado dessa medida. A seguir divida o número encontrado na régua pela medida do diâmetro da roda e você encontrará para quociente, mais ou menos, o número 3,14.

Esse número é muito famoso em Matemática, pois não é racional (natural ou fracionário), sendo conhecido desde a Antiguidade. Recebe o nome de "pi", sendo representado pelo numeral π, que é uma letra do alfabeto grego.

História: Não há referência à história do número π **.**

43. SANGIORGI**,** Osvaldo. **Matemática: Introdução à informática**, 8ª série. São Paulo: Companhia Editora Nacional, sem data. (p.170-174)

Introdução:

Razão da medida do comprimento (C) da circunferência para a medida (2r) de seu diâmetro.

Essa razão é um número muito famoso que o acompanha desde a 5ª série.

Intuitivamente, seja uma roda qualquer sobre um certo suporte, cujo ponto de contato é o ponto P. Fazendo-a rodar até que P volte novamente a ser ponto de contato com o suporte, fica determinado um segmento (PP') cuja medida é o número C (medida-comprimento da circunferência). (O livro traz figura e exemplos com rodas de raios 2 cm e 3 cm e medidas da circunferência da Terra (aproximadamente 40003 km) e diâmetro (cerca de 12470 km))...

Então é sempre constante (3,14...) a razão entre a medida-comprimento (C) da circunferência e a medida (2r) de seu diâmetro. Tal constante é o famoso número "pi", indicado pela letra grega π.

Traz também o cálculo de π por métodos elementares: métodos dos perímetros ou de Arquimedes e métodos dos isoperímetros ou de Schwab.

História: É apresentada como "curiosidade":

As vinte primeiras casas de π são: 3,14159265358979323846... Na prática, empregamos nos problemas os valores aproximados: 3,14(por falta) ou 3, 1416 (por excesso). Você sabe hoje que π é um número irracional (não possui representação decimal exata nem periódica), mas durante muito tempo pensou-se que seria possível encontrar um valor exato (?). Um matemático, Shawks, é o campeão no cálculo de π; sem ajuda de máquinas conseguiu calcular 707 casas decimais. Desde 1950, com os computadores, foi possível calcular milhares de casas decimais, e isso em alguns segundos.

44. MARQUES, José Francisco Comenalli. **Matemática estudo orientado**, 1. IBEP, sem data. (p.210).

Introdução:

Comprimento de uma Circunferência:

Vamos imaginar três circunferências que possuam raios diferentes e chamemos esses raios de r_1, r_2, r_3, para distinguir um do outro

Traz figuras de 3 circunferências e:

Se supusermos essas três circunferências construídas com arame flexível, podemos estendê-las sobre uma mesa e medir seus comprimentos.

(...) Ao dividirmos esses comprimentos pelos respectivos diâmetros (dobro do raio), surpreendentemente encontramos um mesmo número que, aproximado até duas casas, é 3,14. O número 3,14, por ser de grande importância em Matemática, recebeu a denominação especial de π (letra grega). Para uma circunferência qualquer temos então C/2r ~3,14.

História: Não há referência à história do número π **.**

45. MARQUES, José Francisco Comenalli. **Matemática: estudo orientado**, 4. IBEP, sem data. (p.209-211)

Introdução:

Comprimento da circunferência:

Sejas duas circunferências C (0,r) e C' (0',r') , vamos inscrever em cada uma delas um polígono regular de n lados (figuras de dois polígonos regulares de 6 lados inscritos nas circunferências).

É evidente que os polígonos são semelhantes, onde os raios são proporcionais aos perímetros (verifique). Chamando p e p', os perímetros vêm: p/r=p'/r' que é o mesmo que: p/2r=p'/2r'. Se duplicarmos sucessivamente os lados dos polígonos regulares, vemos que os perímetros se aproximarão das medidas dos comprimentos das circunferências. Logo: C/2r = C'/2r.

Se repetirmos o mesmo raciocínio para um número qualquer de circunferências, verificamos que a razão entre a medida de seu comprimento(C) pela de seu diâmetro (2r) é constante e representado pelo conhecido número π .

Traz também o cálculo de π pelo método dos perímetros e termina dizendo:

(π) crescerá devagar, chegando a um valor aproximado correspondente a: 3,1415926535897932....Trata-se de um número irracional que possui uma infinidade de aplicações.

História: Não há referência à história do número π **.**

46. SANGIORGI**,** Osvaldo. **Matemática - Curso Moderno**, 3º volume para os ginásios. Companhia Editora Nacional, 1972. (p.9)

Introdução:

Os números Irracionais conhecidos na Aritmética e na Geometria; estrutura de ordem.

O famoso "pi", mais conhecido pelo numeral π, empregado na medida da circunferência desde a 1ª Série Ginasial, é um "antigo" número irracional, porque a sua representação decimal não é exata, nem periódica: π = 3,141592.....

Hoje, com computadores eletrônicos, conhecem-se mais de 100 000 casas decimais de π, que não se repetem em períodos iguais, nem "têm fim"!

História: Não há referência à história do número π **.**

47. SANGIORGI, Osvaldo. **Matemática - curso moderno**, 4º volume para os ginásios. Edições da Companhia Editora Nacional - Editado no Brasil, 1972. (pp.217-223)

Introdução:

Razão da medida do comprimento (C) da circunferência para a medida (2r) de seu diâmetro.

Essa razão é um número famosíssimo que, desde a 1ª série ginasial, o acompanha. Intuitivamente: Considerando-se uma roda qualquer sobre um certo suporte, cujo ponto de contato é o ponto P, e fazendo-a rodar até que P volte novamente a ser ponto de contato com o suporte, ficará determinado um segmento PP***,** cuja medida é o número C (medida-comprimento da circunferência).

Utiliza de figura para ilustrar e:

Assim, por exemplo, se numa certa unidade o raio da roda é 2, então a medida do segmento, com aproximação de 0,01, é o número 12,56 (verifique você mesmo esse resultado). A razão entre essa medida e o diâmetro da roda (4) é o número 12,56/4= 3,14.

O autor continua dando exemplo com o raio 3 e conclui:

"É sempre constante (3,14) a razão entre a medida-comprimento(C) da circunferência e a medida (2r) de seu diâmetro. Tal constante é o famoso número "pi", indicado pela letra grega π (letra inicial da palavra

$\pi\varepsilon\rho\iota\mu\varepsilon\tau\rho o\xi$, que equivale a periferia), sendo consideradas verdadeiras as seguintes sentenças C/2r=$\pi \leftrightarrow$ C=2r $\pi \leftrightarrow$ C=2πr. Como só possuímos valores aproximados de π(3,1415...) só obtemos valores aproximados de C. Na prática, emprega-se: π=3,14 (aproximação de 0,01 por falta) e π=3,1416 (aproximação de 0,0001 por excesso). Traz também métodos elementares para o cálculo de π: "Métodos dos perímetros, processo que Arquimedes (famoso matemático grego da antiguidade) utilizou e método dos isoperímetros."

História: Num texto denominado "Lembrete Amigo" são apresentadas as 20 primeiras "casas de π" dizendo que "na prática são empregados valores aproximados 3,14 (por falta) ou 3,1416 (por excesso).".

> Por longo tempo, foram muitos os calculadores de π que tentaram obter seu valor exato. Porém, isso é impossível, pois π é um número. O campeão do cálculo de π(sem o processo eletrônico) foi o matemático Shawks, que o exprimiu com 707 casas decimais! A partir de 1950, em plena era eletrônica, computadores de diversos centros de matemática dos EUA e da Europa começaram a calcular π com milhares de casas de aproximação. Hoje em dia, calcula-se π com aproximações fantásticas em apenas alguns segundos!

Traz também curiosidades e mnemônicas.

48. SANGIORGI, Osvaldo. **Matemática: curso moderno para os ginásios** – primeiro volume. Companhia Editora Nacional, 1969. (p. 301)

Introdução:

> Comprimento de uma circunferência.
> Como é que você mediria o comprimento de uma circunferência qualquer? Qual é seu "perímetro"? Agora, você deverá levar em conta, necessariamente, o raio ou o diâmetro (que equivale a dois raios):

O livro traz figuras de circunferências, mostrando o raio, diâmetro e que o comprimento da circunferência vale um pouco mais do triplo do seu diâmetro e:

> Experimentalmente, é fácil você mesmo constatar: contorne, por exemplo, uma roda de bicicleta com um barbante que fique bem ajustado à sua periferia e sobre uma régua graduada procure ler, com a melhor aproximação possível, o resultado dessa medida. A seguir, divida o número encontrado na régua pelo diâmetro da roda e você encontrará para quociente, mais ou menos, o número: 3,14....
> Esse número (que dá quantas vezes a circunferência contém o seu diâmetro) é o mais famoso em Matemática, pois não é natural nem decimal

(exato ou periódico). É conhecido, desde a antiguidade (egípcios, babilônios, gregos,...), e recebe o nome de "pi", sendo representado pelo numeral π, que é uma letra do alfabeto grego."

História: Não há referência à história do número π **.**

49. QUINTELA**,** Ary. **Matemática para a quarta série ginasial**. Companhia Editora Nacional. São Paulo, 1964. (p.160)

Introdução:

Medição da circunferência. Cálculo de π. Teorema fundamental. Fórmula de ratificação.

A razão entre o comprimento de uma circunferência qualquer e o diâmetro é constante. Demonstração: Consideremos duas circunferências de raios r e r' e comprimentos C e C',e os polígonos regulares convexos de n lados, inscritos e circunscritos nas circunferências

Traz ilustração e continua...

A razão constante da circunferência para o diâmetro é representada pela letra grega π (lê-se pi); assim, para qualquer circunferência, tem-se: C/2r= π .

Traz também o cálculo de π pelo método dos perímetros ou de Arquimedes

História: Não há referência à história do número π **.**

50. CALIOLI, Carlos; D' AMBRÓSIO, Nicolau. **Matemática para os primeiro e segundo anos dos ginásios**. Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1963. (p. 159)

Introdução:

Comprimento da circunferência.

Se déssemos um corte em um ponto de uma circunferência e a esticássemos, veríamos que ela contém, aproximadamente, 3,14 vezes o diâmetro. E isso acontece com qualquer circunferência. Por isso, esse número se tornou muito importante na matemática. É o número π (pi).

História: Não há referência à história do número π **.**

51. SANGIORGI**,** Osvaldo. **Matemática para a 1ª série ginasial**. Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1963. (p.186)

Introdução:

Determinação do comprimento de uma circunferência.

> Consideremos, por exemplo, uma roda de bicicleta. Contornemô-la com um barbante que fique bem ajustado à sua periferia e sobre uma régua procuremos ler, com a melhor aproximação possível, o resultado dessa medida. Dividindo-se esse resultado pelo diâmetro (2r) da circunferência, representada por essa roda, obteremos para quociente um número, não exato, de valor aproximado a 3,1415926.... Repetindo-se a experiência com outras circunferências representadas por outras rodas, ou arcos de barris, notaremos que os quocientes entre as medidas de seus contornos e dos respectivos diâmetros são sempre o mesmo, valendo aproximadamente 3,1415926.... Indicando por C o comprimento de qualquer circunferência e por 2R o seu diâmetro, temos que C/2R=3,1415926.... Esse número não exato, já conhecido dos antigos, é indicado com a letra “π”, que se lê “pi”, e pertencente ao alfabeto grego. Logo C/2R= π ou...

História: Não há referência à história do número π**.**

52. SANGIORGI**,** Osvaldo. Matemática – **Curso ginasial**, 4ª série. Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1961. (p.163-169).

Introdução:

> Razão da circunferência para o diâmetro.
>
> Teorema: Os comprimentos de duas circunferências são proporcionais aos comprimentos dos respectivos diâmetros....
>
> Conseqüência. A razão entre o comprimento de uma circunferência e o comprimento de seu diâmetro é constante, isto é, é sempre a mesma, quaisquer que sejam as circunferências.... Essa constante, que é um número irracional (*), foi indicada desde os gregos pela letra π (lê-se “pi”), e o seu valor aproximado com os nove primeiros algarismos decimais é: π = 3,141592653.... Logo C/2R = π.
>
> (*) Há uma distinção entre o número irracional π, e um número irracional da forma, por exemplo, $\sqrt{2}$, pois, enquanto o quadrado da $\sqrt{2}$ é o número racional 2, o quadrado de π continua sendo irracional. Daí o nome que se atribui ao número π de irracional transcendente, para distingui-lo dos outros irracionais.

Também traz observações sobre o número π e o cálculo de π pelo método dos perímetros ou de Arquimedes e pelo método dos isoperímetros ou de Schwab.

> Cálculo de π. Generalidades. Sendo π um número irracional, não é possível encontrar um valor exato para a sua representação decimal. Desse modo temos que nos contentar com valores aproximados, por falta ou por excesso**.**

Diz haver dois métodos elementares para o cálculo de π: Método dos isoperímetros ou de Schwab (Dada a circunferência, calcular o raio) e método dos perímetros ou de Arquimedes (Dado o raio, calcular a circunferência). Estuda somente o método dos perímetros.

História: Traz como observação:

> As vinte primeiras casas de π são: 3,14151592653589793238 46... Os calculadores de π estiveram por longo tempo, com esperança de obter um seu valor exato, depois de um certo número de algarismos. Foi Lambert que, em 1970, demonstrou não ser isso possível.
>
> A partir de 1947, os computadores electrônicos, dos diversos Centros de Matemática, da Europa e dos U.S.A., calculam π com milhares de casas, de aproximação, em alguns segundos.

53. STÁVALE, Prof. Jácomo. **Elementos de Matemática**, Primeiro Volume para a Primeira Série do Curso ginasial. Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1956. (p.191)

Introdução:

> Área do círculo.
>
> Para calcular a área de um círculo, multiplica-se o quadrado do raio pelo número π.
>
> Observação: π , letra grega que se lê pi, representa o número 3,14.

História: Não há referência à história do número π**.**

54. STÁVALE, Jácomo. **Quarto ano de matemática para o quarto ano do curso ginasial seriado das escolas normais**. Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1938. (p. 136-137)

Introdução:

> Corolário: A razão entre uma circunferência qualquer e o seu diâmetro é constante. Com efeito, sendo c e c’ duas © cujos raios são r e r’, tem-se que c/c’=r/r’:. c/d=c’/d’.Se a razão entre c e d e é igual à razão entre c’ e d’, segue-se que a razão entre uma circunferência qualquer e seu diâmetro é constante....Essa razão é um número incomensurável que se representa pela grega π. O valor de π com sete algarismos decimais é 3,1415926 (é um valor aproximado a menos de 0,0001 por excesso, aproximação suficiente para os exercícios de um curso ginasial).

História: Não há referência à história do número π**.**

55. F.T.D. Coleção. **Geometria Elementar com noções de agrimensura e de nivelamento segundo os programas oficiais**, Curso Médio. Livraria Paulo de Azevedo & C[a]. São Paulo, 1935. (p. 94-95)

Introdução:

> Teorema: A razão da circunferência para o diâmetro é um número constante.
> Sejam C e C' duas circunferências dadas, D e D' os diâmetros; podemos escrever a proporção seguinte: C/C'=D/D'; donde se tira, invertendo a ordem, dois meios, C/D=C'/D'. Essa última proporção mostra que o quociente de C por D é o mesmo que o de C'/D', e, por conseguinte, a razão da circunferência para o diâmetro é um número invariável. A razão da circunferência para o diâmetro é sensivelmente igual a 3,1416. Designa-se pela letra grega π, que se pronuncia pi.

História: Não há referência à história do número π.

56. STÁVALE, Jácomo. **Segundo Anno de Mathemática**, Para o segundo anno dos Cursos gimnasiaes seriados das Escolas Complementares annexas às Escolas Normaes. Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1932. (p.243)

Introdução:

> O que fizemos no parágrafo 116 (Razão entre a circunferência e o diâmetro) já foi feito de um modo mais simples e mais perfeito pelos mathemáticos. Empregando méthodos que, por enquanto, não podemos conhecer, elles calcularam a razão existente entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro, obtiveram o número 3,1415926535... e convencionaram representar esse número pela letra grega π (pi). Representando a circunferência pela letra c e o seu diâmetro pela letra d, teremos c ÷ d = π ;...:. c= 2πr (fórmula). Em nossos exercícios, tomaremos para valor de π, o número 3,1416 (aproximado a menos de 0,0001 por excesso).

História: Não há referência explícita à história do número π. Entretanto, quando o autor o define, faz referência aos matemáticos que empregavam métodos para calcular o π.

A seguir apresentaremos uma análise quantitativa da abordagem histórica do número π, indicando a freqüência com que ela aparece nos livros, de forma a apontar algumas tendências.

Tabela III: Livros que utilizam história do número π por período, referente ao PNLD.

Período	Antes PNLD (1925 a 1984)	Antes da Avaliação do PNLD (1985 a 1995)	Após a Avaliação do PNLD (1996 a 2006)
Livros consultados	17	12	27
Livros que utilizam a história de π	3	4	10
Porcentagem	18%	33%	37%

Os dados mostram que 14 (4 + 10) dos 39 (12 + 27) livros editados após o PNLD (1985 a 2006), ou seja, 36% fazem uso da história do número π, além de utilizarem métodos experimentais na obtenção do número; enquanto que dos 17 livros editados antes do PNLD (1925 a 1985), apenas 3, ou seja, 18 % usam a história quando se referem a esse número irracional.

As formas de apresentação do conceito de π são similares ao longo desse período, com mudanças significativas na linguagem, nos anos da matemática moderna[15] (Meados da década de 1960 a 1976). No período da matemática moderna, observa-se uma linguagem mais simbólica.

Observa-se o que Chervel (1990, p. 203-204) chama de "vulgata", pois as apresentações do conceito nos livros de uma determinada época são muito semelhantes umas das outras.

Para Lopes (2005), o livro didático de Matemática nunca incorporou, por completo, as recomendações das tendências pedagógicas da área, a não ser aquelas determinadas pela tendência formalista clássica e pelo Movimento da Matemática Moderna.

Mas as várias tendências de ensino, segundo Fiorentini (1995, apud Lopes 2005, p.58) são passíveis de serem verificadas em muitos livros, sendo que cada uma trouxe uma contribuição para o estilo que esses apresentam. Da tendência empírico-ativista, encontra-se a unificação das Matemáticas e a presença de figuras, atividades experimentais, jogos. Da formalista moderna, verificamos a organização,

[15]Foi nos anos 60 que o ensino de Matemática no Brasil, e também em outros países, sofreu a influência do chamado **Movimento da Matemática Moderna**, que buscava aproximar a Matemática desenvolvida na escola básica com a Matemática produzida pelos pesquisadores da área. Como conseqüência, as propostas defendidas pelo movimento enfatizam as estruturas algébricas, a teoria dos conjuntos, a topologia, as transformações geométricas, entre outras. (DUARTE e SILVA, 2006, p.88).

a simbologia da Teoria dos Conjuntos e o predomínio da Álgebra. Em relação à tendência tecnicista, o livro didático herdou, em parte, a forma de apresentação de exercícios, enquanto que da tendência construtivista, algumas atividades, facilitadoras para desencadear conflitos cognitivos e promover abstrações, são encontradas.

No caso da História da Matemática, observamos uma variação na incorporação pelos livros ao longo do tempo. Dos três livros que utilizam a história para o ensino de π antes do PNLD, isto é, antes de 1985, o fazem como observação, curiosidade ou lembrete. Após o Programa, há um aumento da utilização da história no ensino de π, mas continua sendo abordada da mesma forma, em "box" separado, no final do capítulo, como leitura complementar, desvinculada do contexto.

Somente depois da avaliação do PNLD, ou seja, após 1995, alguns livros abordam a história como recurso para levar o aluno a aprender o conceito do número π, trazem também, além da história linear de π, outras histórias, tais como: biografias e descobertas de alguns matemáticos em dicionários de matemática no final do livro e outros textos que mostram a utilização do número π (Engrenagens e Arquimedes e a coroa falsificada), tentando com isso contextualizar o ensino desse conceito. Isso deve ter ocorrido devido ao fato de o edital de convocação para inscrição no processo de avaliação e seleção de obras didáticas ter incluído um item de avaliação, contemplando a presença da historicidade do conhecimento e também pela significativa contribuição dada pela área de História da Matemática.

Esses dados vão ao encontro das observações de Baroni e Nobre (1999, apud Peters, 2005) de que a Educação Matemática, de tempos em tempos, incorpora alguns componentes novos que visam fornecer instrumentos metodológicos que possam ser utilizados pelo professor, em suas atividades didáticas.

A história seria um desses novos componentes. No entanto, os autores incorporam em seus textos, às vezes, de forma artificiosa, essas novas tendências para contemplar as orientações contidas em documentos oficiais, tais como os PCN, o PNLD e resultados de pesquisa em história da matemática, além da motivação própria de cada um, sem, no entanto, uma compreensão aprofundada dos objetivos dessa inserção.

Quanto à abordagem da história do número π, considerando as categorias definidas por Pessoa Jr. (1996), a tabela V traz uma sistematização dos resultados da análise.

Tabela IV - Categorias de análise das abordagens históricas encontradas nos livros didáticos

Livro	Ênfase dada à história do π	Local	Categoria de análise
1. BONJORNO & AIRTON. 7ª série, 2006.	Traz as contribuições feitas através dos séculos para a obtenção do valor aproximado de de π	Sessão e Rodapé	História Internalista de longo prazo
2. BONJORNO & AIRTON. 8ª série (9º ano) 2006.	Não há referência à história	-	-
3. DANTE, Luiz Roberto. 5ª série. 2005.	Traz os diferentes valores de π utilizados ao longo dos séculos	Sessão	História Internalista de longo prazo
4. DANTE, Luiz Roberto. 7ª série. 2005.	Não há referência à história		-
5. ANDRINI; ZAMPIROLO. 7ª Série. 2002.	Faz referência ao uso de π na antiguidade, da relação C = 3. d para calcular a medida do comprimento de uma circunferência e aos valores utilizados.	Rodapé	História Internalista de longo prazo
6. DANTE, Luiz Roberto. 6ª série. 2002.	Não há referência à história	-	-
7. DANTE, Luiz Roberto. 8ª série. 2002.	Não há referência à história	-	-
8. GRASSESCHI, Maria C. 7ª série, 2002.	Não há referência à história	Final do Texto	-
9. GRASSESCHI, Maria C. 8ª série, 2002.	Não faz referência à história	Final do Texto	-
10. GUELLI, Oscar. 7ª série. 2002.	Apresenta os valores de π ao longo dos tempos e como Arquimedes calculou a razão entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro.	Final do Texto	História Internalista de longo prazo e história de um perfil epistemológico de um grande matemático-Arquimedes

Livro	Ênfase dada à história do π	Local	Categoria de análise
11. GUELLI, Oscar. 8ª série. 2002.	Traz um "Pequeno Dicionário Informal de Matemática e de sua história", contendo os feitos de alguns matemáticos, mas não especificamente a história do π .	Final do livro	História Internalista de longo prazo
12. IMENES E LELLIS. 7ª série. 2002.	Não faz referência à história	Final do Capítulo	-
13. IMENES E LELLIS. 8ª série. 2002.	Traz as diferentes formas de obtenção e uso do π pelos povos antigos e as suas aplicações.	Final do Capítulo	História externalista ou social da ciência
14. DI PIERRO NETTO, Scipione. 5ª série. 2002.	Não faz referência à história	-	-
15. DI PIERRO NETTO, Scipione. 8ª série. 2002	Não faz referência à história	-	-
16. CAVALCANTI, Luis G.; SOSSO, Juliana; VIEIRA, Fábio; ZEQUI, Cristiane. 7ª série. 2001.	Não faz referência à história	-	-
17. BIGODE, Antonio Jose Lopes. 8ª série, 2000	Traz as diferentes formas de obtenção e uso do π pelos povos antigos e as suas aplicações.	No decorrer do Capítulo	História externalista ou social da ciência
18. IMENES E LELLIS. 8ª série. 1997.	Apresenta um resumo da origem e da época em que alguns matemáticos viveram e suas descobertas. Não traz especificamente a história do π .	Final – Dicionário Ilustrado	-
19. DI PIERRO NETTO. 5ª série. 1997.	Não faz referência à história	-	-
20. DI PIERRO NETTO. 8ª série. 1997.	Mostra como Arquimedes calculou o número π .	Final do Livro	História de um perfil epistemológico de um grande matemático- Arquimedes

Livro	Ênfase dada à história do π	Local	Categoria de análise
21. BIANCHINI, Edwaldo. 5ª Série. 1996.	Traz a história do metro e dos padrões de medidas, mas não a história do π .	-	-
22. BIANCHINI, Edwaldo. 8ª Série. 1996.	Apresenta os diferentes valores de π na história	No meio	História internalista de longo prazo
23. NAME, Miguel Assis. 5ª série. 1996.	Não faz referência à história	-	-
24. NAME, Miguel Assis. 8ª série. 1996	Não faz referência à história	-	-
25. REIS, Ismael. 5ª série. 1996.	Traz os valores utilizados ao longo do tempo e regras de memorização do π .	Final do Capítulo	História internalista de longo prazo
26. REIS, Ismael. 7ª série. 1996.	Não há referência à história	-	-
27. REIS, Ismael.8ª série. 1996.	Não há referência à história	-	-
28. MALVEIRA, Linaldo. 6ª série. 1995.	Não há referência à história	-	-
29. MALVEIRA, Linaldo. 7ª série. 1995.	Não há referência à história	-	-
30. MALVEIRA, Linaldo. 8ª série. 1995.	Não há referência à história	-	-
31. SILVEIRA: MARQUES, 5ª Série. 1995.	Não faz referência à história	-	-
32. SILVEIRA; MARQUES. 7ª Série. 1995.	De forma muito sucinta diz que o π é um número histórico	Final do Texto como Curiosidade	-
33. SILVEIRA; MARQUES. 8ª Série. 1995.	Apresenta os diferentes valores de π na história	Final do Texto como Curiosidade	História internalista de longo prazo
34. **IEZZI,** DOLCE **e** MACHADO, 8ª. Série. 1991.	Não faz referência à história	-	-

Livro	Ênfase dada à história do π	Local	Categoria de análise
35. ANDRINI, Álvaro. 5ª série, 1989.	Não faz referência à história	-	-
36. ANDRINI, Álvaro. 8ª série, 1989.	Não faz referência à história	-	-
37. BEZERRA, BEZERRA, e SCHWARZ. Geometria 1. 1985.	Não faz referência à história	-	-
38. GIOVANNI e CASTRUCCI, 5ª série. 1985.	Não faz referência à história	-	-
39. GIOVANNI e CASTRUCCI, 8ª série, 1985.	Traz os valores de π utilizados ao longo dos tempos	Antes, Introdução	História internalista de longo prazo
40. DI PIERRO NETTO, Scipione. 8ª série, 1982.	Não faz referência à história	-	-
41. IEZZI, DOLCE e MACHADO 8ª. Série, 1981.	Não faz referência à história-	-	-
42. SANGIORGI, Osvaldo. 5ª série. Sem data.	Não faz referência à história	-	-
43. SANGIORGI, Osvaldo. 8ª série. Sem data.	Mostra a preocupação dos matemáticos em obter um número decimal exato para π .	Curiosidade	-
44. MARQUES, José Francisco Comenalli. 1. Sem data.	Não faz referência à história	-	-
45. MARQUES, José Francisco Comenalli. 4. Sem data.	Não faz referência à história	-	-
46. SANGIORGI, Osvaldo. 3º volume, 1972.	Não faz referência à história	-	-
47. SANGIORGI, Osvaldo. 4º volume, 1972.	Traz referências ao cálculo do número de casas decimais de π ao longo do tempo.	Lembrete Amigo	História Internalista de longo prazo
48. SANGIORGI, Osvaldo. Primeiro volume. 1969.	Não faz referência à história	-	-
49. QUINTELA, Ary. 1964.	Não faz referência à história	-	-

Livro	Ênfase dada à história do π	Local	Categoria de análise
50. CALIOLI, Carlos; D' AMBRÓSIO, Nicolau. 1963.	Não faz referência à história	-	
51. SANGIORGI, Osvaldo. 1963.	Não faz referência à história	-	-
52. SANGIORGI, Osvaldo. 1961.	Mostra a preocupação dos matemáticos em obter um número decimal exato para o valor de π .	Como Observação	-
53. STÁVALE, Jácomo. Primeiro Volume, 1956.	Não faz referência à história	-	-
54. STÁVALE, Jácomo. Primeiro Volume, 1938.	Não faz referência à história	-	-
55. F.T.D. Curso Médio, 1935.	Não faz referência à história	-	-
56. STÁVALE, Jácomo. Primeiro Volume, 1932.	Apresenta o número π como um número histórico	-	-

Para o número mais famoso de todos os tempos, dos 56 livros analisados, só 13, ou 23 % dedicam algum espaço para contar a sua história, sendo que desses, 10 (18%) trazem uma história internalista de longo prazo; 2 deles (3,6%) apresentam uma história externalista ou social da ciência - ao fazerem referências à sociedade da época e às necessidades do uso do π pelos vários povos - e outros 2 livros (3,6%) destacam a maneira como Arquimedes desenvolveu suas idéias e como chegou a um valor aproximado do número π .

Esses resultados corroboram a observação feita por Guelli (1993), quando afirma que as informações históricas sobre o π são, em geral, somente informações factuais e cronológicas, sem fundamentos para um entendimento da Matemática como uma Ciência que caminha com a própria história e cultura do homem.

A maior preocupação dos autores é mostrar o aumento do número de casas decimais obtidas ao longo do tempo, as aproximações alcançadas, não evidenciando, no entanto, como os matemáticos desenvolviam as suas idéias e porque era tão importante descobrir o valor exato de π .

Dois livros trazem mnemônicas sobre o π com o objetivo de auxiliar o aluno a memorizar o seu valor com muitas casas decimais, sem nenhum resultado prático, pois em geral, utiliza-se o valor 3,14. Muitos livros trazem a quantidade de casas decimais obtidas com auxílio de computadores ao longo do tempo, o que mostra a preocupação dos autores em apresentar o valor numérico do π. Entretanto, os números de casas decimais apresentados pelos autores divergem, especialmente os do século XX. Veja a seguir:

Livro	Origem	Período	Quantidade de casas decimais de π
1. Bonjorno & Airton. MATEMÁTICA fazendo a diferença- 7ª série (8º ano)- 1ª edição- FTD- São Paulo- 2006. (p.31).	Tóquio	1989	137 217 700 de dígitos.
3. Dante, Luiz Roberto. Tudo é Matemática. São Paulo: Atica, 2005. 5ª série, (p.253) e Ática, 2002. 6ª série, (p.282).	Irmãos Chudnovsky	1989	480 milhões de dígitos.
		Hoje	Bilhões de casas decimais.
13. Imenes e Lellis. Matemática para todos, 8ª série. São Paulo: Scipione, 2002. (p.259)	Irmãos Chudnovsky	1997	Pouco mais de 51 bilhões de casas decimais
20. Di Pierro Netto, Scipione. Matemática: conceitos e histórias. São Paulo: Scipione, 1997. 8ª série. (Suplemento, p. 6).	Japoneses	Hoje	10.000 decimais em alguns minutos
33. Silveira, Ênio; Marques Cláudio. Matemática. São Paulo: Moderna, 1995. 8ª. Série (p.245).	Um simples toque numa tecla de computador	Hoje	Precisão infinita
39. Giovanni, José Ruy, Castrucci, Benedito. A conquista da matemática: teoria, aplicação, 8ª série. São Paulo, FTD, 1985. (p.176).	Cientistas Americanos empregando um computador	Após 1700	100.000 casas decimais em 8 horas

Alguns livros fazem referência ao matemático francês Lambert que em 1761 provou que π é um número irracional: “Não havia mais o que fazer, pois para um engenheiro trabalhar com um valor de π, 4 casas decimais é suficiente. Para os cientistas, 10 ou 15 casas decimais bastam, mas mesmo assim “os calculadores de π” continuaram seu trabalho.” (IMENES E LELLIS, 2002, p.258)

Com exceção de Arquimedes, não há dados sobre a realização dos outros matemáticos, ou seja, a partir de qual problema eles buscavam calcular o π. A história cronológica pode ilustrar e mostrar a matemática como uma construção humana, mas não serve como estratégia didática para o ensino do π.

Uma idéia para trabalhar o número π, sem ser utilizando uma história internalista, nos é dada por Antonio José Bigode, em seu livro "Matemática Hoje É Feita Assim"**,** 8ª série. São Paulo: FTD, 2000. (Indicado pelo PNLD). Ele traz um capítulo exclusivo para o número π, fazendo com que o aluno "viaje" através de sua história, realizando cálculos. Somente depois que o valor de π é apresentado, o autor traz as várias utilizações de π (comprimento da circunferência, área do círculo, volume do cilindro).

Essa forma de abordagem vai ao encontro do que diz Spinoza (2007, apud Bencini, 2007) quando diz que é preciso preparar o aluno antes de se apresentar um conteúdo de modo que ele tenha uma concepção mínima do assunto a ser estudado, diferente do que tinha no início dos trabalhos.

Observamos que muitos dos livros analisados que utilizam da história são aprovados pelo PNLD. O edital de convocação para a inscrição no processo de avaliação e seleção de obras didáticas para os anos finais do ensino fundamental - PNLD/2008[16] (p.49) traz a seguinte orientação:

> Também não pode reduzir a História à identificação exclusiva a *datas e fatos, embora referenciais temporais e espaciais sejam fundamentais para que o aluno se localize em relação a sua e as outras sociedades*. É imperioso que evite *simplificações explicativas*, seja de cunho valorativo, processual, comparativo, ou teórico conceitual. Em vista da própria historicidade do conhecimento, e sua constante atualização, não é possível a identificação da história narrada a uma verdade absoluta, nem levar a uma outra simplificação que seria o "relativismo total" levando a desvalorização da construção dos conhecimentos – inclusive o científico, levando a construção de uma imagem da equivalência do saber a uma verdade individual.

Por sua vez, os Parâmetros Curriculares Nacionais apontam para a importância do contexto histórico:

> O contexto histórico possibilita ver a Matemática em sua prática filosófica, científica e social e contribui para a compreensão do lugar que ela tem no mundo (BRASIL, 2001, p. 19-20).

A pesquisa permite concluir que o conjunto das editoras deveria rever os seus livros, incluindo e/ou modificando a forma de apresentar a história da matemática,

---

[16] O edital pode ser encontrado no site:
ftp://ftp.fnde.gov.br/web/editais_licitacoes/edital_pnld_2008.pdf

sem ser baseada em fatos e datas, se tiverem intenção de seguir as orientações, tanto dos PCN como do PNLD.

Isso significa que não basta incorporar nos textos as recomendações para poder participar dos programas governamentais para o livro didático. Para Lopes (2005, p.60), os estudos e pesquisas mostram:

> (...) a necessidade de que o autor tenha conhecimento das várias concepções acerca do desenvolvimento da Matemática e da Matemática Escolar, de abordagens metodológicas e facilitadoras de recursos instrucionais e tendências da Educação Matemática e, na mesma proporção, das adversidades e conflitos da sociedade, para que sua obra, dentro do que permite um recurso instrucional impresso, auxilie o professor refletir sobre as suas concepções e sua prática escolar, para a promoção de uma educação crítica e transformadora.

Na tabela VI são reproduzidas as definições de π nos livros didáticos consultados e sua categorização. Observamos que a maioria dos livros foi categorizada como "número resultante de uma razão" e apenas os três últimos foram considerados como "Número Irracional".

Tabela V: Definição do conceito π por categorias.

Fonte	**Categoria: "Número resultante de uma razão"**
53- STÁVALE, Prof. Jácomo. **Elementos de Matemática**, Primeiro Volume para a Primeira Série do Curso ginasial. Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1956. (p.191)	"π , letra grega que se lê pi, representa o número 3,14."
Fonte	**Categoria: "Número Irracional"**
1- Bonjorno & Airton. MATEMÁTICA fazendo a diferença- 7ª série (8º ano)- 1ª edição- FTD- São Paulo- 2006. (Indicado pelo PNLD). (p.194).	"π é um número irracional igual a 3,1415926.... Foi o matemático Euler que, em 1737, representou o número pi pelo símbolo π."
29- Malveira, Linaldo. Matemática Fácil- 7ª série. São Paulo: Ática, 1995. (p.13).	"O número π também é irracional. Veja: π = 3,14159265.... Todo número que tem uma representação decimal infinita e não periódica é um número irracional. "

Fonte	Categoria: “Número Irracional”
32- Silveira, Ênio; Marques Cláudio. Matemática-7ª. Série. São Paulo: Moderna, 1995. (Indicado pelo PNLD). (p.8).	“Sabemos, hoje, tratar-se de um número irracional aproximadamente igual a 3,1416.”
Fonte	**Categoria: “Número resultante de uma razão”**
3 e 4- Dante, Luiz Roberto. Tudo é Matemática. São Paulo: Atica, 2005. (Indicado pelo PNLD). 5ª série, (p.238) e 7ª série, (p.39).	“O resultado da divisão da medida do comprimento da circunferência (C) pela medida do comprimento do diâmetro dá sempre um número próximo a 3, qualquer que seja a circunferência. Fazendo as medidas com muita precisão, o quociente passa um pouquinho de 3. Esse número, que não é racional, foi chamado de pi e seu símbolo é π. Nos cálculos, usamos para esse número valores aproximados, como por exemplo, 22/7, 31/7 ou 3,14.”
5- ANDRINI, Álvaro; ZAMPIROLO, Maria José C. de V. **Novo Praticando matemática,** 7ª. Série. São Paulo: Editora do Brasil, 2002. (Indicado pelo PNLD) (p.23)	“$\frac{C}{d} \cong 3$, porque no século XVII provou-se que este quociente constante é um número irracional. Ele é denotado pela letra grega π (lê-se “pi”), que é a inicial da palavra “contorno” em grego. π tem infinitas casas decimais e não apresenta período. π = 3,14159265... “
6 e 7- Dante, Luiz Roberto. Tudo é Matemática, São Paulo: Atica, 2002. (Indicado pelo PNLD). 6ª série (p. 267) e 8ª série (p.17).	“Comprimento da circunferência (C) / Diâmetro (d) = π (pi), com $\pi \simeq$ 3,14”.
8 e 9- GRASSESCHI, Maria Cecília C. PROMAT: Projeto Oficina de Matemática. São Paulo: FTD, 2002. (Indicado pelo PNLD). 7ª série (p.225) e 8ª série (p.195).	“A divisão do comprimento de uma circunferência por seu diâmetro resulta sempre no mesmo número, ou seja, é uma constante que se aproxima do valor 3,14159... Esse número é irracional e recebe o nome da letra grega π (pi). Em geral, usa – se o valor aproximado 3,14. “
10 e 11- Guelli, Oscar. Matemática. Uma aventura do pensamento. São Paulo: Ática, 2002. (Indicado pelo PNLD). 8ª série (p.250) e 7ª série (p.55).	“Um número um pouco maior que 3, hoje conhecido como pi e indicado pelo símbolo π. A razão entre o comprimento C de uma circunferência e o diâmetro 2r é a mesma para qualquer circunferência e é igual a π. O número π é irracional. Ao longo dos séculos, ele foi calculado com aproximação cada vez maior. Os valores aproximados... são 3,14 e 22/7.”

Fonte	Categoria: “Número resultante de uma razão”
12- Imenes e Lellis. Matemática para todos, 7ª série. São Paulo: Scipione, 2002. (Indicado pelo PNLD). (p.257)	“O quociente (ou a razão) entre o perímetro e o diâmetro da circunferência é aproximadamente 3,1. Esse quociente é tão importante que recebeu um nome. É indicado pela letra grega π (pi).”
13- Imenes e Lellis. Matemática para todos, 8ª série. São Paulo: Scipione, 2002. (Indicado pelo PNLD). (p.228)	“Como foi encontrado o número π? Se você medir, com algum cuidado, o perímetro e o diâmetro de vários círculos e, em cada caso, calcular a razão entre as duas medidas, deverá obter sempre 3,14, aproximadamente. Um valor aproximado de π pode vir, então, de várias medições práticas.”
14 e 15- Di Pierro Netto, Scipione. Matemática em atividade. São Paulo: Scipione, 2002. 5ª série (p.187) e 8ª série (p.225)	“A razão entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro é uma constante cujo valor é o número irracional 3,141592654... representado por π (pi é a letra grega do alfabeto grego).”
16- CAVALCANTI, Luis G.; SOSSO, Juliana; VIEIRA, Fábio; ZEQUI, Cristiane. Mais Matemática, 7ª série. Editora Saraiva, 2001. (p. 94)	“Comprimento da circunferência / medida do diâmetro = π”
17- Bigode, Antonio Jose Lopes. Matemática hoje é feita assim, 8ª série. São Paulo: FTD, 2000. (Indicado pelo PNLD). (p.58).	“Admitindo que a razão entre o comprimento (C) e o diâmetro (d) de uma circunferência é constante, temos: π = C/d. Mas se d = 2r, então: π = C/2r → C = 2πr.“
18- IMENES E LELLIS – Matemática, 8ª série. São Paulo: Scipione, 1997. (p.147)	“A razão entre as medidas do perímetro e diâmetro de um círculo é aproximadamente 3,14, valor aproximado de π. É possível obter o valor de π com grande precisão, por meio de cálculos (Perímetro de polígonos regulares inscritos e circunscritos a ele).”
19 e 20- Di Pierro Netto, Scipione. Matemática: conceitos e histórias. São Paulo: Scipione, 1997. 5ª série (p. 201) e 8ª série (p. 177).	“C=2πr, onde a letra grega π (pi) representa o número 3,14. 3,14 é um valor aproximado. Veja quanto vale π com mais algumas casas decimais; π =3,141592...”

Fonte	Categoria: "Número resultante de uma razão"
21 e 22- Bianchini, Edwaldo. Matemática, São Paulo: Moderna, 1996. (Indicado pelo PNLD). 5ª Série (p. 220) e 8ª Série (p. 218).	"... a razão entre o comprimento de uma circunferência e a medida de seu diâmetro é constante e aproximadamente igual a 3,14. Esse valor constante é representado pela letra grega π (lê-se "pi"). O número π, que indica essa razão é um número irracional, isto é, não existe nenhum número decimal, exato ou periódico, que o representa. π =3,141592653...."
23 e 24- Name, Miguel Assis. Tempo de matemática. São Paulo: Editora do Brasil, 1996. 5ª série (p. 170) e 8ª série (p.183).	"Faça esta experiência. Material: a) um disco. b) fita métrica. Instruções: 1º. Contorne um disco com uma fita métrica. 2º. Meça o diâmetro do disco e anote o resultado. 3º. Divida essas medidas. Comprimento: diâmetro. Obteremos um quociente aproximado de 3,14. Esse importante número é representado pela letra grega π (lê-se: pi)".
25- Reis, Ismael. Fundamentos da Matemática, 5ª série. São Paulo: Moderna, 1996. (Indicado pelo PNLD). (p.170).	"Se fizermos a divisão entre os comprimentos obtidos e os respectivos diâmetros de diferentes circunferências encontraremos o mesmo resultado, que é aproximadamente 3,14. Esse número é representado pela letra grega π (lê-se "pi")..."
26 e 27- Reis, Ismael. Fundamentos da Matemática. São Paulo: Moderna, 1996. (Indicado pelo PNLD). 7ª série (p.2) e 8ª série (p.183).	"Um número irracional importante é o número π, resultado da razão entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência e que tem como valor: π = 3,141592654...."
28 e 30- Malveira, Linaldo. Matemática Fácil. São Paulo: Ática, 1995. 6ª série (p.235) e 8ª série (p. 165).	"A razão c/d (medida do comprimento da circunferência (c) / medida do diâmetro(d)) é constante e seu valor se aproxima de 3,141592653.... Em Matemática, indicamos essa razão constante pela letra grega pi, que é representada pelo símbolo π (π = 3,1415...). "
31 e 33- Silveira, Ênio; Marques Cláudio. Matemática. São Paulo: Moderna, 1995. (Indicado pelo PNLD). 5ª. Série (p.253) e 8ª. Série (p.240).	"Dividindo o comprimento de uma circunferência (C) pela medida de seu diâmetro (D), encontramos sempre um valor aproximadamente igual a 3,14. O número 3,141592... corresponde em matemática à letra grega π (lê-se "pi"), que é a primeira letra da palavra grega perímetro. Costuma-se considerar π = 3,14".

Fonte	Categoria: "Número resultante de uma razão"
34- IEZZI Gelson, DOLCE Osvaldo, MACHADO António. Matemática e realidade, 8ª. Série. São Paulo: Atual, 1991. (p. 185-188)	"Tomando polígonos inscritos e circunscritos numa circunferência com número de lados muito grande, as razões entre seus perímetros e o diâmetro da circunferência serão aproximadamente iguais a um número irracional 3,141592... denominado número π (leia: "pi")."
35- Andrini, Álvaro. Praticando matemática, 5ª série. Editora do Brasil S/A, São Paulo- 1989. (p.230).	"... número 3,14. Esse valor é representado pela letra grega π (lê-se: pi). Então, o comprimento de uma circunferência C dividido pela medida do diâmetro d é o número π ."
36- Andrini, Álvaro. Praticando matemática, 8ª série. Editora do Brasil S/A, São Paulo, 1989. (p.244 e 245)	"Coloque um disco sobre uma mesa e com um barbante dê a volta completa no mesmo. A seguir, estique o barbante e meça o seu comprimento. Calculando a razão entre as medidas do barbante e do diâmetro do disco, vamos ter aproximadamente 3,14. Esse número é representado pela letra grega π (lê-se pi)... A razão acima não é exata, pois o número π que a representa é um número irracional. π =3,1415926... Na prática, usamos o π com o valor 3,14.".
37- Bezerra, Manoel Jairo; Bezerra, Roberto Zaremba; Schwarz, Otto. Geometria 1. Ministério da Educação e Cultura, Rio de Janeiro, 1985. (p.217)	"... Esse quociente constante (que é um número irracional) é representado pela letra grega π (lê-se pi). Assim: π = comprimento da circunferência/diâmetro..."
38- Giovanni, José Ruy, Castrucci, Benedito. A conquista da matemática: teoria, aplicação, 5ª série. São Paulo, FTD, 1985. (p. 174).	"Quando dividimos a medida C de uma circunferência pela medida D do seu diâmetro, vamos obter sempre um quociente aproximado de 3,14....Em Matemática, costuma-se representar o número 3,14 pela letra grega π (pi)."
39- Giovanni, José Ruy, Castrucci, Benedito. A conquista da matemática: teoria, aplicação, 8ª série. São Paulo, FTD, 1985. (p.178).	"... A constante C/2r é um número irracional de valor 3,1415692..., que é indicado pela letra grega π (pi), e se escreve: C/2r = π => C = 2 r. π => C = 2 π r. Observação: O número irracional π é transcendente e, usualmente, consideramos π = 3,14 (por falta) ou π = 3,1416 (por excesso)."

Fonte	Categoria: “Número resultante de uma razão”
40- DI PIERRO NETTO, Scipione. Matemática: conceitos e operações, 8ª série, 1º grau: de acordo com os guias de São Paulo. São Paulo: Saraiva, 1982. (p.176)	“Se dividirmos o comprimento de qualquer circunferência pelo seu diâmetro, encontraremos sempre o mesmo quociente (aproximadamente 3,14). Esse quociente... é representado pela letra grega π (pi). Nos cálculos elementares, consideramos: π =3,14. Entretanto, através de processos mais precisos, foi provado que π é um número irracional, podendo ser aproximado com quantas casas decimais desejarmos. O valor aproximado até a quarta casa decimal é π =3,1416.”
41- Iezzi Gelson, Dolce Osvaldo, Machado António. Matemática, 8ª. Série. São Paulo, Atual, 1981. (p.190).	“... perímetro de um polígono inscrito (2p)...perímetro de um polígono circunscrito (2p’)...valor C que é chamado comprimento da circunferência...diâmetro (2r)....Notamos que: 2p/2r < 2p’/2r. Tomando polígonos com número de lados muito grandes, essas razões serão aproximadamente iguais a um número irracional 3,141592... denominado número π *(leia: “pi”)....*Concluímos que: C/2r = π ”.
42 e 43- Sangiorgi, Osvaldo. Matemática: Introdução à informática. São Paulo, Companhia Editora Nacional, sem data. 5ª. série (p.125) e 8ª. série (p.171)	“... Então, é sempre constante (3,14...) a razão entre a medida-comprimento (C) da circunferência e a medida (2r) de seu diâmetro. Tal constante é o famoso número “pi”, indicado pela letra grega π ”.
44- Marques, José Francisco Comenalli. Matemática estudo orientado, 1. IBEP, sem data. (p.210)	“... Ao dividirmos esses comprimentos pelos respectivos diâmetros (dobro do raio), surpreendentemente encontramos um mesmo número que aproximado até duas casas é 3,14. O número 3,14, por ser de grande importância em Matemática, recebeu a denominação especial de π (letra grega). Para uma circunferência, qualquer temos então C/2r $\underset{\sim}{}$3,14.”
45- Marques, José Francisco Comenalli. Matemática estudo orientado, 4. IBEP, sem data.	“...para qualquer circunferência, verificamos que a razão entre a medida de seu comprimento(C) pela de seu diâmetro (2r) é constante e representado pelo conhecido número π .” Traz o cálculo de π pelo método dos perímetros e termina “(π) crescerá devagar chegando a um valor aproximado correspondente a: 3,1415926535897932.... Trata-se de um número irracional que possui uma infinidade de aplicações).”

Fonte	Categoria: “Número resultante de uma razão”
46 e 47- Sangiorgi, Osvaldo. Matemática Curso Moderno, 3º (p.9) e 4º (p.221-223) volume para os ginásios. Companhia Editora Nacional, 1972.	“... é sempre constante (3,14) a razão entre a medida-comprimento(C) da circunferência e a medida (2r) de seu diâmetro. Tal constante é o famoso número “pi”, indicado pela letra grega π (letra inicial da palavra περμρέρεια, que equivale à periferia)”
48- Sangiorgi, Osvaldo. Matemática curso moderno para os ginásios, primeiro volume. Companhia Editora Nacional, 1969. (p. 301).	“..., o número: 3,14.... Esse número (que dá quantas vezes a circunferência contém o seu diâmetro) mais famoso em Matemática, pois não é natural nem decimal (exato ou periódico), é conhecido desde a antiguidade (egípcios, babilônios, gregos,...). Recebe o nome de “pi”, sendo representado pelo numeral π, que é uma letra do alfabeto grego.”
49- QUINTELA, Ary. Matemática para a quarta série ginasial. Companhia Editora Nacional. São Paulo, 1964. (p.160)	“A razão constante da circunferência para o diâmetro é representada pela letra grega π (lê-se pi); assim, para qualquer circunferência, tem-se: $C/2r=\pi$.”
50- Calioli, Carlos; D’ Ambrósio, Nicolau. Matemática para os primeiro e segundo anos dos ginásios. Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1963. (p. 159)	“Se déssemos um corte em um ponto de uma circunferência e a esticássemos, veríamos que ela contém, aproximadamente, 3,14 vezes o diâmetro. E isso acontece com qualquer circunferência. Por isso, esse número se tornou muito importante na Matemática. É o número π (pi)”
51- Sangiorgi, Osvaldo. Matemática para a 1ª série ginasial. Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1963. (p.186)	“Indicando por C o comprimento de qualquer circunferência e por 2R o seu diâmetro, temos que C/2R=3,1415926....Esse número não exato, já conhecido dos antigos, é indicado com a letra “π”, que se lê “pi”, e pertencente ao alfabeto grego. Logo $C/2R = \pi$”
52- Sangiorgi, Osvaldo. Matemática – Curso ginasial, 4ª série. Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1961. (p.164)	“A razão entre o comprimento de uma circunferência e o comprimento de seu diâmetro é constante, isto é, é sempre a mesma, quaisquer que sejam as circunferências.... Essa constante, que é um número irracional, foi indicada desde os gregos pela letra π (lê-se “pi”), e o seu valor aproximado com os nove primeiros algarismos decimais é: π = 3,141592653.... Logo $C/2R = \pi$.”

Fonte	Categoria: “Número resultante de uma razão”
54- Stávale, Jácomo. Quarto ano de matemática para o quarto ano do curso ginasial seriado das escolas normais. Companhia Editora Nacional - São Paulo, 1938. (p.136)	“A razão entre uma circunferência qualquer e seu diâmetro é constante....Essa razão é um número incomensurável que se representa pela grega π. O valor de π com sete algarismos decimais é 3,1415926.”
55- F.T.D. Coleção. Geometria Elementar com noções de agrimensura e de nivelamento segundo os programas oficiais. Curso Médio. Livraria Paulo de Azevedo & C^{a}. São Paulo, 1935. (p. 95)	“A razão da circunferência para o diâmetro é sensivelmente igual a 3,1416. Designa-se pela letra grega π, que se pronuncia pi.”
56- Stávale, Jácomo. Segundo Anno de Mathematica, para o segundo anno dos Cursos gimnasiaes seriados das Escolas Complementares annexas às Escolas Normaes. Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1932. (p.243)	“... Empregando méthodos que, por enquanto, não podemos conhecer, elles calcularam a razão existente entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro, obtiveram o número 3,1415926535... e convencionaram representar esse número pela letra grega π (pi). Representando a circunferência pela letra c e o seu diâmetro pela letra d, teremos $c \div d = \pi$; ....”

Quanto à definição do número, constatamos o seguinte: as respostas mostram a sua presença em livros de 5ª série (28,6%), 7ª série (19,6 %) e 8ª série do ensino fundamental (46,8%). Percebemos também a existência de diferentes formas de definições, até para aquelas classificadas numa mesma categoria.

A maioria dos livros traz a definição como sendo “Número resultante de uma razão” 94,7%, embora também faça referência ao π como um número irracional. Na categoria “número irracional”, apenas 5,3% foram inscritos.

Pelos resultados obtidos, verificamos o fenômeno da “Vulgata”, descrito por Chervel (1990), pois as definições e exemplos são praticamente idênticos.

Na análise dos livros didáticos e das respostas dos professores, para introduzir o número π, as categorias foram:

1) Explicam diretamente que π é um número irracional de valor 3,141592...
   Exemplo: Livro 29 (MALVEIRA, 1995, p.13, 7ª série).

O número π é irracional. Veja: π = 3,14159265.... Todo número que tem uma representação decimal infinita e não periódica é um número irracional.

2) Descrevem o procedimento.

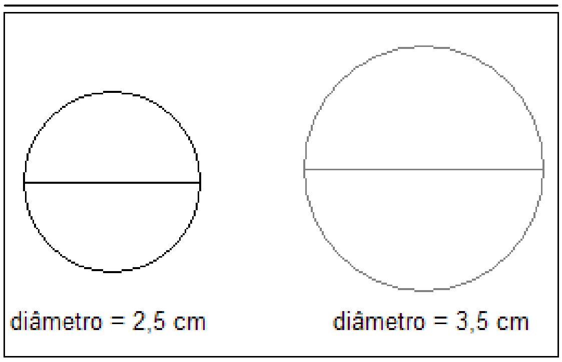
Exemplo: Livro 40 (DI PIERRO NETO, 1982, p. 176, 8ª série)

Se dividirmos o comprimento de qualquer circunferência pelo seu diâmetro, encontraremos sempre o mesmo quociente (aproximadamente 3,14). Esse quociente... é representado pela letra grega π (pi). Nos cálculos elementares, consideramos: π =3,14. Entretanto, através de processos mais precisos, foi provado que π é um número irracional, podendo ser aproximado com quantas casas decimais desejarmos. O valor aproximado até a quarta casa decimal é π =3,1416.

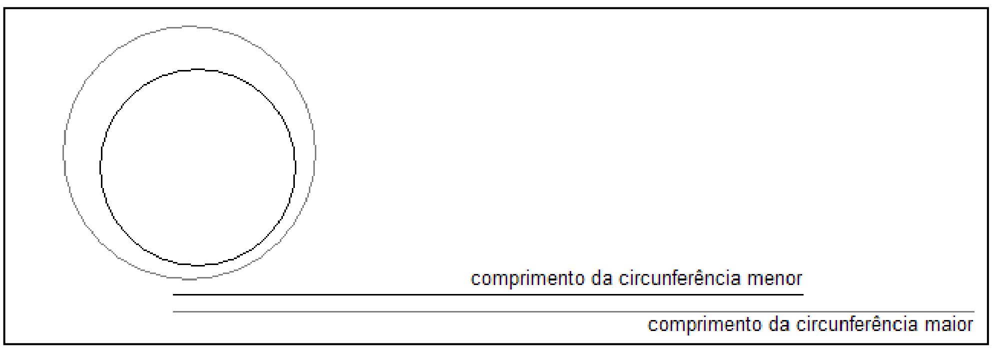
3) Por processo experimental, leva o aluno a concluir o valor de π.

Exemplo: Livro 1 (BONJORNO & AIRTON, 2006, p.31, 7ª série)

Imagine um barbante perfeitamente ajustado à circunferência de cada figura.



Esticando esses barbantes, obtemos, de um modo prático, os comprimentos (perímetros) dessas circunferências, como mostra a figura.



Observe que a circunferência de maior diâmetro tem o maior comprimento. Assim, podemos concluir que o comprimento da circunferência depende do seu diâmetro. Usando diferentes objetos de forma circular, vamos medir o comprimento C das circunferências e o diâmetro D e relaciona-los, calculando o quociente da medida do comprimento da circunferência pelo diâmetro.

Comprimento da circunferência do CD   Medida do diâmetro do CD

O quadro mostra essas medidas:

Objeto medido	**Comprimento (cm)**	**Diâmetro (cm)**	$\frac{Comprimento}{Diâmetro}$
Moeda de 1 real	7,2	2,3	3,13
Tampa de lata de óleo	31,5	10	3,15
CD	37,05	11,8	3,14

Dividindo o comprimento da circunferência pelo diâmetro, encontramos sempre um resultado mais próximo de 3,14. Quanto mais precisas forem as nossas medidas, mais próximos estaremos de um número irracional muito importante na Matemática. Esse número é conhecido como número pi e é representado minúscula π do alfabeto grego.

π = 3,14159265...

Assim, podemos escrever: $\frac{C}{D} = \pi \rightarrow C = \pi D$

Mas, D = 2r. Logo, C = π .2r ou

$\boxed{C = 2\pi r}$

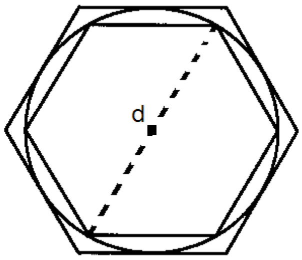
Essa é a fórmula para o cálculo do comprimento C de uma circunferência de raio r.

4) Pelo processo dos perímetros ou de Arquimedes, calcula o valor de π .

Exemplo: Livro 40 (IMENES & LELLIS, 2002, p.228-229, 8ª série).

Como foi encontrado o número π? Se você medir, com muito cuidado, o perímetro e o diâmetro de vários círculos e, em cada caso, calcular a razão entre as duas medidas, deverá obter sempre 3,14 aproximadamente. Um valor aproximado de π pode vir, então de várias medições práticas.

Além disso, é possível obter esse valor, com grande precisão, por meio de cálculos. Podemos começar, calculando os perímetros dos hexágonos regulares inscritos e dos hexágonos regulares circunscritos a um círculo de diâmetro d.



Perímetro do hexágono circunscrito: 3,464 . d

Perímetro do hexágono inscrito: 3 . d

Conclusão: O perímetro P_c da circunferência é maior que 3 . d e menor que 3,464 . d. Disso conclui-se que π é um número entre 3 e 3,464, ou seja, $3 < \pi < 3{,}464$.

Pra obter um valor mais preciso de π, devemos calcular perímetros de polígonos inscritos e circunscritos mais próximos do círculo. Quanto mais lados, mais próximos do círculo estarão os polígonos e mais preciso será o valor obtido para π. Assim, se o polígono tiver 60 lados, obteremos:

- Perímetro do polígono regular inscrito: 3,140 . d.
- Perímetro do polígono regular cicunscrito: 3,144 . d.
- Conclusão: $3{,}140 < \pi < 3{,}144$.

Aumentando mais o número de lados, concluiremos que $\pi \approx 3{,}141592$. Mas esse ainda é um valor aproximado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados apontam que o número π é apresentado pela maioria dos livros e dos professores como sendo “número resultante de uma razão” - divisão do comprimento da circunferência pelo seu diâmetro. Muitos professores e autores de livros didáticos se referem ao número π como um número irracional ao mesmo tempo em que o definem como uma razão entre dois números. Sabemos que um número irracional é um número real que não pode ser obtido pela divisão de dois números inteiros, ou seja, são números reais, mas não racionais. Se um número não é racional diz-se irracional, não é representável por uma fração de números inteiros a/b com $b \neq 0$.

Durante muitos séculos, os matemáticos tentaram encontrar o valor exato de π com o intuito de descobrir se ele era um número racional ou irracional. Somente em 1766, D’Lambert conseguiu demonstrar que o número π era um número irracional. Em geral, esse esclarecimento não é enfatizado, nem pelos professores nem pelos autores dos livros didáticos, o que pode confundir os alunos, pois a forma experimental sugerida de obtenção do π - razão entre comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro - pode contrariar a própria definição de número irracional, que impede um número irracional de ser representado por uma fração. Devemos destacar os seguintes casos: 1) Quando a medida do diâmetro de uma circunferência for um número inteiro, a medida do comprimento da circunferência não será número inteiro, por isso a razão resulta num valor aproximado de π, que é um número irracional e 2) Quando determinamos o valor do comprimento da circunferência, utilizando-se $C = 2\pi R$, como possuímos somente valores aproximados de π (3,1415...), então os valores de C serão também aproximados.

Apesar de a maioria dos livros e dos professores se referirem ao número π como um “número irracional”, não há indícios que destaquem esse fato, quando ensinam como encontrar o valor de π.

Uma das professoras que respondeu o questionário afirma: “*a criança não consegue observar que π é um número irracional. Não aprofundo a descoberta do π, pois as crianças não se interessam*”; o que é discutível, pois a maioria dos docentes, assim como os livros, abordam o conceito na sétima e alguns na oitava série, quando as crianças têm em geral, 13 - 14 anos, portanto com condições de entender o que é um número irracional. O que elas podem não compreender no ensino fundamental são os cálculos que envolvem a demonstração da irracionalidade de π que pode ser realizada usando-se cálculo diferencial elementar que, em geral, é ensinado em cursos de graduação da área das ciências exatas.

A utilização da história levaria o aluno a perceber que muitos homens, de diferentes nações e épocas, tentaram encontrar um valor racional para π e não conseguiram. Mesmo com o uso de computadores, que calculam milhões de casas decimais para o π, não se consegue provar sua racionalidade.

Por outro lado, alguns livros abordam a história do π, trazendo outras formas de obtenção desse número, como, por exemplo, o processo utilizado por Arquimedes que consistia em inscrever e circunscrever uma circunferência em polígonos regulares de 6, 12, 24, 48 e 96 lados. Entretanto, essa forma de obtenção do π não é explorada em atividades e/ou exercícios, o que ajudaria mais adiante o aluno entender as séries infinitas (limite).

O processo de Arquimedes poderia ser utilizado em aulas de geometria, pois levaria o aluno a dominar outros conceitos, tais como: polígono, polígonos regulares, polígono regular inscrito e circunscrito na circunferência e a construção desses, utilizando compasso, transferidor e régua. Através desse método, o aluno poderá perceber que o valor de π se aproxima cada vez mais de 3,14... e mesmo que ele continue inscrevendo e circunscrevendo polígonos na circunferência, não descobrirá o valor exato de π. Essa atividade pode ajudá-lo a entender o que vem a ser um número irracional. A seguir, pode-se mostrar como o número de casas decimais avança com o tempo, com a tecnologia disponível, sempre trazendo à tona o contexto, as questões sociais, as necessidades tecnológicas de cada época.

A compreensão de um conceito é condição necessária ainda que não suficiente para realizar um ensino adequado. Se levarmos em conta as definições dadas, especialmente pelos professores, podemos concluir que algumas inadequações são passíveis de estarem ocorrendo, pois são incompletas, quando não, errôneas, como é o caso do docente que define o π como “um número decimal com aproximadamente 2 casas decimais após a vírgula”.

Nenhum professor e somente dois livros se referiram ao fato de o π ser um número transcendental, ou seja, um número que não é *algébrico,* que não pode ser obtido como raiz de um polinômio de coeficientes inteiros, pois muitos dos professores, provavelmente, não sabem que π é transcendental e não sabem explicar a transcendência de um número, o que é de certa forma justificável, dada a complexidade do assunto.

Muitos pensam que, para ser professor de Matemática, basta dominar os conceitos e procedimentos da matemática produzida historicamente, mas, segundo Fiorentini (2004, p.4), isso não é suficiente, é preciso conhecer os fundamentos epistemológicos da matemática, “sua evolução histórica, a relação dela com a realidade, seus usos sociais e as diferentes linguagens com as quais se pode representar ou expressar um conceito matemático”.

A formação do professor de Matemática é influenciada pelos professores formadores das disciplinas pedagógicas e didático-pedagógicas da licenciatura em Matemática, que geralmente não têm consciência disso. Fiorentini (2004) diz ser preciso realizar estudos em relação aos processos didático-pedagógicos do ensino e da aprendizagem da matemática e também em relação à ampliação de sua cultura matemática sob uma perspectiva compreensiva, envolvendo aspectos históricos e epistemológicos desse campo de conhecimento.

Quanto à abordagem histórica, utilizada pelos livros didáticos, percebemos que todos eles fazem uso da História “internalista de longo prazo”, na qual a história se confunde com o processo de reformulação de conceito. Ela é exposta nos livros da seguinte forma: “Primeiro, Arquimedes fez isso depois; Viète fez aquilo. Depois, tentaram isso, até que chegou Lambert e... “ Apesar de essa história não ser muito fiel às suas origens, pode contribuir para tornar a Matemática mais humana e aproximá-la dos alunos e ajudar, segundo Matthews (1995), a superar “o mar de significação” que inunda as salas de aula; não se esquecendo do contexto em que o aluno está inserido.

No entanto, é muito limitado o potencial desse tipo de história, de forma a auxiliar os professores na construção de estratégias de ensino para a superação das dificuldades conceituais de compreensão do número π, por parte dos alunos, como um número irracional.

A relativa quantidade de livros, que aborda a história do π, causa uma boa surpresa, mas não tanto quanto à qualidade e a forma como essa história é apresentada.

Bigode (2000), no manual do professor (p.10), diz dar grande importância à história da matemática, pois ela constitui um fator de humanização em seu ensino e um fator de motivação nas aulas, além de contribuir para a melhoria da qualidade das aulas e também porque estudos recentes indicam que a utilização da história na sala de aula contribui para facilitar a aprendizagem da Matemática; uma vez que a história pode esclarecer sobre as origens e aplicações da matemática e revelar o conhecimento matemático, como resultado de um processo evolutivo, o que vai ao encontro do que diz D' Ambrósio quanto à importância da História da Matemática.

Muitos problemas podem ser apontados nos livros analisados. Vamos, a seguir, discutir alguns deles.

A maioria dos livros que faz uso da história de π, quando aborda o conceito, traz essa história como textos de curiosidade, leituras complementares em "box" separados, notas de rodapé ou no final do capítulo, parecendo ilustração; e não como parte do ensino de π.

Apesar de a história do conceito de π aparecer muito mais que a de outros conteúdos, os livros didáticos têm uma distribuição da história que deixa lacunas. A historicidade do conceito de π aparece muito mais nos livros de 7ª e 8ª séries que nos livros didáticos da 5ª série, momento em que é apresentado aos alunos.

Nos livros de 5ª série, após o PNLD, e também nos de 5ª a 8ª séries antes do PNLD que utilizam o número π no cálculo do comprimento da circunferência e área do círculo, poucos se utilizam da história do número, somente mostram o valor de π pelo método experimental que, em síntese, é o seguinte: os alunos fazem medidas do contorno e do diâmetro de vários objetos redondos depois, dividem a medida do contorno pelo diâmetro de cada objeto e verificam que o valor é sempre 3,.... Daí vem a definição de π. "A medida do comprimento de uma circunferência dividida pela medida de seu diâmetro é aproximadamente 3,14. Esse valor é representado por π (letra grega, lê-se, "pi")". O professor que utiliza somente essa fonte para preparar suas aulas não utiliza a história.

A maioria dos livros de 7ª e 8ª séries, após o PNLD, que utilizam a história de π, em sua abordagem, não trazem as fontes usadas, a menos que se tenha o livro do professor, deixando professor e alunos sem a possibilidade de buscar mais dados ou de consultar outras referências. Quase não são discutidos erros, crises ou controvérsias nos processos de criação e descoberta do número π.

Os textos originais que aparecem nos livros são sempre fragmentados e aparecem mais para informar (ilustrar) que para formar. As maiores divergências que aparecem são de datas (principalmente nos dados biográficos dos matemáticos) e de textos (traduções). Os dados biográficos dos matemáticos são importantes, principalmente se fornecerem informações quanto à época, num sentido social e político. Porém, os livros se atêm mais às datas.

Os exercícios que envolvem a história são pouco explorados. Poderiam ter uma atuação mais significativa no aprendizado, com a discussão de erros e a correspondência deles com a matemática atual.

Outro problema sério é a falta de referência às condições sociais e políticas da época em que os conceitos foram definidos e reformulados. Tudo se passa fora de um contexto político e cultural.

No geral, os livros têm histórias sobre π. Mesmo faltando a de alguns conteúdos, o professor que decidir utilizar a história em sala de aula poderá utilizar livros didáticos. Porém, é imprescindível que esse professor — se desejar enveredar pelo caminho da história — se torne um pesquisador e busque outras fontes. Se ficar somente com os livros, corre o risco de ter uma história “capenga” e cheia de lacunas.

Ao pesquisar sobre o assunto, o uso da história da Matemática no ensino do número π, em livros didáticos, entendendo que a história é uma construção humana, afeita às contingências de épocas, sociedades e políticas, vimos que esses aspectos não entravam nas definições e introdução do número π. Percebemos então uma ingenuidade dos livros didáticos de encarar a história somente como motivadora e como algo que iria despertar, por si só, o gosto dos alunos.

Os livros contemplam a parte histórica, talvez devido às orientações dos Parâmetros Curriculares - PCN e do Programa Nacional do Livro Didático- PNLD. Não é utilizada e nem exigida em atividades, para que o aluno “viaje” e compreenda o conceito do número π. É uma história desvinculada daquela que, segundo os autores citados no início desse trabalho, contribui para o ensino, que fornece informação contextualizada dos conceitos científicos, que humaniza a matéria, que motiva e atrai o aluno, entre outros. Não abre espaço para controvérsias, para as versões diferentes e nem discussões das crises enfrentadas pelos matemáticos ou grupos deles que faziam a ciência.

Um número irracional era algo difícil de ser aceito pelos matemáticos que acreditavam, tal como Pitágoras, que tudo é número! A irracionalidade da $\sqrt{2}$ - a diagonal de um quadrado de lado 1 - colocou em descrédito a visão de mundo de Pitágoras. Como era possível existir um segmento de reta e não existir um número que representasse o seu comprimento? As correntes de pensamento que marcaram o desenvolvimento da ciência são importantes para serem discutidas com os alunos.

No caso do π, essa irracionalidade parece não ser aceita até hoje, se considerarmos verídica a história relatada por Imenes e Lellis (2002, p. 259) que "dois irmãos russos, matemáticos, que se mudaram para os EUA, construíram um supercomputador, com o qual examinam os dígitos de π. Dizem que eles esperam encontrar um padrão na ínfima seqüência de algarismos".

A história é um dos recursos que nos permite compreender as correntes de pensamento, as diferentes visões de mundo, imbricadas com as questões da ciência.

E a história contida nos livros didáticos é muito biográfica, dedicando muito pouco à construção de conhecimentos. Internamente, mesmo tendo em conta a importância epistemológica, cultural e política da história, ela se concentra nos produtos acabados de grandes homens, diferentes dos demais, que realizavam trabalhos solitários, dando a entender serem imprescindíveis para a humanidade.

Entretanto, essa história trazida pelos livros didáticos atuais, apesar de recortada, pode motivar os professores em relação à abordagem de textos históricos no ensino de matemática, fazendo frente à barreira imposta pela graduação de Matemática, em geral, formalista e ahistórica. Acreditamos ser melhor essa história do que nenhuma história, pois, no mínimo, mostra a matemática como uma produção humana. A própria experimentação, a atividade prática, pode incorporar relatos históricos por parte do professor, no momento oportuno que o autor do livro didático não pode prever, de forma a fazer que o aprendiz também se sinta parte da história – é a reconstrução que nem sempre pode ser acompanhada de procedimentos complexos utilizados no decorrer dos tempos.

Após a pesquisa, temos claro que utilizaremos os livros didáticos apenas como subsídios na abordagem do conceito de π, recorrendo à história mais completa em outras fontes, tais como sites e livros de história da Matemática e paradidáticos. Mesmo para o número mais famoso da Matemática, em geral, não há um tratamento histórico adequado nos textos.

Mas o livro didático, mesmo sendo um auxiliar da aprendizagem, é capaz de absorver, segundo Lopes (2005, p.59), determinadas recomendações de pesquisadores na área, para que a sua contribuição seja expressiva, não só quanto à transmissão do conhecimento e desenvolvimento de habilidades matemáticas, mas também quanto a fazer da Matemática um instrumento de leitura da realidade sociocultural.

Em nossas aulas de matemática utilizávamos a história, mesmo que simplificada do número π, como motivação para introduzir o conteúdo "Números Irracionais" ou "Medida do Comprimento da Circunferência" e tentar atingir a atenção dos alunos para esses temas, mas sem muito sucesso, pois não tínhamos muita clareza das barreiras dos alunos. Ao estudar a história do π, temos agora mais conhecimento das possíveis dificuldades epistemológicas dos alunos, ao fazer paralelos com as dificuldades dos matemáticos ao longo do tempo.

Dar a conhecer aos alunos alguns aspectos que revelem os porquês é essencial para desvendar os mistérios da irracionalidade do número π e mostrar a face humana da Matemática. Sem a história, ficam as perguntas: Por que a letra grega π é utilizada para representar o número 3,14159...? Como os antigos faziam para determinar o π? De onde vem esse número? Por que ele é irracional?

Entretanto, se levarmos em conta as definições de π, dadas pelos livros didáticos e principalmente pelos professores, podemos concluir que algumas inadequações de ensino e aprendizagem são passíveis de estarem ocorrendo, pois as definições são incompletas, aproblemáticas e ahistóricas.

Esperamos que este trabalho permita aos envolvidos com a educação intensificar a discussão da abordagem da história das ciências em seu ensino. E, para refletir sobre a importância educativa da história da ciência, reproduzo a fala do físico francês Paul Langevin:

> *Se tivesse permanecido com as primeiras lições de ciências de meus professores (...) se não tivesse tomado contato posterior e diferente com a realidade, teria acreditado que a ciência estava pronta e que não restava mais nada a descobrir* (LANVEGIN, 1992, p. 9, apud PETERS, 2005).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMARAL, Ivan A.; MEGID NETO, Jorge. A qualidade do livro didático de Ciências: o que define e quem define? **Ciência e Ensino**, Campinas, SP, n. 2, p. 13-14. Jun. 1997.

ANDRÉ, M.E.D.A. Texto, contexto e significados: algumas questões na análise de dados qualitativos. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, nº 45, p.66-71, maio, 1983.

_______________.A pesquisa no cotidiano escolar. In: FAZENDA, I. (org.) **Metodologia da pesquisa educacional**. São Paulo: Cortez, 1989, cap.3, p.35-45.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo.** Rio de Janeiro: Edições 70, 1977**.**

BARONI, Rosa L. S.; NOBRE, Sérgio. **A Pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática**, *in* BICUDO, MARIA APARECIDA VIGGIANI (org.) **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, p. 129-136, 1999.

BATISTA, A. e ROJO, R. Livros Escolares no Brasil: produção científica. In VAL, M. e MARCUSCHI, B. (org.) **Livros Didáticos de Língua Portuguesa: letramento e cidadania**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

BECKMANN, Petr, **A Hystory Of** π **,** St. Martin's Press, N.Y., 1971.

BECKMANN, Petr, **A Hystory Of** π **(pi).** Colorado: The Golem Press, 1982.

BENCINI, R. É preciso ajudar os alunos a entender os textos de ciências. **Nova Escola**, dezembro de 2007, p. 20-22.
Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/edicoes/pdf/0208/falamestre.pdf.> Acesso:20/12/2007.

BICUDO, M. ESPÓSITO, V. **Pesquisa Qualitativa em Educação**, Piracicaba/SP: Editora Unimep, 1994.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org.) **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas.** São Paulo: Unesp, 1999.

BIGODE, António J.L. **Matemática Atual - 8ª série**. São Paulo: Atual Editora, 1994.

BONGIOVANNI, Vincenzo; WATANABE, Renate. Pi acaba? **Revista do Professor de Matemática**. Nº 19, p. 1-8. 1º semestre de 1991.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2006.

BOYER, Carl B. **História da matemática**; tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, Ed. da USP, 1974.

BRASIL. **Guia de Livros Didáticos** – *5a a 8a séries – PNLD 2002*. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília, 2002.

BRASIL. **Guia de Livros Didáticos** – *5a a 8a séries – PNLD 2005*. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação Fundamental. Secretaria de Educação Média e tecnológica**. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEF, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Guia de Livros Didáticos: 1ª a 4ª séries – PNLD 2000/2001. Ministério da Educação. **Programa Nacional do Livro Didático**. Brasília: 2001

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais.** 3 ed. – Brasília, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos: apresentação dos temas transversais**. Brasília,1998.

CARAÇA, Bento de Jesus. O Número π. **Gazeta de Matemática.** v. 22, n. 2, Lisboa, Março de 1944.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 1998.

CASTRO, F. M. de Oliveira. **A Matemática no Brasil.** Campinas, SP: Editora da Unicamp, 1999.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria e Educação**. n. 2, p. 177-229. Porto Alegre, 1990.

CHEVALLARD, Y. **La Transposition Didactique**. Paris: Pensée Souvage, 1991.

D' AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas, SP: Papirus, 1998.

D´AMBRÓSIO, Ubiratan. A História da Matemática: Questões Historiográficas e Políticas e Reflexos na Educação Matemática, *in* BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org.) **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, p. 97-115, 1999.

D´AMBRÓSIO, Ubiratan. História da Matemática e Educação. **Cadernos CEDES.** n. 40, p. 7-17. Campinas: PAPIRUS, 1996.

DUARTE, A. R. S.; SILVA, M. C. L. **Abaixo Euclides e acima quem? Uma análise do ensino de Geometria nas teses e dissertações sobre o movimento da Matemática Moderna no Brasil**. Práxis Educativa. Ponta Grossa, PR, v. 1, n. 1, p. 87-93, jan-jun 2006. Disponível em: <www.uepg.br/praxiseducativa/v1n1Artigo_8.pdf> Acesso em Setembro de 2007.

DUARTE, M. da C. A história da Ciência na prática de professores portugueses: implicações para a formação de professores de ciências. **Revista Ciência &**

Educação, v. 10, n. 3, p. 317—331, 2004.

DYNNIKOV, Circe Mary S. da S. **Bibliografia comentada em História da Matemática**. **Cadernos CEDES**, n. 40, p. 81-96, 1996.

ENGEL, Arthur, **Mathematique Et Informatique**, Paris: cedic/nathan, 1985.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. 2ª edição, Campinas, SP: Editora da Unicamp, 1997.

FERREIRA, E. Sebastani. **História e Educação Matemática**. Cadernos CEDES, n. 40, Campinas, SP: PAPIRUS, p. 5-6, 1996.

FERREIRA, E. Sebastiani. O Uso da História da Matemática na Formalização dos Conceitos. **BOLEMA**, Especial n. 2, Rio Claro, SP: UNESP, p. 26-41, 1992.

FERREIRA, M. S.; SELLES, S. E. Análise de Livros Didáticos em Ciências: entre as Ciências de referência e as finalidades sociais da escolarização. **Revista Educação em Foco**, v. 8, nº 1, mar/ago 2003.

FIGUEIREDO, D. G. **Números Irracionais e Transcendentes.** Terceira Edição. Rio de Janeiro: SBM, 2002.

FINLEY, M.I. **Os Gregos Antigos.** São Paulo: Edições 70, 1963.

FIORENTINI, Dario. **A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em matemática.** Mesa redonda VII EPEM: SBEM-SP, São Paulo, Junho de 2004. Disponível em: http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr11-Dario.doc. Acesso: 20/01/2008.

FOSSA, John A. (Editor). **Seminário Nacional de História da Matemática** (8 a 11: Natal). Anais do IV Seminário de História da Matemática. Rio Claro: SBHMat, 2001.

FOSSA, John A. **Ensaios sobre a Educação Matemática**. Belém: EDUEPA, 2001b.

FRACALANZA, H. **O que sabemos sobre os livros didáticos para o ensino de**

Ciências no Brasil. (Tese de Doutorado) – Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, SP, 1993.

FRACALANZA, HILÁRIO E MEGID NETO, JORGE (orgs.). **O livro didático de Ciências no Brasil**. Campinas: Editora Komedi, 2006.

FRANCHI, A. et al. Matemática. In: **Definição de critérios para avaliação dos livros didáticos de 1a a 4a Série**. Brasília: FAE, 1994.

FREITAG, B.; MOTTA, V.; COSTA, W. **O estado da arte do livro didático no Brasil**. Brasília, DF: INEP, 1978.

FRIED, Michael N. Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist? **Science & Education**, Volume 10, n. 4. July, 2001.

GATTI, S. R. T.; NARDI, R.; SILVA, D. A história da Ciência na formação do professor de Física: Subsídios para um curso sobre o tema Atração Gravitacional visando às mudanças de postura na ação docente. **Ciência & Educação**, v.10. n. 3. p. 491-500, 2004.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 3 ed. São Paulo: Atlas, 1991.

GUELLI, O. **Contando a História da Matemática,** 6 ed**.,** São Paulo: Editora Ática, 1993.

GUNDLACH, Bernard H. **História dos números e numerais**. Coleção tópicos da história da matemática para uso em sala de aula. São Paulo: Atual, 1992.

IFRAH, G. **Os números: história de uma grande invenção**. 3. Ed. São Paulo: Globo, 1989.

KARLSON, Paul. **A Magia dos Números: a matemática ao alcance de todos**. Porto Alegre: Globo, 1961.

LAJOLO, Marisa. Livro didático: um (quase) manual de usuário. **Em Aberto.** Brasília, DF, ano 16, n. 69, p. 3-9, jan./mar. 1996.

LANA, Cristina. **Ciência, Tecnologia e Meio Ambiente**. Disponível em http://www.radiobras.gov.br/ct/1999/materia_230799_1.htm

LAUAND, Luiz J. A Álgebra como Ciência Árabe. **Revista de Estudos Orientais.** n. 1, p. 9-23. Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Departamento de Línguas Orientais, DLO/FFLCH/USP, São Paulo: Humanitas Publicações, 1997.

LEE, Paulo. **Ciências versus pseudociências**. Curitiba: Expoente, 2003.

LIMA, Elon Lages. O que é o número π? **Revista do Professor de Matemática**. Nº 6, p. 18-20. 1º semestre de 1985.

LOPES, Alice R. C. Livros didáticos: obstáculos ao aprendizado da Ciência Química. **Revista Educação**, Rio de Janeiro, v. 15, n. 3, p. 254-260, 1991.

LOPES, J. A. O livro didático, o autor e as tendências em Educação Matemática. **In Escritas e Leituras na Educação Matemática**, Nacarato e Lopes (org.). Belo Horizonte: Autêntica, 2005, p.35-62.

LOPES, A. J. **Do currículo que queremos ao currículo que podemos ou Do currículo que podemos ao currículo que queremos?** Fórum EF 2004 – SBEM. Disponível em: http://www.matematicahoje.com.br/telas/autor/artigos/artigos_view.asp?cod=28. Acesso: 20/01/2008.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M.E.D. **A pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPE, 1986.

MATTHEWS, M. R. História, filosofia e ensino de Ciências: a tendência atual de reaproximação. **Caderno Catarinense do Ensino de Física**, v. 12, n.3, p.164-214. Florianópolis, 1995.

MELLO, Guiomar N. **O livro Didático no sistema de ensino público no Brasil.** 1999.
Disponível em: http://www.namodemello.com.brpdfescritosoutroslivrodidat2.pdf> Acesso:10/12/2007.

MENDES, Iran Abreu. Construtivismo e História no Ensino da Matemática: uma aliança possível. In: Seminário Nacional de História da Matemática. **Anais do IV Seminário Nacional de História da Matemática** / Editor John A. Fossa. Rio Claro: SBHMat, p. 228-234, 2001.

MIGUEL, A. As Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática em questão: Argumentos reforçadores e questionadores. **Revista Zetetiké**. Campinas - SP, v. 5, n. 8, p. 73-105, 1997.

MIGUEL, Antônio e BRITO, Arlete de Jesus. A História da Matemática na Formação do Professor de Matemática. **Cadernos CEDES**, n. 40, p. 47-61. Campinas: PAPIRUS, 1996.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática:** propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2004.

MINAYO, M. C. S. (org.) **Pesquisa Social: Teoria, método e criatividade**. 25 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

MONTEIRO, Alexandrina; Pomeu Jr, Geraldo. **A matemática e os temas transversais**. São Paulo: Moderna, 2001. (Educação em pauta: temas transversais).

MOREIRA, Plínio C.; DAVID, Maria M. M. O Conhecimento Matemático do Professor: Formação e Prática Docente na Escola Básica. **Revista Brasileira de Educação**. n. 28. Rio de Janeiro, 2005.

MORIN, E. **Os Sete Saberes necessários à Educação**. 7.ed., São Paulo: Cortez; Brasília, DF, Unesco, 2003.

MOTA, C. D.Van B. **O papel psicológico da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem**. Simpósio Internacional do Adolescente. 2005. Disponível em: http://www.proceedings.scielo.br/scielo.php?pid=MSC0000000082005000200056&script=sci_arttext. Acesso em: 01/12/2007.

NIVEN, Ivan, **Números Racionais e Irracionais**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1984.

NOBRE, Sérgio. Alguns "porquês" na história da matemática e suas contribuições para a educação matemática. **Cadernos CEDES**, n. 40, p. 29-35, Campinas: PAPIRUS, 1996.

OLIVA, Alberto. **Filosofia da ciência**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2003.

OTTE, Michael. Construtivismo e os objetos da teoria matemática. **BOLEMA**, Ano 6, n. 7, p. 47-67. Rio Claro: UNESP, 1991.

PALIS, Gilda de La Rocque. Comprimento da Circunferência no Ensino Elementar. **Revista do Professor de Matemática**. Nº 14, p. 29-37. 1º número de 1989.

PAVANELO, R. O Abandono do Ensino da Geometria no Brasil. **Zetetiké**, n. 01, UNICAMP, Campinas, 1993.

PESSOA Jr., Osvaldo. **Introdução à História da Ciência**. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) - Universidade Federal da Bahia, UFBa/UEFS, 2000.

PESSOA Jr., Osvaldo. Quando a Abordagem Histórica deve ser usada no Ensino de Ciências? **Revista Ciência & Ensino**. N. 1, p. 4-6. (FE-Unicamp), set. 1996.

PETERS, J. R. **A História da matemática no ensino fundamental: uma análise de livros didáticos e artigos sobre história**. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica), Universidade Federal de Santa Catarina, 2005.

PIAGET, J.; GARCIA, R. **Psicogênese e História das Ciências**. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1987.

PIRES, Célia Maria Carolino. **Currículos de matemática: da organização linear à idéia de rede**. São Paulo: FTD, 2000.

PITOMBEIRA, João Bosco Carvalho, Euclides Roxo e as polêmicas sobre a modernização do ensino da matemática, ed. Valente, W. R., **Euclides Roxo e a**

modernização do ensino de matemática no Brasil. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2003, p. 86-158.

PRETTO, Nelson de Luca. **A ciência nos livros didáticos**. 2. ed. Campinas, SP: Ed. da Unicamp, 1995.

SÁ, Marilde B. Z. **O Enfoque Ciência, Tecnologia e Sociedade nos Textos sobre Energia Nuclear nos Livros Didáticos de Química**. Dissertação (Mestrado Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática), Universidade Estadual de Maringá, 2006.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Experiências Matemáticas**: 6ª série – Versão preliminar. 1994.

SCHUBRING, GERT. **Análise histórica de livros de matemática: notas de aula.** (tradução Maria Laura Magalhães Gomes). – Campinas, SP: Autores Associados, 2003.

SILVA da SILVA, Circe Mary. A História da Matemática e os cursos de formação de professores. In: CURY, Helena Noronha (org.). **Formação de Professores de Matemática: uma visão multifacetada**. Porto Alegre: EDIPUCRS, p. 129-165, 2001.

SILVA, Ezequiel Theodoro. Livro didático: do ritual de passagem à ultrapassagem. **Em Aberto**, Brasília, DF, ano 16, n. 69, p. 11-15, jan./mar. 1996.

SILVEIRA, J.F P. da. **Cálculo das constantes elementares clássicas: o caso do pi**. Disponível em: <http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/aplcom1a.html>. Acesso em: 12/11/2006.

SOLBES, Jordi e TRAVER, Manuel J. La utilización de la História de las Ciencias en la enseñanza de la Física y la Química**. Enseñanza de las Ciencias**, vol. 14, p. 103-111. 1996.

SOUZA, Antonio C. C. de. O reencantamento da Razão: ou pelos caminhos da teoria histórico-cultural. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org.) **Pesquisa em Educação Matemática:** Concepções & Perspectivas. p. 137-149. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

STRUIK, D. J., **História Concisa das Matemáticas**. Tradução de João C. S. Guerreiro, H. Domingues. 1ª edição, Lisboa, Portugal: Gradiva – Publicações L.da, 1989.

THIOLLENT, M. **Metodologia da Pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez, 2002.

TRIVIÑOS, Augusto N. S. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais – A Pesquisa Qualitativa em Educação**. São Paulo: Atlas, 1995.

VALENTE, W. A disciplina Matemática: etapas históricas de um saber escolar no Brasil. In OLIVEIRA, M. e RANZI, S. (org.). **História das Disciplinas Escolares no Brasil**: **contribuições para o debate**. Bragança Paulista: EDUSF, 2003.

VALENTE, W. A elaboração de uma nova vulgata para a modernização do ensino da matemática: aprendendo com a história da Educação Matemática no Brasil**. BOLEMA**,17, p. Rio Claro, SP: UNESP, 2002.

VITTI, Catarina M. **Matemática com prazer**. Piracicaba/SP: Editora Unimep, 1995.

WILLERDING, Margaret F. **Conceptos Matematicos.** México: Companhia Editorial Continental, 1971.

LIVROS DIDÁTICOS ANALISADOS

ANDRINI, Álvaro. **Praticando Matemática**, 5ª série. São Paulo: Editora do Brasil S/A. 1989.

ANDRINI, Álvaro. **Praticando Matemática**, 8ª série. São Paulo: Editora do Brasil S/A, 1989.

ANDRINI, Álvaro; ZAMPIROLO, Maria José C. de V. **Novo Praticando Matemática,** 7ª. Série. São Paulo: Editora do Brasil, 2002.

BEZERRA, Manoel Jairo; BEZERRA, Roberto Zaremba; SCHWARZ, Otto. **Geometria 1**. Ministério da Educação e Cultura, Rio de Janeiro, 1985.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**, 5ª Série. São Paulo: Moderna, 1996.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**, 8ª Série. São Paulo: Moderna, 1996.

BIGODE, Antonio Jose Lopes. **Matemática Hoje É Feita Assim,** 8ª série. São Paulo: FTD, 2000.

BONJORNO & AIRTON. **Matemática Fazendo A Diferença**, 7ª série (8º ano) - 1ª edição. São Paulo: FTD, 2006.

BONJORNO & AIRTON. **Matemática Fazendo A Diferença**, 8ª série (9º ano) - 1ª edição. São Paulo: FTD, 2006.

CALIOLI, Carlos; D' AMBRÓSIO, Nicolau. **Matemática para os primeiro e segundo anos dos ginásios**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1963.

CAVALCANTI, Luis G.; SOSSO, Juliana; VIEIRA, Fábio; ZEQUI, Cristiane. **Mais Matemática**, 7ª série. São Paulo :Editora Saraiva, 2001.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**, 5ª série. São Paulo: Ática, 2005.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**, 6ª série. São Paulo: Ática, 2002.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**, 7ª série. São Paulo: Ática, 2005.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática,** 8ª série. São Paulo: Ática, 2002.

DI PIERRO NETTO, Scipione. **Matemática em atividades**, 5ª série. São Paulo: Scipione, 2002.

DI PIERRO NETTO, Scipione. **Matemática em atividades**, 8ª série. São Paulo: Scipione, 2002.

DI PIERRO NETTO, Scipione. **Matemática: Conceitos E Histórias**, 5ª série. São Paulo: Scipione, 1997.

DI PIERRO NETTO, Scipione. **Matemática: Conceitos E Histórias**, 8ª série. São Paulo: Scipione, 1997.

DI PIERRO NETTO, Scipione. **Matemática: conceitos e operações**, 8ª série, 1º grau: de acordo com os guias de São Paulo. São Paulo: Saraiva, 1982.

F.T.D. Coleção. **Geometria Elementar com noções de agrimensura e de nivelamento segundo os programas oficiais**, Curso Médio. São Paulo: Livraria Paulo de Azevedo & Cª, 1935.

GIOVANNI**,** José Ruy, CASTRUCCI**,** Benedito. **A conquista da matemática: teoria, aplicação**, 5ª série. São Paulo: FTD, 1985.

GIOVANNI**,** José Ruy, CASTRUCCI**,** Benedito. **A conquista da matemática: teoria, aplicação**, 8ª série. São Paulo: FTD, 1985.

GRASSESCHI, Maria Cecília C. **PROMAT: Projeto Oficina de Matemática,** 7ª série. São Paulo: FTD, 2002.

GRASSESCHI, Maria Cecília C. **PROMAT: Projeto Oficina de Matemática,** 8ª série. São Paulo: FTD, 2002.

GUELLI, Oscar. **Matemática. Uma Aventura do Pensamento,** 7ª série. São Paulo: Ática, 2002.

GUELLI, Oscar. **Matemática. Uma Aventura do Pensamento,** 8ª série. São Paulo: Ática, 2002.

IEZZI Gelson**,** DOLCE Osvaldo**,** MACHADO António. **Matemática e realidade**, 8ª. Série. São Paulo: Atual, 1991.

IEZZI Gelson**,** DOLCE Osvaldo**,** MACHADO António. **Matemática**, 8ª. Série. São Paulo: Atual, 1981.

IMENES E LELLIS – **Matemática para todos,** 7ª série. São Paulo: Scipione, 2002.

IMENES E LELLIS – **Matemática para todos**, 8ª série. São Paulo: Scipione, 2002.

IMENES E LELLIS – **Matemática**, 8ª série. São Paulo: Scipione, 1997.

MALVEIRA, Linaldo. **Matemática Fácil**, 6ª série. São Paulo: Ática,1995.

MALVEIRA, Linaldo. **Matemática Fácil**, 7ª série. São Paulo: Ática,1995.

MALVEIRA, Linaldo. **Matemática Fácil**, 8ª série. São Paulo: Ática,1995.

MARQUES, José Francisco Comenalli. **Matemática estudo orientado**, 1. IBEP, sem data.

MARQUES, José Francisco Comenalli. **Matemática estudo orientado**, 4. IBEP, sem data.

NAME, Miguel Assis. **Tempo de matemática**, 5ª série. São Paulo: Editora do Brasil, 1996.

NAME, Miguel Assis. **Tempo de matemática**, 8ª série. São Paulo: Editora do Brasil, 1996.

QUINTELA**,** Ary. **Matemática para a quarta série ginasial**. Companhia Editora Nacional. São Paulo, 1964.

REIS, Ismael. **Fundamentos da Matemática**, 5ª série. São Paulo: Moderna, 1996.

REIS, Ismael. **Fundamentos da Matemática**, 7ª série. São Paulo: Moderna, 1996.

REIS, Ismael. **Fundamentos da Matemática**, 8ª série. São Paulo: Moderna, 1996.

SANGIORGI**,** Osvaldo. Matemática – **Curso ginasial**, 4ª série. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1961.

SANGIORGI**,** Osvaldo. **Matemática - Curso Moderno**, 3º volume para os ginásios. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1972.

SANGIORGI, Osvaldo. **Matemática - curso moderno**, 4º volume para os ginásios. São Paulo: Edições da Companhia Editora Nacional - Editado no Brasil, 1972.

SANGIORGI, Osvaldo. **Matemática curso moderno para os ginásios** – primeiro volume. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1969.

SANGIORGI, Osvaldo. **Matemática para a 1ª série ginasial**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1963.

SANGIORGI, Osvaldo. **Matemática: Introdução à informática**, 5ª série. São Paulo: Companhia Editora Nacional, sem data.

SANGIORGI, Osvaldo. **Matemática: Introdução à informática**, 8ª série. São Paulo: Companhia Editora Nacional, sem data.

SILVEIRA, Ênio; Marques Cláudio. **Matemática**, 5ª Série. São Paulo: Moderna, 1995.

SILVEIRA, Ênio; Marques Cláudio. **Matemática**, 7ª Série. São Paulo: Moderna, 1995.

SILVEIRA, Ênio; Marques Cláudio. **Matemática**, 8ª Série. São Paulo: Moderna, 1995.

STÁVALE, Jácomo. **Quarto ano de matemática para o quarto ano do curso ginasial seriado das escolas normais**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1938.

STÁVALE, Jácomo. **Segundo Anno de Mathematica**, Para o segundo anno dos Cursos gimnasiaes seriados das Escolas Complementares annexas às Escolas Normaes. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1932.

STÁVALE, Prof. Jácomo. **Elementos de Matemática**, Primeiro Volume para a Primeira Série do Curso ginasial. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1956.