

UNIVERSIDADE METODISTA DE PIRACICABA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA E DE PRODUÇÃO
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

APLICAÇÃO DOS MÉTODOS DE KAPLAN-MEIER E *BOOTSTRAP*
NA ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DE PRODUTOS BASEADA EM
DADOS DE CAMPO

ADÍLSON JOSÉ MARCORIN

ORIENTADOR: PROF. DR. ALVARO JOSÉ ABACKERLI

SANTA BÁRBARA D'OESTE

DEZEMBRO, 2002

UNIVERSIDADE METODISTA DE PIRACICABA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA E DE PRODUÇÃO
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

APLICAÇÃO DOS MÉTODOS DE KAPLAN-MEIER E *BOOTSTRAP*
NA ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DE PRODUTOS BASEADA EM
DADOS DE CAMPO

ADÍLSON JOSÉ MARCORIN

ORIENTADOR: PROF. DR. ALVARO JOSÉ ABACKERLI

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, da Faculdade de Engenharia Mecânica e de Produção, da Universidade Metodista de Piracicaba – UNIMEP, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Produção.

SANTA BÁRBARA D'OESTE

DEZEMBRO, 2002

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DO CAMPUS DE
SANTA BÁRBARA D'OESTE – UNIMEP

M321a Marcorin, Adílson José.
Aplicação dos Métodos de Kaplan-Meier e *Bootstrap* na Análise de Confiabilidade de Produtos Baseada em Dados de Campo./Adílson José Marcorin. – Santa Bárbara d'Oeste, SP: [s.n.], 2002.

Orientador: Alvaro José Abackerli
Dissertação (Mestrado) – Universidade Metodista de Piracicaba, Faculdade de Engenharia Mecânica e de Produção, Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção.

1. Confiabilidade. 2. Estimativas de Confiabilidade. 3. Amostras Censuradas. 4. Dados de Campo. 5. Reamostragem *Bootstrap*. I. Abackerli, Alvaro José. II. Universidade Metodista de Piracicaba, Faculdade de Engenharia Mecânica e de Produção, Programa de Mestrado em Engenharia de Produção. III. Título.

**APLICAÇÃO DOS MÉTODOS DE KAPLAN-MEIER E *BOOTSTRAP*
NA ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DE PRODUTOS BASEADA EM
DADOS DE CAMPO**

ADÍLSON JOSÉ MARCORIN

Dissertação de Mestrado defendida e aprovada, em 27 de dezembro de 2002,
pela Banca Examinadora constituída pelos Professores:

Prof. Dr. Alvaro José Abackerli, presidente
UNIMEP

Prof. Dr. Paulo Augusto Cauchick Miguel
UNIMEP

Prof. Dr. Carlos Amadeu Pallerosi
UNICAMP

Santa Bárbara d'Oeste, 27 de Dezembro de 2002

À

Minha Família

Especialmente à minha esposa, Jôsi, e meus

filhos, Dênis e Denise

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida.

Ao professor Alvaro José Abackerli pela orientação, paciência, dedicação, confiança e incentivo dispensados ao desenvolvimento deste trabalho, e também pelo vínculo de amizade criado.

À professora Liciano Vaz de Arruda Silveira, do Instituto de Biotecnologia da UNESP, pela importante colaboração dada na revisão dos conceitos estatísticos utilizados neste trabalho durante a qualificação.

Ao professor Sidney Ragazzi, do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da UNICAMP.

Aos professores Nivaldo Lemos Coppini, Sílvio Pires, Neocles Alves Pereira, Nelson Maestrelí, Paulo Augusto Cauchick Miguel, Felipe Calarge, Nádia K. Pizzinato e Maria Isabel Santoro pelo incentivo à pesquisa.

A Divanir L. Spagnol pela colaboração e confiança no uso dos terminais do Núcleo de Gestão da Qualidade e Metrologia.

À Secretaria da Pós-Praduação da FEMP, pelo apoio, e principalmente, pela amizade demonstrada pela secretária e pelos bolsistas.

Às Indústrias Romi S/A pela concessão parcial de bolsa para custeio do mestrado.

A paciência é companheira da sabedoria.

Santo Agostinho

(354-430)

Teólogo e Filósofo.

MARCORIN, Adílson José. ***Aplicação dos Métodos de Kaplan-Meier e Bootstrap na Análise de Confiabilidade de Produtos Baseada em Dados de Campo***. 2002. 94 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Faculdade de Engenharia Mecânica e de Produção, Universidade Metodista de Piracicaba, Santa Bárbara d'Oeste.

RESUMO

Estimativas de confiabilidade são em geral feitas utilizando-se técnicas de inferência estatística. As inferências são feitas a partir de dados de falhas coletados em ensaios. A utilização de dados de campo para as inferências pode reduzir os custos de coleta de dados de falha. Neste trabalho propõe-se a aplicação do método de Kaplan-Meier para estimativa não-paramétrica de confiabilidade, bem como o método de reamostragem *Bootstrap* para determinação do intervalo de confiança da estimativa feita usando-se dados de campo. Populações com distribuições conhecidas são geradas por simulação, visando testar a capacidade da proposta de estimar os valores de confiabilidade e seu intervalo de confiança. Os resultados das simulações mostram que a proposta é consistente para diversas populações com distribuição simétrica ou assimétrica, bem como para diversos níveis de censura à direita. Um estudo de caso de utilização do método é apresentado para uma amostra real de dados de falhas ocorridas em painéis de operação de máquinas. A proposta permite estimar a vida B10 do equipamento utilizando-se dados de uma amostra fortemente censurada. O método se mostra adequado para estimativas não-paramétricas de confiabilidade utilizando-se amostras que contenham censuras de múltiplos tipos ou com tempos de falha repetidos.

PALAVRAS-CHAVE: Confiabilidade, Estimativas de confiabilidade, Amostras censuradas, Dados de campo, Reamostragem *Bootstrap*.

MARCORIN, Adílson José. *Aplicação dos Métodos de Kaplan-Meier e Bootstrap na Análise de Confiabilidade de Produtos Baseada em Dados Campo*. 2002. 94 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Faculdade de Engenharia Mecânica e de Produção, Universidade Metodista de Piracicaba, Santa Bárbara d'Oeste.

***KAPLAN-MEIER AND BOOTSTRAP APPLICATION ON
PRODUCT RELIABILITY ANALYSIS
BASED ON FIELD DATA***

ABSTRACT

Reliability estimation is usually done using statistical inference. The inferences are done using data collected by means of reliability tests. However, field data can be a valuable, low cost source of failure data. A proposal is presented for reliability estimation using field data. The proposal is based on Kaplan-Meier method to estimate reliability measures and the Bootstrap resampling method to calculate confidence intervals. Data with known population distribution has been generated to test the method's ability to calculate consistent confidence intervals. Simulation results show the consistency of the proposal to calculate confidence interval for different population, including cases of data showing different levels of right censoring. A case study using failures occurred in machine operating panels has been conducted to test the proposal using real data sampled from field. The method has shown to be adequate to non-parametric estimation of reliability using samples with multiple censoring data, specially when it is not possible to fit the data to a known distribution function.

Keywords: Reliability, Reliability estimation, Censored sample, Field failure data, Bootstrap resampling.

SUMÁRIO

Lista de Abreviaturas e Siglas.....	viii
Lista de Figuras.....	x
Lista de Tabelas.....	xi
Capítulo 1. Introdução.....	1
Capítulo 2. Fundamentos da Confiabilidade	7
2.1 – Conceituação e definição da confiabilidade.....	8
2.2 – Estimativas, parâmetros e funções para a confiabilidade.....	10
2.2.2 – <i>A função de confiabilidade</i>	11
2.2.3 – <i>A taxa de falhas ou taxa de risco</i>	12
2.2.4 – <i>O tempo médio entre falhas – MTBF</i>	14
2.2.4 – <i>Vida Bx e garantia</i>	14
2.3 – Métodos de inferência para a confiabilidade	14
2.3.1 – <i>Inferência paramétrica</i>	16
2.3.2 – <i>Inferência não-paramétrica</i>	18
2.3.3 – <i>Estimativa de parâmetros</i>	22
2.4 - Modelagem dos dados de falhas.....	26
2.4.1 – <i>Modelagem não-paramétrica de amostras censuradas</i>	27
2.4.2 – <i>Modelagem paramétrica de amostras censuradas</i>	32
2.5 – Estimativas por intervalo.....	33
2.5.1 – <i>Intervalos de confiança para MLE</i>	34
2.5.2 – <i>Intervalo de confiança para inferência não-paramétrica</i>	35
2.5.3 – <i>Métodos de reamostragem</i>	36
Capítulo 3. Utilização de Dados de Campo em Confiabilidade.....	39
3.1 – Características dos dados de campo.....	42
3.2 – Estimadores para dados de campo	46
3.3 – Discussão da literatura	52
Capítulo 4. A Proposta para Estimativa de Confiabilidade.....	54
Capítulo 5. Validação e Teste da Proposta.....	59
5.1 – Aplicação da modelagem	63
Capítulo 6. Conclusão e propostas de trabalhos futuros.....	69
Referências Bibliográficas.....	72
Bibliografia Consultada	78

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

α	nível de significância para uma estimativa (ou risco)
a, b	constantes numéricas
β	parâmetro de forma da distribuição de Weibull
B_x	tempo de vida associada a uma probabilidade de falha de $x\%$
$F(t)$	função de densidade cumulativa
S_i	i -ésima censura de uma amostra
C_k	k -ésimo percentil de uma amostra ordenada
D_k	k -ésimo decil de uma amostra ordenada
$E(\lambda)$	distribuição exponencial com parâmetro λ
$E(G)$	esperança matemática de uma função genérica G
F_i	i -ésima falha de uma amostra
γ	parâmetro de deslocamento (vida mínima) em distribuições de Weibull e exponencial
η	parâmetro de localização da distribuição de Weibull
$h(t)$	taxa de risco ou taxa de falhas
$H(t)$	taxa de risco cumulativa
k	quantidade de falhas dentro de uma amostra de dados de vida
λ	parâmetro de localização em distribuição exponencial
M	número de reamostras no método de <i>Bootstrap</i>
μ	parâmetro de média populacional para distribuições Normal e Lognormal
MLE	Método de máxima verossimilhança
MTBF, \bar{t}	tempo médio entre falhas (vida média)
n, N	tamanho de amostra
$N(\mu, \sigma)$	distribuição Normal com média μ e desvio padrão σ
p	probabilidade de sucesso em uma distribuição binomial
P	probabilidade associada a um tempo t
$f(t)$	função densidade de probabilidade
θ	conjunto de parâmetros de uma distribuição

$Q(t)$	desconfiabilidade, igual à probabilidade de falha cumulativa $F(t)$
Q_k	k-ésimo quartil
$R(t)$	função de confiabilidade de t
σ	parâmetro de desvio-padrão para distribuições Normal e Lognormal
t, s	variável contínua relativa ao tempo de falha dentro de uma amostra
T	estatística de interesse no método de <i>Bootstrap</i>
$t_{(i)}$	i-ésimo elemento de uma amostra ordenada
t_a	elemento da amostra imediatamente anterior ao elemento atual
t_i	i-ésimo elemento de uma amostra
$U(a, b)$	distribuição uniforme com parâmetros a e b
$\text{Var}(G)$	variância de uma função genérica G
Z	valor crítico relativo a um dado nível de confiança

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Relação empírica entre o tempo de funcionamento t e a probabilidade de funcionamento P	9
Figura 2 – Curva da banheira.....	13
Figura 3 – Notação para identificação dos elementos da amostra ordenada ...	19
Figura 4 – Comparação da $F(t)$ de uma amostra Normal $N(99,8;10,3)$ com a $F(t)$ empírica calculada por meio de estimativa não-paramétrica	22
Figura 5 – QQ-Plot das amostras da tabela 2 para diversas distribuições, feitas pelo software Minitab®	24
Figura 6 - Classificação das observações no tempo de observação t_o	27
Figura 7 – Gráfico típico do estimador de Kaplan-Meier	31
Figura 8 – Gráfico do estimador de Kaplan-Meier com os intervalos de confiança calculados para cada estimador	36
Figura 9 – Representação gráfica da proposta	56
Figura 10 – representação gráfica do processo de validação.....	57
Figura 11 – Distribuições dos valores de B10 calculados pela proposta.	62
Figura 12 – Distribuição dos 200 valores de B10.....	66

LISTA DE TABELAS

Tabela 2 – Exemplo de amostra ordenada de $n=100$ itens de uma população Normal $N(99,8;10,3)$	21
Tabela 3 – Exemplo de amostra censurada. (Reliasoft Corporation, 2001).....	28
Tabelas 4a e 4b – Combinações possíveis do componente C na posição 2 e na posição 3. Fonte: Reliasoft Corporation (2001).....	29
Tabela 5a, 5b e 5c – Combinações possíveis do componente E, quando nas posições 3, 4 ou 5. Fonte: Reliasoft Corporation (2001).....	30
Tabela 6 – Resultado de ensaios de cálculo de nível de confiança utilizando o método	60
Tabela 7 – Amostra censurada contendo tempos de falhas e de censuras para 187 unidades do painel de operação em estudo	64
Tabela 8 – distribuição da idade das máquinas e da quantidade de retornos de painel de operação.	67

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

Ao longo das décadas mais recentes a humanidade vem assistindo à consolidação do sistema capitalista. Uma das características deste sistema é uma forte ênfase na competição pela sobrevivência. Esta competição se manifesta nas mais diversas atividades, inclusive na condução dos negócios e da economia. Empresas competem entre si pela sua sobrevivência no mercado, tendo como principais fatores para esta sobrevivência a conquista e a manutenção de clientes que garantam o consumo de produtos e de serviços ofertados pelas empresas.

Com isso, as empresas se voltam para a busca da satisfação do cliente como estratégia de competição. Neste contexto, a qualidade é cada vez mais definida em termos da capacidade de um dado produto ou serviço de atender as necessidades e expectativas dos clientes. A qualidade, portanto, passa a ser uma das armas principais desta competição pelo mercado consumidor. Em consequência, grandes esforços são feitos dentro das empresas visando gerenciar da melhor maneira possível a qualidade de seus produtos e serviços.

Os conceitos de gerenciamento da qualidade têm também evoluído ao longo do tempo, passando de uma mentalidade reativa para uma mentalidade proativa, conforme observado por Kenett & Zacks (1998). Esta evolução da mentalidade de gerenciamento da qualidade é representada em seu trabalho como uma escada, chamada de escada da qualidade (*The Quality Ladder*). Este modelo classifica a evolução da cultura da qualidade dentro de uma organização em quatro degraus. Os degraus mais baixos representariam culturas de gerência de qualidade mais reativas, enquanto os degraus mais altos representariam culturas de gerência mais proativas. No degrau mais alto e mais proativo, está representada a cultura do planejamento da qualidade do produto já durante seu desenvolvimento, num conceito chamado de “qualidade por meio do projeto” (*Quality by Design*). Segundo este conceito, a qualidade de um produto deve ser planejada no seu desenvolvimento.

Theije et al. (1998) argumentam também em favor da proatividade do planejamento da qualidade no desenvolvimento de um produto, e estimam que 70% a 80% dos custos futuros relacionados a um produto dependem de decisões tomadas durante o seu desenvolvimento. Jayaram & Ibrahim (1999) discutem que as decisões de projeto devem ser tomadas visando torná-lo robusto. Segundo os autores, um projeto é dito robusto se as características de desempenho não se alteram em função das variações que este possa sofrer durante seu uso.

Donovan & Stephenson (1997) destacam a importância da redução do tempo de desenvolvimento de um produto como estratégia de competição, citando um estudo segundo o qual as companhias perdem em média 33% de seu lucro quando o lançamento de um novo produto é atrasado em seis meses. No entanto, alerta que a qualidade não pode ser comprometida na busca pela redução do tempo de projeto.

Por outro lado, a qualidade pode ser caracterizada por oito dimensões, conforme proposto por Garvin (1987), sendo uma delas a confiabilidade. Segundo Garvin, a confiabilidade reflete a probabilidade de um produto falhar dentro de um período de tempo, e se torna especialmente relevante para os consumidores quando a manutenção do produto é mais dispendiosa.

Segundo Garvin (1987), a durabilidade é também uma das oito dimensões da qualidade. A durabilidade pode ser definida como a quantidade de uso que se consegue do equipamento até que seja mais econômico descartá-lo do que repará-lo. Dentro deste enfoque, a durabilidade tem também uma relação estreita com a confiabilidade e, para produtos reparáveis, estes conceitos são equivalentes.

Apesar das diversas visões e abrangências possíveis para a qualidade, tradicionalmente um produto que se diga de boa qualidade é associado à idéia de um produto que não quebra, ou seja, um produto que funciona continuamente sem apresentar falhas. Assim, pode-se dizer que, independentemente do enfoque em discussão, o conceito de qualidade está

fortemente associado à confiabilidade do produto, quase independentemente da conceituação adotada para sua definição.

A confiabilidade, por sua vez, é definida como a probabilidade de um produto funcionar continuamente, sem falhas por um determinado período de tempo, e em condições de funcionamento determinadas (O'Connor,1988). A análise de confiabilidade se baseia em modelos estatísticos de probabilidade, aplicados a dados de tempo decorrido até a falha.

Os dados de tempo até a falha podem ser coletados por meio de ensaios ou por meio de registro de ocorrências de falhas em produto funcionando em clientes, que são chamados neste trabalho de dados de campo.

A realização de ensaios gera informações mais completas sobre o comportamento das falhas do produto, já que todas as condições de ensaio estão sob controle. Por outro lado, nos ensaios existe a necessidade de alocação alta de recursos, conforme ditado por Genadis (1996), que descreve os principais custos envolvidos em ensaios de confiabilidade. Basicamente, devem ser computados custos de equipamentos de ensaio que simulem as condições de funcionamento desejadas, energia elétrica para alimentação destes equipamentos, mão-de-obra qualificada para acompanhamento dos ensaios, além da aquisição de amostras que são submetidas aos testes. Como o objetivo do ensaio é que ocorram falhas, as amostras a ele submetidas serão fatalmente inutilizadas. Além disso, para que se possa ter o resultado dos ensaios em tempo hábil para a tomada de decisão durante o desenvolvimento do produto, o tempo de ensaio não pode ser longo a ponto de atrasar o projeto. Para redução da sua duração é comum a realização de ensaios nos quais as amostras são submetidas a condições mais severas do que as normais de utilização. Isso visa acelerar a ocorrência de falhas para reduzir o tempo de falhas, sendo por isso chamados de ensaios acelerados. A análise de dados de falhas geradas nestas condições demanda a utilização de técnicas específicas que permitam extrapolar os resultados dos ensaios para as condições normais de uso. O domínio de tais técnicas demanda também a disponibilidade de mão-de-obra especializada para análise dos resultados.

Por outro lado, a utilização de dados de campo está sujeita a algumas limitações relativas à qualidade das informações de falhas registradas. Apesar de normalmente existirem bancos de dados de ocorrências de reparos em campo, suas informações têm em geral finalidades fiscais para a cobrança do serviço de manutenção, trazendo pouca informação sobre a falha observada e o seu diagnóstico. Isso dificulta o seu uso para o cálculo de confiabilidade num grande número de casos. Outra dificuldade comum é que nem todas as falhas ocorridas em campo são registradas, já que alguns clientes têm equipe própria de manutenção. Isso faz com que muitas informações de falhas não cheguem ao fabricante do equipamento. Portanto, em geral, as informações disponíveis são aquelas relativas a equipamentos ainda dentro do período de garantia. Com isso, normalmente somente as falhas ocorridas dentro do período de garantia são consideradas para análise da confiabilidade. Some-se a isso o fato de que equipamentos de alta confiabilidade não falham com freqüência, tem-se que a quantidade de falhas para análise de confiabilidade é bastante reduzida quando se utilizam dados de campo.

Apesar disso, a utilização de dados de campo se constitui em uma alternativa bastante atrativa para estimativa de confiabilidade pelo seu baixo custo e pela sua disponibilidade imediata, impactando positivamente o tempo e o custo de desenvolvimento e tendo a grande vantagem das informações terem sido coletadas com os equipamentos em condições reais de utilização.

Na literatura internacional existem diversos trabalhos com estudos de confiabilidade baseados em dados de campo, utilizando métodos estatísticos clássicos para estimativa de confiabilidade. Wang et al. (1999) se preocupam especificamente com a estruturação da base de dados para o registro de ocorrências de falhas em campo. Jauw & Vassiliou (2000) propõem um sistema automatizado de aquisição e análise de dados de falhas de campo. A despeito de suas virtudes, em alguns casos, os métodos utilizados com os dados de campo tendem a apresentar intervalos de confiança de tal ordem que não permitem avaliação conclusiva sobre a confiabilidade do produto.

O que se nota é que, apesar das vantagens apresentadas pelo uso de dados de campo, as análises feitas através de métodos clássicos demonstram a importância de se aprimorar o cálculo dos intervalos de confiança das estimativas de confiabilidade.

Neste sentido, este trabalho objetiva apresentar a aplicação dos métodos de Kaplan-Meier e *Bootstrap* para o cálculo do intervalo de confiança nas estimativas de confiabilidade usando dados de campo, de tal modo a agregar os seus benefícios no desenvolvimento de produtos.

Para isso, o presente trabalho está dividido nos 6 capítulos descritos a seguir.

No presente capítulo apresentam-se a justificativa e a contextualização do tema, declarando-se a motivação para a realização deste estudo, além de seu objetivo.

No Capítulo 2 apresentam-se os conceitos sobre a teoria estatística aplicada a estudos de confiabilidade, com a definição de vários elementos importantes como os estimadores, os modelos e os métodos de análise de características dos dados de falha. O capítulo serve, portanto, como uma referência teórica para detalhamento do tema e da proposta apresentadas nos capítulos subsequentes.

No Capítulo 3 apresenta-se a revisão bibliográfica relativa à utilização das técnicas estatísticas aplicadas a estudos de confiabilidade, notadamente visando destacar os casos de utilização de dados de campo reportados. As características principais dos dados de campo são também destacadas neste capítulo.

No Capítulo 4 descreve-se a metodologia proposta para cálculo do intervalo de confiança de estimativas de confiabilidade utilizando-se dados de campo, bem como uma forma de se validar a proposta quanto à sua capacidade de atendimento das características específicas de tais dados, destacadas no Capítulo 3.

No Capítulo 5 é apresentada a aplicação do processo de validação descrito no Capítulo 4 e seus resultados são comentados. Um estudo de caso utilizando a metodologia proposta com dados reais de falhas de um equipamento é também apresentado, visando testar a proposta com dados reais de campo.

No Capítulo 6 conclui-se o trabalho, avaliando-se os resultados, as vantagens e as limitações da proposta, apresentando ainda sugestões para pesquisas futuras que contribuam para o aproveitamento de dados de campo como fonte de informação para estudos de confiabilidade.

CAPÍTULO 2. FUNDAMENTOS DA CONFIABILIDADE

Um estudo de confiabilidade está relacionado ao estudo das falhas ocorridas em um dado equipamento. O domínio dos conceitos envolvidos na definição de confiabilidade permite que ela possa ser quantificada.

Por seu lado, a quantificação de confiabilidade de um dado equipamento envolve a utilização de técnicas estatísticas de cálculo de probabilidade. Estudos de confiabilidade são uma forma de estatística aplicada ao estudo de falhas de equipamentos.

Para efeito deste trabalho, a conceituação geral aqui utilizada, aplicada à atividade industrial, foi grandemente baseada nos trabalhos de Kenett & Zacks (1998) e Levine et al. (1998). A teoria estatística aplicada à confiabilidade foi principalmente baseada nos trabalhos de Smith (1986), Müller & Schwarz (1986) e O'Connor (1988).

Neste capítulo é apresentada a definição formal de confiabilidade, a partir da qual se discutem os conceitos nela envolvidos, visando estabelecer o ponto de partida para a sua quantificação. A seguir, as estimativas comumente utilizadas como medidas de confiabilidade de um produto são descritas, as quais serão referenciadas ao longo do texto. Na seqüência, são apresentados os modelos e métodos estatísticos de inferência utilizados para as estimativas de vida, de forma a caracterizar cada um deles em função dos diversos tipos de dados utilizados. A discussão das características das amostras de dados utilizadas para estudo de confiabilidade destaca as suas peculiaridades em relação às amostras usadas em estudos estatísticos mais genéricos. Finalmente, são apresentados os métodos de determinação de intervalos de confiança para os valores de confiabilidade estimados, de forma a ressaltar sua importância na estimativa de uma dada medida de confiabilidade.

2.1 – CONCEITUAÇÃO E DEFINIÇÃO DA CONFIABILIDADE

As normas militares americanas, elaboradas pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América, definem confiabilidade como a probabilidade de um ítem executar a função para o qual foi projetado, por um período de tempo específico e sob condições determinadas (U.S. Department of Defense, 1998).

O termo “ítem” na definição acima é uma generalização para artigos manufaturados, produtos, equipamentos, componentes e conjuntos de componentes.

Tais itens são concebidos para o atendimento de uma função específica, desde que trabalhando sob as condições de uso para as quais tenham sido projetados. Ao apresentarem incapacidade de atendimento desta função, nas condições de trabalho especificadas, diz-se que o equipamento apresenta uma falha.

Esta definição caracteriza a confiabilidade como uma probabilidade de funcionamento num período de tempo. Portanto, a quantificação da confiabilidade sempre associa uma probabilidade P a um tempo t de funcionamento do item, sem falhas. A este tempo t é comumente dado o nome de “missão”.

Empiricamente, tem-se facilmente a noção de que esta probabilidade P de funcionamento é tanto menor quanto mais aumenta o tempo de uso t . De fato, espera-se que itens com maior tempo de uso tenham menor chance de funcionar do que itens relativamente mais novos. A confiabilidade, portanto, é uma função que decresce com o tempo de uso. A figura 1 ilustra esta relação empírica.

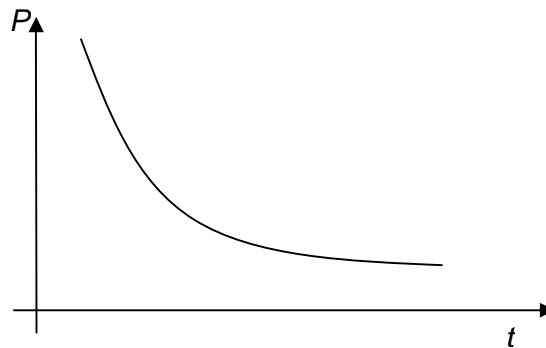


Figura 1 – Relação empírica entre o tempo de funcionamento t e a probabilidade de funcionamento P

Nos estudos de confiabilidade, o que se chama de tempo t não é necessariamente expresso através de unidades de tempo (horas, dias, semanas, meses, anos, etc.). Pode também ser expresso por quantidades que, indiretamente, indiquem tempo de uso, como kilometragem de automóveis, número de ciclos de um cilindro hidráulico, número de manobras em um botão, etc.

Smith (1986) faz ainda algumas considerações de ordem prática bastante relevantes em relação aos conceitos de confiabilidade. Primeiramente, alerta que, por ser uma probabilidade, a quantificação da confiabilidade envolve técnicas estatísticas, sendo, portanto, uma forma de matemática aplicada. Como tal, ela deve servir como auxílio e não como substituta da razão lógica, já que seu uso cego, sem considerações de ordem prática, vai fatalmente levar a conclusões errôneas na interpretação dos resultados. Assim, os valores devem sempre ser interpretados à luz da razão e do conhecimento técnico sobre o item em análise.

Outra observação feita por Smith (1986) é de que a confiabilidade é um estado do conhecimento, e não um estado das coisas. Para ilustrar esta idéia, uma situação hipotética é considerada, em que um astronauta está em um foguete prestes a ser lançado. O astronauta questiona o engenheiro na base sobre como é que ele pode saber se o foguete é confiável. O engenheiro responde que disparou dezesseis foguetes idênticos ao atual, e os últimos

quatorze funcionaram. O Astronauta novamente pergunta se eles dispararam este em que ele está. Obviamente que não, responde o engenheiro, pois do contrário o astronauta não estaria nele. Então o astronauta volta a questionar como ele pode estar seguro de que o foguete vai funcionar. O engenheiro então pede que ele olhe ao redor, para fora do foguete, e observe que eles vão disparar diversos foguetes idênticos para ele. O primeiro foguete a ser disparado falha. Cinco foguetes são então disparados em seguida, e todos funcionam adequadamente. Após o primeiro disparo falhar, o engenheiro e o astronauta certamente ficaram em dúvida quanto à confiabilidade do foguete. Após os cinco disparos com sucesso, porém, com certeza a confiança de ambos ficou maior. O que mudou foi o estado do conhecimento sobre o desempenho do sistema, pois o foguete em que está o astronauta continua o mesmo desde sua colocação na base de lançamento. Com este exemplo, Smith (1986) mostra que a confiabilidade não é uma característica do produto, mas sim do conhecimento que se tem dele, sendo, portanto, um conceito subjetivo por natureza.

Apesar desta subjetividade, porém, defende-se a importância do conhecimento de probabilidade na vida prática, seja nas áreas de engenharia, ciências biomédicas, negócios e na vida diária dos indivíduos, onde existe um grau considerável de incerteza. Sob este enfoque, a probabilidade serve como uma substituta da certeza. O fato de uma afirmação de probabilidade se revelar verdadeira, ou não, quando da ocorrência dos eventos discretos, não implica que a afirmativa seja certa ou errada. A probabilidade é apenas e tão somente uma medida do que se espera que aconteça, na média, se um dado evento é repetido por um grande número de vezes em condições idênticas.

2.2 – ESTIMATIVAS, PARÂMETROS E FUNÇÕES PARA A CONFIABILIDADE

Pelas discussões precedentes, é natural que a formulação de problemas de confiabilidade envolvam a caracterização objetiva de elementos que

permitam o cálculo de parâmetros para aplicação direta na quantificação da melhoria da qualidade.

A despeito das inúmeras nuances das diversas definições que envolvem a questão, alguns conceitos básicos e fundamentais podem ser expressos por variáveis, funções e modelos que os traduzam em resultados para os objetivos pretendidos nos estudos de confiabilidade. Dentre eles podem ser citados a função de confiabilidade $R(t_0)$, a taxa de falhas $h(t_0)$, o tempo médio entre falhas $MTBF$, a missão B_x e a garantia, ou tempo associado a uma dada confiabilidade. Os métodos de estimativa destes elementos são descritos nas seções a seguir. Nas descrições serão utilizadas a função densidade de probabilidade, denotada por $f(t)$, e a função de probabilidade cumulativa, denotada por $F(t)$. Para conceituação sobre estas funções recomenda-se a leitura de Kenett & Zacks (1998).

2.2.2 – A FUNÇÃO DE CONFIABILIDADE

De acordo com a definição dada, a função de confiabilidade $R(t)$ define a probabilidade de não ocorrer uma falha até o tempo t . Tomando-se t como uma variável aleatória contínua, a função de confiabilidade $R(t)$ (equação 4) pode ser obtida a partir de uma transformação simples da $F(t)$ dada por (1):

$$F(t_0) = P(t \leq t_0) = \int_{-\infty}^{t_0} f(s)ds \quad (1)$$

Esta é a função que define a probabilidade de ocorrência da falha até o tempo t_0 . Como a confiabilidade é a probabilidade de não-ocorrência da falha até o tempo t_0 , ou a probabilidade de não-falha, torna-se um evento mutuamente excludente em relação à probabilidade dada em (1). Desse fato conclui-se que a probabilidade de falha somada à probabilidade de não-falha (confiabilidade) deve resultar o valor 1. À função mostrada em (1) é também dado o nome de função desconfiabilidade, $Q(t)$, já que ela representa a probabilidade de falha.

Portanto,

$$Q(t) + R(t) = 1 \quad (2)$$

$$R(t) = 1 - Q(t) = 1 - \int_{-\infty}^{t_0} f(s) ds \quad (3)$$

ou seja,

$$R(t) = P(t \geq t_0) = \int_{t_0}^{\infty} f(s) ds \quad (4)$$

2.2.3 – A TAXA DE FALHAS OU TAXA DE RISCO

A taxa de risco ou taxa de falhas de um produto define a sua probabilidade instantânea de falha, que é a probabilidade do produto sobreviver ao intervalo de t a $t+dt$, dado que ele tenha sobrevivido até o tempo t .

A função taxa de falhas ou taxa de risco é dada por:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (5)$$

Pode-se também definir a taxa de falhas cumulativa como sendo:

$$H(t) = \int_{-\infty}^t \frac{f(s)}{R(s)} ds \quad (6)$$

A taxa de falhas não é necessariamente constante ao longo da vida de um produto. A representação gráfica da variação da taxa de falhas ao longo do tempo é comumente conhecida como “curva da banheira” (O’Connor, 1988; Müller & Schwarz, 1986) ou “curva de mortalidade” (Smith, 1986). Sua forma clássica está representada na figura 2.

Na fase chamada de infância, problemas associados em geral ao processo de fabricação causam taxa de falhas alta em um produto novo. À medida que os problemas são sanados esta taxa vai decrescendo

acentuadamente até se estabilizar em um valor de taxa de falhas aproximadamente constante. Aí se inicia a chamada vida útil do produto.

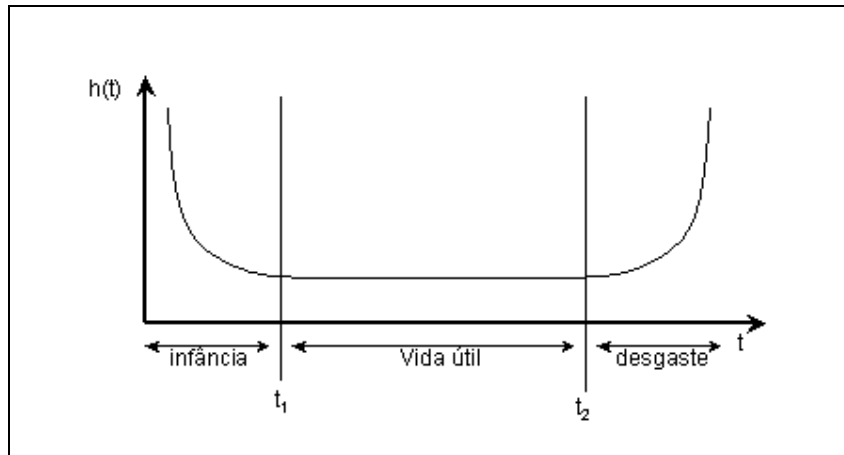


Figura 2 – Curva da banheira

Uma preocupação comum aos fabricantes de produtos é reduzir ao máximo o tempo de infância através de testes antes de enviá-lo para o cliente. Aos testes realizados com este fim dá-se o nome de *burn-in*. Uma questão importante é a determinação do tempo de *burn-in*, tempo t_1 na figura 2, onde se inicia a vida útil do produto. Esta questão é discutida por diversos autores, como Genadis (1996), Hiu & Lu (1996) e Su & Wu (1999).

Durante a vida útil a taxa de falhas do produto é praticamente constante, onde as falhas ocorrem meramente ao acaso. Com o uso do equipamento, suas peças vão se desgastando, e o produto entra em uma fase de taxas de falhas crescentes, conhecida como velhice ou desgaste. A caracterização destas fases é muito importante para a determinação de políticas de manutenção. Para manter a disponibilidade dos equipamentos, o tempo de vida útil deve ser mantido o mais longo possível. As partes do produto que estejam próximos de sua fase de desgaste devem ser trocadas, de forma a evitar paradas não programadas de máquinas por desgaste. Técnicas de confiabilidade podem ser utilizadas para o gerenciamento da manutenção neste caso. A manutenção feita com base em dados de confiabilidade é conhecida como RCM – *Reliability Centered Maintenance*. Diversos trabalhos

discutem a utilização de técnicas de confiabilidade em manutenção, como em Pintelon et al. (1999) e Bem-Daya (2000).

2.2.4 – O TEMPO MÉDIO ENTRE FALHAS – MTBF

O tempo médio \bar{t} fornece a expectativa média de vida dos itens, e pode ser empiricamente definida como a média dos valores de t tomados entre n elementos. Dados n valores de vida t , a vida média é dada por:

$$\bar{t} = \sum_{i=1}^n t(i) / n \quad (7)$$

2.2.4 – VIDA B_x E GARANTIA

A vida B_x é o tempo t onde se espera que a probabilidade de falha de um item seja de $x\%$. A vida B_x pode ser definida por:

$$B_x = t \quad , \text{ tal que } 100 \int_{-\infty}^t f(s) ds = x\% \quad (8)$$

Analogamente, a garantia é expressa como o tempo t onde se espera um dado valor de confiabilidade $R(t)$. Por exemplo, o tempo de garantia t que uma empresa pode dar ao cliente, se ela está disposta a custear 5% dos retornos de campo, é o tempo t equivalente a uma confiabilidade $R(t)$ igual a 95%.

2.3 – MÉTODOS DE INFERÊNCIA PARA A CONFIABILIDADE

Os elementos descritos na seção anterior representam diversas formas de se quantificar os parâmetros relacionados à confiabilidade de um dado produto. Em estudos de confiabilidade, técnicas estatísticas são utilizadas para o cálculo destes parâmetros, utilizando-se dados de falhas das amostras. Ao conjunto dessas técnicas dá-se o nome de inferência estatística.

Segundo Levine et al. (2000), inferência estatística pode ser definida como os métodos que tornam possível a estimativa de uma característica de uma população com base somente em resultados de amostras. Tais inferências podem ser feitas de forma paramétrica, através das funções $f(t)$, ou de forma não-paramétrica.

As funções densidade de probabilidade, $f(t)$, são formas de caracterizar a distribuição de probabilidade de uma variável aleatória contínua. Em estudos de confiabilidade, considerando o tempo de falha t como uma variável aleatória contínua, através da caracterização de sua $f(t)$ podem-se derivar os principais estimadores de confiabilidade discutidos na seção 2.2.

A inferência utilizando distribuição de frequência para estimativa da confiabilidade consiste em encontrar primeiramente o modelo de distribuição que melhor se adequa aos dados da amostra. Encontrado o modelo adequado, os parâmetros do modelo de distribuição devem ser estimados, e somente então a $f(t)$ associada ao modelo pode ser utilizada para quantificação da confiabilidade do produto. Por depender da adequação dos dados ao modelo, com a estimativa dos seus parâmetros, a inferência feita desta forma é conhecida como modelagem paramétrica.

Em contrapartida, O'Connor (1988) define como métodos inferenciais não-paramétricos aqueles desenvolvidos para medir e comparar variáveis estatísticas quando não se utiliza na análise a $f(t)$ para caracterização da distribuição de frequência. Podem também ser chamados de métodos independentes de distribuição (*distribution-free methods*). Os métodos não-paramétricos são um pouco menos poderosos que os métodos paramétricos em termos de precisão quando a distribuição da população é conhecida. No entanto, eles são mais simples de usar e bastante adequados quando não se conhece a distribuição da população.

Na seção 2.3.1 são apresentados os principais estimadores para os valores de confiabilidade descritos na seção 2.2, para as funções de distribuição de probabilidade $f(t)$ mais conhecidas utilizadas em modelagem de

dados de falha. Na seção 2.3.2 são apresentados alguns métodos não-paramétricos clássicos em estudo de confiabilidade.

2.3.1 – INFERÊNCIA PARAMÉTRICA

Os métodos de inferência paramétrica consistem em se adequar uma função de distribuição de frequência aos dados da amostra, estimar os parâmetros da função de distribuição, através dos elementos definidos em 2.2, quantificando-se a partir deles as medidas de confiabilidade de interesse.

Diversas são as distribuições de probabilidade utilizadas em estudos de confiabilidade. A tabela 1 ilustra as expressões da função $f(t)$, da confiabilidade $R(t)$, do parâmetro MTBF, e da taxa de falhas $h(t)$, trazendo a expressão equivalente para as distribuições Normal, Weibull, Exponencial e Lognormal.

A distribuição Normal tem ampla utilização em confiabilidade, e modela adequadamente itens que sofrem desgaste ao longo de sua utilização. No entanto, a distribuição Normal permite trabalhar com valores negativos da variável aleatória, enquanto o tempo de falha t em geral assume valores positivos. Nestes casos, tempos negativos podem indicar defeitos de fabricação ou problemas de transporte, armazenagem ou manipulação, de forma que o item já apresenta defeito no início de sua utilização. Na tabela nota-se também a definição das expressões através de seu parâmetro de localização, a média μ , e do parâmetro de dispersão, o desvio-padrão σ .

A distribuição Lognormal tem grande utilização em estudos de confiabilidade, notadamente por modelar adequadamente variáveis que, apesar de terem distribuição aproximadamente Normal, não podem assumir valores negativos. A distribuição Lognormal também tem um parâmetro de localização, a média μ , e um parâmetro de dispersão, o desvio-padrão σ .

Tabela 1 – Expressões dos estimadores de confiabilidade para distribuições Normal, Weibull, Exponencial e Lognormal

	<u>Normal</u>	<u>Weibull</u>	<u>Exponencial</u>	<u>Lognormal</u>
f(t)	$f(t) = \frac{1}{\sigma t \sqrt{2\Pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2}$	$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$	$f(t) = \lambda e^{-\lambda(t-\gamma)}$	$f(t') = \frac{1}{t\sigma' \sqrt{2\Pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t'-\mu'}{\sigma'}\right)^2}$
R(t)	$R(t) = \int_t^\infty \frac{1}{\sigma t \sqrt{2\Pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} dt$	$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$	$R(t) = e^{-\lambda(t-\gamma)}$	$R(t') = \int_{t'}^\infty \frac{1}{\sigma t' \sqrt{2\Pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t'-\mu'}{\sigma'}\right)^2} dt$
MTBF	$\bar{t} = \mu$	$\bar{t} = \gamma + \eta \Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right)$	$\bar{t} = \gamma + \frac{1}{\lambda}$	$\bar{t} = e^{\bar{t}' + \frac{1}{2}\sigma'^2}$
h(t)	$h(t) = \frac{\frac{1}{\sigma t \sqrt{2\Pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2}}{\int_t^\infty \frac{1}{\sigma t \sqrt{2\Pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} dt}$	$h(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1}$	$h(t) = \lambda$	$h(t) = \frac{\frac{1}{\sigma t' \sqrt{2\Pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t'-\mu'}{\sigma'}\right)^2}}{\int_{t'}^\infty \frac{1}{\sigma t' \sqrt{2\Pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t'-\mu'}{\sigma'}\right)^2} dt}$

Também amplamente utilizada em estudos de confiabilidade, a distribuição exponencial modela adequadamente circuitos eletrônicos e demais componentes que tenham como característica não apresentarem falhas por desgaste. Tais componentes têm maior chance de falhar logo no início de sua vida, devido a problemas em seu processo de fabricação, ou por problemas de manipulação. A distribuição exponencial tem geralmente apenas um parâmetro de localização, λ , mas pode também ter um parâmetro de deslocamento, γ . Em estudos de confiabilidade γ é conhecido como vida mínima, sendo na grande maioria dos estudos considerado nulo. Esta distribuição tem grande utilização devido à simplicidade do cálculo de seu parâmetro. Para populações sabidamente exponenciais, o seu parâmetro λ é o inverso da vida média MTBF. Assim, calculando-se a média aritmética dos valores da amostra (MTBF), o parâmetro λ pode ser calculado como mostrado na expressão 9.

$$\lambda = 1/MTBF \quad (9)$$

A distribuição de Weibull é bastante utilizada em estudos de confiabilidade pela sua flexibilidade no ajustamento. Alterando-se um de seus parâmetros, a distribuição de Weibull pode modelar as mais diversas formas de distribuição, desde formas extremamente assimétricas à esquerda, como a Exponencial, até distribuições simétricas como a Normal. A distribuição de Weibull tem um parâmetro de forma β , um parâmetro de localização η e um parâmetro de deslocamento γ . Em estudo de confiabilidade γ é conhecido como vida mínima, e é normalmente zero. Quanto menor o valor de β , mais assimétrica à esquerda é a forma da distribuição de probabilidade. Valores de $\beta = 1$ indicam uma distribuição perfeitamente exponencial. Valores de β aproximadamente 3,5 indicam uma distribuição aproximadamente Normal.

2.3.2 – INFERÊNCIA NÃO-PARAMÉTRICA

Inferência não-paramétrica é uma ferramenta útil para estimativas de confiabilidade quando não se dispõe de informações sobre a forma da

distribuição de frequência da variável aleatória. Através da inferência não-paramétrica as estimativas podem ser obtidas sem que se utilizem funções de distribuição.

Os estimadores não-paramétricos se baseiam no que se conhece por estatísticas da amostra ordenada. Tais estatísticas são definidas por Kenett & Zacks (1998) como os valores característicos de uma amostra cujos elementos foram ordenados de forma crescente.

Sejam t_1, t_2, \dots, t_n os n valores de tempo observados em uma amostra. A amostra ordenada é denotada por $t_{(1)}, t_{(2)}, \dots, t_{(n)}$, onde $t_{(1)}$ é menor valor observado na amostra, $t_{(2)}$ é o segundo menor valor, e assim por diante. De forma geral, denota-se por $t_{(i)}$ o i -ésimo valor da amostra assim ordenada. A figura 3 ilustra esta notação.

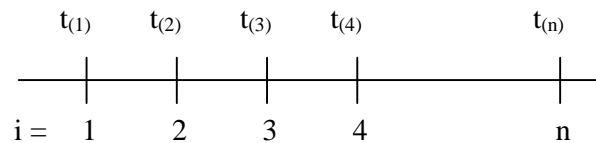


Figura 3 – Notação para identificação dos elementos da amostra ordenada

Apesar de i representar a ordem do valor discreto $t_{(i)}$ dentro da amostra ordenada, sendo, portanto, um valor inteiro, podem ocorrer ocasiões onde se torna necessário determinar valores intermediários entre dois valores discretos $t_{(i)}$ e $t_{(i+1)}$. Nestes casos, ao valor de $t_{(i)}$ adiciona-se uma proporção k da diferença entre $t_{(i)}$ e $t_{(i+1)}$, tal que $0 < k < 1$. A este valor intermediário denota-se por $t_{(i,k)}$, conforme exemplificado na expressão (10) a seguir.

$$t_{(i,5)} = t_{(i)} + 0,5(t_{(i+1)} - t_{(i)}) \quad (10)$$

Diversas estatísticas amostrais podem ser calculadas utilizando-se esta notação. Como exemplo, o mínimo amostral é o $t_{(1)}$, o máximo é $t_{(n)}$, a amplitude amostral é dada por $(t_{(n)} - t_{(1)})$.

As estatísticas mais conhecidas, calculadas por meio de inferência não-paramétrica, são a mediana e os quartis, dadas genericamente por $Q_j = t_{(qj)}$,

onde $q_j = j(n+1)/4$, caracterizando-se o primeiro quartil quando $j=1$, a mediana ou segundo quartil quando $j=2$, e o terceiro quartil quando $j=3$. As expressões abaixo ilustram o conceito:

$$1^\circ \text{ quartil: } Q_1 = t_{(q_1)}, \text{ sendo } q_1 = \frac{(n+1)}{4} \quad (11)$$

$$2^\circ \text{ quartil: mediana} = Q_2 = t_{(q_2)}, \text{ sendo } q_2 = \frac{2(n+1)}{4} \quad (12)$$

$$3^\circ \text{ quartil: } Q_3 = t_{(q_3)}, \text{ sendo } q_3 = \frac{3(n+1)}{4} \quad (13)$$

Analogamente à maneira pela qual se definem os quartis dentro da amostra ordenada, podem também ser definidos os decis como D_j , sendo $j=(n+1)/10$, os percentis como C_j , sendo $j=(n+1)/100$, etc.

Estas são formas específicas de uma classe de estatística chamada de quantil amostral. Assim, a mediana é definida como o $\frac{1}{2}$ -ésimo quantil, Q_1 é o $\frac{1}{4}$ -ésimo quantil, etc. Pode-se desta forma determinar o $\frac{90}{100}$ -ésimo quantil, o $\frac{1}{100}$ -ésimo quantil, etc.

Usando-se os dados de uma população Normal hipotética de 100 elementos com média 99,8 e desvio-padrão 10,3, $N(99,8;10,3)$, conforme mostrada na tabela 2, tais estatísticas podem ser determinadas conforme exemplo a seguir.

Com base no exposto anteriormente, determinam-se:

O 1º quartil

$$t_{((100+1)/4)} = t_{(25.25)} = t_{(25)} + 0.25 (t_{(26)} - t_{(25)}) = 92,7 + 0.25 (92.9 - 92.7) = 92.75$$

A mediana

$$t_{((100+1)/2)} = t_{(50.5)} = t_{(50)} + 0,5 (t_{(51)} - t_{(50)}) = 99,8 + 0,5 (100,2 - 99,8) = 100$$

Tabela 2 – Exemplo de amostra ordenada de $n=100$ itens de uma população Normal $N(99,8;10,3)$

i	$t_{(i)}$	i	$t_{(i)}$	i	$t_{(i)}$	i	$t_{(i)}$	i	$t_{(i)}$
1	74,3	21	91,2	41	96,2	61	103,0	81	108,9
2	74,4	22	92,1	42	96,9	62	103,0	82	109,4
3	81,8	23	92,1	43	96,9	63	103,2	83	109,6
4	83,3	24	92,5	44	97,2	64	104,0	84	109,7
5	84,0	25	92,7	45	97,4	65	104,1	85	110,2
6	84,9	26	92,9	46	98,4	66	104,5	86	110,7
7	85,6	27	93,0	47	98,7	67	104,7	87	111,2
8	85,8	28	93,1	48	98,7	68	104,9	88	111,2
9	85,9	29	93,3	49	99,0	69	105,3	89	111,4
10	86,0	30	93,5	50	99,8	70	105,5	90	112,6
11	86,4	31	93,9	51	100,2	71	105,6	91	112,7
12	87,4	32	94,0	52	100,5	72	105,9	92	113,5
13	88,7	33	94,3	53	100,6	73	106,4	93	114,3
14	88,8	34	94,6	54	100,9	74	106,5	94	114,5
15	88,9	35	94,7	55	101,3	75	107,0	95	118,0
16	89,3	36	95,1	56	101,3	76	107,5	96	118,9
17	89,4	37	95,2	57	101,3	77	108,0	97	119,1
18	90,1	38	95,7	58	101,4	78	108,2	98	121,1
19	90,4	39	96,1	59	101,9	79	108,3	99	121,2
20	91,2	40	96,1	60	102,9	80	108,5	100	125,0

Na figura 4 mostram-se a função cumulativa de $N(99,8;10,3)$ e um polígono de freqüência acumulada utilizando os valores de probabilidade calculados de forma não-paramétrica.

Pode-se notar que os resultados das funções paramétrica e não-paramétrica se aproximam, indicando a possibilidade de se utilizar as informações não-paramétricas para estimativa de confiabilidade, mesmo se desconhecendo a forma de distribuição de freqüência dada pela $f(t)$.

Esta abordagem leva também a uma forma de se verificar a aderência da amostra à uma dada distribuição padronizada, chamada de Quanti-Quantil-Plot (*QQ-Plot*), cuja fundamentação é descrita detalhadamente por Kennet & Zacks (1998).

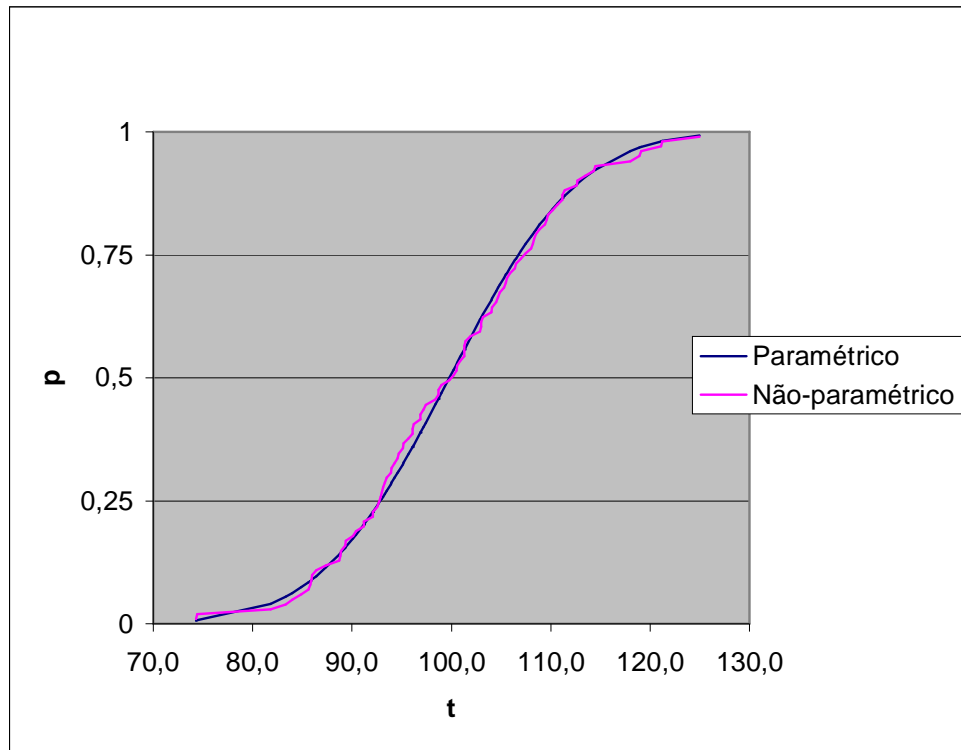


Figura 4 – Comparação da $F(t)$ de uma amostra Normal $N(99,8;10,3)$ com a $F(t)$ empírica calculada por meio de estimativa não-paramétrica

2.3.3 – ESTIMATIVA DE PARÂMETROS

Na seção 2.3.1 discutiram-se as principais distribuições de probabilidade usadas para a modelagem de confiabilidade, utilizando inferência paramétrica. Na tabela 1 foram mostradas as funções destas distribuições de probabilidade. Quando se pretende fazer estimativas dos valores de confiabilidade de forma paramétrica, pelo uso de uma função $f(t)$ conhecida, o seguinte procedimento é recomendado:

- i) Escolhe-se a função $f(t)$ mais adequada aos dados;
- ii) Estimam-se os parâmetros da distribuição $f(t)$ escolhida;
- iii) Estimam-se os valores da confiabilidade de interesse.

A escolha da função de distribuição $f(t)$ mais adequada pode ser feita através de verificação gráfica ou numérica do modelo escolhido para os dados disponíveis.

A verificação gráfica de aderência pode ser feita através de gráficos de probabilidade QQ-Plot dos quantis $t_{(i)}$ para os diversos modelos padronizados e linearizados. Esta é a forma mais simples de se verificar aderência, sendo integrante da maioria dos softwares comerciais de estatística e de confiabilidade. A figura 5 ilustra esta verificação para os dados da tabela 2, donde se pode notar claramente que os modelos Normal e Lognormal se adequam melhor aos dados da amostra.

Cálculos podem ser feitos utilizando-se os diversos testes de aderência conhecidos. Os mais comumente utilizados são os testes do χ^2 e o teste de Kolmogorov-Smirnov, que testam a hipótese de uma dada amostra pertencer a uma dada distribuição de frequência escolhida. Uma forma empírica de se quantificar numericamente a aderência é calcular o coeficiente de correlação linear dos pontos mostrados no gráfico. A curva que possui maior coeficiente de correlação, considerando também os valores e a distribuição dos resíduos, é tomada como a de melhor aderência. Detalhes da fundamentação destes testes podem ser também encontrados em Kenett & Zachs (1998) e O'Connor (1988).

Uma vez identificada a distribuição mais adequada aos dados da amostra, é necessário que os parâmetros da função sejam estimados.

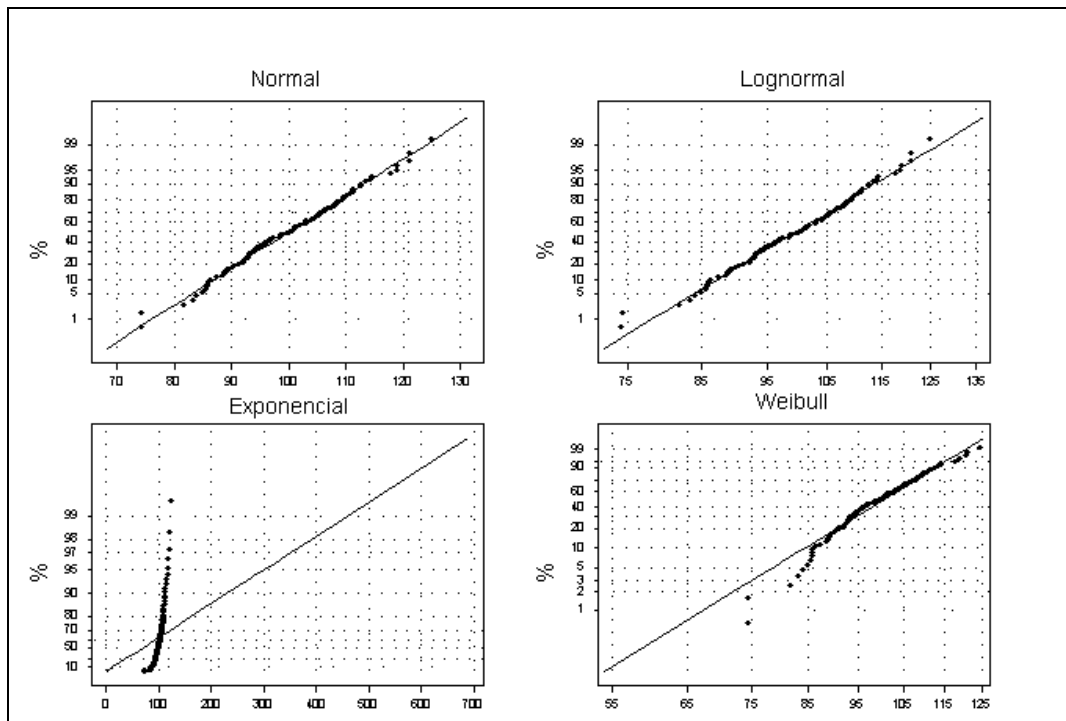


Figura 5 – QQ-Plot das amostras da tabela 2 para diversas distribuições, feitas pelo software Minitab®

A estimativa dos parâmetros pode ser feita também com a utilização dos gráficos da figura 5. Para distribuições como a de Weibull, que tem também um parâmetro de forma, o coeficiente angular da reta ajustada aos pontos é a estimativa deste parâmetro. Dos pontos que interceptam dados valores de probabilidade, podem ser obtidos os parâmetros de localização e escala. Para a distribuição Normal, o parâmetro de localização (a média) corresponde à probabilidade de 50%, sendo o parâmetro de escala (desvio-padrão) calculada como a diferença entre os tempos equivalentes às probabilidades de 84,14% e 15,85%, que equivalem às probabilidades relacionadas a um desvio-padrão acima e um desvio-padrão abaixo da média, respectivamente; O mesmo se aplica à distribuição Lognormal, lembrando-se, porém, que estas probabilidades estimam o valor do logaritmo do tempo t .

Outras alternativas para a estimativa dos parâmetros são os métodos dos momentos, dos mínimos quadrados e da máxima verossimilhança (MLE –

Maximum Likelihood Estimator), conforme apresentados por Kenett & Zachs (1998).

O método MLE é bastante utilizado em estudos de confiabilidade, notadamente por se adequar a estudos de amostras censuradas e de pequeno tamanho, como se verá na seção 2.4.2. Basicamente, trata-se de um método que busca maximizar a função de verossimilhança, que por sua vez é definida pela equação (14).

A função de verossimilhança é uma medida de aderência de cada dado discreto da amostra a uma distribuição e seus parâmetros.

Dada uma amostra t_1, t_2, \dots, t_n de variáveis pertencentes a uma mesma distribuição $f(t, \theta)$, sendo $f(t, \theta)$ a $f(t)$ com parâmetro ou conjunto de parâmetros θ , a função de verossimilhança de θ é dada por:

$$L(\theta; t_1, \dots, t_n) = \prod_{i=1}^n f(t_i, \theta) \quad (14)$$

Na função de verossimilhança utilizam-se os valores t da amostra e o conjunto θ de parâmetros da distribuição como variáveis. Tomando-se os valores amostrais t e variando-se os valores do conjunto de parâmetros θ da distribuição, o conjunto que resultar em máximo valor da função de verossimilhança é o conjunto de parâmetros mais adequado para que a distribuição se adeque aos dados da amostra. Nota-se que, para utilização do MLE, é necessário que se assuma uma dada distribuição, sendo, portanto, um método completamente paramétrico.

Para se maximizar a função de verossimilhança, deve-se igualar a zero a sua primeira derivada. Este cálculo não tem solução direta para todas as funções de probabilidade, podendo ser executado através de métodos numéricos iterativos. Tais métodos demandam uso de computador para que se alcance convergência da função para o valor máximo.

Tendo sido encontradas a distribuição e seus parâmetros, que melhor modelam os dados da amostra, os valores de confiabilidade de interesse podem ser calculados pela aplicação direta das funções mostradas na tabela 1, anteriormente mostrada.

2.4 - MODELAGEM DOS DADOS DE FALHAS

A qualidade de uma análise de dados depende do tipo de informação disponível sobre os tempos de ocorrência das falhas. Quando se trata de tempo de falha, deseja-se idealmente que existam registros do tempo exato de ocorrência de falhas para cada item da amostra. No entanto, podem ocorrer casos em que não se disponha de informação do tempo exato de ocorrência de falhas para todos os itens da amostra.

Esta falta de informação pode ocorrer devido ao registro da falha não ter sido adequadamente feito, porque se perdeu o momento exato de ocorrência da falha, ou mesmo porque uma falha não tenha efetivamente ocorrido no momento do registro.

A esta questão da falta do registro do momento exato da falha dá-se o nome de censura¹. A observação que apresenta tal característica é chamada de observação censurada. Ao contrário, quando se conhece o tempo exato de ocorrência da falha, a observação é dita completa.

Portanto, uma possibilidade de censura ocorre quando apenas k itens dentro de uma amostra de tamanho n (com $k < n$) apresentaram falha dentro do tempo de observação t_0 . Ou seja, existem $n-k$ itens dentro da amostra que não falharam dentro do tempo t_0 de observação, constituindo-se uma amostra censurada. Dos itens que não falharam, sabe-se apenas que o tempo de falha é maior que o tempo de observação t_0 , caracterizando assim uma censura à direita.

¹ Alguns autores fazem distinção entre os termos “censura” e “suspensão”. No entanto, esta distinção não é relevante para a discussão neste trabalho, de forma que o termo “censura” será usado de forma genérica, tanto em caso de censura como de suspensão.

Uma outra possibilidade de censura ocorre se no tempo t_o de observação estão disponíveis itens que falharam, porém não se sabe o tempo exato de ocorrência da falha. Neste caso, sabe-se que o tempo de falha é menor que o tempo de observação t_o , caracterizando uma censura à esquerda.

Existe ainda a possibilidade de que se saiba que em um dado tempo $t_a < t_o$, um dado item da amostra ainda estava funcionando, mas que no instante t_o o item já não é mais funcional, sem o registro exato do tempo de ocorrência da falha. Neste caso sabe-se apenas que a falha ocorreu entre os tempos t_a e t_o , caracterizando o que se chama de censura por intervalo.

A figura 6 ilustra a classificação das observações segundo o tipo de censura.

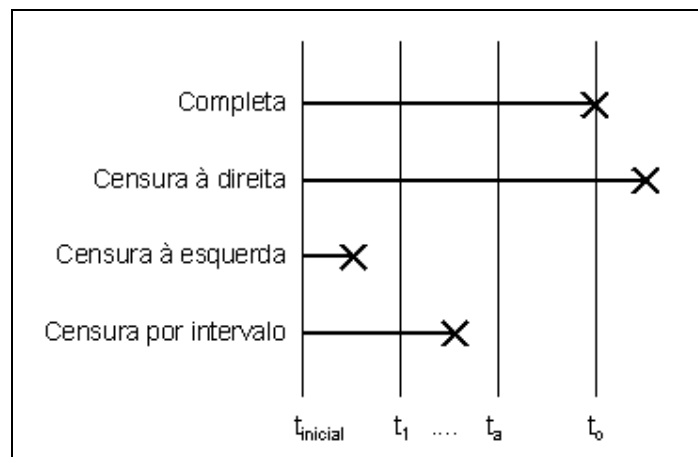


Figura 6 - Classificação das observações no tempo de observação t_o

Para análise de uma amostra que contenha dados censurados, tanto os métodos paramétricos como os não-paramétricos precisam sofrer alterações para considerarem as censuras. As seções seguintes discutem as variações dos métodos de inferência para estes casos.

2.4.1 – MODELAGEM NÃO-PARAMÉTRICA DE AMOSTRAS CENSURADAS

A modelagem não-paramétrica mostrada em 2.3.2 considera a ordem i de cada valor da amostra ordenada de forma crescente. A ordenação dos dados

de falha para cálculo dos quantis, quando na presença de censuras, deve considerar que, caso se conhecessem os valores exatos de tempo de ocorrência de falhas de todos os itens, certamente a ordem i dos tempos de falha seria diferente.

Por esta razão, os métodos de inferência não-paramétricos prevêm um ajuste dos valores da ordem i de cada falha quando em presença de censuras. Este ajuste no valor de i depende da quantidade de censuras observadas na amostra, bem como de sua posição relativa às falhas observadas.

Em consequência deste ajuste da ordem i dos elementos da amostra, a quantidade e a posição relativa das censuras influenciam no valor calculado da estatística pelos métodos de inferência não-paramétricos.

Para ilustrar este conceito, considere o exemplo descrito abaixo (Reliasoft Corporation, 2001).

Seja uma amostra de 5 componentes colocados sob teste, dos quais 3 falharam e 2 foram censurados, como mostrados na tabela 3.

Tabela 3 – Exemplo de amostra censurada. (Reliasoft Corporation, 2001)

<u>Componente</u>	<u>Tempo de observação(h)</u>	<u>Estado</u>
A	5100	Falha
B	9500	Censura
C	15000	Falha
D	22000	Censura
E	40000	Falha

Como o componente A falhou, e é a primeira observação da amostra, ao seu número de ordem i atribui-se o valor 1. O número de ordem i da segunda falha, componente C da tabela, é uma incógnita, uma vez que antes desta falha o componente B foi censurado. Se o componente B não tivesse sido censurado e falhasse antes de 15000 horas, o componente C seria o terceiro item da

tabela. Ao contrário, caso o componente B durasse mais do que 15000 horas, o componente C seria o segundo item da tabela. Assim, o número de ordem da segunda falha, componente C, deve estar entre 2 e 3. Para se determinar o número de ordem ajustado para a falha do componente C, deve-se levar em conta todas as combinações possíveis de ordem dos componentes da amostra, tanto para o caso do componente C estar na segunda posição como na terceira posição da tabela. As tabelas 4^a e 4b mostram as possíveis combinações do componente C na segunda e na terceira posições.

Tabelas 4a e 4b – Combinações possíveis do componente C na posição 2 e na posição 3. Fonte: Reliasoft Corporation (2001)

(4a)

<u>Posição</u>	<u>Combinações</u>					
1	A	A	A	A	A	A
2	C	C	C	C	C	C
3	B	D	E	B	D	E
4	D	B	B	E	E	D
5	E	E	D	D	B	B

(4b)

<u>Combinações</u>	
A	A
B	B
C	C
D	E
E	D

Nota-se que existem seis combinações possíveis de falhas e censuras com o componente C na segunda posição, e duas combinações com o componente C na terceira posição. Assim, o número de ordem i mais provável da segunda falha é a média destes arranjos, dado por:

$$i_c = \frac{(6 \times 2) + (2 \times 3)}{6 + 2} = 2,25 \quad (15)$$

De forma análoga, o número de ordem i da falha no componente E vai depender das combinações possíveis de localização desta falha em função das censuras observadas. Neste caso, o componente E poderia estar nas posições 3, 4 ou 5, dependendo das combinações dos tempos dos demais componentes, conforme mostrado nas tabelas 5a, 5b e 5c.

Tabela 5a, 5b e 5c – Combinações possíveis do componente E, quando nas posições 3, 4 ou 5. Fonte: Reliasoft Corporation (2001)

<u>Posição</u>	<u>Combinações</u>	
1	A	A
2	C	C
3	E	E
4	B	D
5	D	B

<u>Combinações</u>		
A	A	A
B	C	C
C	B	D
E	E	E
D	D	B

<u>Combinações</u>		
A	A	A
B	C	C
C	B	D
D	D	B
E	E	E

Assim, o valor mais provável de i para o componente E seria:

$$i_E = \frac{(2 \times 3) + (3 \times 4) + (3 \times 5)}{2 + 3 + 3} = 4,125 \quad (16)$$

Apesar de didático, este método se torna impraticável à medida que a amostra e a quantidade de censuras cresce, razão pela qual alguns métodos alternativos de ajuste são encontrados na literatura. Um deles, descrito por O'Connor (1988), consiste em se identificar cada falha por um número de ordem i , listando em ordem crescente os valores de tempos de falha t_i . Ao lado de cada falha, indicam-se quantos itens foram censurados entre o tempo t_{i-1} e t_i . Chamando-se de n o tamanho da amostra e N_o o número de itens ainda em operação no tempo t_i , para cada falha calcula-se o número de ordem médio \hat{i}_i , usando a equação

$$\hat{i}_i = \hat{i}_{i-1} + \frac{(n+1) - i_{i-1}}{1 + N_o} \quad (17)$$

Existem também métodos não-paramétricos para dados censurados que não demandam o ajuste do número de ordem i . Um dos mais utilizados métodos não-paramétricos para estudo de confiabilidade com amostras censuradas é conhecido como *Product Limit Estimator*, PL, ou método de Kaplan-Meier. Neste método os valores de confiabilidade $R(t)$ são estimados

em função da quantidade de itens em operação num dado tempo t e a quantidade de falhas em cada instante, conforme mostra a equação (18). Considera-se em operação os itens que ainda não falharam e nem foram censurados até o tempo t .

$$R(t) = \prod_{t_i < t} \frac{N_o(t_i) - k_{ti}}{N_o(t_i)} \quad (18)$$

Sendo $N_o(t_i)$ o número de itens em operação até o tempo t_i , e k_{ti} a quantidade de falhas no tempo t_i . A menos que haja empates (duas falhas com mesmo tempo), k_{ti} tipicamente é igual a 1. A figura 7 mostra uma representação gráfica típica do estimador de Kaplan-Meier ao longo do tempo.

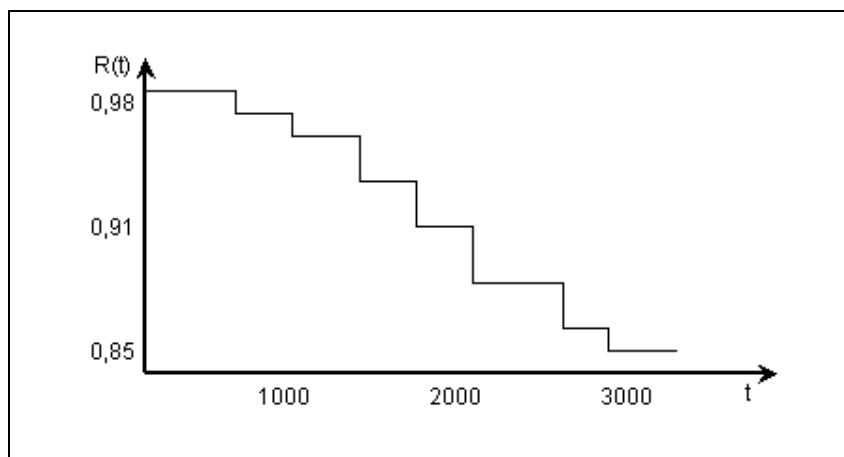


Figura 7 – Gráfico típico do estimador de Kaplan-Meier

Como em todo método não-paramétrico, os valores de interesse são calculados somente para os tempos de falha observados, de modo que a função não é contínua, podendo os valores intermediários ser calculados por interpolação.

Uma vantagem do estimador de Kaplan-Meier é que ele se adequa bem a qualquer tipo de censura, além de se prestar também adequadamente nos casos onde existam os chamados “empates”, ou seja, ocorrência de falhas em mais de um item ao mesmo tempo.

2.4.2 – MODELAGEM PARAMÉTRICA DE AMOSTRAS CENSURADAS

Como discutido na seção 2.3.3, uma das questões centrais de utilização de métodos de inferência paramétrica é a estimativa dos parâmetros da distribuição escolhida. A estimativa pode ser feita graficamente utilizando-se representação gráfica de probabilidade, ou numericamente por meio de método de máxima verossimilhança (MLE).

A estimativa dos parâmetros feita de forma gráfica para amostras censuradas envolve a utilização de métodos não-paramétricos, já discutidos em 2.4.1 para atribuir a cada falha a sua probabilidade. Os pares ordenados (tempo, probabilidade) são então representados graficamente em papel de probabilidade, buscando-se uma linha de regressão destes pontos, conforme ilustrado na figura 5. Os parâmetros são estimados pelo coeficiente angular e pela interseção da reta com uma dada probabilidade, como já discutido na seção 2.3.3. Este método, apesar de adequado também a dados censurados, envolve imprecisão e variabilidade características da forma manual como é feito.

Como o método MLE pode considerar as censuras observadas na amostra, ele se torna o método mais adequado nestes casos. No entanto, para amostras censuradas, o método MLE deve também ser modificado para considerar as censuras.

Quando na presença de dados censurados à direita, a função de verossimilhança considera a $f(t_i; \theta)$ para os valores de tempo de falha, enquanto que para os tempos de censura, considera a função de confiabilidade $R(t_i; \theta)$. A função de verossimilhança para dados censurados à direita é definida por (19), na qual k é o número de falhas e n o tamanho da amostra, com $n-k$ censuras.

$$L(\theta; t_1, \dots, t_n) = \prod_{i=1}^k f(t_i, \theta) \prod_{i=k+1}^n R(t_i, \theta) \quad (19)$$

Para os demais tipos de censura, a função verossimilhança deve ser adaptada para levar em conta as funções de probabilidade específicas a cada tipo de censura. Para detalhes da função completa, vide Kenett & Zachs (1998).

2.5 – ESTIMATIVAS POR INTERVALO

Os métodos mostrados nas seções 2.3 e 2.4 estimam um valor discreto da estatística de interesse, como por exemplo a média, a mediana ou um quantil qualquer. A este tipo de estimativa é dado o nome de estimativa por ponto. Segundo Levine et al. (2000), a estimativa por ponto consiste em uma única estatística da amostra que é utilizada para se calcular o valor real de um parâmetro da população.

Como exemplo, a média amostral é uma estimativa por ponto da média real da população. No entanto, intuitivamente sabe-se que, se tomarmos outras amostras da mesma população, os valores estimados para as novas amostras serão diferentes dos anteriores, por influência da variabilidade dos valores da população e da aleatoriedade do processo de amostragem. Pode-se então construir um intervalo dentro do qual está contido o verdadeiro valor da estatística da população.

Segundo Levine et al. (2000), as estimativas por intervalo buscam estimar um intervalo numérico dentro do qual está contido o verdadeiro valor da estatística de interesse da população.

Qualquer estimador calculado por meio de inferência estatística pode ser representado em seu intervalo de confiança. Para cada estimador existem métodos adequados para determinação de seu intervalo de confiança. O método utilizado para a média é o mais conhecido de todos, e se baseia no fato de que a distribuição das médias amostrais é sempre Normal, independente da distribuição da população. No entanto, esta é uma característica exclusiva da média, que não pode ser estendida diretamente a outros estimadores.

Diversos métodos de estimativa por intervalo foram desenvolvidos para outros estimadores, além da média. Os que particularmente interessam para o escopo deste trabalho são os métodos para cálculo de intervalo de confiança de estimadores não-paramétricos, além do método de cálculo de intervalo para os parâmetros da distribuição utilizando-se MLE, incluindo-se métodos para amostras censuradas.

2.5.1 – INTERVALOS DE CONFIANÇA PARA MLE

A modelagem paramétrica utilizando-se estimador de máxima verossimilhança, MLE, resulta em uma estimativa pontual dos parâmetros da distribuição selecionada. A cada um dos parâmetros da distribuição pode ser atribuído um intervalo de confiança, em função de um nível de confiança $1-\alpha$ adotado.

Dois são os métodos comumente utilizados para cálculo do intervalo de confiança para as estimativas paramétricas. A tratativa matemática destes métodos é bastante complexa e foge do objetivo deste trabalho, de forma que simplesmente serão discutidas as principais características de cada um deles. Manuais de software comerciais, como o Weibul++® (Reliasoft Corporation, 2001), descrevem detalhadamente estes métodos.

O método chamado de Limites pela Matriz de Fisher determina intervalos de confiança para os parâmetros θ de uma distribuição genérica G qualquer, baseados na esperança matemática $E(G)$, no nível de confiança $1-\alpha$, e na variância $Var(G)$. A variância $Var(G)$ é determinada pela Matriz de Informação de Fisher, que tem em sua diagonal principal a variância dos estimadores dos parâmetros e na diagonal secundária a sua covariância (Reliasoft Corporation, 2001).

Em geral, os intervalos calculados por este método tendem a ser muito otimistas, especialmente para casos onde o tamanho da amostra seja pequeno. Nestes casos, um método mais adequado é o de relação de verossimilhança (*Likelihood ratio method*) (Reliasoft Corporation, 2001).

O método de relação de verossimilhança baseia-se em uma inequação segundo a qual a razão entre as funções verossimilhança da amostra e da população deve ser sempre maior ou igual a uma dada estatística χ^2 . A função de verossimilhança da amostra é calculada pelo MLE. Já a função de verossimilhança populacional é deduzida por métodos computacionais numéricos. O método de relação de verossimilhança é mais simples que o método da matriz de Fisher, mas demanda maior capacidade de processamento (Reliasoft Corporation, 2001).

2.5.2 – INTERVALO DE CONFIANÇA PARA INFERÊNCIA NÃO-PARAMÉTRICA

Quando se utiliza inferência não-paramétrica baseada em estatística de amostra ordenada não censurada, o intervalo de confiança é feito determinando-se números de ordem i para os respectivos quantis, equivalentes ao nível de confiança $1-\alpha$ adotado. Para este método, utiliza-se a distribuição binomial cumulativa, mostrada na equação (20), onde a probabilidade de sucesso do evento binomial é $p=i/N$.

$$P = \sum_{k=i}^N \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad (20)$$

A equação deve ser resolvida em $P=\alpha/2$ para cálculo do limite inferior, e em $P=1-(\alpha/2)$ para o limite superior do intervalo de confiança.

Ocorre que não existe método de cálculo para solução desta equação em p . Uma aproximação utilizada normalmente é calcular diretamente os valores de i equivalentes a α e $1-\alpha$ utilizando-se uma aproximação do intervalo de confiança para a média. Os limites do intervalo são:

$$t_{(j)}, \text{ com } j = np \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{np(1-p)} \quad (21)$$

Na expressão, np é a média binomial e npq a sua variância. Neste caso, p é a estatística pontual cujo intervalo se deseja determinar.

Esta aproximação resulta em valores do número de ordem i que indicam na amostra os valores da variável aleatória t que servem como limites de confiança da estimativa.

Para o estimador de Kaplan-Meier, o intervalo de confiança pode ser calculado pelo método de Greenwood (Mathsoft, 1999). Este método calcula intervalos de confiança para a confiabilidade de cada falha. A figura 8 mostra a representação gráfica do estimador de Kaplan-Meier com os intervalos de confiança assim calculados.

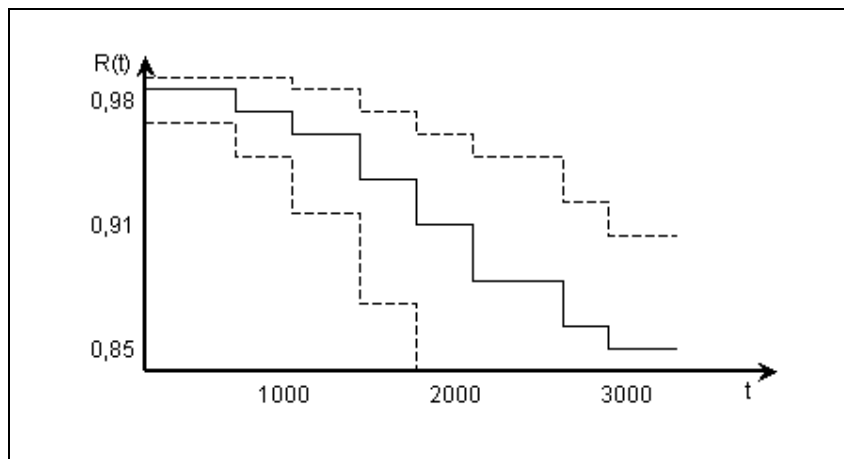


Figura 8 – Gráfico do estimador de Kaplan-Meier com os intervalos de confiança calculados para cada estimador

2.5.3 – MÉTODOS DE REAMOSTRAGEM

Uma forma de determinação de intervalo de confiança que vem sendo amplamente utilizada com o aumento da capacidade e redução de custos de computação é conhecida como reamostragem.

A reamostragem consiste da seleção de uma amostra inicial e da sucessiva reamostragem com reposição dos valores desta mesma amostra (Levine et al., 2000). O que torna útil o seu uso é o fato de não serem necessários quaisquer pressupostos sobre a distribuição populacional para

estimativa das estatísticas de interesse, não sendo também necessário conhecer qualquer parâmetro de distribuição.

Um dos métodos de reamostragem mais conhecidos é o *Bootstrap* (Efron, 1982). Seja n o tamanho da amostra original, no *Bootstrap* são geradas M reamostras aleatórias de tamanho n , a partir da amostra original e com reposição. Para cada reamostra é calculado o valor da estatística de interesse T , de forma que após M reamostras obtém-se um vetor de M valores da estatística T de interesse. A distribuição dos valores deste vetor é chamada de EBD – *Empirical Bootstrap Distribution*. A EBD é centrada no valor da estatística de interesse estimada pela amostra. A média da EBD é uma estimativa da média da distribuição amostral da estatística T . O desvio-padrão da EBD é a estimativa *Bootstrap* do erro-padrão de T . O $\alpha/2$ -ésimo quantil e o $(1-\alpha)/2$ -ésimo quantil da EBD são os limites de confiança *Bootstrap* empíricos para o parâmetro estimado por T , no nível de confiança $1-\alpha$.

A estatística T pode ser qualquer estimador, paramétrico ou não. Para estimadores não-paramétricos, o método oferece uma forma de se calcular intervalos de confiança a partir de uma amostra, sem que seja necessário fazer qualquer suposição sobre a distribuição da população.

Em estudos com dados de campo nem sempre as amostras têm tamanho adequado para que se faça uma suposição de normalidade, além de serem fortemente censuradas. Em geral, ainda, existem incertezas sobre a distribuição de probabilidade da população investigada.

Especificamente nestes casos, o método de *Bootstrap* pode ser associado a uma forma não-paramétrica de estimativa de confiabilidade, como o método de Kaplan-Meier.

Esta associação permitiria estimar a confiabilidade e seus intervalos de confiança de forma robusta, livre de qualquer pré-suposto de distribuição. Além disso, podem ser calculados intervalos de confiança tanto para o tempo de vida t como para a confiabilidade a ele associada, $R(t)$.

Tendo sido expostos neste capítulo os fundamentos teóricos para estimativa de confiabilidade, serão discutidos no capítulo seguinte os trabalhos publicados na literatura relativos a utilização de dados de campo para esta estimativa.

CAPÍTULO 3. UTILIZAÇÃO DE DADOS DE CAMPO EM CONFIABILIDADE

Este capítulo relata os trabalhos publicados sobre o uso de dados de campo para estudos de confiabilidade, de forma a apresentar as diversas abordagens utilizadas na discussão do tema. Seguindo com a apresentação das características mais relevantes das amostras de dados de campo, são relatados trabalhos onde tais características são discutidas. Com base nas discussões publicadas e suas características, demonstra-se a pertinência da proposta aqui discutida sobre a aplicação dos métodos de Kaplan-Meier e de *Bootstrap* para estimativas de confiabilidade utilizando dados de campo.

Nos estudos de confiabilidade de um produto, métodos de inferência estatística são utilizados para avaliar as suas características de vida, com base em dados de tempo de funcionamento até a falha. Estes dados são em geral coletados através de ensaios nos quais os produtos são submetidos a condições de funcionamento conhecidas. No entanto, os registros das ocorrências de campo também podem fornecer dados de tempo até a falha dos produtos. A utilização de dados de campo para cálculo de confiabilidade mostra-se vantajosa em relação à realização de ensaios para coleta dos dados devido ao seu baixo custo e à sua disponibilidade imediata. Deste modo, sua utilização durante o desenvolvimento de novos produtos vem ao encontro da necessidade de redução do tempo de projeto.

As empresas costumam manter registros das ocorrências de falhas em campo. Tais registros são provenientes de solicitações de reparos feitas por clientes. Os custos de reparo precisam ser quantificados para efeitos de cobrança dos serviços, de modo que os sistemas de informação voltados para coleta destes dados têm normalmente objetivos contábeis e fiscais, e pouca ênfase é dada nas informações registradas que permitam a caracterização adequada das falhas. Deste modo, nem sempre estes registros são adequados para estudo de confiabilidade. Adaptações, ou mesmo remodelagem completa

das bases de dados, podem ser necessárias para que os dados possam servir ao propósito de cálculo de confiabilidade.

Lin (2002) discute que nas fases iniciais de um desenvolvimento de produto a disponibilidade de informação de desempenho é escassa. Por isso, as poucas evidências que se possam conseguir podem ser muito valiosas se adequadamente avaliadas. Segundo o autor, métodos de inferência Bayesiana permitem que evidências mesmo indiretas sobre o desempenho possam ser aproveitadas na análise de confiabilidade. Um argumento similar é encontrado em Ke & Shen (1999) e Guida & Pulcini (2002).

James et al. (2002) argumentam que na concepção e projeto de novos produtos muitos componentes utilizados em projetos anteriores podem ser aproveitados. O desempenho destes itens é em geral conhecido pelos projetistas, através do retorno das informações de campo. Os dados de falhas ocorridas em campo estão em geral disponíveis nas bases de dados de falhas da empresa. Apesar disso, não é prática comum a utilização destes dados para melhoria dos novos produtos. Com isso, lições aprendidas com erros e acertos anteriores não são incorporadas aos novos produtos. A falta desta prática, segundo os autores, seria devida a problemas culturais que envolvem, em geral, não se adotar como política a análise dos dados de falhas de campo. Para esta abordagem, uma metodologia denominada REMM (*Reliability Enhancement Methodology and Modeling*) foi criada, na qual se propõe uma análise ampla das partes de produtos já existentes, como meio de se utilizar sua informações em novos produtos. Pela metodologia, os dados de campo são utilizados não somente para cálculos de confiabilidade, mas também para análise qualitativa das falhas. Tais análises permitiriam a eliminação de causas potenciais de falhas detectadas no campo, estendendo seus benefícios a novos produtos.

Jauw & Vassiliou (2000) descrevem a aquisição e a manipulação de dados de falha como o aspecto mais desafiador dos estudos de qualidade e confiabilidade de produtos. Muitas empresas não conseguem aproveitar os dados de desempenho dos produtos no campo porque seus dados não são

coletados, carecem de uniformidade ou são imprecisos. Mesmo quando os dados são coletados, normalmente são registrados em diversos setores da empresa, com pouca ou nenhuma integração entre as fontes de dados e sem uniformidade de formatos. Tais deficiências dificultam a análise dos dados. Segundo os autores, é necessário que se utilize uma abordagem integrada em um único sistema, que garanta que os dados sejam adequadamente coletados, armazenados, analisados e apresentados. Tal sistema permitiria que a empresa transformasse dados de campo em informação, e a informação em decisão para melhoria contínua. Seu desenvolvimento deve considerar a especificação precisa das informações que devem ser registradas para que se consiga estimar a confiabilidade dos produtos, bem como a estrutura adequada para armazenagem dos dados.

Já Wang et al. (1999) discutem a importância do conhecimento da confiabilidade das máquinas para que os índices de disponibilidade das mesmas possam ser mantidos em níveis adequados. A indisponibilidade de uma máquina em uma planta representa sempre grandes prejuízos, seja em termos de perda de produção, seja em termos de custos de reparo. A necessidade de melhoria dos níveis de disponibilidade das máquinas leva seus usuários e fabricantes a se preocuparem com a confiabilidade dos equipamentos. Para a avaliação da confiabilidade, os dados de desempenho em campo são coletados e analisados. Para sistematizar o trabalho de análise de confiabilidade baseada nestes dados, e evitar erros de manipulação manual, é essencial que se desenvolvam bases de dados e sistemas de análise adequados. Uma estrutura adequada destas bases deveria representar de forma hierárquica a própria estrutura física da máquina, bem como os modos de falha aos quais está sujeita.

Neste sentido, a máquina pode ser representada como um conjunto de componentes agrupados em sub-sistemas, que por sua vez seriam novamente agrupados para formar a máquina. Um sistema de codificação das ocorrências na máquina cria um código alfanumérico, onde são representados os sistemas, sub-sistemas e componentes discretos da máquina, bem como os diversos

modos de falha a que estão sujeitos. Isso cria uma forma segura de representação das informações relevantes da ocorrência, permitindo sua classificação adequada para análise de confiabilidade. Tal estrutura permitiria que os dados de falhas coletados e armazenados pudessem ser diretamente utilizados para análise qualitativa e quantitativa da confiabilidade das máquinas, já que a classificação dos dados pode ser feita de forma consistente e automatizada, reduzindo a chance de erros devido a problemas de interpretação das descrições de falhas.

3.1 – CARACTERÍSTICAS DOS DADOS DE CAMPO

Se por um lado a utilização de dados de campo está condicionada à disponibilidade de sistemas adequados de coleta e registro, os métodos de análise destes dados precisam considerar aspectos característicos dos dados de campo, que podem exigir técnicas de análise distintas daquelas utilizadas em inferência estatística convencional. As amostras de dados de campo apresentam em geral poucas falhas e muitas censuras. Para que se possa ter tamanhos de amostra significativos, os dados provenientes de diversos modos de falha não são separados na análise, de modo que dados de campo normalmente representam diferentes populações, referentes a diferentes modos de falha, ou falhas em diferentes fases de vida do produto. Com isso, modelos de distribuição tradicionais podem não se adequar às amostras, e técnicas de inferência não-paramétricas podem ser uma alternativa interessante. Neste contexto, os intervalos de confiança das estimativas tendem a ser grandes, de modo que sua avaliação adequada se torna relevante.

Crowder & Eshleman (2001) argumentam que a pressão por redução de custos e a necessidade de agilidade na adaptação dos produtos ao mercado têm levado algumas companhias a reverem suas estratégias de volume de produção, que passam a visar a entrega de muitos lotes pequenos de produtos ao invés de poucos lotes grandes. Com a redução do tamanho dos lotes, os

tamanhos de amostras para controle estatístico de processo e para estimativa de confiabilidade têm também sido reduzidos, demandando técnicas de análise adequadas para pequenas amostras.

Yang & Zaghati (2002) discutem que as informações relativas aos reparos cobertos pela garantia do produto constituem-se em fonte importante de informação sobre as falhas em campo. Quando os reparos são feitos, os tempos de operação e os modos de falha são registrados pelo pessoal de assistência técnica, tornando possível a modelagem da confiabilidade do produto. Por outro lado, o período de garantia determina também a censura dos dados de falha, já que nem todos os produtos falham dentro deste período. As unidades que não falham dentro do período de garantia constituem amostras censuradas à direita. Para amostras com censuras, os métodos de inferência da confiabilidade se tornam mais complexos. Para alguns produtos, como automóveis, a garantia pode ser definida tanto por tempo de aquisição como por intensidade de utilização, o que torna os mecanismos de censura completamente aleatórios, exigindo técnicas de inferência ainda mais complexas.

Disso, pode-se dizer que a análise de confiabilidade utilizando dados de garantia requer que se conheçam os dados de produtos que não falharam dentro do período de garantia, e que devem ser, por essa razão, censurados.

O período de garantia, em geral, se inicia pela venda do produto. Quando a venda do produto é feita pelo próprio fabricante, a data de venda de cada unidade é conhecida, tornando possível a caracterização precisa das unidades censuradas. Ao contrário, quando a venda não é feita pelo fabricante, a data de venda de cada unidade é desconhecida pois os produtos podem ficar aguardando nos pontos de venda para serem adquiridos. Este tempo costuma ser chamado de tempo de prateleira. Eletrodomésticos são exemplos típicos onde surge esta questão, uma vez que, em geral, a data de venda do produto não é conhecida pelo seu fabricante.

Segundo Liu (2002), uma alternativa para caracterização das censuras nestes casos seria a modelagem estatística do tempo de prateleira, novamente utilizando-se dados de reparos em garantia. Para as unidades retornadas em garantia, as bases de dados podem conter as suas datas de fabricação e de venda, permitindo que o tempo de prateleira possa ser calculado como o período entre estas duas datas. O conjunto de tempos de prateleira das unidades reparadas em garantia resultaria em uma amostra cuja distribuição poderia ser utilizada para estimativa do tempo médio de prateleira. Sabendo-se a quantidade de produtos fabricados em um dado período, a estimativa do tempo de prateleira pode ser utilizada na determinação da quantidade de unidades efetivamente em funcionamento no campo, permitindo assim a estimativa das quantidades e dos tempos de funcionamento das unidades censuradas pela garantia.

A análise dos dados de falhas ocorridos em campo precisa também considerar que os equipamentos podem falhar de diversas formas ou modos de falha, e que cada um dos modos de falha pode ter características de distribuição diferentes. Arts et al. (1997) argumentam que, nestes casos, os dados de falha são uma mistura de tempos até a falha resultantes de muitos modos de falha simultâneos. O tipo de amostra assim constituído contém o que se costuma chamar de modos de falha concorrentes - *competing failure mode*. Se for possível distinguir os tempos de falha associados a cada modo de falha, estes podem ser separados em amostras distintas, permitindo modelagem individual de cada uma delas. Ocorre que, nos casos de dados de campo, as informações de falhas são muito pobres e dificilmente se consegue caracterizar os modos de falha para cada ocorrência individual.

Diversos autores apresentam técnicas para tratamento de modos de falha concorrentes. Arts et al. (1997) propõem uma metodologia numérica adequada para casos onde apenas dois modos de falha com distribuição conhecida estejam presentes.

Falcetta (2000) também discute que em alguns estudos de confiabilidade os tempos até a falha são gerados a partir da ocorrência de dois ou mais

modos de falhas distintos. Nestes casos, têm-se dados oriundos de mais de uma população, que podem não seguir uma mesma distribuição. Os modelos matemáticos necessários nestes casos podem ser extremamente complexos pela quantidade de parâmetros a serem estimados. Nestes casos, a representação gráfica das falhas em papel de probabilidade pode ser utilizada para se distinguir os diversos modos envolvidos, de forma que possam ser isolados e avaliados separadamente.

Zhang & Ren (2002) argumentam que a representação gráfica dos dados em papel de probabilidade é uma forma simples e intuitiva de se inferir sobre a distribuição das falhas. Quando uma dada distribuição é adequada aos dados, a representação dos mesmos no papel respectivo deve resultar em uma linha reta. Nos estudos utilizando este tipo de representação, o papel de distribuição de Weibull tem grande utilização, dada a sua flexibilidade, que permite a modelagem de diversas distribuições padronizadas, desde as mais assimétricas à esquerda, como a Exponencial, até distribuições simétricas contínuas, como a Normal. Porém, em presença de modos de falhas concorrentes, mesmo distribuições mais flexíveis podem não modelar adequadamente os dados. Nestes casos, o alinhamento dos pontos no papel de probabilidade pode sugerir a aderência de mais de uma distribuição aos dados, cada uma delas relativa a um modo de falha distinto. Com base nisso, um método baseado em análise gráfica das falhas em papel de probabilidade poderia ser utilizado para caracterização dos diversos modos de falhas concorrentes presentes na amostra. O modelo apresentado por Zhang & Ren (2002) permite tratar até três modos de falha distintos que possam ser modelados por meio de distribuição de Weibull. Nair et al. (2001) também discutem a questão de modos de falhas concorrentes, e propõem inferência Bayesiana para sua análise.

Além de diversos modos de falha a que os produtos estão sujeitos, podem estar presentes nos dados de campo informações referentes a diferentes fases de vida do produto, ao longo da qual a taxa de falhas varia, conforme descrito na seção 2.2.3.

Hasting & Ang (1995) se ocupam da identificação na amostra de falhas pertencentes a diferentes fases da vida do produto. A forma clássica de modelagem destas fases utiliza a distribuição de Weibull. Quando modelados por esta distribuição de probabilidades, o seu parâmetro de forma β assume diferentes valores característicos para cada fase. β menor que 1 indica infância, $\beta=1$ indica vida útil e β maior que 1 indica velhice. De acordo com os autores, tal abordagem seria adequada somente em casos onde não haja mais de um modo de falha, ou seja, não existam falhas concorrentes. Os autores propõem uma distribuição alternativa que consegue modelar adequadamente os dados, distribuindo-os automaticamente entre as três fases, mesmo em casos de mais de um modo de falha.

3.2 – ESTIMADORES PARA DADOS DE CAMPO

Apesar da existência de diversos métodos para avaliação de dados provenientes de diversos modos de falha, ou de diversas fases de vida do produto, a utilização destes métodos para cada caso em particular está sujeita à aceitação de vários pressupostos que nem sempre são válidos na prática. Em todos estes métodos, é necessário que se conheça a distribuição dos diversos modos de falha. Para alguns dos métodos, deve-se assumir que todos os modos provenham de populações da mesma família de distribuição.

Existem, porém, formas de se estimar os valores de confiabilidade sem a necessidade de conhecer a distribuição de probabilidade dos dados da amostra. Os métodos de inferência deste tipo são conhecidos como métodos inferenciais não-paramétricos, já que não existe necessidade de se estimar parâmetros para uma dada distribuição. Em alguns trabalhos, a inferência utilizando estes métodos é chamada de inferência independente de distribuição (*distribution-free inference*); vide Sharma & Singh (1997) e Chakraborti et al. (2001). Além destes, Steiner & Mackay (2000) também discutem casos onde estimadores não-paramétricos podem ser mais adequados que estimadores paramétricos.

Segundo Colosimo et al. (1999), as inferências em estudos de confiabilidade podem ser feitas tanto de forma paramétrica como de forma não-paramétrica, desde que a metodologia utilizada seja adequada para trabalhar com amostras censuradas. A utilização de estimadores não-paramétricos é mais simples que os paramétricos, sendo por isso bastante utilizado em estudos de confiabilidade. Apesar da sua simplicidade de uso, nos casos onde a distribuição de probabilidade puder ser corretamente especificada as técnicas paramétricas devem ser utilizadas, já que são mais eficientes que as não-paramétricas. No entanto, especificação incorreta da distribuição acarreta estimativas viciadas de confiabilidade.

Uma característica dos estimadores não-paramétricos é que as probabilidades são estimadas apenas para os valores discretos de tempos de falha observados na amostra. Nos valores de tempo entre duas falhas consecutivas considera-se que a probabilidade se mantém constante, o que resulta em uma função descontínua de probabilidade, cuja representação gráfica mostra um formato de escada (vide seção 2.4.1).

Barlett & Hastings (1998) abordam a questão de descontinuidade da função de confiabilidade para um certo método não-paramétrico, a saber, o estimador de Herd-Johnson. Neste método, a confiabilidade é calculada utilizando-se os números de ordem da amostra ordenada, conforme já discutido na seção 2.4.1. Deste modo, os estimadores não levam em conta os valores de tempo de falha ou de censura, mas apenas seu número de ordem. Segundo os autores, isso equivale a considerar que as censuras tenham sido observadas no momento da ocorrência da falha. Como consequência, tais métodos são insensíveis a variações dos valores dos tempos de censuras e dos tempos de falha, a menos que tais variações ocorram de tal forma que causem alteração da ordem relativa dos elementos da amostra ordenada. Uma alteração na metodologia é proposta para ajustar o número de ordem utilizado na estimativa de confiabilidade, em função dos valores de tempo de censura da amostra. Tal alteração confere à função de probabilidade a sensibilidade a variações dos valores de censura presentes na amostra.

Sharma & Singh (1997) também se ocupam de calcular valores de confiabilidade utilizando-se métodos não-paramétricos. Para a justificativa de utilização de métodos não-paramétricos argumenta-se que, nas fases iniciais de desenvolvimento de um produto, nem sempre é possível se fazer suposição sobre a distribuição de falhas de um dado equipamento. A situação se torna ainda mais complexa quando em presença de censuras. Diversos estimadores não-paramétricos de confiabilidade simples de serem utilizados são propostos, visando permitir cálculos práticos de confiabilidade quando não se conhece a distribuição de falhas.

Outra questão importante quando se trabalha com estimativas de confiabilidade é a determinação do intervalo de confiança para a estimativa. O intervalo de confiança varia diretamente com a dispersão dos dados da amostra e inversamente com seu tamanho (Kenett & Zacks, 1998). Como dados de campo normalmente fornecem poucas informações de falha, as amostras são pequenas, e geram intervalos de confiança grandes. A presença na amostra de dados de falha de diversas populações, com modos de falha diferentes, aumenta a dispersão dos dados, o que também contribui para o aumento do intervalo de confiança. Portanto, em decisões que sejam baseadas em estudos de confiabilidade utilizando dados de campo, o intervalo de confiança precisa ser levado em consideração. Apesar disso, são poucos os trabalhos de estimativa de confiabilidade onde se tratam especificamente dos aspectos relativos ao cálculo do intervalo de confiança.

Colosimo et al. (1999) discutem a determinação de intervalos de confiança, tanto para estimadores paramétricos e não-paramétricos. Segundo os autores, pelo fato de os estimadores paramétricos apresentarem maior precisão, espera-se que os seus intervalos de confiança tenham amplitude menor que nos métodos não-paramétricos. Lembrem, porém, que esta vantagem do estimador paramétrico somente é válida caso a distribuição seja adequada aos dados da amostra. Sharma & Singh (1997) propõem uma forma de cálculo de intervalo de confiança para estimadores não-paramétricos

considerando que os números de ordem da amostra podem ser modelados usando-se uma distribuição binomial.

Em um trabalho voltado para a área biomédica, Li & Keilegon (2000) desenvolvem um método de cálculo de intervalo de confiança para métodos não-paramétricos com dados censurados, usando o que chamam de razão de verossimilhança (*Likelihood ratio*). Tal desenvolvimento resulta em uma generalização dos métodos de cálculo de intervalo de confiança não-paramétricos. Sua tratativa matemática, porém, é extremamente complexa.

Os métodos apresentados para cálculo de intervalos de confiança têm em geral como pressuposto a distribuição Normal do estimador, sendo baseados no teorema do limite central. No entanto, nem todos os estimadores apresentam distribuição Normal (Levine et al., 1998). Mesmo para os casos onde a distribuição do estimador possa ser considerada Normal, a determinação do intervalo de confiança envolve cálculos complexos e formulações que nem sempre resultam em funções inversíveis. Por esta razão, é comum que os cálculos somente possam ser feitos utilizando-se métodos numéricos solucionáveis por computador.

Especificamente para estimadores não-paramétricos, os métodos de cálculo de intervalo somente resultam em valores de limite de confiança para as estimativas de probabilidade, não gerando intervalos para os valores de tempo estimados, como a vida do produto.

Para que não seja necessário se sujeitar às complexidades de cálculos de intervalos de confiança em casos onde não se pode pressupor uma distribuição, métodos de reamostragem podem ser uma alternativa simples. Diversos trabalhos discutem o uso de métodos de reamostragem em inferência estatística; vide Chambal & Keats (2001), Chan & Lee (2001), Gatto (2001), Hung (2001) e Pang et al. (2001).

Pitt & Kreutzweiser (1998) avaliam a utilização destes métodos em pesquisas ambientais. Os autores discutem que as estatísticas convencionais

se baseiam fortemente nas propriedades do teorema do limite central. No entanto, problemas associados com a não-aleatoriedade do experimento, desconhecimento das distribuições amostrais, tamanhos pequenos de amostra, entre outros, colocam em questão alguns pressupostos e criam ceticismo nos resultados.

Alternativas não-paramétricas convencionais livram o pesquisador do pressuposto de uma distribuição, mas podem limitar a análise, além de serem menos poderosos que os métodos paramétricos. Por outro lado, com o aumento da capacidade de processamento dos computadores, novos métodos de inferência vêm sendo aplicados que superam limitações de diversos métodos paramétricos e não-paramétricos.

Estes novos métodos são independentes de pressupostos de distribuição. Tais métodos utilizam a capacidade de computação disponível para reorganizar, reamostrar ou simular uma série de dados milhares de vezes, de modo a definir empiricamente uma distribuição que seja adequada aos dados.

Os autores comentam que sua aplicação prática tem mostrado diversas vantagens, dentre as quais a liberdade de pressupostos sobre a distribuição, sem perda do poder de inferência, sendo ainda de fácil adaptação às complexidades dos modelos, e com um apelo consideravelmente intuitivo. Por outro lado, tais métodos demandam capacidade de processamento considerável e demandam mais tempo de processamento que os métodos tradicionais para mostrar os resultados.

Particularmente sobre o método de reamostragem *Bootstrap*, destaca-se sua grande utilidade para determinação de estimadores e de seus intervalos de confiança, de forma muito intuitiva. No entanto, os autores alertam para que as reamostras ou simulações se conformem aos limites das amostras originais, pois a geração de amostras maiores que as originais vai erroneamente levar a intervalos de confiança mais estreitos. Decisões tomadas sobre estes intervalos vão levar a altas taxas de rejeição quando aplicados na prática. Além disso, advertem que não se deve confiar em métodos de reamostragem para

remediar problemas associados à insuficiência ou baixa qualidade de dados. Não se deve também aumentar artificialmente o tamanho das amostras, pois isso comprometeria a precisão do experimento e as decisões tomadas com base em seus resultados.

Andrews & Buchinsky (2001) discutem que a determinação da quantidade de reamostras é uma questão importante em alguns estudos onde seja necessária uma precisão alta do experimento. Uma quantidade baixa não resulta em precisão adequada. Por outro lado, aumentar indefinidamente a quantidade de reamostras implica em aumento proibitivo dos custos de computação. Um método para determinação da quantidade ótima de reamostras é avaliado. Esta questão é discutida também por Dmitrienko & Govindarajulu (2002).

Tong & Chen (1998) exploram a utilização do método de reamostragem *Bootstrap* para inferência de limites de confiança em controle estatístico de processo. Argumenta-se que a análise de capacidade de processo é útil para se estimar a proporção de itens fabricados que estão dentro da especificação, e medir a consistência e robustez do processo. Diversos índices de capacidade são utilizados para estas finalidades. Um pressuposto comum em tais índices é que o processo segue uma distribuição Normal. Portanto, se o pressuposto de normalidade for violado, a inferência destes índices não faz sentido. Nestes casos, métodos de inferência não-paramétricos podem ser utilizados para estimativa dos índices, e os intervalos de confiança para estes índices podem ser encontrados empiricamente utilizando-se reamostragem *Bootstrap*. Nam (2001) também avalia a questão de intervalo de confiança para índices de capacidade usando *Bootstrap*.

Kobbacy et al. (1997) discutem a modelagem de intervalos de manutenção preventiva. Tal modelagem envolve cálculos de custo de manutenção e de disponibilidade de equipamentos. Ambos os cálculos demandam a estimativa de número de falhas esperadas em um dado intervalo de tempo, para a qual utilizam-se métodos de análise de confiabilidade aplicados a dados históricos de falhas dos equipamentos.

Argumenta-se, porém, que não é costume das companhias coletarem dados sobre as atividades de manutenção. Mesmo quando se coletam dados, sua qualidade seria em geral muito baixa, nem sempre contendo as informações necessárias para o estudo. Mesmo quando os dados são adequados, os tamanhos de amostras são em geral pequenos, como resultado de programas de manutenção preventiva bem aplicados. Para tais tamanhos de amostra, softwares estatísticos não conseguiriam adequar uma distribuição de probabilidade. Com isso, métodos alternativos seriam necessários para conseguir adequar uma distribuição aos dados de falhas. Kobbacy et al. (1997) propõem a utilização de método *Bootstrap* paramétrico para escolher a melhor distribuição para os dados. Pelos resultados mostrados, tal método resulta em maior eficiência na determinação da distribuição do que os métodos tradicionais.

3.3 – DISCUSSÃO DA LITERATURA

Pelo que se pode notar, diversos trabalhos mostram a importância de se utilizar dados de campo para estimativas de confiabilidade, notadamente durante o desenvolvimento do produto, onde a realização de ensaios pode demandar dispêndio de tempo inaceitável para o prazo de conclusão do projeto. Contudo, as bases de dados de falhas de campo podem não ser completamente adequadas para este propósito e alterações de sua estrutura podem ser necessárias para melhorar esta adequação.

Pode-se notar também que, uma vez que os dados de campo estejam adequadamente registrados, técnicas adequadas de estimativa dos valores de confiabilidade são necessárias para se utilizar os dados de campo. Tais técnicas devem considerar as suas características inerentes que envolvem, por exemplo, a baixa quantidade de falhas e a grande quantidade de censuras, além de uma mistura de diferentes modos de falha, ou ainda falhas em diferentes fases da vida do produto.

As discussões mostram também que a utilização de métodos de inferência paramétricos somente se torna adequada quando se conhece o modelo de distribuição que melhor se adapta ao comportamento de falhas do equipamento em estudo, o que é relativamente raro quando se trabalha com dados de campo.

Nota-se também pela literatura que a determinação de intervalos de confiança para estimativas feita por métodos paramétricos tem como pressuposto que a estimativa de interesse tenha distribuição Normal, sendo esta calculada com base em grandes amostras. Mesmo que estes pressupostos fossem sempre verdadeiros, são poucos os estimadores cujos intervalos podem ser calculados para amostras censuradas.

Disso, pode-se inferir que uma metodologia adequada aos dados de campo para estimativas de confiabilidade e de seus intervalos de confiança, deva operar de forma completamente não-paramétrica.

A proposta apresentada neste trabalho utiliza o estimador de Kaplan-Meier para inferência da confiabilidade e o método de reamostragem *Bootstrap* para determinação de seu intervalo de confiança, atendendo, portanto, ao tratamento não-paramétrico desejado.

Com isso, nenhum pressuposto de distribuição de probabilidade precisa ser feito. Como o método de Kaplan-Meier modela adequadamente todos os tipos de censura, tanto amostras completas como amostras com censuras aleatórias podem ser utilizadas. Por outro lado, o método de reamostragem *Bootstrap* permite que os intervalos de confiança sejam determinados sem que haja necessidade de se supor uma distribuição para o estimador. Além disso, os intervalos podem ser determinados tanto para a estimativa de confiabilidade como para o tempo de falha.

Assim, no capítulo a seguir será detalhada a proposta não-paramétrica de estimativa de confiabilidade e de seu intervalo de confiança utilizando-se dados de campo.

CAPÍTULO 4. A PROPOSTA PARA ESTIMATIVA DE CONFIABILIDADE

Pelo descrito, a utilização de dados de campo em estudos de confiabilidade envolve a análise de amostras invariavelmente censuradas. Duas grandes razões explicam a grande quantidade de censuras em dados de campo.

A primeira está relacionada ao fato já citado, de que falhas ocorridas fora do período de garantia do produto podem não ser informadas ao fabricante, já que o usuário do equipamento pode dispor de alternativas de menor custo para reparo do que se recorresse aos serviços do fabricante. Por isso, amostras com dados de campo contêm normalmente apenas dados de falhas ocorridas dentro do período de garantia, quando o produto é ainda relativamente novo.

A segunda razão para a alta incidência de censuras em dados de campo é consequência da primeira, pois produtos de boa confiabilidade não falham com freqüência quando novos (em garantia).

Outra característica relevante de tais amostras é que, além da quantidade de falhas ser pequena, tais falhas podem ocorrer de modos diferentes e em partes diferentes do produto. Isso faz com que, mesmo mediante uma quantidade considerável de falhas, as amostras separadas por modo de falhas ainda resultem pequenas. Em função disso, para que se possa ter um tamanho significativo de amostra para a inferência é comum que as amostras sejam avaliadas sem fazer distinção de modos de falhas, o que tende a dificultar a distinção das distribuições de falhas, favorecendo o uso de métodos não-paramétricos.

Isso porque métodos paramétricos para amostras censuradas pressupõem que os dados possam ser adequados a uma função de distribuição pré-definida. Como as amostras de dados de campo podem conter informação de diferentes modos de falha, cada um deles possivelmente com

diferente distribuição, nem sempre é possível se conseguir boa aderência de um dado modelo de distribuição a dados de campo.

Já estimadores não-paramétricos se constituem em alternativas interessantes nestes casos, uma vez que nestes métodos de inferência não há a necessidade de aderência a modelos de distribuição. No entanto, a determinação de intervalos de confiança para estimadores não-paramétricos se baseia em um pressuposto de normalidade da distribuição do estimador, que para amostras com poucas falhas pode nem sempre ser verdadeiro. Além disso, os métodos para determinação de intervalos de confiança para estes estimadores resultam um intervalo para a probabilidade, mas não para o tempo de falha associado a ela.

Utilizando-se o método de *Bootstrap* em conjunto com estimadores não-paramétricos pode-se determinar tanto intervalos de confiança para a probabilidade como para o tempo, sendo por isso uma alternativa atrativa para ser usado com dados de campo.

Com base no exposto, o presente trabalho trata de avaliar uma forma de estimativa de confiabilidade de produtos, baseada em dados de campo fortemente censurados. Para tal, busca-se a aplicação de métodos não-paramétricos para determinação das estatísticas de interesse, associadas a técnicas de reamostragem de *Bootstrap* para a determinação do intervalo de confiança, tanto para a probabilidade estimada como para o tempo de falha a ela associado. A proposta é ilustrada na figura 9.

Parte-se da coleta da amostra original, contendo n tempos de falha e de censura para n produtos cuja confiabilidade se deseja estimar. São então feitas reamostragens da amostra original. Para isso, M amostras com reposição de mesmo tamanho n da amostra original são tiradas. Para cada uma das M reamostras, é calculado o valor da estatística de interesse T , utilizando-se método de Kaplan-Meier, com interpolação nos casos onde os quantis não são calculados diretamente. Como resultado, tem-se um conjunto de tamanho M dos valores de T de cada reamostra.

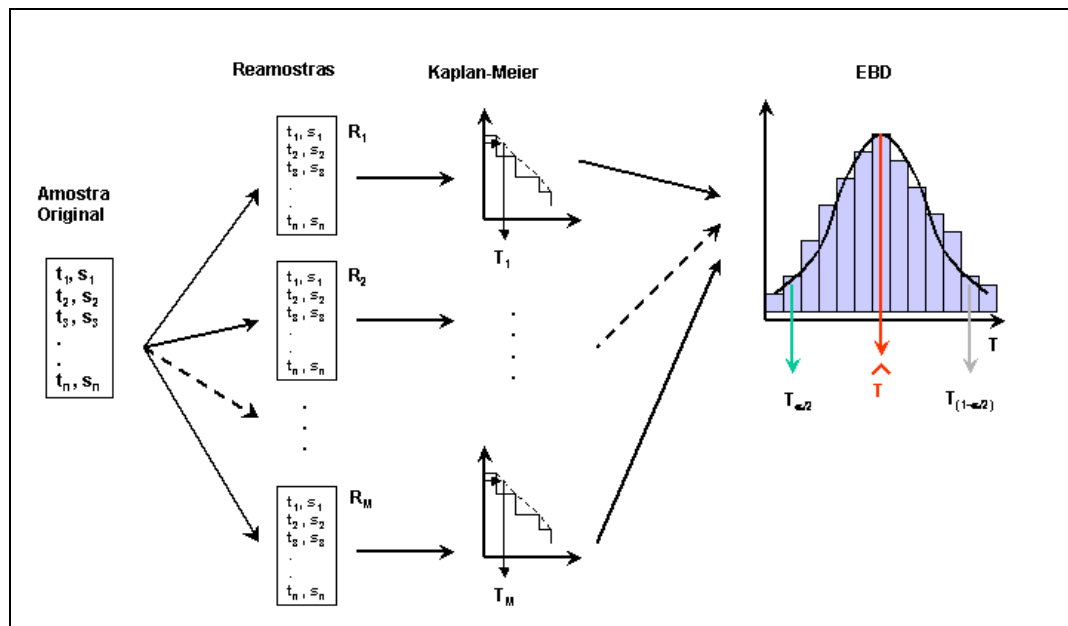


Figura 9 – Representação gráfica da proposta

A ordenação dos M valores da estatística T resulta no que se chama de EBD – *Empirical Bootstrap Distribution*, que representa a distribuição amostral do estimador da estatística T .

A estimativa *Bootstrap* da estatística amostral \hat{T} é a média dos M valores de T da EBD. A determinação do intervalo de confiança para \hat{T} , com um nível de confiança $1-\alpha$, é calculado considerando-se como limite inferior o $\alpha/2$ -ésimo quantil da EBD, e como limite superior o $1-(\alpha/2)$ -ésimo quantil da EBD.

Tal método de estimativa não-paramétrico pode ser validado utilizando-se um processo de simulação, conforme ilustrado na figura 10.

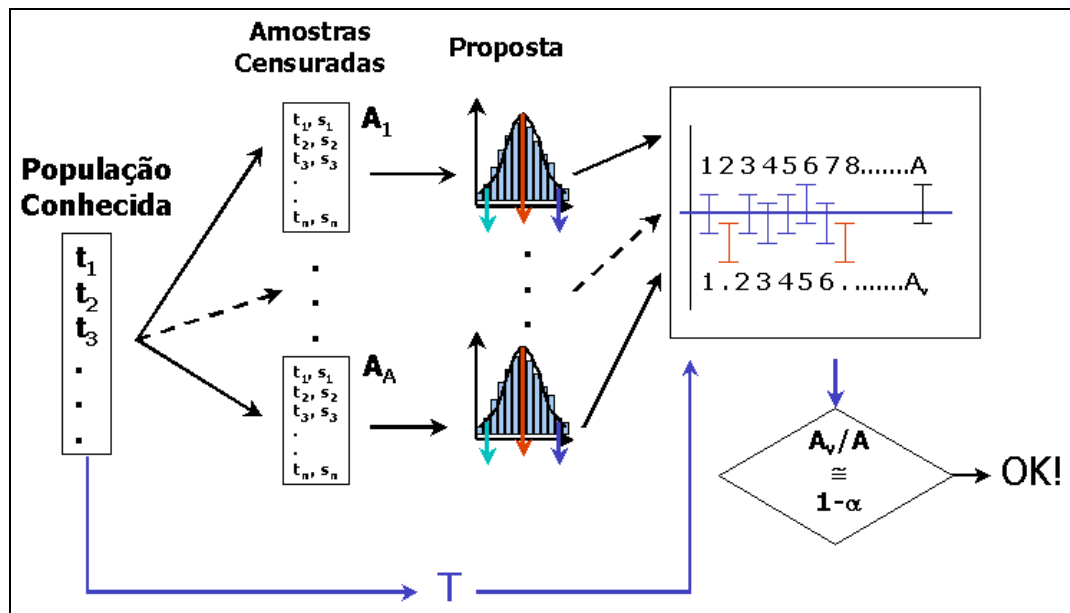


Figura 10 – representação gráfica do processo de validação

A simulação envolve a geração de uma população suficientemente grande que possa caracterizar uma população com características de forma e parâmetros conhecidas. A estatística T populacional de interesse é então calculada.

Uma grande quantidade A de amostras é então tirada da população conhecida. Nas A amostras retiradas são simulados diversos tipos de censura. Como resultado obtém-se A amostras censuradas.

O método proposto é então aplicado a cada uma das A amostras artificialmente censuradas, estimando-se a estatística de interesse T e seu intervalo de confiança para um dado nível de confiança $1-\alpha$. Para cada uma das A amostras é comparado o valor real da estatística T da população conhecida com o intervalo de confiança calculado pelo método proposto.

Seja A_v a quantidade de amostras A cujos intervalos de confiança calculados pelo método contêm o valor real da estatística T da população, para que o método seja considerado válido, a proporção entre A_v e A deve ser

aproximadamente igual ao nível de confiança $1-\alpha$ escolhido para cálculo do intervalo de confiança no método proposto.

Além disso, se A for suficientemente grande, a distribuição dos A valores da estimativa de T calculados para cada amostra deve ser aproximadamente Normal, com média aproximadamente igual ao valor real de T da população conhecida.

Para validar a proposta para diversas populações e com níveis de censura diferentes, o processo de validação ilustrado pode ser repetido para diferentes formas de distribuição, com diferentes tipos e níveis de censura. Este processo de validação é apresentado em detalhes no próximo capítulo.

CAPÍTULO 5. VALIDAÇÃO E TESTE DA PROPOSTA

No Capítulo 4 foi mostrada uma forma de se fazer inferência sobre a confiabilidade de produtos baseada em dados de campo. A proposta discutida compreende a utilização do estimador de Kaplan-Meier e do cálculo do seu intervalo de confiança, através de um processo de reamostragem *Bootstrap*, resultando em uma forma completamente não-paramétrica de estimativa de confiabilidade. Discutiu-se também uma forma de validar os estimadores e os intervalos de confiança, de tal modo a verificar sua consistência para os fins pretendidos.

No presente capítulo é mostrada a aplicação do processo de validação da proposta, juntamente com seus resultados. O método de inferência proposto é aplicado para estimativa da confiabilidade de um dado produto utilizando-se dados reais de campo.

Para a validação foram feitas seis simulações para diversas combinações de distribuição e proporções de censura à direita.

Mais especificamente, utilizando-se método de Monte Carlo foram geradas três populações de 1000 elementos, uma com distribuições Normal $N(1000;20)$, uma exponencial $E(1000)$, e uma uniforme $U(950;1050)$. Desta forma, o método foi validado para uma população com distribuição simétrica contínua, para uma população com distribuição simétrica retangular e para uma população com distribuição extremamente assimétrica.

De cada uma das distribuições, 2000 amostras aleatórias de 100 elementos foram retiradas. Duas proporções de censura à direita foram escolhidos para cada população, sendo uma delas aplicada às primeiras 1000 amostras e a outra aplicada às demais 1000 amostras de cada população. Com isso, o método foi validado para dois níveis de censura para cada uma das populações simuladas.

Por questão de simplicidade de simulação, somente censuras à direita foram geradas. No entanto, como o método de Kaplan-Meier é aplicável a qualquer tipo de censura, considera-se que a validação para censura à direita valida igualmente outros tipos de censura possíveis.

Conforme proposta de validação discutida no Capítulo 4, para cada uma das 2000 amostras artificialmente censuradas à direita, o método foi aplicado com um nível de confiança $1-\alpha$ de 95%, sendo contadas as amostras em que o intervalo de confiança calculado pelo método continha o valor real da estatística T da população. A proporção esperada para validação do método é próxima a 950 por mil, ou seja, o valor de A_v deveria estar próximo de 950.

A estatística de interesse T neste caso é a vida B10, ou seja, o tempo t após o qual a probabilidade de falhas é de 10%. Este estimador equivale ao quantil 0,9, ou uma confiabilidade de 90%. Desta forma, foram obtidos valores empíricos de nível de confiança por mil amostras da população conhecida. A tabela 6 mostra os resultados deste ensaio para as três populações simuladas, e para os dois tempos de censura utilizados.

Tabela 6 – Resultado de ensaios de cálculo de nível de confiança utilizando o método

	Distribuição Simulada					
	U(950, 1050)		N(1000,20)		E(1000)	
B10 populacional (real)	961,63		975,54		118,74	
Proporção de censura	50%	80%	50%	80%	50%	80%
A_v (contado na simulação)	953	947	953	949	956	962
B10 médio estimado	961,26	961,25	974,47	974,27	121,47	119,37
B10 mediano estimado	961,03	960,99	974,60	974,26	117,83	116,72

Da tabela 6 nota-se que o método determina intervalos de confiança consistentes para diversas populações e para as diferentes proporções de censura à direita. De fato, das 1000 amostras retiradas de cada população e para cada proporção de censura, cerca de 950 delas continham o valor real da estatística de interesse T (valor de A_v na tabela 6), o que coincide com o intervalo de confiança estabelecido para estimativa, de 95%.

A tabela 6 mostra também o valor real de B10 para cada população simulada, bem como a média dos 1000 valores estimados para cada uma das populações e níveis de censura. Como se pode notar, os valores médios calculados se aproximam dos valores de B10 para todas as populações. Observa-se valores B10 entre 960,99 e 961,26 para a distribuição uniforme, cujo B10 real é de 961,63, além de valores entre 974,26 e 974,60 para a distribuição normal, cujo B10 real é de 975,54. Em ambos os casos o pequeno intervalo calculado, de 0,27 e 0,34 respectivamente, é próximo e um pouco abaixo do valor real usado na simulação.

Na população Exponencial, o valor médio de B10 observado entre 116,72 e 121,47, que representa um amplitude de 4,75 em torno do valor populacional de 118,74. A razão desta maior amplitude está relacionada à distribuição da estatística de interesse, neste caso B10. Nas populações simétricas a distribuição de B10 pode ser considerada Normal, enquanto que para a distribuição Exponencial ela é levemente assimétrica à esquerda. Os histogramas representados na figura 11 mostram esta diferença nas distribuições dos estimadores.

Como o método proposto pode trabalhar com estimadores cuja distribuição não seja simétrica para todas as populações, a média pode não ser uma boa medida de tendência central. Desta forma, a mediana poderia ser utilizada de forma geral para cálculo do estimador a partir da EBD, já que é uma medida de tendência central robusta tanto para distribuições simétricas como para distribuições assimétricas.

Nota-se, portanto, que em todos os casos o método estimou valores bastante próximos do valor real da estatística T da população. Nota-se também a relação entre A_v , quantidade de intervalos de confiança que contém o valor real de T populacional, e A , quantidade total de amostras, é aproximadamente igual ao intervalo de confiança de 95% estipulado para o experimento, mostrando uma concordância adequada entre o esperado e o obtido através do método de validação.

Os resultados parecem confirmar que a utilização do estimador de Kaplan-Meier aliado ao método de reamostragem *Bootstrap* para cálculo do intervalo de confiança empírico, constituem uma forma robusta de estimativa de confiabilidade.

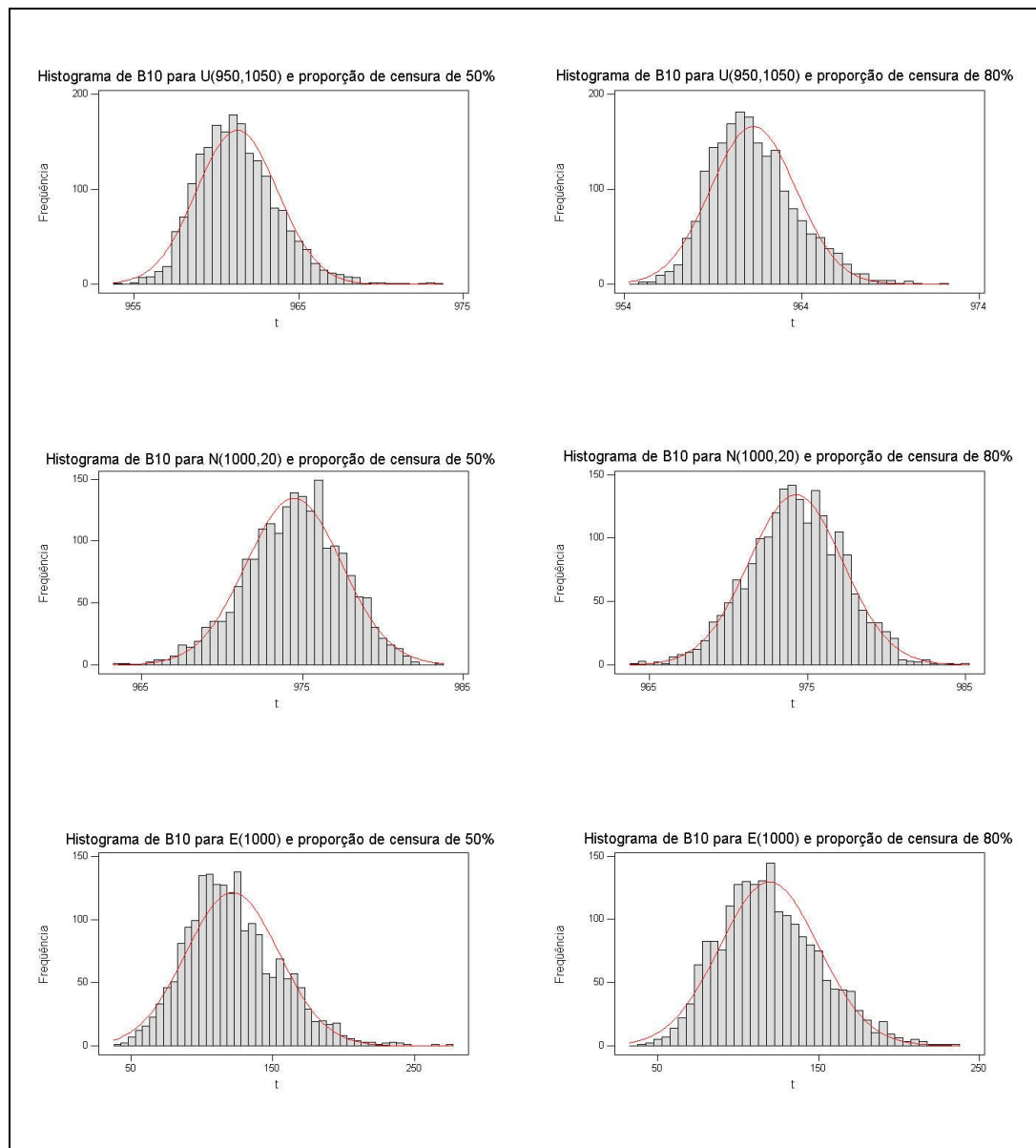


Figura 11 – Distribuições dos valores de B10 calculados pela proposta.

5.1 – APLICAÇÃO DA MODELAGEM

Para exemplificar a aplicação do método proposto de análise de confiabilidade usando dados de falha em campo, um estudo foi feito usando-se dados de campo reais.

A partir de diversas linhas de produtos fabricadas por uma dada empresa, foi selecionado um determinado produto que apresentasse um alto índice de retorno em garantia. Assim, a quantidade de dados de falha gera uma amostra de tamanho suficiente para o estudo. Para este ensaio foi escolhida uma máquina mecânica automatizada do setor de bens de capital

Para escolha do componente da máquina a ser avaliado também se utilizou o critério do alto índice de retorno de campo, visando obter uma amostra significativa de dados de falha para o estudo. Normalmente, em máquinas mecânicas automatizadas os painéis de operação são itens críticos em termos de confiabilidade. Os painéis de operação são em geral constituídos de circuitos eletrônicos sensíveis que, dada a sua função específica, ficam expostos ao ambiente industrial. Com isso, tais equipamentos estão sujeitos a altas temperaturas, poeira e manipulação constante dos operadores de máquinas. Estes fatores resultam em degradação mais acentuada destes equipamentos quando comparados com outros equipamentos eletrônicos da máquina. Pelo seu alto índice de falhas, um dado painel de operação foi escolhido para o levantamento dos dados de campo.

Para que o estudo não sofresse influência da qualidade de reparos, somente foram consideradas as primeiras falhas ocorridas em cada equipamento, desconsiderando-se falhas ocorridas após o primeiro reparo. O levantamento da amostra foi feito no mês de outubro de 2001, quando estavam em operação 187 máquinas com o painel de operação escolhido para estudo.

Do total de 187 unidades do equipamento que estavam em operação no campo, somente 15 unidades haviam falhado até a data do levantamento. Os equipamentos que não falharam foram censurados à direita com base nos

relatórios de falhas registradas de outras partes da máquina. A tabela 7 mostra o conjunto total de dados de falha levantados. Os tempos de falha são expressos em horas.

Tabela 7 – Amostra censurada contendo tempos de falhas e de censuras para 187 unidades do painel de operação em estudo

i	tempo	Estado	i	tempo	Estado	i	tempo	Estado	i	tempo	Estado	i	tempo	Estado
1	40	c	39	625	f	77	1871	c	115	3957	c	153	6500	c
2	48	f	40	700	c	78	2058	c	116	4022	c	154	6570	c
3	83	c	41	700	c	79	2183	c	117	4083	c	155	6575	c
4	85	c	42	712	c	80	2189	c	118	4100	c	156	6637	c
5	100	c	43	742	c	81	2222	c	119	4187	c	157	6766	c
6	101	c	44	813	c	82	2231	c	120	4194	c	158	6911	c
7	101	c	45	819	c	83	2320	c	121	4264	c	159	7027	c
8	102	c	46	852	c	84	2375	c	122	4437	c	160	8008	c
9	105	c	47	899	c	85	2379	c	123	4460	c	161	8264	c
10	110	c	48	901	c	86	2400	c	124	4499	c	162	8279	c
11	110	c	49	926	c	87	2442	f	125	4537	c	163	8414	c
12	126	c	50	937	c	88	2458	c	126	4652	c	164	8600	c
13	129	c	51	952	c	89	2529	c	127	4656	c	165	8735	c
14	133	c	52	971	c	90	2530	c	128	4902	f	166	9374	c
15	147	c	53	1100	c	91	2727	c	129	4912	c	167	9588	c
16	165	c	54	1176	c	92	2787	c	130	5000	c	168	9700	c
17	185	c	55	1193	c	93	2900	c	131	5030	c	169	9725	c
18	200	c	56	1200	c	94	2912	c	132	5186	c	170	10135	c
19	217	c	57	1209	f	95	2918	f	133	5192	c	171	10144	c
20	240	f	58	1236	c	96	2934	f	134	5247	c	172	10216	c
21	241	c	59	1257	c	97	2970	c	135	5265	c	173	10239	c
22	318	c	60	1271	c	98	3000	c	136	5379	f	174	10656	c
23	338	c	61	1307	c	99	3104	c	137	5403	c	175	10689	c
24	390	c	62	1393	f	100	3223	c	138	5500	c	176	11627	f
25	395	c	63	1395	c	101	3307	c	139	5599	c	177	11755	c
26	420	c	64	1400	f	102	3342	c	140	5800	c	178	12401	c
27	428	c	65	1404	c	103	3399	c	141	5974	c	179	12453	c
28	442	c	66	1414	c	104	3400	f	142	5991	c	180	12475	c
29	450	c	67	1500	c	105	3521	c	143	6000	c	181	13144	c
30	505	c	68	1534	c	106	3592	c	144	6012	c	182	13779	c
31	517	c	69	1590	c	107	3600	c	145	6051	c	183	13911	c
32	527	c	70	1647	c	108	3678	c	146	6065	c	184	14453	c
33	559	c	71	1700	c	109	3698	f	147	6149	c	185	15708	c
34	563	c	72	1701	c	110	3711	c	148	6155	c	186	15969	c
35	578	c	73	1780	c	111	3870	c	149	6200	c	187	16391	c
36	587	c	74	1800	c	112	3888	c	150	6269	c	Nota: A coluna "Estado" mostra se o equipamento falhou (f) ou foi censurado(c)		
37	600	c	75	1800	c	113	3894	c	151	6290	c			
38	603	c	76	1801	c	114	3908	f	152	6387	c			

Antes de se aplicar a esta amostra a proposta descrita no Capítulo 4, foi feita a análise utilizando-se métodos paramétricos clássicos. A análise inicial pelos métodos clássicos visa ressaltar as características da amostra e do produto em análise, e quantificar a sua confiabilidade para efeito de comparação com os valores resultantes da proposta.

A análise paramétrica dos dados mostra que as falhas seguem uma distribuição de Weibull, com $\beta=0,8718$ e $\eta=66491$. Como visto no Capítulo 3, um valor de $\beta < 1$ caracteriza o período de infância do produto, com falhas prematuras causadas principalmente por falhas no processo de fabricação. O valor de B10 resultante desta análise é de 5031 horas, com intervalo de confiança de 2810 a 9005 horas para um nível de confiança de 95%.

No entanto, esta análise pressupõe que existem dados de apenas uma população na amostra, o que neste caso não é verdadeiro. Sabe-se pelo histórico de falhas que existe mais de um modo de falha na amostra. Assim, uma análise paramétrica mais adequada deve levar em conta a identificação na amostra das distribuições das diversas populações, como citado no Capítulo 3. Tal análise pode ser feita utilizando-se a distribuição de Weibull mista (Reliasoft Corporation, 2001).

A análise utilizando-se a Weibull mista identifica duas populações na amostra. Por meio desta análise, o valor de B10 resultante é de 4229 horas, com intervalo de confiança de 2721 a 6574 horas para um nível de confiança de 95%. Com relação à análise anterior, que não considera os diversos modos de falha, esta análise resulta em valor de B10 menor. Além disso, o intervalo de confiança, para um mesmo nível de confiança de 95%, é significativamente menor. Nota-se, portanto, que a utilização da Weibull mista resulta em uma análise mais precisa neste caso.

O método proposto no Capítulo 4 foi aplicado a esta amostra de dados, visando estimar a vida B10 do equipamento. Para estimativa do intervalo de confiança, $M=200$ reamostras de tamanho $n=187$ foram retiradas da amostra original com reposição. Para cada amostra a estatística B10 de interesse,

equivalente ao quantil 0,9, foi calculado utilizando-se o método de Kaplan-Meier, conforme equação 18. Conforme exposto no Capítulo 4, o conjunto dos M valores de B10 assim calculados constitui a distribuição empírica, EBD. A média da EBD é o estimador da vida B10 da população destes painéis de operação, dentro do intervalo de confiança determinado pelo método para um nível de confiança de 95%.

A figura 12 mostra a distribuição *Bootstrap* empírica, EBD, dos 200 valores de B10 calculados pelo método proposto.

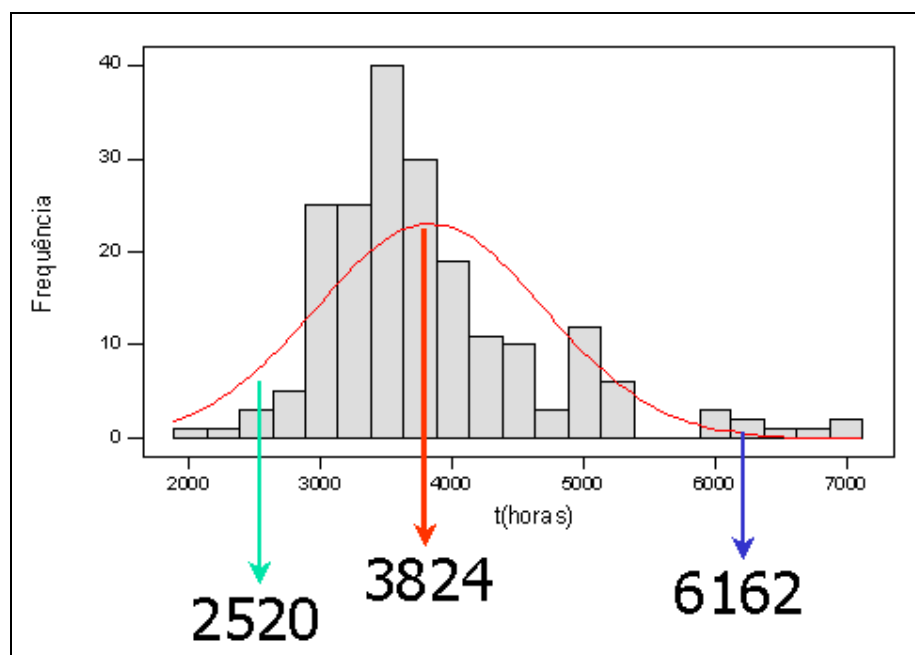


Figura 12 – Distribuição dos 200 valores de B10

Pelo método, chegou-se a uma estimativa *Bootstrap* de B10 de 3824 horas com 95% de confiança que o valor real da população esteja entre 2520 horas e 6162 horas. Estes valores são bastante próximos dos valores resultantes da análise paramétrica feita utilizando-se a distribuição Weibull mista.

Em um levantamento recente feito pela empresa, avaliou-se o índice de retorno em garantia do equipamento estudado. A garantia deste equipamento é de 1 ano a partir da data da nota fiscal de venda.

Estão em campo atualmente 242 unidades das máquinas que utilizam este painel de operação. A tabela 8, extraída do estudo, mostra a quantidade de máquinas em campo distribuídas em idades de 6 a 18 meses. A tabela mostra também a quantidade atual de retornos de painel de operação para os três intervalos de idades de máquinas, de forma que se pode estimar a proporção de painéis que retornam para cada idade de máquina.

Nota-se que existem 215 máquinas com mais de 6 meses de idade. Destas, 5 máquinas tiveram problemas em painéis de operação antes de completarem 6 meses de uso, uma proporção de retornos de cerca de 2,3%. O mesmo raciocínio vale para as demais idades.

Tabela 8 – distribuição da idade das máquinas e da quantidade de retornos de painel de operação.

	Tempo em uso (idade)		
	> 6 meses	> 12 meses	> 18 meses
Máquinas	215	195	169
Falhas em painéis de operação	5	18	23
Proporção do total	2,3%	9,2%	13,6%

Para avaliação do resultado da proposta utilizando dados de campo deste painel de operação, pode-se comparar o tempo onde a proporção de falhas é de 9,2% na tabela 8 com o resultado da estimativa de B10 feita pelo método. De fato, o valor de B10 deve refletir o tempo onde se espera que a probabilidade de falha do equipamento seja de 10%, próxima à proporção real de 9,2% observada na prática.

Considera-se que os usuários da máquina trabalham em turnos de 8 horas, e que alguns deles trabalham apenas um turno, outros trabalham dois turnos. Considera-se também que nem todos os clientes trabalham aos finais de semana. Com isso, considera-se que, na média, os clientes trabalham 50 semanas no ano, com 6 dias de trabalho na semana, cada dia com 12 horas

em média de trabalho. Um ano de trabalho representaria, portanto, 3600 horas de trabalho².

Desta forma, pelos dados atuais, 9,2% dos painéis de operação falharam até 3600 horas de trabalho. Estes valores de tempo e proporção de falha são bastante próximos aos valores estimados pela proposta aplicada a dados de outubro de 2001.

Este capítulo mostrou o resultado de uma aplicação prática da proposta deste trabalho. No capítulo seguinte serão resumidas as conclusões tiradas com base nos resultados apresentados e expostas possibilidades de trabalhos futuros.

² Mesmo que sejam consideradas 52 semanas ao ano, o resultado final não se altera de forma significativa. De fato, neste caso o resultado seria de 3744 horas anuais, ao invés de 3600 horas.

CAPÍTULO 6. CONCLUSÃO E PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS

O planejamento da qualidade de um produto deve ser iniciado já em sua concepção. A confiabilidade é uma dimensão muito importante da qualidade de um produto, de forma que sua estimativa deve ocorrer desde o seu desenvolvimento.

A estimativa de confiabilidade depende da disponibilidade de dados de falhas. A utilização de dados de campo, quando disponíveis, permite que se possam fazer estimativas sem que seja necessário aguardar a execução de ensaios de vida. Além disso, sua aquisição é em geral mais econômica que a realização de ensaios.

Dados de campo, porém, são em geral altamente censurados, e contêm informações de diversos modos de falha ou de ocorrências em diversas fases de vida do produto. Desta forma, a utilização de métodos de inferência paramétricos pode ser prejudicada, dada a dificuldade de se adequar aos dados de campo uma distribuição de frequência. Por essa razão, métodos de inferência não-paramétricos podem ser mais adequados para estimativas de confiabilidade baseadas em dados de campo.

Por isso neste trabalho apresentou-se a aplicação dos métodos de Kaplan-Meier e *Bootstrap* para o cálculo do intervalo de confiança nas estimativas de confiabilidade usando dados de campo, de tal modo a agregar seus benefícios no desenvolvimento de produtos.

Um procedimento de teste e validação foi aplicado para diversas populações, com distribuições simétricas e assimétricas, utilizando-se ainda diversas proporções de censura.

O resultado da validação mostra que, para uma dada população conhecida, o procedimento é capaz de fazer estimativas do valor real da

estatística de interesse, dentro do nível de confiança estabelecido e segundo os condicionantes do experimento utilizado.

Para testar a proposta foi utilizada uma amostra de dados reais de campo, referentes ao painel de operação de uma máquina, procurando-se estimar o valor de B10 do equipamento. Os dados utilizados foram coletados em outubro de 2001.

O resultado do teste permitiu mostrar que, após 3824 horas de uso, o painel de operação tem uma chance de 10% de falhar. Este valor de B10, calculado com base nos dados de outubro de 2001, foi comparado com dados reais atuais de retorno em garantia do equipamento, que indicam que, de fato, 9,2% dos equipamentos retornaram após cerca de 3600 horas de uso. Tais valores são equivalentes aos obtidos pela análise paramétrica de confiabilidade para modos de falhas mistos. No entanto, a análise paramétrica de amostras com dados de diferentes populações não é elementar, e demanda uso de técnicas normalmente não disponíveis em softwares estatísticos não especializados em confiabilidade.

Os resultados da validação e do teste mostraram que a proposta permite estimativa consistente da confiabilidade baseada em dados de campo, fornecendo informações melhores qualificadas em relação às comumente encontradas nestas aplicações.

Do exposto, pode-se concluir que a utilização do estimador de Kaplan-Meier, aliado à reamostragem *Bootstrap*, permite estimativas adequadas de confiabilidade, utilizando-se dados de campo, permitindo assim agregar ao desenvolvimento dos produtos as vantagens de utilizar informações de baixo custo em favor da redução do tempo de desenvolvimento.

Apesar destes benefícios, porém, o estimador de Kaplan-Meier, como qualquer estimador não-paramétrico aplicado a amostras censuradas, mostra-se limitado quanto aos valores de quantis que se pode estimar, em função da quantidade de falhas e de censuras observadas. Assim, o método não permite

cálculo de qualquer quantil para tempos superiores ao maior tempo observado na amostra. No exemplo da amostra utilizada para teste, em função da quantidade e do tipo de censura observada, o maior quantil estimado é de 20% para a amostra original. Desta forma, probabilidades de falha maiores que 20%, ou confiabilidade menor que 80%, não podem ser estimadas naquele caso.

A utilização desta proposta está também condicionada ao uso de computadores, não somente por conta da quantidade de dados e de censuras utilizadas, mas principalmente por causa da necessidade de geração de grande quantidade de reamostras, fundamentalmente dependente da geração de números aleatórios. Tais necessidades não podem ser atendidas manualmente se considerado o senso prático da aplicação discutida.

Como os softwares comerciais de confiabilidade não dispõem ainda destas alternativas, sua aplicação está condicionada também à necessidade de programação de computadores, ou de criação de macros em softwares estatísticos.

Assim, trabalhos podem ser propostos no sentido de criar softwares específicos para execução desta proposta, ou ainda para sua inclusão em pacotes comerciais de software de confiabilidade.

Pode-se ainda comparar os resultados da presente proposta com alternativas de reamostragem de Monte Carlo, usando-se estimadores paramétricos, conhecido como *Bootstrap* paramétrico. Tal comparação permitiria compreender melhor as diferenças entre as metodologias, indicando parâmetros que direcionam a decisão sobre a melhor metodologia em cada caso particular.

Torna-se também interessante a avaliação de uma alternativa para a interpolação na estimativa de quantis intermediários não calculados diretamente pelo estimador de Kaplan-Meier, de forma a considerar a não-linearidade da função probabilidade nestes intervalos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDREWS, D. W. K.; BUCHINSKY, M. Evaluation of a three-step model for choosing the number of bootstrap repetitions. **Journal of Econometrics**, v. 103, p. 345-386, 2001.

ARTS, R.H.P.M; SAXENA, A.; KNAPP, G.M. Estimation of distribution parameters of mixed failure mode data. **Journal of Quality in Maintenance Engineering**, v.03, n.2, p.120-135, 1997.

BARLETT, H.G.J.; HASTINGS, N.A.J. Improved Reliability estimates for samples containing suspensions. **Journal of Quality and Maintenance Engineering**, v. 4, n. 2, p. 107-114, 1998.

BEM-DAYA, M.; You may need RCM to enhance TPM implementation. **Journal of Quality in Maintenance Engineering**, v.6, n.2, p.82-85, 2000.

CHAKRABORTI, S.; VAN DER LAAN, P.; BAKIR, S. T. Nonparametric Control Chart: An Overview and Some Results. **Journal of Quality Technology**, v. 33, n. 3, p. 304-315, 2001.

CHAMBAL, S. P.; KEATS, J. B.; Evaluating Complex System Reliability Using Reliability Block Diagrams: Simulation when little or no failure data are available. **Quality Engineering**, v. 13, n. 2, p. 169-177, 2001.

CHAN, K. Y. F.; LEE, S. M. S. An Exact Iterated Bootstrap Algorithm for Small-Sample Bias Reduction. **Computational Statistics & Data Analysis**, v. 36, p. 1-13, 2001.

COLOSIMO, E. A.; PONTEL, F. G., FREITAS, M.A. Avaliando a Confiabilidade de Eixo Traseiro de Automóvel Utilizando um Experimento Planejado. In: **Encontro Nacional de Engenharia de Produção**, 19, 1999, Anais..., 1CD

CROWDER, S. V.; ESHLEMAN, L. Small Sample Properties of an Adaptive Filter Applied to Low Volume SPC. **Journal of Quality Technology**, v. 33, n. 1, p 29-41, 2001.

DMITRIENKO, A.; GOVINDARAJULU, Z. Sequential Determination of the Number of Bootstrap Samples. **Journal of Statistical Planning and Inference**, v. 100, p. 349-363, 2002.

DONOVAN, J.; MURPHY, E. STEPHENSON, M. I. SURGE process - a time-to-market approach to reliability improvement. **International Journal of Quality and Reliability Management**, v.14, n.8, p.834-848, 1997.

EFRON, B. **The Jackknife, the Bootstrap and Other Resampling Plans**, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 1982.

FALCETTA, E. F. **Análise da Confiabilidade de Produtos baseada em Dados de Utilização da Garantia**. 2000. 120p. Monografia (Mestrado Profissional em Engenharia de Produção). Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

GARVIN, D. A. Competing on The Eight Dimensions of Quality. **Harvard Business Review**, v. 65, n. 6, p. 101-109, 1987.

GATTO, R. Bootstrap Confidence Interval for the Simultaneous Equation Model under Heavy-Tailed Contamination. **Mathematical and Computer Modeling**, v. 34, p. 1159-1170, 2001.

GENADIS, T. C. A cost optimization model for determining optimal burn-in times at the module/system level of na electronic product. **International Journal of Quality and Reliability Management**, v.13, n.9, p.61-74, 1996.

GUIDA, M.; PULCINI, G. Automotive reliability inference based on past data and technical knowledge. **Reliability Engineering and System Safety**, v. 76, p. 129-137, 2002.

HASTINGS, N.A.J.; ANG, J.Y.T. Developments in computer-based reliability analysis. **Journal of Quality in Maintenance Engineering**, v.01, n.1, p.69-78, 1995.

HUI, Y.V.; LU, W.L. Cost optimization of accelerated burn-in. **International Journal of Quality and Reliability Management**, v.13, n.7, p.69-78, 1996.

HUNG, W. Bootstrap Method for some estimators based on Fuzzy Data. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 119, p. 337-341, 2001.

JAMES, I.J.; MARSHALL, J.; WALLS, L. Improving Design For Reliability With In-Service Data Analysis. In: **Annual Reliability and Maintainability Symposium, 48.**, 2002, Seattle. Proceedings...Piscataway: IEEE, 2002. 1CD.

JAUW, J.; VASSILIOU, P. Field Data is Reliability Information: Implementing an automated data acquisition and analysis system. Reprint from: **Annual Reliability and Maintainability Symposium**. 2000, Los Angeles: IEEE - Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2000.

JAYARAM, J. S. R.; IBRAHIM, Y. Multiple response robust design and yield maximization. **International Journal of Quality and Reliability Management**. v.16, n.9, p.862-837, 1999.

KE, H. Y.; SHEN, F. F. Integrated Bayesian reliability assessment during equipment development. **International Journal of Quality and Reliability Management**, v.16, n.9, p.892-902, 1999.

KENETT, R. S.; ZACKS, S. **Modern Industrial Statistic: Design and Control of Quality and Reliability**, 1 ed. Pacific Grove: Brooks/Cole Publishing Company, 1998.

KOBBACY, K.A.H.; PERCY, D.F.; FAWZI, B.B. Small data sets and preventive maintenance modelling. **Journal of Quality and Maintenance Engineering**, v. 3, n. 2, p. 136-142, 1997.

LEVINE, D. M.; BERENSON, M. L.; STEPHAN, D. **Estatística: Teoria e Aplicações. Usando o Microsoft® Excel em Português.** 1 ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2000. Tradução do original Statistics for Managers Using Microsoft® Excel, Prentice Hall, Inc., 1998.

LI, G.; KEILEGON, I.V. Likelihood ratio confidence bands in nonparametric regression with censored data. 22 p. 2000. Disponível em <http://www.win.tue.nl/math/bs/spor/00-08.pdf> . Data de acesso: 27 Out. 2002.

LIN, J. C. The Use of Indirect Evidence for Bayesian Reliability Analysis. In: **Annual Reliability and Maintainability Symposium, 48.**, 2002, Seattle. Proceedings... Piscataway: IEEE, 2002. 1CD.

LIU, K. Refrigerator Failure Early Prediction Based on Warranty Data. In: **Annual Reliability and Maintainability Symposium, 48.**, 2002, Seattle. Proceedings... Piscataway: IEEE, 2002. 1CD.

MATHSOFT, INC. **S-Plus 2000 Guide to Statistics**, v. 2. Washington: Data Analysis Product Division, 1999.

NAIR, V. N.; TANG, B.; XU, L. Bayesian Inference for Some Mixture Problems in Quality and Reliability. **Journal of Quality Technology**, v. 33, n. 1, p. 16-28, 2001.

NAM, K. H. Confidence Interval for Capability Process Indices by the Resampling Method. **Journal of Applied Reliability**, v. 1, n. 1, p. 55-63, 2001.

O'CONNOR, P. D. T. **Practical Reliability Engineering**, 2 ed. Chichester: John Wiley & Sons, 1988.

PANG, W.; LEUNG, P.; PU, X.; MAO S. Parameter Estimate With Only One Complete Failure Observation Using Monte Carlo EM Algorithm. **International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering**, v. 8, n. 2, p. 109-122, 2001.

PINTELON, L.; NAGARUR, N.; VAN PUYVELDE, F. Case study: RCM - yes, no or maybe?. **Journal of Quality in Maintenance Engineering**, v.05, n.3, p.182-191, 1999.

PITT, D.G; KREUTZWEISER, D.P. Applications of Computer-Intensive Statistical to Environmental Research Methods. **Ecotoxicology and Environmental Safety**, v.39, p. 78-97, 1998.

RELIASOFT CORPORATION. **Life Data Analysis Reference: Weibull++®** Version 6. Tucson: Reliasoft Publishing, [entre 1996 e 2001].

SHARMA, K.K.; SINGH, B. Distribution-free inferences on system reliability. **Journal of Quality in Maintenance Engineering**, v.03, n.3, p.209-215, 1997.

MÜLLER, R.; SCHWARZ, E. **Confiabilidade: Tabelas e Nomogramas pra Uso Prático**. 1 ed. São Paulo: Nobel: Siemens S.A., 1986.

SMITH, C. O. **Introduction to Reliability in Design**, Reprint Edition. Florida: Robert E. Krieger Publishing Company, Inc., 1986.

STEINER, S. H.; MACKAY, R. J. Monitoring Proceses with Highly Censored Data. **Journal of Quality Technology**, v. 32, n. 3, p. 199-208, 2000.

SU, C. T.; WU, C. L. Determination of optimal burn-in condition - a case study in switch mode rectifier. **International Journal of Quality and Reliability Management**, v.16, n.8, p.772-782, 1999.

THEIJE, S. M.; SANDERS, P. C.; BOMBACHER, A. C. Reliabilty test to control design quality: a case study. **International Journal of Quality and Reliability Management**, v.15, n.6, p.599-618, 1998.

TONG, L. I.; CHEN, J. P. Lower confidence limits of process capability indices for non-normal process distributions. **International Journal of Quality and Reliability Management**, v. 15, n. 8/9, p. 907-919, 1998.

U.S. Department of Defense. MIL-HDBK-338B. Electronic reliability design handbook. **Military Handbook**. 1998.

WANG, Y; JIA, Y; YU, J.; YI, S. Field failure database for CNC lathes. **International Journal of Quality and Reliability Management**, v.16, n.4, p.330-340, 1999.

YANG, G. ; ZAGHATI, Z. Two-Dimensional Reliability Modeling From Warranty Data. In: **Annual Reliability and Maintainability Symposium, 48.**, 2002, Seattle. Proceedings... Piscataway: IEEE, 2002. 1CD.

ZHANG, T.; REN, Y. Failure Data Analysis by Models Involving 3 Weibull Distributions. In: **Annual Reliability and Maintainability Symposium, 48.**, 2002, Seattle. Proceedings... Piscataway: IEEE, 2002. 1CD.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

COSTA, J.F.S. MELO, A. C.G. PESSANHA, J. F.M. avaliação da confiabilidade de sistemas multi-área através da integração dos modos de falha via simulação Monte Carlo. In: **Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 18.**, 1998, Anais..., 1CD

DHILLON, B.S.; FASHANDI, A.R.M. Stochastic analysis of a robot machine with duplicate safety unit. **Journal of Quality in Maintenance Engineering**, v.05, n.2, p.114-127, 1999.

DÜPOW, H; BLOUNT, G. A review of reliability prediction. **Aircraft Engineering and Aerospace Technology**, v.69, n.4, p.356-362, 1997.

FLEMING, P.V. SILVA, M. F. FRANÇA, S. R. R. ° aplicando manutenção centrada em confiabilidade (mcc) em indústrias brasileiras: lições aprendidas. In: **Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 19.**, 1999, Anais..., 1CD

GRAVES, S. B.; MURPHY, D. C.; RINGUEST, J. L. Acceptance sampling versus redundancy as an alternative means to achieve goals for system reliability. **International Journal of Quality and Reliability Management**, v.16, n.4, p.362-370, 1999.

GUPTA, R.; MUMTAZ, S.Z.; RASTOGI, N. Profit analysis of a system with mutual changeover of units and correlated failures and repairs. **Journal of Quality in Maintenance Engineering**, v.05, n.2, p.128-140, 1999.

KE, H. Y.; SHEN, F. F. Integrated Bayesian reliability assessment during equipment development. **International Journal of Quality and Reliability Management**, v.16, n.9, p.892-902, 1999.

KNEZEVIC, J. Chief mechanic: the new approach to aircraft maintenance by Boeing. **Journal of Quality in Maintenance Engineering**, v.05, n.4, p.314-324, 1999.

KUMAR, K Effect of the product term on reliability prediction of integrated circuits. **International Journal of Quality and Reliability Management**, v.13, n.8, p.75-78, 1996.

KUMAR, U. D. New trends in aircraft reliability and maintenance measures. **Journal of Quality in Maintenance Engineering**, v.05, n.4, p.287-295, 1999.

LOVE, C.E.; ZITRON, M.A; ZHANG, Z.G. An SMDP approach to optimal repair/replacement decisions for systems experiencing imperfect repair. **Journal of Quality in Maintenance Engineering**, v.04, n.2, p.131-149, 1998.

MADU, C. N. Reliability and quality interface. **International Journal of Quality and Reliability Management**, v.16, n.7, p.691-698, 1999.

MCLACHLAN, V.N. Errors - their origin and avoidance to increase system reliability. **The TQM Magazine**. v.07, n.5, p.26-31, 1995.

POHL, L., RIBEIRO, J.L.D., CALCAGNOTTO, J., SILVA, M.H.M. Modelos de degradação aplicados a melhoria da confiabilidade de produtos. In: **Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 18.**, 1998, Anais..., 1CD

PRENDERGAST, J; MURPHY, E.; STEPHENSON, M. Building-in reliability - implementation and benefits. **International Journal of Quality and Reliability Management**, v.13, n.5, p.77-90, 1996.

TENG, S.H.; HO, S. Y. Failure Mode and Effect Analysis - An integrated approach for product design and process control. **International Journal of Quality and Reliability Management**, v.13, n.5, p.8-26, 1996.

VOLLERTT Jr, J. R. sistemas difusos auxiliando na decisão do ótimo prazo de garantia. In: **Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 18.**, 1998, Anais..., 1CD

VOLLERTT Jr., J.R. PEREIRA, V.L.D.V. fatores organizacionais e externos que afetam a confiabilidade do produto. In: **Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 16.**, 1996, Anais..., 1CD

WERNER, L. RIBEIRO, J.L.D. solução numérica para a modelagem dos tempos de falhas ao longo do calendário. In: **Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 16.**, 1996, Anais..., 1CD

XIE, M.; TAN, K. C., GOH, K. H.; HUANG X. R. Optimum prioritisation and resource allocation based on fault tree analysis. **International Journal of Quality and Reliability Management**, v.17, n.2, p.189-199, 2000.