

**UNIVERSIDADE METODISTA DE PIRACICABA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA, ARQUITETURA E URBANISMO**  
**PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**MÉTODO DE DECISÃO MULTICRITÉRIO PARA PROBLEMAS DE  
CLASSIFICAÇÃO COM MÚLTIPLOS TIPOS DE DADOS IMPERFEITOS**

**RENATA PELISSARI INFANTE**

ORIENTADORA: PROFA. DRA. MARIA CELIA DE OLIVEIRA

SANTA BÁRBARA D'OESTE/ SP

**2019**

**UNIVERSIDADE METODISTA DE PIRACICABA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA, ARQUITETURA E URBANISMO**  
**PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**MÉTODO DE DECISÃO MULTICRITÉRIO PARA PROBLEMAS DE  
CLASSIFICAÇÃO COM MÚLTIPLOS TIPOS DE DADOS IMPERFEITOS**

**RENATA PELISSARI INFANTE**

ORIENTADORA: PROFA. DRA. MARIA CELIA DE OLIVEIRA

COORIENTADOR: PROF. DR. ALVARO JOSÉ ABACKERLI

COORIENTADORA NO EXTERIOR: PROFA. DRA. SARAH BEN AMOR

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Faculdade de Engenharia, Arquitetura e Urbanismo, da Universidade Metodista de Piracicaba - UNIMEP, como requisito para obtenção do título de Doutor em Engenharia de Produção.

SANTA BÁRBARA D'OESTE/ SP

**2019**

## AGRADECIMENTOS

Ter feito o doutorado foi uma aventura muito maior e especial do que imaginei no início. Além de todo conhecimento e oportunidades naturais de um doutorado, essa experiência trouxe novas pessoas a minha vida, e me fez lembrar de algumas outras, às quais tenho enorme agradecimento.

À Professora Maria Celia, minha orientadora e amiga, que me incentivou a iniciar o doutorado, me desafiou a buscar novas conquistas e sempre confiou que eu era capaz de desenvolver um bom trabalho. Seu apoio me fez ir mais longe. Obrigada de coração!

À Professora Sarah, minha coorientadora, que me recebeu no Canadá, me acolheu, me abriu uma janela de possibilidades e acabou se tornando minha amiga. *Merci beaucoup!*

Ao Professor Alvaro, meu coorientador, que me ensinou a me preocupar em ter uma alta qualidade no meu trabalho, como a que ele tem em seus. Obrigada pelo seu tempo e sua atenção!

Aos professores e amigos do PPGP da UNIMEP. À professora Maria Rita, ao professor André, professor Camello, professor Alex. Obrigada pelo incentivo e inspiração. À Marta, obrigada por toda ajuda e, as minhas amigas, Carol e Rafa, pela parceria durante esses quatro anos.

Aos meus amigos e parceiros de trabalho no Canadá, Makbule e Ahmet. *Çok teşekkür ederim!*

Aos meus antigos professores e orientadores. Durante todo o doutorado, lembrei-me de vocês com carinho, agradecendo sempre todo o conhecimento que me passaram.

Ao Kleber, que foi parceiro como nunca imaginei que teria. Obrigada por abraçar meus sonhos, por sonhar comigo. Obrigada por todo suporte e ajuda!

Aos meus pais! Devo tudo isso a vocês. Obrigada ao meu pai, por sempre me inspirar e incentivar a estudar. E obrigada minha mãe, pela força e coragem que me passou como exemplo durante toda a vida.

Obrigada a todos que, de alguma forma, estiveram comigo nesse período. Só posso concluir que tenho muita sorte por ter tido e ter vocês na minha vida!

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. (*This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001.*)

*“A vida é ao mesmo tempo triste e solene.  
Somos deixados num mundo maravilhoso,  
encontramo-nos aqui com outras pessoas e  
caminhamos juntos durante algum tempo.  
Depois nos separamos e desaparecemos tão  
rápida e inexplicavelmente quanto surgimos.”*

Jostein Gaarder

Pelissari, Renata. **Método de Decisão Multicritério para Problemas de Classificação com Múltiplos Tipos de Dados Imperfeitos**. 2019. 157 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) - Faculdade de Engenharia, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Metodista de Piracicaba, Santa Bárbara D'Oeste (SP).

## RESUMO

Tomadas de decisão em organizações são muitas vezes baseadas em múltiplos critérios, medidos em diferentes escalas. Os métodos MCDA (*Multiple criteria decision analysis*) são projetados para analisar e fornecer recomendações nesse tipo de situação. Dentre os métodos MCDA, os métodos de classificação ordinal, cujo objetivo é classificar elementos em categorias pré-definidas e ordenadas, vêm se destacando na área de decisão multicritério, dada a sua aplicabilidade em diferentes áreas. Tradicionalmente, os métodos existentes requerem valores quantitativos e nítidos para parâmetros técnicos do modelo e medidas de critérios, bem como para preferências expressas em pesos de importância dos critérios. No entanto, esse requerimento pode ser difícil de ser atendido, uma vez que dados imperfeitos, como dados intervalares, variáveis linguísticas, dados estocásticos e incompletos, são mais utilizados em problemas da vida real. Alguns métodos, como os métodos da família SMAA (*Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis*) e métodos baseados na teoria de conjuntos difusos, foram desenvolvidos para lidar com alguns tipos de dados imperfeitos, mas não com todos. Outra lacuna identificada na literatura multicritério é a não existência de métodos de classificação ordinal que, além de modelar dados imperfeitos, possibilitem a elicitacão indireta dos pesos dos critérios e a organizacão dos critérios de forma hierárquica. Neste contexto, o objetivo desta tese é apresentar um novo método MCDA de classificacão ordinal, capaz de modelar múltiplos tipos de dados imperfeitos, ao mesmo tempo que possibilita a elicitacão indireta dos pesos dos critérios e critérios hierarquicamente estruturados. O método proposto é aplicável a diferentes problemas de decisão da vida real, incluindo problemas da área de Engenharia.

**PALAVRAS-CHAVE:** Decisão multicritério; *Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis* (SMAA); FlowSort; Teoria dos conjuntos difusos; Incerteza; Imprecisão; Critérios hierárquicos.

PELISSARI, Renata. ***Multicriteria Decision Making Method for Sorting Problems with Multiple Types of Information Imperfections***. 2018. 157 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) - Faculdade de Engenharia, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Metodista de Piracicaba, Santa Bárbara D'Oeste (SP).

### **Abstract**

*Decision-making in organizations is often based on multi-criteria, which can be measured at different scales. MCDA (Multiple Criteria Decision Analysis) methods are designed to analyze and provide recommendations in that type of situation. Among the MCDA methods, sorting methods, which aim to classify elements into pre-defined and ordered categories, has been bringing attention due to its applicability in different types of problems. Traditionally, many of the existing methods require quantitative and crisp values for technical parameters of the model and measures of criteria, as well as for preferences expressed in weight of importance of the criteria. However, this requirement is often difficult to handle, since information imperfections such as interval data, language variables, stochastic and incomplete data are more natural to be used in real-life problems. There are some methods, such as SMAA Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis (SMAA) and methods based on fuzzy set theory, that have been developed to deal with some types of information imperfections but not all of them. Other shortcoming in the multicriteria field is the non existence of sorting methods that, besides modeling information imperfections, allow the indirect elicitation of the criteria weights and the hierarchical organization of the criteria. In this context, the objective of this thesis is to present a new sorting MCDA method, capable of modeling multiple types of information imperfections (interval, stochastic data and linguistic variables), while allowing indirect elicitation of criteria weights and hierarchically structured criteria. The proposed method is applicable to several different real-life decision problems, including engineering problems.*

**KEYWORDS:** *Multicriteria decision-making; Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis (SMAA); FlowSort; Fuzzy theory; Uncertainty; Imprecision; Hierarchical Criteria. .*

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>ii</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>iv</b>
<b>LISTA DE QUADROS</b>	<b>vi</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS</b>	<b>vii</b>
<b>LISTA DE PUBLICAÇÕES ORIGINAIS</b>	<b>vii</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 JUSTIFICATIVA DO ESTUDO . . . . .	5
1.2 OBJETIVOS . . . . .	6
1.3 ORGANIZAÇÃO DA TESE . . . . .	7
<b>2 APOIO À DECISÃO MULTICRITÉRIO</b>	<b>8</b>
2.1 PRINCIPAIS ÁREAS DE APLICAÇÃO . . . . .	9
2.2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DA DECISÃO MULTICRITÉRIO . . . . .	12
2.2.1 Elementos básicos na decisão multicritério . . . . .	12
2.2.2 Tipos de critérios e escalas de medidas . . . . .	14
2.2.3 Relações de ordem . . . . .	16
2.2.4 Preferências dos decisores . . . . .	17
2.2.5 Tipos de problemática de decisão . . . . .	20
2.2.6 Métodos de decisão multicritério . . . . .	21
2.2.7 Análise de sensibilidade dos parâmetros e robustez dos resultados . . . . .	24
2.2.8 O processo de decisão multicritério . . . . .	24

2.3	O MÉTODO PROMETHEE . . . . .	26
2.3.1	Construção da relação de superação . . . . .	26
2.3.2	Fluxo de superação global e exploração da relação de superação . . . . .	29
2.3.3	Fluxo de superação unicritério no PROMETHEE . . . . .	31
2.4	PROBLEMAS DE CLASSIFICAÇÃO ORDINAL . . . . .	31
2.4.1	Métodos de agregação para problemas de classificação ordinal . . . . .	32
2.4.2	Revisão dos métodos MCDA de classificação . . . . .	34
2.5	O MÉTODO <i>FlowSort</i> : EXTENSÃO DO PROMETHEE . . . . .	37
2.5.1	Construção da relação de superação . . . . .	38
2.5.2	Fluxo de superação global e exploração da relação de superação . . . . .	39
2.5.3	Fluxo de superação unicritério no <i>FlowSort</i> . . . . .	41
<b>3</b>	<b>DESAFIOS EXISTENTES EM DECISÃO MULTICRITÉRIO</b>	<b>43</b>
3.1	O DESAFIO DE DADOS IMPERFEITOS . . . . .	43
3.1.1	Tipos de dados imperfeitos . . . . .	44
3.1.2	Modelando dados imperfeitos em MCDA . . . . .	47
3.2	O PROBLEMA DE ELICITAÇÃO INDIRETA DOS PESOS DOS CRITÉRIOS . . . . .	52
3.3	O PROBLEMA DE CRITÉRIOS HIERARQUICAMENTE ESTRUTURADOS . . . . .	54
3.4	O MÉTODO <i>Fuzzy-FlowSort</i> . . . . .	56
3.4.1	Número difuso triangular . . . . .	57
3.4.2	Método triangular <i>Fuzzy-FlowSort</i> . . . . .	60
3.5	O MÉTODO SMAA . . . . .	61
3.5.1	Primeiros métodos SMAA: SMAA-2 e SMAA-OC . . . . .	62
3.5.2	Estrutura geral do método SMAA . . . . .	63
3.5.3	Variantes SMAA . . . . .	64
3.5.4	Cálculo das medidas descritivas - Simulação . . . . .	66
3.5.5	SMAA para elicitação indireta dos pesos . . . . .	67
3.6	O MÉTODO MCHP . . . . .	71
<b>4</b>	<b>DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA E MÉTODO PROPOSTO</b>	<b>74</b>
4.1	MÉTODO DE PESQUISA . . . . .	74



4.2	RESULTADOS DOS ESTUDOS DE REVISÃO BIBLIOGRÁFICA . . . . .	77
4.3	FORMULAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO: SMAA-FFS . . . . .	79
4.3.1	Dados de entrada do método . . . . .	80
4.3.2	Resultados do método: índices de aceitabilidade da categoria . . . . .	84
4.3.3	Fase de exploração . . . . .	85
4.3.4	Algoritmo do método SMAA-FFS . . . . .	86
4.4	EXTENSÃO DO MÉTODO SMAA-FFS PARA CRITÉRIOS HIERÁRQUICOS . . . . .	88
4.4.1	Extensão do <i>FlowSort</i> para critérios hierárquicos: o método <i>FlowSort-H</i> . . . . .	88
<b>5</b>	<b>APLICAÇÕES DOS MÉTODOS PROPOSTOS</b>	<b>99</b>
5.1	APLICAÇÃO NUMÉRICA DO MÉTODO SMAA-FFS . . . . .	99
5.1.1	Aplicação considerando apenas valores determinísticos . . . . .	104
5.2	ESTUDOS DE COMPARAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO COM MÉTODOS EXISTENTES . . . . .	106
5.2.1	Comparação com <i>Interval-FlowSort</i> . . . . .	107
5.2.2	Comparação com <i>Fuzzy-FlowSort</i> . . . . .	109
5.2.3	Análise de Robustez . . . . .	112
5.3	APLICAÇÃO DO MÉTODO SMAA-FFS-H . . . . .	113
5.3.1	Avaliação da maturidade operacional de instituições de pesquisa . . . . .	114
5.3.2	Estruturação do problema . . . . .	118
5.3.3	Modelagem . . . . .	119
5.3.4	Síntese analítica para decisão e elaboração de planos de ação . . . . .	122
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>129</b>
6.1	LIMITAÇÕES E TRABALHOS FUTUROS . . . . .	130

## LISTA DE FIGURAS

1	Matriz de decisão de um problema MCDA. . . . .	14
2	Problemáticas em decisão MCDA (adaptado de Zopounidis e Doumpos (2002)). . .	21
3	Etapas de um processo MCDA (adaptado de Pomerol e Barba-Romero (2000)). . .	25
4	Representação de um problema de classificação ordinal. . . . .	32
5	Representação de categorias ordenadas definidas por perfis limitantes. . . . .	33
6	Representação de categorias ordenadas definidas por perfis centrais. . . . .	33
7	Uso de variáveis linguísticas em MCDA. . . . .	48
8	Processo de mapeamento de dado ordinal para cardinal. . . . .	49
9	Função de pertinência de um número difuso triangular $\tilde{M} = (m; \alpha; \beta)_{LR}$ . . . . .	58
10	Função de pertinência da semântica definida na Tabela 1. . . . .	59
11	Exemplo de diferentes semânticas para a mesma granularidade. . . . .	59
12	Estrutura geral de um método SMAA. . . . .	64
13	Espaço de pesos possíveis em um problema com três critérios. . . . .	68
14	Espaço de pesos viáveis em um problema com 3 critérios com informação de preferência ordinal ( $w_1 \geq w_2 \geq w_3$ ). . . . .	69
15	Espaço de pesos viáveis em um problema com três critérios com limites inferiores e superiores para $w_1$ . . . . .	70
16	Exemplo de estrutura hierárquica do critério de primeiro nível $G_{j_1}$ . . . . .	72
17	Etapas do método de pesquisa. . . . .	75
18	Funções de pertinência das semânticas definidas na Tabela 2. . . . .	83
19	Fases do cálculo do método SMAA-FFS. . . . .	87

20	Índices de aceitabilidade de categoria em porcentagem (%) com pesos ordinais resultantes na aplicação numérica do método SMAA-FFS. . . . .	104
21	Comparação das classificações finais: apenas com valores determinísticos (aplicação do <i>FlowSort</i> ) e com dados imperfeitos (aplicação do SMAA-FFS). . . . .	107
22	Ilustração dos índices de aceitabilidade de categoria (em %) resultantes da aplicação do método SMAA-FFS ao exemplo proposto por Campos, Mareschal e Almeida (2015). . . . .	111
23	Processo decisório adotado para avaliação de maturidade operacional de instituições de pesquisa. . . . .	118
24	Função de pertinência dos números difusos triangular utilizados para a escala de avaliação de maturidade. . . . .	120
25	Função de pertinência dos números difusos triangular utilizados para a escala de maturidade na definição dos perfis de referência limitantes. . . . .	121
26	Classificações das instituições nas categorias de níveis de maturidade resultantes das análises com pesos ordinais e com pesos determinísticos. . . . .	123
27	Fluxos unicritério no nível dos processos das instituições de pesquisa Polo20141, Polo20142, Polo20143 e Polo20144. . . . .	124
28	Fluxos unicritério no nível dos processos das instituições de pesquisa Polo20174, Polo20173, Polo20172 e Polo20171. . . . .	125
29	Fluxos unicritério no nível dos insumos da instituição Polo20141. . . . .	126
30	Fluxos unicritério no nível dos insumos da instituição Polo20171. . . . .	127

## LISTA DE TABELAS

1	Exemplo de semântica difusa triangular para variável linguística de cinco termos. . .	58
2	Diferentes semânticas adotadas para as avaliações das alternativas e para os perfis limitantes. . . . .	82
3	Valores de desempenho das alternativas para cada um dos critérios elementares no exemplo numérico do método <i>FlowSort-H</i> . . . . .	94
4	Perfis de referência limitantes para cada um dos critérios elementares no exemplo numérico do método <i>FlowSort-H</i> . . . . .	94
5	Fluxos das alternativas no exemplo numérico do método <i>FlowSort-H</i> . . . . .	95
6	Fluxos dos perfis limitantes no exemplo numérico do método <i>FlowSort-H</i> . . . . .	96
7	Fluxos unicritério da alternativa $x_2$ no exemplo numérico do método <i>FlowSort-H</i> . . .	98
8	Fluxos unicritério dos perfis limitantes no exemplo numérico do método <i>FlowSort-H</i> . . .	98
9	Avaliação de desempenho das alternativas (fornecedores) da aplicação numérica do método SMAA-FFS. . . . .	100
10	Direção preferencial dos critérios, pesos determinísticos e ordinais, e os limiares de indiferença e de preferência da aplicação numérica do método SMAA-FFS. . . .	101
11	Perfis de referência limitantes da aplicação numérica do método SMAA-FFS. . . .	102
12	Índices de aceitabilidade de categoria em porcentagem (%) com três tipos diferentes de informações de pesos da aplicação numérica do método SMAA-FFS. . . .	103
13	Avaliação de desempenho das alternativas (fornecedores) da aplicação numérica do método SMAA-FFS considerando apenas valores determinísticos. . . . .	105
14	Perfis de referência limitantes determinísticos da aplicação numérica do método SMAA-FFS. . . . .	105

15	Índices de aceitabilidade de categoria (em %) resultantes da aplicação do método SMAA-FFS ao exemplo proposto por Janssen e Nemery (2013). . . . .	108
16	Índices de aceitabilidade de categoria (em %) resultantes da aplicação do método SMAA-FFS ao exemplo proposto por Campos, Mareschal e Almeida (2015). . . . .	110
17	Pesos intervalares utilizados na análise de robustez dos resultados da aplicação do método SMAA-FFS ao exemplo proposto por Campos, Mareschal e Almeida (2015). . . . .	112
18	Índices de aceitabilidade de categoria (em %) considerando pesos intervalares na aplicação do método SMAA-FFS ao exemplo proposto por Campos, Mareschal e Almeida (2015). . . . .	113
19	Representação difusa triangular utilizada para a escala de maturidade. . . . .	120
20	Perfis de referência limitantes das categorias de nível de maturidade e suas semânticas difusa triangular na avaliação das alternativas. . . . .	121
21	Índices de aceitabilidade de categoria em porcentagem (%) com pesos ordinais na avaliação de maturidade. . . . .	123

## LISTA DE QUADROS

1	Funções de preferência para o método PROMETHEE propostas por Brans, Vincke e Mareschal (1986). . . . .	27
2	Métodos de superação existentes na literatura para problemas de classificação ordinal baseadas no PROMETHEE. . . . .	37
3	Posicionamento do método proposto em comparação com as extensões existentes do <i>FlowSort</i> . . . . .	79
4	Experimentos sobre aplicabilidade do SMAA-FFS. . . . .	102
5	Classificações finais obtidas da aplicação numérica do método SMAA-FFS considerando apenas valores determinísticos e considerando dados imperfeitos. . . . .	106
6	Processos considerados na avaliação da maturidade operacional. . . . .	115
7	Insumos de cada um dos processos considerados na avaliação da maturidade. . . . .	116
8	Exemplo de avaliação de maturidade <i>in loco</i> dos insumos do processo Prospecção de projetos segundo oferta, volume e foco. . . . .	117
9	Escala de maturidade baseada nas combinações das diferentes possíveis avaliações em relação a oferta, volume e foco. . . . .	117
10	Classificação das instituições nas categorias de níveis de maturidades resultantes da análise com pesos determinísticos. . . . .	122

## LISTA DE ABREVIATURAS

AHP	<i>Analytic Hierarchy Process</i>
DEA	<i>Data Envelopment Analysis</i>
ELECTRE	<i>Elimination Et Choix Traduisant la Réalité</i>
ER	<i>Evidential Reasoning</i>
ERP	<i>Enterprise Resource Planning</i>
GAIA	<i>Geometrical Analysis for Interactive Aid</i>
HFSs	<i>Hesitant Fuzzy Sets</i>
HLFSs	<i>Hesitant Linguistic Fuzzy Sets</i>
IFSs	<i>Intuitionistic Fuzzy Sets</i>
ILFSs	<i>Intuitionistic Linguistic Fuzzy Sets</i>
MAUT	<i>Multi-Attribute Utility Theory</i>
MCDA	<i>Multiple Criteria Decision Analysis</i>
MCHP	<i>Multiple Criteria Hierarchy Process</i>
PAIRCLASS	<i>Pairwise Classification</i>
PROMETHEE	<i>Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluations</i>
PROMSORT	<i>PROMETHEE sorting</i>
SMAA	<i>Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis</i>
TOPSIS	<i>Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution</i>
UTADIS	<i>Utilités Additives Discriminates</i>

## LISTA DE PUBLICAÇÕES ORIGINAIS

- (I) R. Pelissari, M.C. Oliveira, A.J. Abackerli, S. Ben-Amor, M.R.P. Assumpção. Techniques to model uncertain input data of multi-criteria decisionmaking problems: a literature review. *International Transactions in Operational Research*. 10.1111/itor.12598, (2018).
- (II) R. Pelissari, M.C. Oliveira, S. Ben-Amor, A. Kandakoglu, A.L. Helleno. SMAA methods and their applications: a literature review and future research directions. *Annals of Operations Research (in press)*.
- (III) R. Pelissari, M.C. Oliveira, S. Ben-Amor, A.J. Abackerli. A new FlowSort-based method to deal with information imperfections in sorting decision-making problems. *European Journal of Operational Research*, volume 276, pp. 235-246, (2019).



# 1

## INTRODUÇÃO

A análise multicritério de apoio à decisão (MCDA - *Multiple criteria decision analysis*) consiste em técnicas e princípios desenvolvidos para auxiliar na resolução de problemas de decisão complexos. As decisões MCDA são baseadas em múltiplos critérios, que podem ser conflitantes, e se caracterizam por incorporarem no processo decisório opiniões e preferências dos decisores envolvidos.

Em decisões multicritério, um número finito de alternativas (as possíveis soluções do problema em questão) deve ser definido *a priori* e avaliado segundo cada um dos critérios. Decisões relacionadas à manufatura sustentável, que consideram aspectos econômicos, sociais e ambientais (STOYCHEVA *et al.*, 2018), a avaliação e categorização de fornecedores em níveis de colaboração (ARAZ; OZKARAHAN, 2007; GUARNIERI; ALMEIDA, 2016) e a categorização de portfólios de projetos (YANG *et al.*, 2014) são alguns exemplos de problemas de decisão multicritério.

Dependendo da problemática em questão, pode-se ter como objetivo escolher uma alternativa dentre várias, ordenar as alternativas da melhor para a pior ou, ainda, classificar as alternativas em categorias. Os problemas de decisão considerados nesta tese são do tipo de classificação no qual as categorias são ordenadas em prioridades e pré-definidas, o que significa que as categorias são estabelecidas pelos decisores no início do processo de decisão. Como apresentado por Zopounidis e Doumpos (2002), esses problemas são chamados problemas multicritério de classificação ordinal.

A maioria dos métodos MCDA existentes para resolver problemas de classificação ordinal tem três suposições básicas: (i) é possível definir com precisão os dados de entrada e os parâ-

metros do método de decisão, (ii) os pesos dos critérios considerados devem ser prévia e claramente fixados, e (iii) os critérios considerados não são muito numerosos e, além disso, supõe-se que os critérios não são organizados hierarquicamente (ANGILELLA *et al.*, 2016).

No entanto, Arcidiacono, Corrente e Greco (2018) afirmam que os problemas reais de decisão muitas vezes violam estas suposições. Assim, eles indicam que a aplicação dos métodos de decisão é afetada pela simplicidade em sua formulação, que negligencia aspectos relevantes do problema, prejudicando a definição da recomendação final. Para evitar essa simplificação, nas últimas duas décadas, três importantes desafios metodológicos relacionados aos métodos MCDA e, em particular, aos métodos de classificação ordinal, vêm sendo discutidos: (i) utilização de múltiplos tipos de dados imperfeitos como dados de entrada, (ii) elicitación indireta do vetor de pesos dos critérios e (iii) critérios estruturados hierarquicamente.

Com respeito ao primeiro desafio, múltiplos tipos de dados imperfeitos, a maioria dos métodos MCDA de classificação ordinal exige como dados de entrada valores quantitativos e nítidos, chamados valores *crisp*. No entanto, definir apenas valores *crisp* em problemas de decisão é difícil, se não impossível. Para Ben-Amor, Martel e Guitouni (2015), os dados disponíveis em muitos problemas da vida real são imperfeitos, como os dados incertos (variáveis aleatórias) ou imprecisos (valores intervalares ou termos linguísticos).

Para Walker *et al.* (2003), e conforme também discutido por Ben-Amor, Martel e Guitouni (2015), a dificuldade em se utilizar apenas valores *crisp* se deve principalmente a dois fatores: avaliações subjetivas por parte dos decisores e incertezas presentes no ambiente de decisão. Os decisores podem ter alguma dificuldade com a afirmação de seu conhecimento, impactando na qualidade dos dados oriundos de suas observações e avaliações, resultando em dados imprecisos. O ambiente pode ser fonte de incerteza dificultando a utilização de dados *crisp*, como em situações em que os dados são difíceis de obter ou verificar, ou os dados são baseados em previsões e, conseqüentemente, são incertos.

Diferentes métodos vêm sendo desenvolvidos com o objetivo de auxiliar a tomada de decisão em problemas de classificação envolvendo dados imperfeitos, dentre eles métodos baseados na teoria das probabilidades e na teoria de conjuntos difusos (teoria *fuzzy*). Por exemplo, Tervonen *et al.* (2009) propuseram o método SMAA-TRI baseado na teoria das probabilidades para modelagem de dados incertos. Esse método prevê a atribuição de distribuições de probabilidade

aos dados de entrada do método e utiliza simulação Monte Carlo para seus cálculos. Campos, Mareschal e Almeida (2015) propuseram o método *Fuzzy-FlowSort* combinando a teoria de conjuntos difusos (teoria *fuzzy*) ao método de classificação FlowSort (NEMERY; LAMBORAY, 2008) para modelagem de dados intervalares e termos linguísticos.

O segundo desafio diz respeito à definição do vetor de peso dos critérios. Os elementos do vetor de pesos são valores que representam a importância de cada um dos critérios considerados no processo decisório. Para a maioria dos métodos MCDA, o vetor de pesos é um indicativo de preferência que é obrigatoriamente requerido e diretamente elicitado (VETSCHERA, 2017). Na elicitación direta, espera-se que o decisor forneça valores nítidos e determinísticos dos pesos. Além disso, o vetor de pesos deve ser normalizado, ou seja, cada elemento do vetor de pesos deve ser diferente de zero e a soma de todos os elementos deve ser igual a um. Por exemplo, em um caso com três critérios, o decisor pode elicitar diretamente os pesos, definindo que o critério 1 tem um peso de 0,4, enquanto que os critérios 2 e 3 são menos importantes, com pesos 0,35 e 0,25, respectivamente.

Dado que é mais fácil e intuitivo que o decisor defina uma ordem de importância dos critérios ou utilize um valor aproximado (como um dado intervalar), do que definir valores nítidos e determinísticos de pesos para todos os critérios, observa-se que há uma tendência de abandono da elicitación direta a favor da elicitación indireta, como discutido por Angilella *et al.* (2016). Na elicitación indireta não se espera que o decisor forneça informações de preferência ou então a informação de preferência pode ser subjetiva. Um vetor de pesos normalizado é então deduzido dessa informação subjetiva por meio de procedimentos matemáticos e estatísticos.

Conforme apresentado por Vetschera (2017), existem diferentes metodologias MCDA para elicitación indireta de pesos dos critérios. Dentre essas, destaca-se a metodologia SMAA (*Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis*) (LAHDELMA; SALMINEN, 2001), que engloba diversos métodos para tratamento de pesos ordinais, intervalares, incompletos ou até mesmo completamente faltantes. Para problemas de classificação, existem dois métodos baseados no SMAA: o método SMAA-OC (LAHDELMA; SALMINEN, 2010) e o método SMAA-TRI (TERVONEN *et al.*, 2009).

Em relação ao terceiro desafio, como discutido por Corrente, Greco e Słowiński (2012), a necessidade de considerar critérios de forma hierárquica é frequente em aplicações reais. A hie-

rarquia ajuda a decompor problemas complexos de tomada de decisão em sub-tarefas menores e gerenciáveis, facilitando a tomada de decisão. Angilella *et al.* (2016) apresentaram um estudo relacionado à sustentabilidade sócio-ambiental, separando os critérios nos três pilares: econômico, social e ambiental. Sua proposta, avalia o problema, não só no nível abrangente (tendo em conta todos os critérios), mas também em cada pilar (tendo em conta, separadamente, aspectos econômicos, sociais e ambientais). Para isso, Angilella *et al.* (2016) utilizou critérios hierarquicamente estruturados.

O método AHP (*Analytic Hierarchy Process*) (SAATY, 1994) e a metodologia *Multiple Criteria Hierarchy Process* (MCHP) (CORRENTE; GRECO; SŁOWIŃSKI, 2012) são exemplos de métodos que consideram critérios em forma de hierarquia. Enquanto o AHP fornece recomendações apenas no nível mais alto da hierarquia, o MCHP fornece recomendações em todos os níveis da hierarquia.

Apesar de esses três desafios, dados imperfeitos, elicitação indireta dos pesos dos critérios e estrutura hierárquica de critérios, estarem comumente presentes em um mesmo problema de decisão (ANGILELLA *et al.*, 2016), observa-se que, geralmente, esses desafios não são tratados em conjunto. Existem métodos de classificação adequados para dados incertos e elicitação indireta dos pesos (como o SMAA-OC e o SMAA-TRI); métodos de classificação adequados para modelar termos linguísticos (como o *Fuzzy-FlowSort*); ou ainda métodos que podem ser adequados para dados incertos, elicitação indireta e critérios hierárquicos mas não adequados para modelagem de termos linguísticos, como o método proposto por Corrente *et al.* (2017).

Indica-se, assim, as seguintes lacunas na literatura: a primeira diz respeito à falta de um método de classificação ordinal que considere múltiplos tipos de dados imperfeitos, sendo capaz de modelar dados imprecisos e incertos, ao mesmo tempo; a segunda é a falta de um método que trate os três desafios juntos.

Contribuindo para o preenchimento destas lacunas, esta tese busca viabilizar soluções para problemas de classificação ordinal de decisão multicritério com múltiplos tipos de dados imperfeitos, aptas a lidar com a elicitação de pesos dos critérios e critérios hierarquicamente estruturados.

## 1.1 JUSTIFICATIVA DO ESTUDO

Conforme discutido por Campos, Mareschal e Almeida (2015) e Tervonen *et al.* (2009), observa-se um aumento de interesse por problemas multicritérios de classificação ordinal e, consequentemente, diversos métodos de decisão para esse tipo de problema vêm sendo desenvolvidos.

Dentre os diferentes métodos existentes, destacam-se duas famílias de métodos: métodos baseados na teoria da utilidade multi-atributo, como o método UTADIS (*Utilités Additives Discriminates*) (DEVAUD; GROUSSAUD; JACQUET-LAGRÉZE, 1980), e métodos baseados na relação de superação, como os métodos ELECTRE-TRI (ROY; BOUYSSOU, 1993), PROMETHE-TRI (FIGUEIRA; SMET; BRANS, 2004), PROMSORT (ARAZ; OZKARAHAN, 2007) e *FlowSort* (NEMERY; LAMBORAY, 2008).

Os métodos baseados na teoria da utilidade multi-atributo têm a desvantagem de serem métodos compensatórios. Métodos compensatórios são métodos que compensam o desempenho ruim de um alternativa em um determinado critério por um desempenho bom em outro critério (ALMEIDA, 2013). Os métodos baseados na relação de superação, conforme discutido por Almeida (2013), são métodos não compensatórios e, por isso, evitam o favorecimento de alternativas que possuem um excelente desempenho em um critério, mas que sejam fracas nos demais.

Outra vantagem dos métodos de superação é que esses não exigem a determinação de uma função utilidade e não têm fortes bases axiomáticas, como os da teoria da utilidade, facilitando assim suas aplicações (ISHIZAKA; NEMERY, 2013). Por esses motivos, este trabalho concentra-se nos métodos baseados na relação de superação.

Dentre os métodos baseados na relação de superação, destacam-se os métodos das famílias ELECTRE (*Elimination Et Choix Traduisant la Réalité*) e PROMETHEE (*Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluations*). Cada uma dessas famílias inclui vários métodos, cada um aplicável para um tipo diferente de problemática. Os métodos da família PROMETHEE são considerados mais fáceis de serem aplicados do que os métodos da família ELECTRE. Essa consideração se dá pelo fato de que métodos da família PROMETHEE requerem a definição de menos parâmetros e aqueles requeridos têm uma interpretação prática, facilitando suas definições pelos decisores (BEHZADIAN *et al.*, 2010).

Para problemas de classificação, existem três métodos baseados na metodologia PROMETHEE:

PROMETHEE TRI (FIGUEIRA; SMET; BRANS, 2004), PROMSORT (FIGUEIRA; SMET; BRANS, 2004) e *FlowSort* (NEMERY; LAMBORAY, 2008). Dentre esses, o *FlowSort* é o único que garante categorias ordenadas e classificações independentes, de forma que a classificação de uma alternativa em uma dada categoria não depende da classificação de outra alternativa (ISHIZAKA; NEMERY, 2013).

Assim, por ser um método baseado na relação de prevalência, não compensatório, pertencer à família de métodos PROMETHEE e, conseqüentemente, ser mais fácil de aplicar, e classificar as alternativas nas categorias de forma independente, optou-se por trabalhar nesta tese com o método *FlowSort*.

Apesar de suas vantagens em relação a outros métodos multicritérios de classificação ordinal, o *FlowSort* não possibilita o uso de dados imperfeitos, não é capaz de lidar com a elicitación indireta dos pesos dos critérios e, também, não aceita a estrutura de critérios hierárquicos.

Para superar a limitação de não permitir o uso de dados imperfeitos, algumas variantes do *FlowSort* foram desenvolvidas. Ishizaka, Nemery e Pearman (2012) propuseram o método *Interval-FlowSort* para modelagem de dados intervalares. Campos, Mareschal e Almeida (2015) propuseram o método *Fuzzy-FlowSort* para modelagem de dados intervalares e termos linguísticos. No entanto, ainda não existem variantes do *FlowSort* capazes de modelar dados estocásticos, ou que permitam elicitación indireta dos pesos ou critérios hierárquicos.

## 1.2 OBJETIVOS

Este trabalho tem por objetivo geral a proposição de um método multicritério de classificação ordinal, capaz de modelar múltiplos tipos de dados imperfeitos, que permita a elicitación indireta dos pesos dos critérios e aceite critérios hierarquicamente estruturados. Os objetivos específicos são:

- integrar o método multicritério de classificação *FlowSort* com a metodologia SMAA e a teoria de conjuntos difusos, dando origem ao método SMAA-*Fuzzy-FlowSort* (SMAA-FFS);
- propor uma extensão do método *FlowSort*, o *FlowSort-H*, para casos com critérios estruturados hierarquicamente;

- integrar o *FlowSort*-H com a metodologia SMAA e a teoria de conjuntos difusos, resultando em uma extensão do SMAA-FFS capaz de lidar também com critérios hierárquicos, chamada SMAA-FFS-H;
- realizar uma aplicação numérica e estudos de comparação do SMAA-FFS com outras variantes do *FlowSort*, com o objetivo de apresentar a consistência e vantagens do método proposto;
- aplicar o método SMAA-FFS-H para avaliação da maturidade de instituições de pesquisa.

### 1.3 ORGANIZAÇÃO DA TESE

Para atender ao objetivo deste trabalho, esta tese está organizada em seis capítulos, incluindo este capítulo introdutório, explicados como se segue.

O Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica de problemas de decisão multicritério. O problema de classificação ordinal é introduzido com a indicação de métodos para solução, com ênfase para o método *FlowSort*, extensão do método PROMETHEE.

No Capítulo 3, apresentam-se revisões da literatura sobre modelagem de dados imperfeitos para tomada de decisão multicritério, sobre métodos para elicitación indireta de pesos dos critérios e sobre métodos para critérios estruturados hierarquicamente. São apresentados os métodos *Fuzzy-FlowSort*, SMAA e MCHP.

No Capítulo 4, descreve-se como a pesquisa foi desenvolvida. Esse capítulo dedica-se também à descrição de como foi feita a construção do método proposto na tese, da base matemática que o fundamenta e de sua extensão para critérios hierárquicos.

O Capítulo 5 apresenta aplicações numéricas do método proposto e comparações dos resultados obtidos com resultados de aplicações de outras extensões do *FlowSort*. Neste capítulo, também apresenta-se uma aplicação referente ao problema real de avaliação de maturidade de instituições de pesquisa.

Este documento é finalizado no Capítulo 6 com as conclusões obtidas e propostas de trabalhos futuros.

## 2

### APOIO À DECISÃO MULTICRITÉRIO

Tanto na vida cotidiana, quanto em organizações, as pessoas são frequentemente confrontadas com escolhas a serem realizadas, como a decisão de compra de um automóvel dentre diferentes modelos disponíveis. A pessoa responsável pela escolha gostaria de comprar um automóvel confortável, bonito, de baixo custo e com baixo consumo de combustível. Todos esses atributos são os critérios utilizados na decisão desta compra. Considerando que o carro mais barato pode não ser o mais confortável, os atributos preço e conforto são critérios conflitantes. Se preço é um critério determinante na compra do automóvel, o comprador pode não ter o carro mais confortável. Por outro lado, se conforto é o critério mais importante, o comprador poderá comprar um carro mais caro. Essa é uma situação de tomada de decisão multicritério.

Outro exemplo de tomada de decisão com múltiplos critérios é a seleção de fornecedores por uma empresa. Nesse caso, a empresa pode ter vários potenciais fornecedores e precisa classificá-los em diferentes níveis de colaboração e desempenho, no que se refere ao fornecimento de um determinado produto ou serviço. São diversos os critérios que podem ser considerados para avaliação, como rapidez no atendimento, preço e qualidade do produto/ serviço, e capacidade de produção. Por questões estratégicas e/ou de imagem, pode ser que a empresa considere também o nível de maturidade dos fornecedores em relação a questões ambientais e sociais. Nessa situação, um fornecedor que tem as melhores ações ambientais e sociais e que fornece um produto ou serviço com alta qualidade, não será necessariamente a opção com o menor preço.

Assim, em uma situação de decisão multicritério, o decisor ou o grupo de decisores deve avaliar as diversas possibilidades, chamadas **alternativas**. Essa avaliação é baseada em atributos



chamados **critérios**. Os critérios recebem diferentes pesos e podem ou não serem conflitantes e contraditórios.

As decisões multicritérios podem ser de dois tipos: decisão multicritério discreta e decisão multicritério contínua (POMEROL; BARBA-ROMERO, 2000). A decisão multicritério discreta refere-se a problemas com um número finito de alternativas. Por outro lado, a decisão multicritério contínua diz respeito a problemas com um número infinito de alternativas. Essa tese é dedicada a problemas de decisão multicritério discreta.

Os métodos para modelagem de problemas de decisão multicritério discreta são formalmente chamados métodos Multicritérios de Apoio à Decisão ou no inglês *Multicriteria Decision Analysis* (MCDA).

## 2.1 PRINCIPAIS ÁREAS DE APLICAÇÃO

A formulação e a resolução de problemas de decisão nas organizações envolvem as opiniões dos executivos e gerentes. A abordagem de apoio à decisão multicritério leva em consideração as opiniões dos decisores e insere no processo decisório suas preferências, o que faz interessante a aplicação de métodos MCDA em diferentes problemas de decisão organizacionais (ALMEIDA, 2013).

Um problema de decisão nas organizações, considerado como um típico problema multicritério, é a seleção e avaliação de fornecedores. A seleção e avaliação de fornecedores tem como objetivo avaliar ou identificar fornecedores com o melhor potencial para atender às necessidades dos fabricantes, de forma consistente (SIMIĆ *et al.*, 2017). Diferentes técnicas de tomada de decisão podem ser aplicadas para suportar a seleção e avaliação de fornecedores. Os estudos de revisão conduzidos por Weber, Current e Benton (1991) e, mais recentemente, por Chai, Liu e Ngai (2013) e Simić *et al.* (2017), identificaram que os métodos MCDA são as técnicas mais indicadas na maioria dos casos de seleção e avaliação de fornecedores.

Guarnieri e Almeida (2016) também apresentaram um modelo de decisão multicritério para avaliação de fornecedores. Nesse estudo, o objetivo foi categorizar os fornecedores em diferentes níveis de colaboração e risco, com o objetivo de decidir com quais deles estabelecer parcerias colaborativas. Kumar, Singh e Vaish (2017) propuseram o uso de um método MCDA para avali-

ação do desempenho de fornecedores em relação a práticas verdes: gestão de meio-ambiente, controle de poluição, custo, qualidade e flexibilidade. O estudo desenvolvido por Araz (2007) também aplica um método MCDA para avaliar fornecedores, categorizando-os em fornecedores estratégicos, fornecedores promissores, fornecedores competitivos e fornecedores cujas parceria devam ser finalizadas.

Decisões relacionadas à manufatura sustentável também tem sido abordadas como um problema multicritério. Stoycheva *et al.* (2018) afirmam que, apesar de a manufatura sustentável estar recebendo cada vez mais atenção, executivos da área enfrentam dificuldades em sua implementação devido à necessidade de equilibrar, em suas decisões, aspectos sociais, econômicos e ambientais. Em sua revisão da literatura, Stoycheva *et al.* (2018) indicam que a maioria dos estudos sobre manufatura sustentável disponível é de natureza qualitativa e limitada à discussão de materiais e processos sustentáveis. As compensações entre os domínios ambiental, social e econômico da sustentabilidade são pouco examinados. Assim, para implementar uma manufatura sustentável, considerando os aspectos ambiental, social e econômico, os autores propuseram a aplicação de um método MCDA. O estudo não pretende sugerir a abordagem MCDA como o único mecanismo para implementar a manufatura sustentável, mas enfatiza que, para decisões complexas, a abordagem MCDA pode e deve ser utilizada com outras ferramentas de análise, como a avaliação do ciclo de vida.

Outros estudos em gestão ambiental e sustentabilidade, são abordados como problemas de decisão multicritério, pela a necessidade de considerar e balancear perspectivas ambiental, social e econômica. Alguns exemplos desses estudos são: estudos de avaliação de impacto ambiental, como os conduzidos por Alvarez-Guerra *et al.* (2010), Tervonen *et al.* (2009), Rocchi (2012), Linhoss *et al.* (2013), Dias *et al.* (2016); estudos de avaliação do ciclo de vida, como os apresentados por Hokkanen, Lahdelma e Salminen (2000), Prado-Lopez *et al.* (2014), Rajagopalan *et al.* (2017); e avaliação da qualidade do ar, como o estudo realizado por Ari, Özköse e Gencer (2016).

Gul *et al.* (2018) apresentam um estudo de revisão de literatura sobre aplicações de métodos MCDA para a avaliação de riscos em saúde e segurança ocupacional. A saúde e segurança ocupacional é uma atividade multidisciplinar relacionada às tarefas de proteção de trabalhadores e locais de trabalho. A avaliação de riscos, obrigatório na implementação de políticas de saúde e segurança ocupacional, considera os perigos associados ao ambiente de trabalho para identi-

ficação de medidas de controle necessárias, considerando um nível aceitável para sujeição aos riscos. Esse estudo afirma que a abordagem multicritério é adequada para análise de riscos na área de saúde e segurança ocupacional, dada sua capacidade de resolver problemas com múltiplos e conflitantes critérios.

Gestão energética é outra área de aplicação de decisão multicritério. Métodos MCDA vêm sendo aplicados para ajudar decisores na avaliação de projetos de energia (LOIKKANEN; LAHDELMA; SALMINEN, 2017), seleção de tecnologias energéticas (VISHNUPRIYAN; MANOHARAN, 2018) e determinação de políticas de energia (DIAS *et al.*, 2018), entre outros problemas de decisão.

As áreas farmacêutica e médica também vêm utilizando abordagem multicritério como ferramenta de suporte em estudos de desenvolvimento clínico, como a avaliação risco-benefício. A avaliação risco-benefício é a avaliação dos resultados favoráveis e desfavoráveis de um tratamento ou medicamento e tem o objetivo de determinar se os benefícios superam os riscos, para suportar a decisões no processo de desenvolvimento clínico. Diferentes autores apresentaram estudos de avaliação risco-benefício de medicamentos utilizando abordagens multicritério, como os estudos conduzidos por Tervonen *et al.* (2011), Saint-Hilary *et al.* (2017), Tonin *et al.* (2017) e Li *et al.* (2018).

Problemas em educação também foram conduzidos com a abordagem multicritério, como o proposto por Kadziński e Tervonen (2013). Esses autores classificam 20 países europeus em termos da qualidade de suas universidades. Angilella *et al.* (2016) apresentam um estudo para classificar 220 universidades europeias de 30 países e Yang *et al.* (2012) aplicam métodos MCDA para classificar departamentos acadêmicos em uma universidade.

Outras áreas de aplicação também consideram a abordagem multicritério adequada para seus problemas de decisão. Em análise de crédito, Doumpos e Zopounidis (2011) propõem a utilização de um método multicritério para avaliar o risco de crédito, em substituição a modelos estatísticos de regressão. Angilella e Mazzù (2015) propuseram um método MCDA para classificação de empresas inovadoras em classes de riscos de crédito. Já Talib e Rahman (2015) utilizaram métodos MCDA para identificação e priorização de barreiras à implementação da gestão da qualidade em uma indústria de serviços. Gul *et al.* (2018) consideraram a abordagem multicritério no desenvolvimento de produtos, mais especificamente para seleção de materiais

para um painel de instrumentos automotivos. Cailloux *et al.* (2013) utilizaram a abordagem multicritério para avaliar e comparar ameaças e vulnerabilidades de zonas territoriais. A abordagem multicritério também foi aplicada na categorização de portfólios de projetos (YANG *et al.*, 2014) e para gestão de manutenção (ISHIZAKA; NEMERY, 2014).

Assim, vê-se que a abordagem multicritério é aplicada a diversos contextos de decisão, sob a justificativa, na maioria dos casos, de que essa é uma abordagem adequada quando se tem múltiplos critérios, muitas vezes conflitantes, e precisa-se considerar as opiniões e preferências dos decisores envolvidos.

## **2.2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DA DECISÃO MULTICRITÉRIO**

Nesta seção, apresenta-se a fundamentação teórica para entendimento da decisão multicritério, iniciando-se com a apresentação dos elementos básicos em decisão multicritério. Em seguida apresentam-se as definições e propriedades das relações de ordens, que dão base para a definição da estrutura de preferências dos decisores. Apresentam-se também as diferentes problemáticas existentes em decisão multicritério e os principais métodos de decisão multicritério. Esta seção finaliza com a apresentação da estrutura de um processo de decisão multicritério.

### **2.2.1 Elementos básicos na decisão multicritério**

Conforme definido por Pomerol e Barba-Romero (2000), os elementos básicos envolvidos em um problema MCDA são: atores, conjunto de alternativas, critérios, vetor de pesos dos critérios, valores de desempenho das alternativas e a matriz de decisão.

- Atores - Decisor e analista:

Atores são os indivíduos, grupo de indivíduos ou entidades que desempenham um papel, direta ou indiretamente, no processo decisório. O principal ator é o decisor, que tem poder sobre a decisão, sendo o responsável pelas consequências dessa decisão. Na prática, o termo decisor pode corresponder a uma única pessoa ou a um grupo de indivíduos (ALMEIDA, 2013).

Outro ator presente no processo de tomada de decisão é o analista. O analista, também chamado de especialista, fornece suporte metodológico aos decisores e é a pessoa ade-

quada para auxiliar na fase de modelagem, e que pode fazer recomendações para a escolha final. No entanto, o analista não expressa qualquer preferência pessoal, diferentemente do decisor (POMEROL; BARBA-ROMERO, 2000). Nas decisões em grupo, decisões com mais de um decisor, o analista também pode desempenhar o papel de facilitador, também chamado de moderador, promovendo a interação entre os decisores (ALMEIDA, 2013).

- Conjunto de alternativas:

O conjunto de alternativas no MCDA é um conjunto finito de  $m$  elementos, com  $m \geq 2$ , todos considerados possíveis soluções para o problema estudado. As alternativas devem ser diferentes, exaustivas (a inclusão de novas alternativas implica na reformulação do modelo) e excludentes (não são permitidas soluções misturadas e, portanto, elas devem operar separadamente) (ALMEIDA, 2013). Denota-se aqui um conjunto de alternativas por  $\mathcal{A} = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ .

- Critérios:

Os critérios de decisão são atributos qualitativos ou quantitativos utilizados na avaliação das diferentes alternativas. A busca da solução de um problema MCDA frequentemente ocorre em ambiente onde os critérios são conflitantes, ou seja, onde o ganho em um critério poderá causar uma perda em outro. Em um problema MCDA, assume-se que existam pelo menos dois critérios ( $n \geq 2$ ) para avaliar as alternativas. Denota-se aqui o conjunto de  $n$  critérios por  $G = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ .

- Vetor de pesos dos critérios:

O vetor de pesos dos critérios, também chamados de preferências ou coeficientes de ponderação, representa a importância de cada critério, denotado por  $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ , em que  $w_j$  é o peso atribuído ao critério  $g_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ . O vetor de pesos deve ser normalizado, ou seja, o peso de cada critério deve ser diferente de zero ( $w_j \neq 0, \forall j$ ) e a soma de todos os pesos deve ser igual a 1 ( $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ ) (POMEROL; BARBA-ROMERO, 2000).

- Avaliações de desempenho das alternativas:

As avaliações de desempenho das alternativas são valores atribuídos às alternativas, segundo cada um dos critérios, e representam o desempenho da alternativa em relação

àquele critério. O desempenho de uma alternativa pode ser definido pelo decisor, obtido por dados históricos ou por medições. Denota-se por  $g_j(x_i)$  o desempenho da alternativa  $x_i$  em relação ao critério  $g_j$ , para  $i = 1, \dots, m$  e  $j = 1, \dots, n$  (POMEROL; BARBA-ROMERO, 2000).

- Matriz de decisão:

A matriz de decisão de um problema MCDA (Figura 1), também chamada de matriz de desempenho, é a matriz cujas linhas são as alternativas, as colunas são os critérios e cada componente da matriz representa o valor de desempenho da alternativa  $x_i$  sob o critério  $g_j$ .

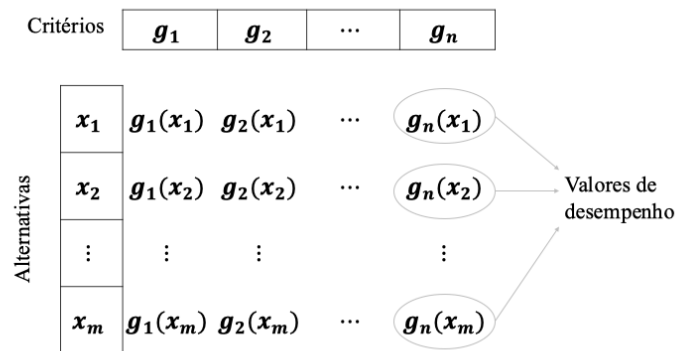


Figura 1: Matriz de decisão de um problema MCDA.

## 2.2.2 Tipos de critérios e escalas de medidas

Os critérios podem ser divididos em dois tipos: quantitativos e qualitativos. Os critérios quantitativos representam propriedades mensuráveis associadas às alternativas. Os critérios qualitativos representam uma característica de desempenho das alternativas que é não mensurável (POMEROL; BARBA-ROMERO, 2000).

Para cada tipo de critério há diferentes escalas de medida para definir os valores de desempenho das alternativas: escala nominal, escala ordinal, escala discreta e escala contínua (BEN-AMOR; MARTEL; GUITOUNI, 2015). As escalas aceitas por cada tipo de critério são discutidas a seguir, conforme apresentado por Ben-Amor, Martel e Guitouni (2015).

- Escala ordinal: os dados são classificados em um número de categorias mutuamente exclusivas que podem ser ordenadas, mas a diferença entre as categorias não é quantificável. Pode-se falar que uma categoria é melhor, pior, mais confortável do que outra, mas não se pode demonstrar quanto uma categoria é melhor, pior, mais confortável do que outra. Tanto critérios qualitativos quanto critérios quantitativos podem ser representados por essa escala. Por exemplo, 1º, 2º e 3º lugar em ordem de importância; a ordenação “Excelente”, “Muito bom” e “Bom”(uma ordenação definida em termos linguísticos); a escala Likert (“Discordo totalmente”, “Discordo”, “Neutro”, “Concordo”, “Concordo plenamente”).

É comum associar números inteiros para representar as categorias dos dados ordinais, mas apenas a ordem dos dados tem significado; operações matemáticas, como a soma ou diferença, não são legítimas. Por exemplo, “Excelente” não é necessariamente três vezes tão bom como “Bom”; ou duas vezes tão bom quanto “Muito bom”.

- Escala discreta: utilizada para uma característica mensurável que pode assumir apenas um número finito ou infinito contável de valores. Exemplos: número de filhos, número de bactérias por litro de leite, número de cigarros fumados por dia.
- Escala contínua: características mensuráveis que assumem valores em uma escala contínua (na reta real). Exemplos: peso, altura, tempo, pressão arterial, idade, velocidade, preço.

Um critério quantitativo pode ser avaliado utilizando uma escala ordinal. Por exemplo, considere o critério quantitativo “altura do prédio” medido em metros. Considere também que, por limitação física e de ferramentas de medição, não seja possível medir a altura do prédio exatamente e apenas faixas de altura (2 a 10 metros, 10 a 20 metros, etc...) ou então apenas categorias de altura como “Extremamente alto”, “Muito alto”, “Alto”, podem ser fornecidas. A escala que está sendo utilizada em ambos os casos é a ordinal.

Nem sempre um critério representado por números é quantitativo. Por exemplo, um critério qualitativo medido utilizando escala ordinal pode ser representado por números inteiros (1, 2, 3...).

### 2.2.3 Relações de ordem

Antes de falar sobre o decisor e suas preferências, apresenta-se nesta seção algumas propriedades de relações binárias (conforme apresentadas em Pomerol e Barba-Romero (2000)) que serão úteis no que segue.

**Definição 2.1** *Uma relação binária  $R$  em um conjunto  $X$  é uma partição do conjunto de pares  $X \times X$ . Essa relação cria dois sub-grupos de  $X \times X$ . O primeiro, denotado por  $\mathfrak{R}$ , é o sub-conjunto dos pares relacionados. O segundo, denotado por  $X \times X - \{\mathfrak{R}\}$  é o subconjunto de pares não relacionados. (Dados dois conjuntos  $Y$  e  $H$ , denota-se por  $Y - H$  o conjunto de elementos de  $Y$  que não pertencem a  $H$ ).*

Para qualquer par  $(a, b) \in \mathfrak{R}$ , denota-se por  $aRb$  se  $a$  e  $b$  são relacionados em  $R$ . Os pares de  $\bar{\mathfrak{R}}$  são aqueles não relacionados. Todos os pares pertencentes a  $\mathfrak{R}$  podem ser enumerados. Por exemplo, considerando o conjunto  $X = \{1, 2, 3\}$ , seja  $\mathfrak{R}_1 = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3)\}$ . Então, a relação  $R_1$  nesse conjunto é a relação de “menor” ( $<$ ), já que  $(a, b) \in \mathfrak{R}_1$  se  $a < b$ . A relação  $R_2$  ( $\leq$ ), definida por  $\mathfrak{R}_2 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 3)\}$  é mais rica do que  $R_1$  já que  $\mathfrak{R}_1 \subset \mathfrak{R}_2$ .

**Definição 2.2** *Algumas definições sobre relações binárias:*

- *Relação reflexiva: Uma relação binária  $R$  é dita reflexiva se  $\forall a \in X$  tem-se que  $(a, a) \in \mathfrak{R}$ , isto é,  $aRa$ .*
- *Relação irreflexiva: Uma relação binária  $R$  é dita irreflexiva se  $\forall a \in X$  tem-se que  $(a, a) \notin \mathfrak{R}$ , isto é,  $no(aRa)$ .*
- *Relação simétrica: Uma relação binária  $R$  é dita simétrica se  $(a, b) \in \mathfrak{R}$  implica  $(b, a) \in \mathfrak{R}$ .*
- *Relação assimétrica: Uma relação binária  $R$  é dita assimétrica se  $(a, b) \in \mathfrak{R}$  implica  $(b, a) \notin \mathfrak{R}$ .*
- *Relação transitiva: Uma relação binária  $R$  é dita transitiva se  $(a, b) \in \mathfrak{R}$  e  $(b, c) \in \mathfrak{R}$  implica  $(a, c) \in \mathfrak{R}$ .*
- *Relação disjunta: Duas relações  $R_1$  e  $R_2$  são ditas disjuntas se  $R_1 \cap R_2$  é vazio.*



**Definição 2.3** *Pré-ordem, ordem e relação de equivalência:*

- *Pré-ordem: uma relação binária  $R$  é uma pré-ordem se ela é reflexiva e transitiva.*
- *Ordem: uma relação binária  $R$  é uma ordem se é irreflexiva e transitiva.*
- *Relação de equivalência: uma relação binária  $R$  é dita uma relação de equivalência se ela é reflexiva, simétrica e transitiva. Quando  $R$  é uma relação de equivalência, para qualquer  $a \in X$ , o subconjunto de  $X$  formado pelos elementos  $b$  tal que  $aRb$  é chamado de classe de equivalência. As classes de equivalência determinam uma partição de  $X$ , isto é, elas são disjuntas e suas uniões são iguais a  $X$ .*

#### 2.2.4 Preferências dos decisores

Dadas duas alternativas,  $x, y \in \mathcal{A}$ , o decisor pode preferir  $x$  à  $y$  ou preferir  $y$  à  $x$  ou ainda ser indiferente as duas alternativas. As formas de relacionar duas alternativas são chamadas de relações de preferência binárias, como apresentadas na Definição 2.4:

**Definição 2.4** *Dadas quaisquer duas alternativas  $x, y \in \mathcal{A}$ , tem-se as seguintes relações de preferência de ordem binárias (ROY, 1996):*

- *Relação de preferência estrita ( $P$ ): Se o decisor prefere estritamente  $x$  à  $y$ , então tem-se que  $x$  é estritamente preferida a  $y$ . Essa relação é denotada por:  $xPy$ , ou  $x \succ y$ . Então  $\succ$  significa “é estritamente preferida a”.*
- *Relação de indiferença ( $I$ ): Se o decisor aceita indiferentemente a alternativa  $x$  ou a alternativa  $y$ , então tem-se que  $x$  é indiferente a  $y$ . Essa relação é denotada por:  $xIy$ , ou  $x \approx y$ . Então  $\approx$  significa “é indiferente a”.*
- *Relação de preferência fraca ( $Q$ ): Se o decisor prefere levemente  $x$  à  $y$  então tem-se que  $x$  é preferida a  $y$  ou  $x$  é indiferente a  $y$ . Essa relação é denotada por:  $xQy$ , ou  $x \succeq y$ . Então  $\succeq$  significa “é preferida ou indiferente a”.*
- *Relação de incomparabilidade ( $NC$ ): Se o decisor não pode ou não consegue comparar as alternativas  $x$  e  $y$ , então tem-se que  $x$  e  $y$  são incomparáveis. Essa relação é denotada por:  $xNCy$*

As relações  $P$ ,  $I$ ,  $Q$  e  $NC$  apresentadas na Definição 2.4 são relações binárias na medida em que envolvem duas alternativas no conjunto de opções. Com isso, baseando-se na Definição 2.2, conclui-se que:

- a relação de indiferença  $I$  é reflexiva (o decisor é indiferente entre  $x$  e  $x$ ) e simétrica (se para um decisor  $x$  é indiferente a  $y$ , então  $y$  também é indiferente a  $x$ ).
- a relação de preferência estrita  $P$  é assimétrica (se o decisor prefere estritamente  $x$  à  $y$ , então ele não prefere estritamente  $y$  à  $x$ ).
- as relações  $I$  e  $P$  são disjuntas (se o decisor é indiferente entre  $x$  e  $y$ , ele não prefere estritamente  $x$  à  $y$  e vice-versa).
- a relação  $Q$  é transitiva (se o decisor disser que  $x$  é preferida ou indiferente a  $y$  e se  $y$  é preferido ou indiferente a  $z$ , então  $x$  é preferida ou indiferente a  $z$ ).

As condições acima formam um conjunto de requisitos mínimos para que o decisor seja considerado racional.

**Definição 2.5** A partir de agora, dá-se o nome de “fortes suposições sobre a racionalidade do decisor” às seguintes suposições:

- $I$  e  $P$  são disjuntas; e
- $I$  é reflexiva e simétrica; e
- $P$  é assimétrica; e
- $Q$  é transitiva.

Assim, considerando as definições 2.3 e 2.5, tem-se a seguinte proposição:

**Proposição 2.1** *Sob fortes suposições sobre a racionalidade do decisor, a relação  $P$  é uma ordem,  $I$  é uma relação de equivalência e  $Q$  é uma pré-ordem.*

Assim, com a Proposição 2.1, tem-se que, com fortes suposições sobre a racionalidade do decisor, o modelo de preferência é uma pré-ordem em  $\mathcal{A}$ . Na maioria dos casos, portanto,

considera-se um conjunto  $\mathcal{A}$  e uma pré-ordem neste conjunto como um modelo de preferências do decisor.

**Definição 2.6** *Uma relação binária  $R$  em  $X$  é dita ser completa se para qualquer par  $(a, b) \in X \times X$  tem-se que ou  $aRb$  ou  $bRa$ . Por outro lado, uma relação que não possui essa propriedade é considerada parcial. Isso significa que existem pelo menos dois elementos nos quais a relação  $R$  não tem efeito. Se esta é uma relação de preferência, isso indica que ela aceita relação de incomparabilidade ( $NC$ ), ou seja, é permitido que  $a$  não seja comparável à  $b$ .*

**Teorema 2.1** *Seja  $\mathcal{A}$  é um conjunto finito completamente pré-ordenado pela relação  $Q$ . A pré-ordem é representada por uma ordenação completa de todos os seus elementos, na forma:*

$$x_{(1)} \succeq x_{(2)} \succeq \dots x_{(n-1)} \succeq x_{(n)}.$$

Tem-se, assim, que uma pré-ordem em um conjunto pode ser interpretada como a expressão das preferências de um decisor (fortemente) racional que está armado com uma relação de indiferença e uma relação de preferência estrita. Mas como já dito anteriormente, considerar a racionalidade do decisor é uma forte suposição. É geralmente aceito que a relação de preferência é estritamente transitiva; qualquer um que prefira  $a$  à  $b$  e  $b$  à  $c$  deve ter certeza suficiente de suas preferências para concluir que ele prefere estritamente  $a$  à  $c$ . No entanto, permanece a possibilidade (apontada por Roy (1985)) de que  $a NC c$  ( $NC$  indicando incomparabilidade).

Por exemplo, um decisor pode preferir um prêmio de um único mês em um resort em uma praia a um prêmio de duas semanas em uma estação de esqui no Colorado, todo mês de fevereiro, por vinte anos; e preferir estritamente o acordo de férias nas estação de esqui a uma semana na Bahia no inverno por vinte anos. Mas pode ser impossível para o decisor comparar a semana de férias na Bahia por vinte anos com um mês no resort na praia. Ou ainda, o decisor pode preferir a semana na Bahia por vinte anos a uma única estada no resort na praia. Apesar de situações como essa, em um método de decisão assume-se que as preferências do tomador de decisão são, de fato, transitivas.

### 2.2.5 Tipos de problemática de decisão

Um dos primeiros passos para o estudo de um problema de decisão de múltiplos critérios é a identificação da problemática, conceito que foi introduzido em MCDA por Roy (1996). No original francês, *problématique*, significa problemas fundamentais, que tem sido traduzido em português por “problemáticas” por alguns pesquisadores.

Os tipos de problemáticas de decisão referem-se à forma de resposta que o decisor gostaria de receber. Existem três principais problemáticas em decisão multicritério discreta, conforme apresentado por Roy (1996). As diferentes problemáticas são definidas em 2.7 e ilustradas na Figura 2.

**Definição 2.7** *Dado o conjunto de alternativas  $\mathcal{A}$ , as seguintes problemáticas são definidas:*

1. *Problemática de escolha:* o objetivo é escolher uma única solução dentro do conjunto de alternativas  $\mathcal{A}$ . Por exemplo, um gerente selecionando uma pessoa para coordenar um projeto específico dentre várias pessoas de uma equipe.
2. *Problemática de ordenação:* o objetivo é ordenar o conjunto de alternativas, obtendo como resultado uma ordenação (*rank*). As alternativas são ordenadas da melhor para a pior por meio de pontuações, comparações entre pares, ou outras medidas. A ordenação obtida (o *rank*) é uma pré-ordem parcial, se é permitida a relação de incomparabilidade (*NC*), ou uma pré-ordem completa, se não é permitida a relação de incomparabilidade entre as alternativas (conforme Definição 2.6, página 19). Um exemplo de um problema de ordenação constitui avaliações de Universidades com o objetivo de ordená-las da melhor para a pior, de acordo com vários critérios, como qualidade de ensino, experiência em pesquisa e oportunidades de carreira.
3. *Problemática de classificação:* o objetivo é classificar alternativas em grupos definidos *a priori*, denominados categorias. Por exemplo, funcionários de uma empresa podem ser avaliados e classificados em diferentes categorias, como “funcionários com desempenho alto”, “funcionários com desempenho médio” e “funcionários com desempenho fraco”. Particularmente, quando os grupos possuem uma ordem de melhor para pior, tem-se um problema de classificação ordinal.

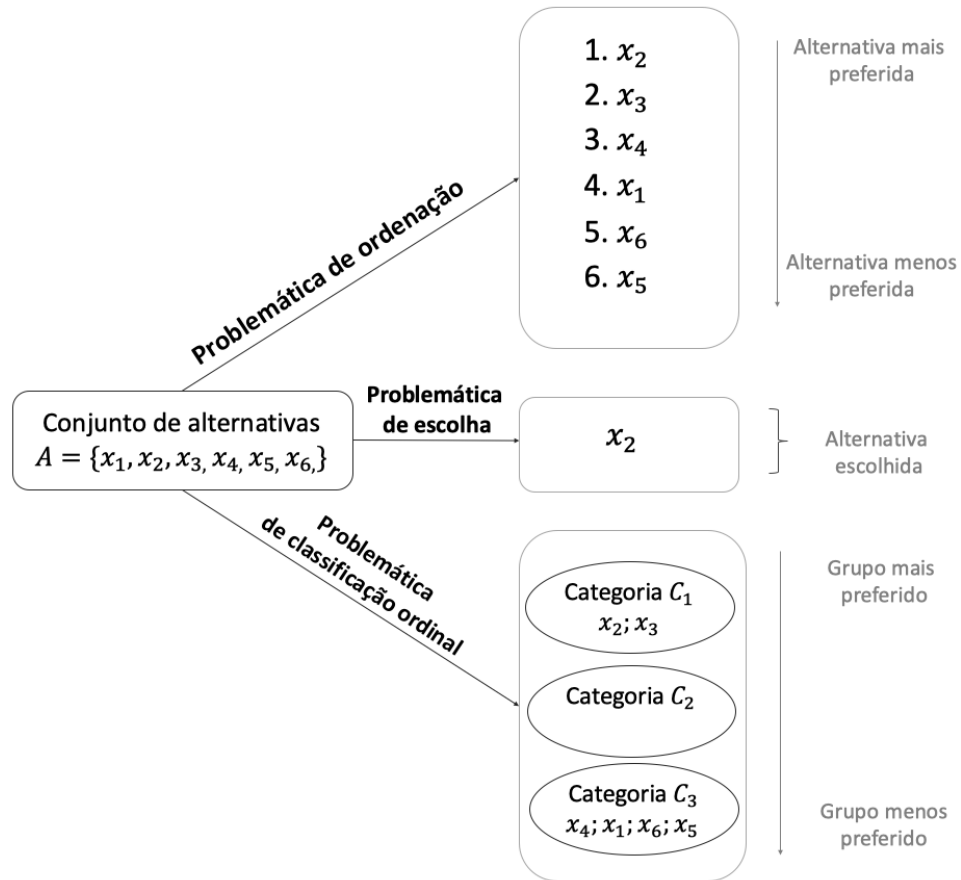


Figura 2: Problemáticas em decisão MCDA (adaptado de Zopounidis e Doumpos (2002)).

### 2.2.6 Métodos de decisão multicritério

Métodos de decisão multicritério (ou métodos MCDA) são técnicas matemáticas e estatísticas que suportam uma decisão multicritério. Métodos MCDA distinguem-se uns dos outros principalmente em termos de como eles agregam os valores de desempenhos das alternativas segundo os diferentes critérios (GOMES; GOMES, 2014). A agregação desses valores resulta em um único índice associado a cada alternativa e expressa o desempenho da alternativa em relação a todos os critérios simultaneamente.

Duas formas de agregação se destacam em MCDA, conforme apresentado por Roy (1996): agregação baseada na teoria da utilidade multi-atributo e agregação baseada em relações de superação (ou, no inglês, *outranking*).

A teoria da utilidade multi-atributo consiste em agregar diferentes pontos de vista dentro de uma única função de síntese, que pode ser posteriormente otimizada. Essa teoria assume que a preferência do decisor pode ser quantificada, medida e representada por meio de uma função de utilidade multi-atributo. Isso significa que os elementos da matriz de desempenho (apresentada na Figura 1, página 14) são representados por uma função  $u_j(x_i)$ , chamada função utilidade marginal.

As funções utilidade marginais para cada critério não são necessariamente conhecidas no início do processo de decisão. Por isso, o primeiro passo a ser realizado pelo decisor/ analista é a construção das funções utilidades marginais  $u_j(\cdot)$  para cada um dos critérios. Em seguida, os escores da utilidade marginal são então agregados com uma soma ou adição ponderada resultando na função utilidade  $U(\cdot)$ . Frequentemente, utiliza-se agregação aditiva  $U(x_i) = \sum_j w_j u_j(x_i)$ . Daí o termo modelo aditivo, como também podem ser chamados os modelos baseados na teoria da utilidade multi-atributo.

Dentre os métodos baseados na teoria da utilidade multi-atributo, destaca-se o método MAUT (*Multi-Attribute Utility Theory*). O MAUT usa uma estrutura  $\{P, I\}$  para ordenação das alternativas de tal forma que  $x$  é preferida a  $y$  se  $U(x) > U(y)$  e  $x$  é indiferente a  $y$  se  $U(x) = U(y)$ . Baseado no método MAUT, Devaud, Groussaud e Jacquet-Lagrèze (1980) propuseram o método UTADIS (*Utilités Additives Discriminates*), que é uma extensão do método MAUT para problemáticas de classificação ordinal. Os métodos baseados na teoria da utilidade têm fortes bases axiomáticas e, além disso, a construção de uma função  $U(\cdot)$  pode ser bastante trabalhosa, o que dificulta sua aplicação, conforme discutido por Ishizaka e Nemery (2013).

Já a relação de superação, proposta inicialmente por Chen e Yang (1968), baseia-se na comparação entre pares de alternativas para cada um dos critérios, utilizando os valores de desempenhos das alternativas (elementos da matriz de decisão) e informações de preferência dos decisores (VINCKE; BRANS, 1985). Dessa comparação, conclui-se se uma alternativa é preferida a outra. Esses métodos têm menos bases axiomáticas do que os métodos baseados na teoria da utilidade multi-atributo e têm a vantagem de não exigirem a definição de uma função utilidade (ISHIZAKA; NEMERY, 2013).

Dentre os métodos de superação, destacam-se os métodos das famílias ELECTRE (*Elimination Et Choix Traduisant la Réalité*) e PROMETHEE (*Preference Ranking Organization Method*

*for Enrichment Evaluations*). Cada uma dessas famílias inclui vários métodos, cada um aplicável para um tipo diferente de problemática. O ELECTRE I, proposto por Chen e Yang (1968), é um método para problemática de escolha; ELECTRE II e III, propostos respectivamente por Roy e Bertier (1971) e Roy (1978) são ambos métodos para ordenação; e o ELECTRE TRI é um método específico para classificação ordinal, conforme proposto por Yu (1992).

Existem diversos métodos também na família PROMETHEE. Os métodos PROMETHEE I e PROMETHEE II, propostos por Brans, Vincke e Mareschal (1986), foram desenvolvidos para a problemática de ordenação com a diferença de que o PROMETHEE I permite a relação de incomparabilidade entre alternativas. Consequentemente, o PROMETHEE I fornece um *rank* parcial como resultado, enquanto o PROMETHEE II, que não permite incomparabilidade entre alternativas, fornece uma pré-ordem completa.

Diversas outras versões do PROMETHEE para ordenação foram desenvolvidas, como apresentado por Behzadian *et al.* (2010), tais como o PROMETHEE III para ordenação baseada em intervalos; o PROMETHEE IV para quando o conjunto de alternativas é contínuo; o PROMETHEE V para problemas com restrições (BRANS; MARESCHAL, 1992); o PROMETHEE VI para quando o decisor define os pesos dos critérios como dados intervalares (BRANS; MARESCHAL, 1995). O método PROMETHEE GDSS foi apresentado por Macharis, Brans e Mareschal (1998) e desenvolvido para problemas de decisão em grupo. Existe também o módulo visual PROMETHEE-GAIA (*Geometrical Analysis for Interactive Aid*) desenvolvido para visualização gráfica dos resultados do PROMETHEE I e II e proposto por Mareschal e Brans (1988).

Existem três métodos baseados na metodologia PROMETHEE para problemas de classificação: PROMETHEE TRI (FIGUEIRA; SMET; BRANS, 2004), PROMSORT (FIGUEIRA; SMET; BRANS, 2004) e *FlowSort* (NEMERY; LAMBORAY, 2008). A diferença entre esses métodos é discutida na Seção 2.4.2 após a introdução de alguns conceitos importantes para o entendimento dos métodos de classificação.

Dentre os métodos de superação, os métodos PROMETHEE são considerados mais fáceis de serem aplicados, conforme discutido por Brans e Smet (2016) e Behzadian *et al.* (2010). Brans, Vincke e Mareschal (1986) apresentaram pela primeira vez o PROMETHEE desenvolvido a partir do ELECTRE com o objetivo de originar um método mais simples, considerando que seu precursor requer muitos parâmetros que podem não ter significado prático ao decisor. Os

parâmetros requeridos pelos métodos PROMETHEE, por sua vez, têm uma interpretação prática, facilitando suas definições pelos decisores. Por isso, considera-se trabalhar com métodos da família PROMETHEE nessa tese. A metodologia PROMETHEE é, portanto, apresentada em detalhes na Seção 2.3.

### **2.2.7 Análise de sensibilidade dos parâmetros e robustez dos resultados**

A análise de sensibilidade é um estudo que deve ser realizado sempre que um método matemático é aplicado, incluindo métodos MCDA. O objetivo desta análise é identificar se os resultados do modelo são sensíveis a “pequenas alterações” nos dados de entrada. Diferentes técnicas para conduzir análises de sensibilidade têm sido propostas na literatura, como discutido por Triantaphyllou e Sánchez (1997). Tradicionalmente, a análise de sensibilidade é executada após a obtenção do resultado pela aplicação do modelo, apesar de existirem técnicas que também podem ser utilizadas de forma a conduzir a análise de sensibilidade durante a aplicação do modelo de decisão (TRIANANTAPHYLLOU; SÁNCHEZ, 1997).

A análise de sensibilidade avalia o impacto provocado na saída do modelo devido a variações feitas nos dados de entrada (ALMEIDA, 2013). Um dos principais objetivos da análise de sensibilidade é identificar quais são os parâmetros mais sensíveis do modelo multicritério, que, se alterados, resultarão em uma alteração da solução do problema (HILLIER; LIEBERMAN, 2010).

A análise de robustez, por sua vez, considera todos os resultados compatíveis com todas as combinações de valores para os parâmetros. Uma forma de analisar a robustez dos resultados de um método MCDA é com base em uma análise de estabilidade de parâmetros. Uma análise de estabilidade de parâmetros consiste em analisar um espaço de parâmetros viáveis para possíveis mudanças na saída do método (TERVONEN *et al.*, 2009).

### **2.2.8 O processo de decisão multicritério**

Um processo de decisão multicritério envolve passos, que podem ser separados em três principais etapas (POMEROL; BARBA-ROMERO, 2000): (1) Estruturação do problema, (2) Modelagem e (3) Decisão. A Figura 3 ilustra as etapas de um processo de decisão MCDA.

Na primeira etapa, etapa de estruturação do problema, deve-se definir o objetivo do problema



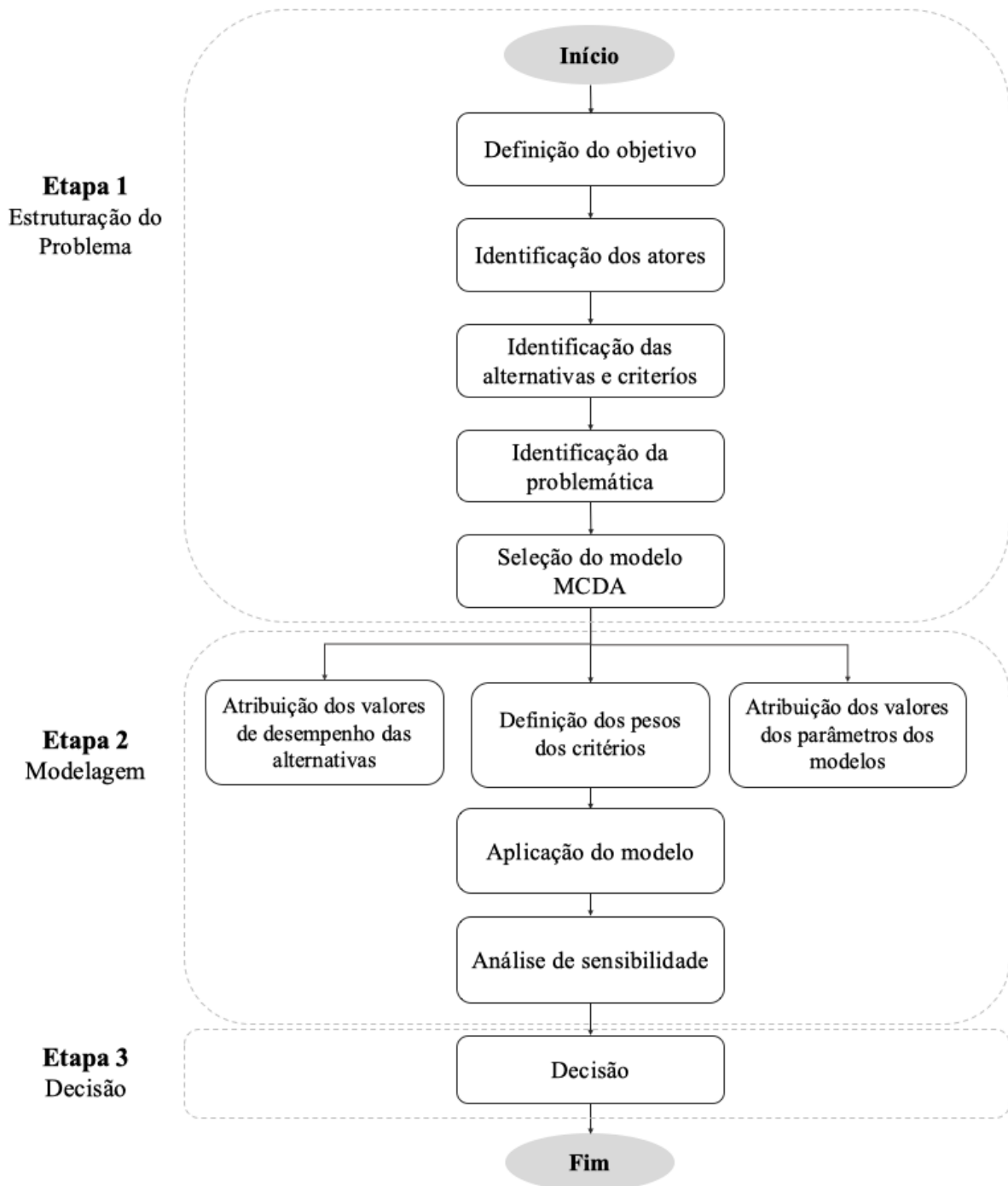


Figura 3: Etapas de um processo MCDA (adaptado de Pomerol e Barba-Romero (2000)).

e quem são os atores envolvidos no processo. Além disso, definem-se as alternativas e os critérios para avaliação das alternativas. Junto ao decisor (ou decisores) identifica-se a problemática

e escolhe-se o método para sua solução.

Na etapa de modelagem, segunda etapa, são atribuídos pesos aos critérios, definidos os valores de desempenho das alternativas e os valores dos parâmetros requeridos pelo método escolhido. Em seguida, o método é aplicado. Após a aplicação do método, procede-se a análise de sensibilidade ou análise de robustez para ajuste dos parâmetros, se necessário. Na terceira etapa, o decisor toma sua decisão baseando-se nas informações resultantes da segunda etapa.

## 2.3 O MÉTODO PROMETHEE

O PROMETHEE, proposto por Brans, Vincke e Mareschal (1986), é um método baseado na relação de superação. Assim como outros métodos de superação, o PROMETHEE baseia-se em duas etapas: construção da relação de superação, onde se estabelece uma comparação par a par entre as alternativas para cada um dos critérios, e exploração dessa relação de superação, em que se aplica um procedimento ou algoritmo para ordenação das alternativas, a fim de dar uma resposta ao problema definido na equação (2.1). Cada uma dessas etapas é apresentada em detalhes nesta seção.

O método PROMETHEE objetiva resolver um problema de decisão com  $m$  alternativas  $\mathcal{A} = \{x_1, \dots, x_m\}$ , avaliadas segundo  $n$  critérios  $\{g_1, \dots, g_n\}$ , independentes entre si. Sem perda de generalidade, supõe-se que todos os critérios devem ser maximizados. Assim, define-se o problema de decisão na equação (2.1)

$$\max\{g_1(x), \dots, g_n(x) / x \in \mathcal{A}\}. \quad (2.1)$$

### 2.3.1 Construção da relação de superação

No método PROMETHEE, as alternativas são comparadas a partir de seus valores de desempenho  $g_j(x_i)$ , utilizando uma função de preferência conforme a Definição 2.8.

**Definição 2.8** *Sejam  $x$  e  $y$  duas alternativas particulares de  $\mathcal{A}$  e  $g_j(x)$  e  $g_j(y)$  seus respectivos valores de desempenho para cada critério  $g_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ . Considere  $d_j(x, y) = g_j(x) - g_j(y)$ . Defina-se a função de preferência  $P_j(x, y)$  de  $x$  em relação a  $y$  como:*

$$P_j(x, y) = P_j(d_j(x, y)) = P_j(g_j(x) - g_j(y)). \quad (2.2)$$

A função de preferência  $P_j$  é não decrescente e assume valores entre 0 e 1, de forma que quanto mais próximo  $P_j(x, y)$  estiver de 1, maior a preferência de  $x$  em relação a  $y$ , segundo o critério  $g_j$ . Quanto mais próximo de 0, menor a preferência de  $x$  em relação a  $y$ . No caso de uma preferência estrita por  $x$ , a função preferência será igual 1. No caso de indiferença entre  $x$  e  $y$ , a função preferência será igual 0.

Conforme proposto por Brans, Vincke e Mareschal (1986) e apresentado no Quadro 1, diferentes funções de preferência podem ser utilizadas. Seis funções de preferência foram propostas, as quais cobrem a maioria dos casos práticos de aplicação.

Quadro 1: Funções de preferência para o método PROMETHEE propostas por Brans, Vincke e Mareschal (1986).

Nome da função de preferência	Função de preferência	Observações
Tipo I - Critério usual	$P_j(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{if } \forall d_j \leq 0 \\ 1 & \text{if } \forall d_j > 0 \end{cases}$	$x$ e $y$ são indiferentes se, e somente se, $g_j(x) = g_j(y)$ ; nesse caso, o decisor não precisa definir nenhum parâmetro.
Tpo II - Quase critério	$P_j(x, y) = \begin{cases} 0, & \forall d_j \leq q \\ 1, & \forall d_j > q \end{cases}$	$x$ e $y$ são indiferentes enquanto a diferença entre $g_j(x)$ e $g_j(y)$ não exceder o parâmetro $q$ ; o decisor deve definir o limiar de indiferença $q$ .
Tipo II - Limiar de preferência	$P_j(x, y) = \begin{cases} \frac{d_j}{p}, & d_j \leq p \\ 1, & \forall d_j > p \end{cases}$	A intensidade da preferência aumenta linearmente até que a diferença $d_j$ seja menor que o parâmetro $p$ ; decisor deve definir o limiar de preferência $p$ .
Tipo IV - Pseudo critério	$P_j(x, y) = \begin{cases} 0, & d_j \leq q \\ \frac{1}{2}, & q < d_j \leq p \\ 1, & d_j > p \end{cases}$	$x$ e $y$ são indiferentes enquanto a diferença $d_j$ não exceder o parâmetro $q$ ; entre $q$ e $p$ a preferência é fraca (1/2); e após $p$ , a preferência é estrita; decisor deve definir os parâmetros $q$ e $p$ .
Tipo V - Área de indiferença	$P_i(x, y) = \begin{cases} 0, & d_j \leq q \\ \frac{d_j - q}{p - q}, & p < d_j \leq q \\ 1, & d_j > q \end{cases}$	$x$ e $y$ são completamente indiferentes enquanto a diferença $d_j$ não exceder $q$ ; acima de $q$ a preferência é progressiva até que seja igual a $p$ ; acima de $p$ a preferência é estrita; decisor deve definir os parâmetros $q$ e $p$ .
Tipo VI - Critério gaussiano	$P_i(x, y) = \begin{cases} 0, & d_j \leq 0 \\ 1 - e^{-\frac{d_j^2}{2\sigma^2}}, & d_j > 0 \end{cases}$	A preferência de $x$ à $y$ aumenta segundo uma distribuição normal.

**Definição 2.9** *Seja o problema MCDA conforme definido na equação (2.1). Sejam  $x$  e  $y$  alternativas em  $\mathcal{A}$  e  $g_j(x)$  e  $g_j(y)$  seus respectivos valores de desempenho para cada critério  $g_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ . Considere  $w_j$  o peso dado a cada critério  $g_j$  e  $P_j(x, y)$  a função de preferência conforme Definição 2.8. O grau de preferência  $\pi(x, y)$  de  $x$  em relação a  $y$  é a soma ponderada*

das preferências conforme os diferentes critérios, como definido na equação (2.3):

$$\pi(x, y) = \sum_{j=1}^n w_j P_j(x, y), \quad (2.3)$$

em que  $w_j \neq 0$ ,  $\forall j = 1, \dots, n$  e  $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ .

Para utilizar qualquer uma dessas funções, é preciso definir no máximo dois parâmetros, o limiar de indiferença  $q$  e o limiar de preferência  $p$ , ambos com fácil interpretação prática, definidos da seguinte forma:

- *Limiar de indiferença  $q$* : maior valor para o qual considera-se  $x$  e  $y$  indiferentes. Neste caso,  $x$  e  $y$  são indiferentes se, e somente se,  $d_j(x, y) < q$ .
- *Limiar de preferência  $p$* : menor valor para o qual considera-se  $x$  preferida a  $y$ . Neste caso,  $x$  é preferida a  $y$  se, e somente se,  $d_j(x, y) > p$ .

Para entendimento do limiar de indiferença, considere o paradoxo da xícara de chá (LUCHE, 1956). Suponha que o decisor prefira seu chá com uma colher de chá de açúcar (cerca de 6 gramas) ao invés de sem açúcar. Claramente, esse decisor será expressamente indiferente a uma xícara de chá com 6 g e outra com 5,995 g; similarmente, o decisor será indiferente entre um copo com 5,995 g e outro com 5,990 g e assim por diante até 0,005 g. Se a relação de indiferença é transitiva, chega-se cada vez mais perto de deduzir que o tomador de decisão não se importa se ele toma seu chá com ou sem açúcar.

Esse paradoxo pode ser aplicado a muitos domínios onde há avaliação contínua, tal como preço: uma pessoa pode ser indiferente a uma diferença de 2% no preço de um carro mas, ao mesmo tempo, ela prefere estritamente um carro novo grátis a um que custa quarenta mil reais. Existe, portanto, um limite para essa indiferença. Considere, como exemplo, notas de alunos do ensino médio cuja média aceitável para aprovação é 7. Um aluno pode permanecer indiferente para uma média de 8 a uma de 7,95, e similarmente entre 7,95 e 7,9, e assim por diante. No entanto, o aluno não será indiferente entre uma média de 7 e uma média de 6,95, já que essas médias representam aprovação e reprovação, respectivamente. Aqui, então, tem-se a transitividade da indiferença dentro, mas não além de um certo limite definido. Essa característica leva a métodos de preferência com limiares de indiferença, como o PROMETHEE.

Os limiares de indiferença e preferência são parâmetros do método PROMETHEE e são definidos com base nas preferências dos decisores.

### 2.3.2 Fluxo de superação global e exploração da relação de superação

Na fase de exploração da relação de superação, os seguintes fluxos de superação são calculados: fluxo positivo global  $\phi^+$ , fluxo negativo global  $\phi^-$ , e o fluxo líquido global  $\phi$ , conforme definidos em 2.10. O termo “global” é usado quando a decisão de classificação é baseada em todo o conjunto dos critérios. Uma decisão de classificação “local” é empregada quando o processo é baseado em um único critério.

#### Definição 2.10 Fluxos de superação

- Dada a alternativa  $x \in \mathcal{A}$ , o fluxo positivo global  $\phi^+(x)$  representa a intensidade de preferência de  $x$  sobre todas as demais alternativas  $y \in \mathcal{A} - \{x\}$  e é definido por

$$\phi^+(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{y \in \mathcal{A} - \{x\}} \pi(x, y).$$

- Dada a alternativa  $x \in \mathcal{A}$ , o fluxo negativo global  $\phi^-(x)$  representa a intensidade de preferência de todas as alternativas  $y \in \mathcal{A} - \{x\}$  sobre a alternativa  $x$  e é definido por

$$\phi^-(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{y \in \mathcal{A} - \{x\}} \pi(y, x).$$

- Dada a alternativa  $x \in \mathcal{A}$  e os fluxos positivos e negativos  $\phi^+(x)$  e  $\phi^-(x)$ , o fluxo líquido global é dado por

$$\phi(x) = \phi^+(x) - \phi^-(x).$$

Quanto maior  $\phi^+(x)$ , mais  $x$  domina as demais alternativas de  $\mathcal{A}$ . Quanto menor  $\phi^-(x)$ , menos  $x$  é dominada.

- PROMETHEE I: *Ranking* parcial

Dadas duas alternativas  $x, y \in \mathcal{A}$  e definidos os indicadores de fluxo de superação  $\phi^+(x)$  e  $\phi^-(x)$ , primeiramente define-se duas relações de pré-ordem  $(P^+, I^+)$  e  $(P^-, I^-)$  tais que

$$\begin{aligned} x P^+ y, & \text{ se } \phi^+(x) > \phi^+(y), \\ x P^- y, & \text{ se } \phi^-(x) < \phi^-(y). \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} x I^+ y, & \text{ se } \phi^+(x) = \phi^+(y), \\ x I^- y, & \text{ se } \phi^-(x) = \phi^-(y). \end{aligned} \quad (2.5)$$

O método PROMETHEE I consiste na interseção dessas duas pré-ordens e, a partir das relações de preferência (P), indiferença (I) e incomparabilidade (R), produz uma pré-ordem parcial  $(P^1, I^1, R)$ . Isso porque, dado que a relação de indiferença é permitida, então é uma pré-ordem (conforme Proposição 2.1, página 18), e, como permite incomparabilidade, é uma pré-ordem parcial (conforme Definição 2.6, página 19). Essa pré-ordem parcial é dada pela relação (2.6)

$$\left\{ \begin{array}{l} x \text{ é preferido a } y \text{ (} xP^1y \text{) se} \\ x \text{ é indiferente } y \text{ (} xI^1y \text{) se} \\ x \text{ e } y \text{ são incomparáveis (} xRy \text{)} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x P^+ y \text{ e } x P^- y \\ x P^+ y \text{ e } x I^- y \\ x I^+ y \text{ e } x P^- y \\ x I^+ y \text{ e } x I^- y \\ \text{para os demais casos.} \end{array} \right. \quad (2.6)$$

- PROMETHEE II: Pré-ordenação total

Suponha uma pré-ordenação total  $(P^2, I^2)$ , com as relação de preferência  $P^2$  e indiferença  $I^2$ . O método PROMETHEE II consiste na utilização do fluxo de superação líquido  $\phi(\cdot)$ , resultando em uma pré-ordenação total das alternativas, já que não é permitido incomparabilidade (conforme Definição 2.6, página 19). Essa pré-ordem total é dada pela relação

(2.7).

$$\begin{cases} x \text{ é preferido a } y \text{ (} x P^2 y \text{) se } & \phi(x) > \phi(y), \\ x \text{ é indiferente a } y \text{ (} x I^2 y \text{) se } & \phi(x) = \phi(y). \end{cases} \quad (2.7)$$

### 2.3.3 Fluxo de superação unicritério no PROMETHEE

Conforme definido por Brans e Smet (2016), de acordo com a Definição 2.10 (página 29) de fluxos de superação positivos e negativos globais, e com a equação (2.3) (página 28) do grau de preferência, tem-se que

$$\phi(x) = \phi^+(x) - \phi^-(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n \sum_{y \in \mathcal{A} - \{x\}} [P_j(x, y) - P_j(y, x)] w_j.$$

Consequentemente,

$$\phi(x) = \phi^+(x) - \phi^-(x) = \sum_{j=1}^n \phi_j(x) w_j,$$

em que

$$\phi_j(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{y \in \mathcal{A} - \{x\}} [P_j(x, y) - P_j(y, x)]. \quad (2.8)$$

$\phi_j(x)$ , definido na equação (2.8), é o fluxo líquido unicritério, ou fluxo líquido local, obtido quando se considera apenas o critério  $g_j$  (100% do peso total é atribuído a esse critério). O fluxo unicritério  $\phi_j(x)$  exprime como uma alternativa  $x$  supera ( $\phi_j(x) > 0$ ) ou é superada ( $\phi_j(x) < 0$ ) por todas as outras alternativas considerando apenas o critério  $g_j$ . O fluxo líquido unicritério  $\phi_j(x)$  assume valores entre -1 e 1 dependendo da força (próximo de 1) ou da fraqueza (-1) da alternativa  $x$  relativamente as demais alternativas  $\mathcal{A}$  e são particularmente úteis para avaliar sua “qualidade” nos diferentes critérios (BRANS; SMET, 2016).

## 2.4 PROBLEMAS DE CLASSIFICAÇÃO ORDINAL

Nesta seção, os problemas de classificação ordinal são abordados sistematicamente. Primeiramente, é apresentada uma descrição geral dos métodos de agregação para problemas de classificação ordinal. Em seguida, são apresentados os principais métodos MCDA para problemas de classificação ordinal e as diferenças entre eles.

### 2.4.1 Métodos de agregação para problemas de classificação ordinal

Um problema MCDA de classificação ordinal, como ilustrado na Figura 4, está relacionado a classificar um número finito de  $n$  alternativas denotadas por  $\mathcal{A} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  em  $k$  categorias ordenadas  $C = (C_1, C_2, \dots, C_k)$  e definidas *a priori*, em que  $C_1$  é a melhor categoria e  $C_k$ , a pior (ZOPOUNIDIS; DOUMPOS, 2002).

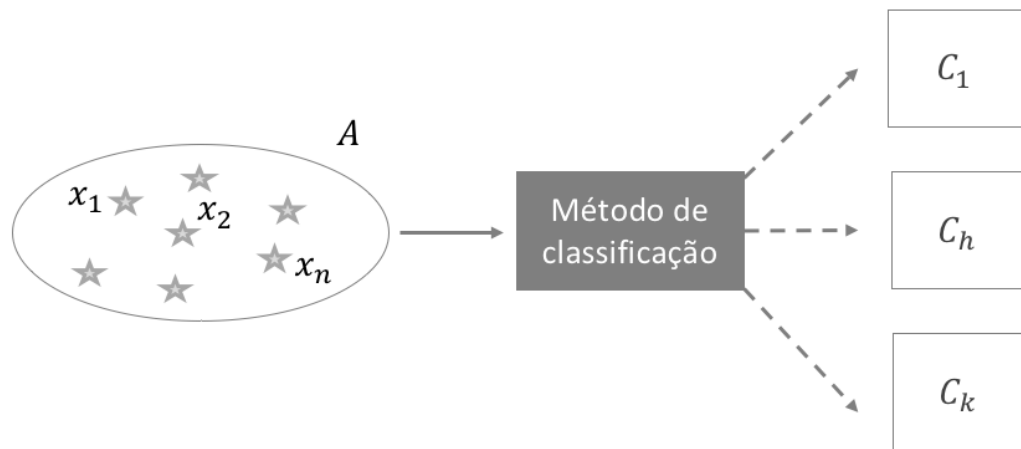


Figura 4: Representação de um problema de classificação ordinal.

Diferentes parâmetros, chamados de perfis de referências, podem ser utilizados para definição das categorias. Entre eles, destacam-se dois tipos: perfis de referência limitantes e perfis de referência centrais.

No caso dos perfis limitantes, cada categoria é definida por um limite superior e um limite inferior, para cada um dos critérios. Para entender o significado prático dos perfis de referência limitantes, considera-se o caso hipotético de um problema de decisão com apenas um critério. Nesse caso, o limite superior de uma categoria pode ser interpretado como sendo o valor máximo que o desempenho de uma alternativa deve ter para que a alternativa seja classificada nessa categoria; o limite inferior é o valor mínimo para que uma alternativa seja classificada na mesma categoria. Denota-se por  $r_h^j$  e  $r_{h+1}^j$  os perfis limitantes superior e inferior da categoria  $C_h$  para o critério  $g_j$ , respectivamente. O perfil limitante inferior  $r_h^j$  da categoria  $C_h$  é sempre o perfil limitante superior da categoria  $C_{h+1}^j$ ,  $h = 1, \dots, k$  para o critério  $g_j$ . O conjunto de perfis limitantes de cada



critério  $g_j$  é definido por  $R^j = \{r_1^j, r_2^j, \dots, r_{k+1}^j\}$ . Na Figura 5 tem-se uma representação dos perfis limitantes para o caso de decisão multicritério com  $k$  categorias e  $mn$  critérios.

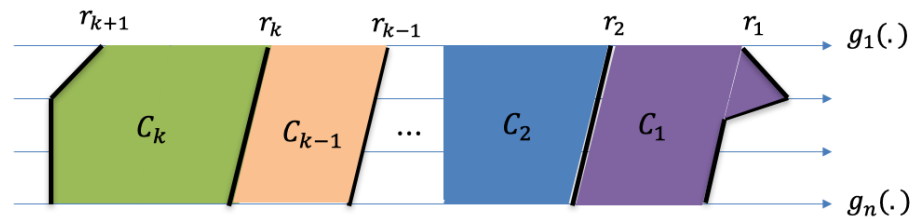


Figura 5: Representação de categorias ordenadas definidas por perfis limitantes.

Por outro lado, ao invés de utilizar dois perfis limitantes para a definição de cada categoria, o decisor pode escolher defini-las por perfis de referência central (também chamado de centroide da categoria). Considerando que exista apenas um critério, o limite central  $\tilde{r}_h^j$  pode ser interpretado como sendo o valor mais próximo que o desempenho de uma alternativa deve ter, dentre todos os demais centroides, para que essa alternativa seja classificada na categoria  $C_h^j$  em relação ao critério  $g_j$ .

O conjunto de perfis limitantes para o critério  $g_j$  é definido por  $\tilde{R}^j = \{\tilde{r}_1^j, \tilde{r}_2^j, \dots, \tilde{r}_{k+1}^j\}$ . Na Figura 6 tem-se uma representação dos perfis limitantes para um caso de decisão multicritério com  $k$  categorias,  $n$  critérios.

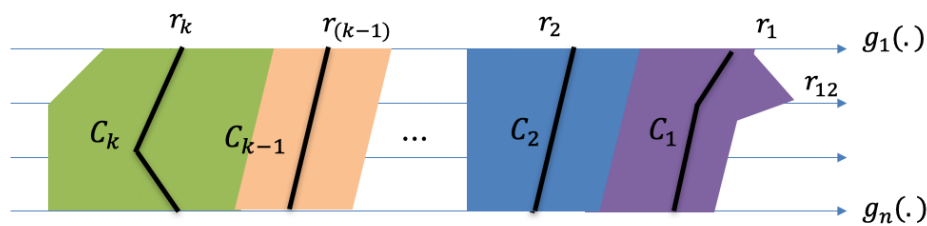


Figura 6: Representação de categorias ordenadas definidas por perfis centrais.

Depois de definidas as categorias, a classificação das alternativas nos métodos de classificação ordinal é processada em duas etapas. A primeira etapa consiste em comparar cada alternativa a cada perfil de referência utilizando uma relação de comparação, por exemplo, a relação de superação. Na segunda fase, esta comparação é explorada para decidir sobre a clas-

sificação das alternativas (ZOPOUNIDIS; DOUMPOS, 2002). Apesar de essa ser a forma geral de classificação de um método MCDA, diferentes métodos possuem particularidades, discutidas na próxima seção.

#### 2.4.2 Revisão dos métodos MCDA de classificação

Os métodos MCDA de classificação podem ser classificados como os demais métodos MCDA: métodos baseados na teoria da função utilidade multi-atributo e métodos baseados em relações de superação.

Os métodos multicritérios baseados em funções utilidades fazem a classificação das alternativas comparando a função utilidade multi-atributo geral das alternativas com os perfis (limitantes ou centrais) que definem cada categoria. O método UTADIS (*Utilités Additives Discriminates*) (DEVAUD; GROUSSAUD; JACQUET-LAGRÉZE, 1980) é o principal método de classificação MCDA baseado na abordagem da função de utilidade.

Dentre os métodos baseados na relação de superação para problemas de classificação ordinal, destaca-se o método ELECTRE TRI (ROY; BOUYSSOU, 1993) e suas derivações, ELECTRE TRI-C (ALMEIDA-DIAS; FIGUEIRA; ROY, 2010), ELECTRE TRI-nC (MAILLY; ABI-ZEID; PEPIN, 2014), ELECTRE SORT (ISHIZAKA; NEMERY, 2014) e outras (LOURENÇO; COSTA, 2004; DOUMPOS *et al.*, 2009).

O método ELECTRE-TRI é um método de classificação ordinal baseado no ELECTRE no qual as categorias são caracterizadas por perfis de referência limitantes. A classificação de uma alternativa em uma determinada categoria resulta da comparação da alternativa com os perfis em relação à afirmação de superação “a alternativa é pelo menos tão boa quanto o perfil (ou vice-versa)”. Isso significa que a alternativa é pelo menos tão boa quanto o perfil em um conjunto suficiente de critérios (a condição de concordância) e não é muito pior em nenhum critério (a condição de veto).

No ELECTRE-TRI, o cumprimento da condição de concordância em relação ao critério individual é medido levando-se em conta dois limiares: o limiar de indiferença e o limiar de preferência (conceitos introduzidos na Seção 2.3). Estes limiares são utilizados para modelar o fato de que as preferências entre dois níveis de avaliações de critérios geralmente não mudam abruptamente e pequenas diferenças podem ser julgadas como indiferentes. Além disso, a imprecisão na pre-

ferência do decisor pode ser levada em conta ao se definir limiares.

Outros métodos de superação para problemas de classificação ordinal são baseados no método PROMETHEE. O primeiro método de classificação baseado na metodologia PROMETHEE foi o método PAIRCLASS (*PAIRwise CLASsification*), proposto por Doumpos e Zopounidis (2004). No método PAIRCLASS, o conceito do método PROMETHEE é utilizado para realizar as comparações em pares das alternativas. Porém, o PAIRCLASS não admite a utilização dos seis tipos de funções de preferência apresentadas no Quadro 1 (página 27). Para obter as funções de preferência, os autores, então, propuseram uma abordagem de programação linear. No método PAIRCLASS, as categorias são definidas por alternativas de referências, diferentemente do ELECTRE TRI. Alternativas de referência são exemplos de classificações que definem a categoria, ou seja, uma alternativa de referência representa o desempenho que uma alternativa deve ter para que seja classificada naquela categoria.

Também para problemas de classificação ordinal, Figueira, Smet e Brans (2004) propuseram o método PROMETHEE-TRI. O PROMETHEE TRI utiliza perfis centrais de referência para definição das categorias. O método PROMETHEE TRI executa a classificação em duas etapas. Na primeira etapa, fluxos líquidos unicritério são calculados para cada alternativa e os perfis centrais. Na segunda etapa, calcula-se o desvio  $e(x_i, \tilde{r}_l)$  da alternativa  $x_i$  para cada perfil central  $\tilde{r}_l$ , utilizando os fluxos líquidos unicritério conforme apresentado na equação (2.9)

$$e(x_i, \tilde{r}_l) = \sum_{j=1}^n |\phi_j(x_i) - \phi_j(\tilde{r}_l)| w_j. \quad (2.9)$$

A alternativa  $x_i$  é classificada na categoria  $h$ , se o desvio em relação ao perfil  $\tilde{r}_h$  é mínimo, ou seja,

$$x_i \in C_h \text{ se } e(x_i, \tilde{r}_h) = \min_{\{l=1, \dots, k\}} e(x_i, \tilde{r}_l).$$

Assim, o método PROMETHEE-TRI utiliza somente os fluxos líquidos unicritério, e não os fluxos globais, o que faz com que nem sempre categorias ordenadas possam ser obtidas. Portanto, o PROMETHEE-TRI nem sempre serve como um método de classificação ordinal, como discutido em detalhes por Araz e Ozkarahan (2007).

Para superar as dificuldades do método PROMETHEE-TRI, Araz e Ozkarahan (2007) pro-

puseram o método PROMSORT (PROMETHEE *sorting*), no qual o fluxo global de superação é utilizado, garantindo assim a ordenação das categorias. No PROMSORT, perfis limitantes são utilizados para definir as categorias, como no ELECTRE TRI, mas ambos, perfis limitantes e alternativas de referência, são utilizados para classificar as alternativas em uma categoria.

Nesse método, a classificação é realizada em dois passos. Primeiro, comparações entre alternativas e perfis limitantes são realizadas, permitindo incomparabilidade e indiferença. Consequentemente, é possível que uma alternativa não seja classificada em nenhuma categoria. No segundo passo, as alternativas já classificadas em alguma categoria no passo anterior são utilizadas então como alternativas de referências para classificar as alternativas restantes. Portanto, as classificações de algumas alternativas dependem das classificações realizadas no primeiro passo.

Nemery e Lamboray (2008) desenvolveram um método de classificação, também baseado no PROMETHEE, para categorias completamente ordenadas. No método *FlowSort*, as categorias podem ser definidas ou por perfis limitantes, como em ELECTRE TRI, ou por perfis centrais, como no método PROMETHEE TRI. A ideia do *FlowSort* é comparar cada alternativa com os perfis de referência das categorias em cada critério e, baseando-se nessa comparação, definir para qual categoria a alternativa deve ser classificada.

No método *FlowSort* as classificações das alternativas são independentes, ou seja, a classificação de uma alternativa a uma dada categoria não depende da classificação de outra alternativa, já que cada alternativa é comparada apenas com perfis de referência das categorias e não há comparação das alternativas entre si. Essa é uma característica interessante em um problema de classificação, já que o objetivo é classificar as alternativas em categorias e não comparar alternativas (ISHIZAKA; NEMERY, 2013).

Seja um caso em que cinco fornecedores foram ordenados, do melhor para o pior, da seguinte forma:  $F_3, F_4, F_5, F_1, F_2$ . Deseja-se categorizar esses cinco fornecedores em três níveis de colaboração: fornecedores estratégicos, fornecedores para relações pontuais, fornecedores que devem ser excluídos. Suponha-se que, ao se aplicar o *FlowSort*, obtêm-se que o  $F_3$  é um fornecedor estratégico, o  $F_4$  um fornecedor para relações pontuais, enquanto os demais são classificadas na pior categoria. Já se for aplicado o método PROMETHEE-TRI, considere que, em sua primeira etapa, apenas o  $F_3$  foi classificado na primeira categoria e o  $F_5$  na última. No caso

da distância do  $F_4$  com o  $F_3$  ser menor do que sua distância com o  $F_5$ , o  $F_4$  seria classificada na primeira categoria, e não à segunda categoria, como no *FlowSort*, mesmo ele não sendo considerado bom o suficiente para estar nessa categoria.

O Quadro 2 sintetiza o exposto sobre características dos métodos de classificação da família PROMETHEE apresentados, conforme tipo de perfil utilizado para definir as categorias, se as categorias são ordenadas ou não e se as classificações são independentes ou não. Dadas as características do *FlowSort*, optou-se por trabalhar nesta tese com esse método.

Quadro 2: Métodos de superação existentes na literatura para problemas de classificação ordinal baseadas no PROMETHEE.

Proposto por	Método	Perfis centrais	Perfis limitantes	Categorias ordenadas	Classificação independentes
Figueira, Smet e Brans (2004)	PROMETHE-TRI	Sim	Não	Não	Sim
Araz e Ozkarahan (2007)	PROMSort	Sim	Não	Sim	Não
Nemery e Lamboray (2008)	FlowSort	Sim	Sim	Sim	Sim

## 2.5 O MÉTODO *FlowSort*: EXTENSÃO DO PROMETHEE

Como discutido na seção anterior, o método *FlowSort*, proposto por Nemery e Lamboray (2008), é uma extensão do método PROMETHEE e se baseia na seguinte ideia: a categoria na qual uma alternativa é classificada deduz da sua posição em relação aos perfis de referências que definem as categorias. No método *FlowSort*, cada categoria pode ser definida por perfis de referência limitantes ou por perfis de referência centrais. Por questão de simplificação, o método proposto nesta tese considera apenas o uso de perfis limitantes inferior e superior e, por isso, apenas o método *FlowSort* para esse caso é apresentado nesta seção.

Como o PROMETHEE, o *FlowSort* pode ser dividido em duas etapas: construção da relação de superação e exploração da relação de superação, apresentadas a seguir.

Seja um problema MCDA em que  $m$  alternativas denotadas por  $\mathcal{A} = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  devem ser classificadas em  $k$  categorias  $C = (C_1, C_2, \dots, C_k)$  definidas *a priori*, levando em consideração o desempenho das alternativas em relação ao conjunto de  $n$  independentes critérios  $g = (g_1, g_2, \dots, g_n)$ , de tal forma que todos os critérios devam ser maximizados, ou seja,

$$\max\{g_1(x), \dots, g_n(x) : x \in \mathcal{A}\}. \quad (2.10)$$

Suponha-se que as categorias sejam completamente ordenadas da seguinte forma:  $C_1 \triangleright \dots \triangleright C_l \triangleright \dots \triangleright C_k$ , em que  $C_h \triangleright C_l$ , para  $h < l$ , significa que a categoria  $C_h$  é preferida à categoria  $C_l$ . Cada categoria  $C_h$ , para  $h = 1, \dots, k$ , é definida por dois perfis de referência  $r_h^j$  e  $r_{h+1}^j$  para cada critério  $g_j$ . Assim, define-se o conjunto de perfis de referência limitante  $R^j = \{r_1^j, \dots, r_k^j, r_{k+1}^j\}$ . Por questão de simplificação, esse conjunto será denotado por  $R = \{r_1, \dots, r_k, r_{k+1}\}$ , a não ser que seja necessário identificar o critério ao qual o limite é referente.

Ao definir as categorias utilizando perfis limitantes, o método *FlowSort* assume que os desempenhos de todas alternativas em relação a todos os critérios estão entre o pior ( $r_{k+1}$ ) e o melhor ( $r_1$ ) perfil de referência. Tem-se assim formalmente que  $\forall x \in \mathcal{A}, \forall g_j \in G : r_1^j \geq g_j(x) \geq r_{k+1}^j, j = 1, \dots, n$ . Essa não é uma propriedade difícil de ser atendida na prática, uma vez que os decisores definem os perfis limitantes como quiserem.

Uma vez que as categorias são completamente ordenadas, cada perfil de referência em  $R$  é estritamente maior do que o seu sucessor. Assim, a Condição 1 deve ser atendida

$$\text{Condição 1: } \forall r_h, r_l \in R, \text{ tal que } h < l \Rightarrow r_h > r_l.$$

Também porque as categorias são completamente ordenadas, assume-se a Condição 2

$$\text{Condição 2: } \forall r_h, r_l \in R, \text{ tal que } h < l \Rightarrow r_h^j \geq r_l^j, \forall j = 1, \dots, n.$$

### 2.5.1 Construção da relação de superação

A construção da relação de superação, assim como no PROMETHEE, inicia-se com a etapa de comparação. No PROMETHEE as alternativas são comparadas duas a duas. No *FlowSort*, cada alternativa é comparada apenas aos perfis de referência das categorias.

Para cada alternativa  $x_i \in \mathcal{A}, i = 1, \dots, m$ , define-se o conjunto  $R_i = R \cup \{x_i\}$ . Assim, tem-se  $m$  diferentes conjuntos  $R_i$ , um para cada alternativa  $x_i, i = 1, \dots, m$ . As alternativas de  $\mathcal{A}$  são comparadas com os perfis de referência por meio dos graus de preferência  $\pi(x, y)$  ( $\forall x, y \in R_i$ ). O grau de preferência é calculado como no método PROMETHEE e definido na equação (2.3), página 28. Além disso, suponha-se que  $\forall x, y \in R_i$  as condições de 3 a 6, definidas a seguir, são

atendidas:

$$\text{Condição 3: } 0 \leq \pi(x, y) \leq 1$$

$$\text{Condição 4: } \pi(x, y) + \pi(y, x) \leq 1.$$

$$\text{Condição 5: } \pi(x, x) = 0.$$

$$\text{Condição 6: } \forall x', y' \in R_i, \text{ se } g_j(x) - g_j(y) \leq g_j(x') - g_j(y'), \\ \text{então } \pi(x, y) \leq \pi(x', y'), \forall j = 1, \dots, n.$$

Uma vez que os perfis de referência limitantes definem categorias ordenadas, pode-se assumir que se  $h < l$ ,  $C_h$  é melhor do que  $C_l$ . Portanto, os perfis devem ser definidos de forma que  $r_h^j > r_l^j$ ,  $\forall j = 1, \dots, n$  (conforme Condição 2). Assim, o *FlowSort* impõe que um perfil de referência de uma categoria inferior (melhor) é preferido aos perfis de referência de uma categoria maior (pior). Formalmente, tem-se a Condição 7:

$$\text{Condição 7: } \forall r_h, r_l \in R_i, \text{ tal que } h < l, \Rightarrow \pi(r_h, r_l) > 0 \text{ e } \pi(r_l, r_h) = 0.$$

## 2.5.2 Fluxo de superação global e exploração da relação de superação

Considerando o grau de preferência  $\pi$  como definido na equação (2.3) e respeitando as condições de 1 a 7, os fluxos positivo, negativo e líquido globais para cada elemento  $x \in R_i$  são definidos pelas equações (2.11), (2.12) e (2.13), respectivamente,

$$\phi_{R_i}^+(x_i) = \frac{1}{|R_i| - 1} \sum_{y \in R_i - \{x_i\}} \pi(x_i, y), \quad (2.11)$$

$$\phi_{R_i}^-(x_i) = \frac{1}{|R_i| - 1} \sum_{y \in R_i - \{x_i\}} \pi(y, x_i) \quad (2.12)$$

$$\text{e } \phi_{R_i}(x_i) = \phi_{R_i}^+(x_i) - \phi_{R_i}^-(x_i), \quad (2.13)$$

em que  $|R_i|$  representa o número de elementos do conjunto  $R_i$ .

**Proposição 2.2** *Conforme demonstrado em Nemery (2008), a ordem dos fluxos dos perfis de referência é invariante com respeito à alternativa  $x_i$ . Assim,  $\forall x_i \in \mathcal{A}$  e  $\forall h = 1, \dots, k + 1$  represen-*

tando os diferentes perfis limitantes, tem-se que

$$\phi_{R_i}^+(r_h) > \phi_{R_i}^+(r_{h+1}), \quad (2.14)$$

$$\phi_{R_i}^-(r_h) < \phi_{R_i}^-(r_{h+1}) \quad (2.15)$$

$$e\phi_{R_i}(r_h) > \phi_{R_i}(r_{h+1}). \quad (2.16)$$

Em outras palavras, apesar de os valores dos fluxos dos perfis limitantes dependerem diretamente da alternativa  $x_i$ , suas ordens sempre respeitam a ordem das categorias. Essa proposição nos permite delimitar a categoria  $C_h$  pelos valores dos fluxos de seus perfis limitantes  $\phi(r_h)$  e  $\phi(r_{h+1})$  e é a base para a definição das regras de classificação do *FlowSort*, apresentadas na Definição 2.11.

### **Definição 2.11 Regras de classificação**

**Regra de classificação 1:** Uma alternativa  $x_i \in \mathcal{A}$  é classificada em uma categoria  $C_h$  se o fluxo  $\phi_{R_i}^+(x_i)$  estiver contido no intervalo definido pelos fluxos positivos dos perfis limitantes da categoria  $C_h$ ,

$$\text{se } \phi_{R_i}^+(r_h) \geq \phi_{R_i}^+(x_i) > \phi_{R_i}^+(r_{h+1}), \text{ então } C_{\phi^+}(x_i) = C_h. \quad (2.17)$$

**Regra de classificação 2:** Uma alternativa  $x_i \in \mathcal{A}$  é classificada em uma categoria  $C_h$  se o fluxo  $\phi_{R_i}^-(x_i)$  estiver contido no intervalo definido pelos fluxos negativos dos perfis limitantes da categoria  $C_h$ ,

$$\text{se } \phi_{R_i}^-(r_h) < \phi_{R_i}^-(x_i) \leq \phi_{R_i}^-(r_{h+1}), \text{ então } C_{\phi^-}(x_i) = C_h. \quad (2.18)$$

Tem-se então que, analogamente ao método PROMETHEE I, duas classificações diferentes podem ser obtidas:  $C_{\phi^+}(x_i)$  e  $C_{\phi^-}(x_i)$ , em que  $C_{\phi^+}(x_i) \triangleright C_{\phi^-}(x_i)$  ou  $C_{\phi^-}(x_i) \triangleright C_{\phi^+}(x_i)$ .

Pode-se classificar as alternativas também considerando cenários otimistas ou pessimistas escolhendo, respectivamente, a melhor ou a pior categoria em que a alternativa  $x_i$  pode ser classificada. Denota-se por  $C_{melhor}(x_i)$  e  $C_{pior}(x_i)$  a melhor e a pior categoria, respectivamente, definidas por

$$C_{melhor}(x_i) = \min[C_{\phi^+}(x_i), C_{\phi^-}(x_i)]$$

$$\text{e } C_{pior}(x_i) = \max[C_{\phi^+}(x_i), C_{\phi^-}(x_i)].$$



A alternativa  $x_i$  pode ainda ser classificada utilizando-se os fluxos líquidos, análogo ao realizado no PROMETHEE II e como apresentado na Definição 2.12.

**Definição 2.12 Regra de classificação 3:** Uma alternativa  $x_i$  é classificada em uma categoria  $C_h$  se o fluxo  $\phi_{R_i}(x_i)$  estiver contido no intervalo definido pelos fluxos líquidos dos perfis limitantes da categoria  $C_h$ , ou seja,

$$\text{se } \phi_{R_i}(r_h) \geq \phi_{R_i}(x_i) > \phi_{R_i}(r_{h+1}), \text{ então } C_\phi(x_i) = C_h \quad (2.19)$$

A forma de classificação definida na equação (2.19) parece razoável uma vez que a classificação obtida com a regra de fluxo líquido é consistente com as duas classificações obtidas com as regras de fluxo positivo e negativo, ou seja, a classificação de fluxo líquido está sempre entre esses dois valores, conforme apresentado na Proposição 2.3.

### Proposição 2.3

$$\forall x_i \in A : C_{melhor}(x_i) \supseteq C_\phi(x_i) \supseteq C_{pior}(x_i).$$

### 2.5.3 Fluxo de superação unicritério no FlowSort

De forma análoga ao apresentado na Seção 2.3.3, tem-se que

$$\phi_{R_i}(x_i) = \phi_{R_i}^+(x_i) - \phi_{R_i}^-(x_i) = \frac{1}{|R_i| - 1} \sum_{j=1}^n \sum_{y \in R_i - \{x_i\}} [P_j(x_i, y) - P_j(y, x_i)] w_j.$$

Consequentemente,

$$\phi_{R_i}(x_i) = \sum_{j=1}^n \phi_{j,R_i}(x_i) w_j,$$

em que

$$\phi_{j,R_i}(x_i) = \frac{1}{|R_i| - 1} \sum_{y \in R_i - \{x_i\}} [P_j(x_i, y) - P_j(y, x_i)].$$

$\phi_{j,R_i}(x_i)$  é o fluxo líquido unicritério, ou fluxo líquido local, obtido quando se considera apenas o critério  $g_j$ . De forma análoga, obtém-se o fluxo unicritério dos perfis de referência limitantes das

categorias:

$$\phi_{j,R_i}(r_h) = \frac{1}{|R_i| - 1} \left\{ \sum_{\substack{r_s \in R_i - \{x\} \\ r_s \neq r_h}} [P_j(r_h, r_s) - P_j(r_s, r_h)] + [P_j(r_h, x_i) - P_j(x_i, r_h)] \right\}.$$

Da mesma forma que no caso do método PROMETHEE, os fluxos unicritério têm valores entre -1 e 1. Os fluxos líquidos unicritério podem ser utilizados para identificar classificações unicritério das alternativas, identificando assim, através dessa classificação, em qual critério a alternativa tem um pior/ melhor desempenho.

### 3

## DESAFIOS EXISTENTES EM DECISÃO MULTICRITÉRIO

Três desafios metodológicos relacionados aos métodos MCDA vêm sendo discutidos e considerados na literatura. O primeiro diz respeito à utilização de múltiplos tipos de dados imperfeitos como dados de entrada. O segundo desafio é relacionado à elicitación indireta do vetor de pesos dos critérios, uma vez que definir valores exatos para os pesos pode ser difícil. O terceiro desafio é a modelagem de critérios estruturados hierarquicamente. Cada um desses desafios é apresentado e discutido a seguir.

### 3.1 O DESAFIO DE DADOS IMPERFEITOS

Tradicionalmente, os métodos clássicos de tomada de decisão multicritério, como os apresentados na Seção 2.2.6, requerem valores *crisp* (nítidos, exatos, determinísticos) para o desempenho das alternativas e para parâmetros do método, como limiares de indiferença e preferência, e perfis de referência de categorias. No entanto, como discutido por Munda, Nijkamp e Rietveld (1995), Durbach e Stewart (2012) e Ben-Amor, Martel e Guitouni (2015), definir apenas valores *crisp* em problemas de decisão multicritério é difícil, se não impossível. No lugar de valores *crisp*, pode ser necessário utilizar dados imperfeitos, como dados imprecisos (valores intervalares ou variáveis linguísticas), dados incertos (variáveis aleatórias) ou, ainda, dados incompletos (BEN-AMOR; MARTEL; GUITOUNI, 2015).

A dificuldade em utilizar apenas valores *crisp* em problemas de decisão multicritério pode ser vista em várias áreas de aplicação. Senvar, Tuzkaya e Kahraman (2014) e Chen, Wang e Wu (2011) afirmam que o processo decisório de seleção de fornecedores é um problema de

decisão multicritério que envolve tradicionalmente diferentes situações incertas e avaliações vagas definidas por variáveis linguísticas. Seleção de projetos é também tipicamente uma decisão multicritério, que utiliza como dados de entrada, basicamente, a opinião de especialistas, e, normalmente, essas opiniões são subjetivas, resultando em dados incertos e imprecisos (GOUMAS; LYGEROU, 2000). A definição de políticas e estratégias de manutenção também é um tipo de decisão no qual se está envolvido tanto avaliações definidas por valores *crisp*, quando definidas por termos linguísticos, como apresentado por Chan e Prakash (2012).

Apesar de serem mais comuns e naturais em aplicações da vida real, a presença de dados imperfeitos representa um problema no processo de tomada de decisão se não forem considerados como tais (BEN-AMOR; MARTEL; GUITOUNI, 2015). Portanto, dados imperfeitos precisam ser modelados utilizando técnicas específicas para tal, de forma a considerar a subjetividade desses dados.

Ben-Amor, Martel e Guitouni (2015) apresentaram em seu estudo uma síntese de técnicas para modelagem de dados imperfeitos. Os autores enfatizam as condições de uso das diferentes técnicas e propõem um guia para auxiliar os decisores na escolha da linguagem de representação mais apropriada para um dado imperfeito específico, com o objetivo de reduzir as desvantagens de uma escolha arbitrária da técnica a ser utilizada.

### **3.1.1 Tipos de dados imperfeitos**

Dados imperfeitos podem ser classificados em três tipos: dados imprecisos, dados incertos e dados incompletos (BEN-AMOR; MARTEL; GUITOUNI, 2015).

Dados imprecisos são aqueles que estão abertos a mais de uma interpretação. Imprecisão está relacionada a uma dificuldade na afirmação de um determinado conhecimento, seja por valores numéricos que são pouco conhecidos, seja pelo uso de linguagem natural para qualificar de modo vago uma característica do sistema (BEN-AMOR; MARTEL; GUITOUNI, 2015). Isso inclui situações que envolvem: categorias ou classes com fronteiras borradas (por exemplo, “jovens”, “muito”,...); conhecimento intermediário entre o “todo” e o “nada” (por exemplo, “quase preto”); conhecimento gradual relacionado a alguma propriedade ou característica (por exemplo, distância: “perto de”, “longe”...); valores aproximados (por exemplo, “cerca de 2 km”, “peso entre 12,2kg e 12,8kg”).

Dados incertos estão relacionados a uma dúvida sobre a validade da informação. Essa dúvida pode ser devida a: dados coletados por um participante mais ou menos confiável (não confiante, intencionalmente ou não); dados difíceis de serem obtidos ou validados; dados baseados em previsões; dados resultantes de eventos aleatórios.

Dados faltantes ou incompletos ocorrem quando há ausência de conhecimento ou conhecimento parcial sobre o processo de decisão.

Além dos diferentes tipos de dados imperfeitos, esses dados podem estar presentes tanto na avaliação de desempenho das alternativas, como nos valores utilizados para definir os pesos dos critérios ou parâmetros do método de decisão. Os três tipos de dados imperfeitos apresentados anteriormente podem estar presentes na análise de desempenho das alternativas.

Imprecisão está presente quando, por exemplo, não se tem valores exatos e sim aproximados sobre um critério quantitativo e, portanto, dados intervalares são utilizados (CAMPOS; MARECHAL; ALMEIDA, 2015). Por exemplo, considere um problema MCDA de seleção de projetos em que um dos critérios é “valor do investimento” do projeto. Nesse caso, pode-se não conhecer o valor exato do investimento mas sabe-se que, por exemplo, para o projeto 1, o valor de investimento é algo em torno de R\$ 200.000, podendo ser até 10% mais caro ou 6% mais barato. Assim, o desempenho da alternativa referente ao projeto 1 em relação ao critério “valor do investimento” pode ser definido pelo dado intervalar [188.000, 220.000].

Um outro exemplo é a decisão de compra de um veículo, considerando como um de seus critérios “consumo de combustível”. Na maioria das vezes, não existe um valor exato e determinístico que possa ser utilizado para definir o consumo de combustível de um determinado veículo. Portanto, as avaliações de desempenho das alternativas segundo esse critério podem ser definidas utilizando dados intervalares (CORRENTE; FIGUEIRA; GRECO, 2014).

Um outro motivo para o uso de dados intervalares para avaliar o desempenho das alternativas é quando se tem divergência de informação. Nesse caso, pode-se definir como limite inferior do intervalo o valor mínimo dos diferentes valores disponíveis, e como limite superior do intervalo, o valor máximo dos diferentes valores. Informações divergentes são comuns na tomada de decisão em grupo quando os decisores têm preferências diferentes para as avaliações das alternativas (PARREIRAS *et al.*, 2010).

Imprecisão também está presente na avaliação de desempenho das alternativas quando

variáveis linguísticas são utilizadas. A utilização da variável linguística é necessária e útil em situações em que é mais difícil avaliar as alternativas em termos quantitativos do que em termos qualitativos (HERRERA; HERRERA-VIDEIRA, 2000), ou se for difícil usar uma escala mensurável para essa avaliação (LAHDELMA; SALMINEN, 2016). Um valor linguístico é menos preciso do que um número, mas é mais comum nos processos cognitivos humanos utilizados para expressar preferências e avaliações pessoais (MARTÍNEZ; RUAN; HERRERA, 2010). Assim, em decisão multicritério, esse tipo de dado é comum, visto que o processo de decisão multicritério é baseado nas preferências e avaliações pessoais dos decisores.

O segundo tipo de imperfeição que pode estar presente na avaliação do desempenho das alternativas é a incerteza. Como discutido por Lahdelma, Hokkanen e Salminen (1998), Tervonen *et al.* (2009) e Corrente, Figueira e Greco (2014), dados incertos basicamente ocorrem quando esses são resultantes de um processo aleatório. Por exemplo, o problema de infraestrutura apresentado por Gervásio e Silva (2012) tem como objetivo a comparação de projetos alternativos de construção de pontes, levando em consideração critérios ambientais, econômicos e sociais avaliados. Para fazer essa análise, as alternativas foram avaliadas utilizando-se variáveis aleatórias seguindo distribuições de probabilidade lognormal e beta.

Apesar de incompletude na avaliação das alternativas não ser muito comum na literatura MCDA, o terceiro tipo de informação imperfeita pode ocorrer quando o decisor não se sente confortável para avaliar algumas das alternativas, por falta de conhecimento, por exemplo (BEN-AMOR; JABEUR; MARTEL, 2007).

Dados intervalares e dados incertos também podem ser utilizados na definição de certos parâmetros do método MCDA adotado, como os limiares de indiferença e de preferência utilizados no método PROMETHEE, e perfis de referência limitantes requeridos no *FlowSort*.

Ao aplicar o método PROMETHEE, suponha que os decisores tenham decidido utilizar a função de preferência tipo V (Quadro 1, página 27). Portanto, limiares de indiferença ( $q$ ) e de preferência ( $p$ ) devem ser definidos. Os decisores podem ter o interesse de definir os limiares de indiferença e preferência para alguns critérios utilizando dados intervalares. Por exemplo, Corrente, Figueira e Greco (2014) apresentaram um problema de tomada de decisão para escolha de um automóvel, em que um dos critérios considerados é o “preço do veículo”. O decisor definiu então o limiar de indiferença por [500, 1000] e o limiar de preferência por [1500, 2000].

Parâmetros do método de decisão também podem ser definidos por dados incertos, quando, por exemplo, essa definição é um passo difícil para um decisor com pouca experiência (GERVÁSIO; SILVA, 2012). No estudo proposto por Tervonen *et al.* (2009), os parâmetros nível de corte e perfis limitantes do método ELECTRE-TRI foram definidos por variáveis aleatórias com distribuição de probabilidade uniforme. Em Gervásio e Silva (2012), os limiares de indiferença e preferência do PROMETHEE também foram definidos como variáveis aleatórias seguindo uma distribuição uniforme. Normalmente, os parâmetros técnicos são requisitos para aplicação do método em questão e, por isso, dados incompletos ou faltantes não podem ser utilizados para suas definições.

### 3.1.2 Modelando dados imperfeitos em MCDA

Uma revisão da literatura das principais técnicas utilizadas para modelar dados imperfeitos em MCDA é apresentada nesta seção. A condução dessa revisão resultou no estudo proposto por Pelissari *et al.* (2018), que engloba mais informações sobre modelagem de dados imperfeitos em MCDA do que as apresentadas nessa seção. Isso porque nem todo conteúdo encontrado na revisão da literatura foi incluído aqui, por parte dele não ser relevante à discussão da tese.

Conforme apresentado por Herrera e Herrera-Viedma (2000) e identificado na revisão da literatura desta tese, a teoria dos conjuntos difusos (teoria *fuzzy*) e suas diferentes abordagens se destacam na modelagem de variáveis linguísticas.

A teoria dos conjuntos difusos é uma extensão da teoria de conjuntos clássicos (STOLL, 1979) e permite a avaliação gradual da associação de elementos a um conjunto, sendo que essa associação assume valores entre 0 e 1 (ZADEH, 1965). Em contraste, na teoria de conjuntos clássica, a associação de elementos em um conjunto é avaliada em termos binários - um elemento pertence ou não pertence a um conjunto.

Matematicamente uma variável linguística é caracterizada por um quintuplo de parâmetros  $(X, T(X), U, G, M)$ .  $X$  é o nome da variável linguística (por exemplo, idade),  $T(X)$  é o conjunto de nomes dos valores linguísticos chamados termos linguísticos (extremamente jovem, muito jovem, mais ou menos jovem, não muito jovem),  $U$  é o universo do discurso de  $X$  (faixa etária entre 11 e 30),  $G$  é a regra sintática (ou rótulos) usada para gerar os nomes de  $X$  e  $M$  é a regra semântica que associa cada termo linguístico  $T(X)$  com o seu significado em  $X$ , como as regras semânticas

apresentadas na Tabela 1 (ZADEH, 1975).

Desse modo, ao se utilizar uma variável linguística, é necessário definir a granularidade do conjunto de termos linguísticos, os seus rótulos e a sua semântica.

Para se utilizar conjuntos difusos para modelar variáveis linguísticas, faz-se a transformação dos termos linguísticos em números difusos utilizando a semântica escolhida. Os números difusos são então considerados como dados de entrada do método MCDA e, utilizando-se de operações algébricas específicas para operar com números difusos, o método MCDA é computado. Em seguida, os resultados do método MCDA, que nesse momento são também números difusos, são transformados em números determinísticos aplicando-se o processo chamado defuzzificação. A tomada de decisão é então realizada utilizando-se do resultado determinístico obtido (CAMPOS; MARESCHAL; ALMEIDA, 2015; NEMERY, 2008). Esse processo é apresentado na Figura 7.

Um número difuso pode ser da forma triangular, trapezoidal, retangular, gaussiana (HERRERA; HERRERA-VIDEIRA, 2000). Por exemplo, no caso de número difuso triangular o intervalo difuso é representado por um ponto médio  $m$  (o valor mais possível) e por dois pontos extremos  $m - \alpha$  e  $m + \beta$  (um valor mínimo e um valor máximo). Senvar, Tuzkaya e Kahraman (2014) e Chen, Wang e Wu (2011) integraram números difusos ao método PROMETHEE para avaliação de fornecedores e seleção de parceiros terceirizados, respectivamente, utilizando variáveis linguísticas para definir o desempenho das alternativas. Vahdani e Hadipour (2011) também propuseram um método integrando números difusos ao ELECTRE-I para modelar variáveis linguísticas. O método foi proposto para um problema de seleção de estratégia em gestão da manutenção. O método *Fuzzy-FlowSort* proposto por Campos, Mareschal e Almeida (2015) integrou números difusos triangulares ao método *FlowSort*, possibilitando a modelagem de variáveis linguísticas.

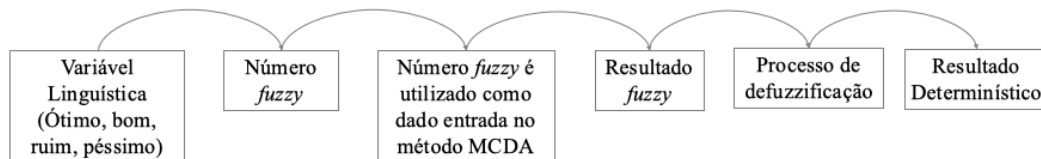


Figura 7: Uso de variáveis linguísticas em MCDA.

Diferentes abordagens baseadas na teoria dos conjuntos difusos também são utilizadas em



problemas MCDA para modelagem de dados imprecisos, como os conjuntos difusos intuicionistas (*intuitionistic fuzzy sets* - IFSs), conjuntos difusos hesitantes (*hesitant fuzzy sets* - HFSs) e as versões linguísticas das abordagens intuicionistas e hesitantes (*intuitionistic linguistic fuzzy sets* - ILFSs, *hesitant linguistic fuzzy sets* - HLFSSs). Detalhes sobre essas demais abordagens baseadas na teoria dos conjuntos difusos podem ser vistos em Pelissari *et al.* (2018).

Além da teoria dos conjuntos difusos, outras abordagens podem ser utilizadas na modelagem de variáveis linguísticas em problemas MCDA. Alguns estudos propõem a transformação de variáveis linguísticas ordinais em dados discretos usando o procedimento de mapeamento ordinal para cardinal, seguindo o processo apresentado na Figura 8. Por exemplo, Dulmin e Mininno (2003) aplicaram o método PROMETHEE para seleção de fornecedores. Um dos critérios considerados na avaliação é “Certificações da qualidade”. Esse critério é considerado qualitativo ordinal, uma vez que possuir certificados de qualidade é melhor do que não possuir e, portanto, as avaliações de desempenho das alternativas segundo esse critérios foram definidas utilizando dados ordinais (0 - ausência de certificação de qualidade; 1 - presença de certificações de qualidade).

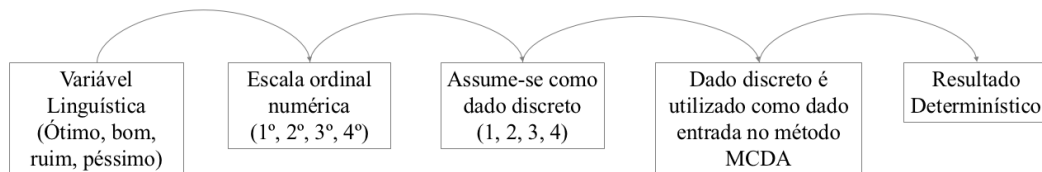


Figura 8: Processo de mapeamento de dado ordinal para cardinal.

Apesar de esse critério ser qualitativo e definido utilizando uma escala ordinal, ele é considerado como um número discreto no momento dos cálculos. Lembrando o visto na Seção 2.3, o método PROMETHEE é baseado na comparação par-a-par entre as alternativas para cada um dos critérios e na função preferência  $P$  definida como a diferença entre as avaliações de desempenho das alternativas. Assim, considerando que, segundo o critério “Certificações da qualidade”, o desempenho da alternativa  $x_1$  é  $g(x_1) = 0$  e da alternativa  $x_3$  é  $g(x_3) = 1$ , tem-se que  $P(x_1, x_3) = 0 - 1 = -1$ . Ao fazer isso, os dados definidos a princípio como variáveis linguísticas ordinais são considerados como se a diferença de suas categorias fosse quantificável, ou seja, como dados discretos.

Situação similar pode ser observada no estudo proposto por Kilic, Zaim e Delen (2015).

Nesse estudo, os autores aplicaram o método PROMETHEE para selecionar um sistema ERP (*Enterprise Resource Planning*) para pequenas e médias empresas. Os onze critérios utilizados são qualitativos ordinais e uma escala de 1 a 5 foi utilizada para definir o desempenho das alternativas. Nessa escala, “1” indica a pior situação e “5” indica a melhor situação. No momento dos cálculos utilizando o método PROMETHEE, esses valores foram considerados como dados discretos.

Se essa situação ocorrer e os atores envolvidos estiverem satisfeitos de que o valor discreto representa adequadamente o desempenho do critério, esse valor pode ser utilizado. No entanto, embora a adoção do mapeamento ordinal para cardinal tenha vantagens de simplicidade e facilidade de uso, apresenta a desvantagem de perda de informação quando não considera a imprecisão associada ao mapeamento da percepção (ou julgamento) das avaliações dos decisores. Portanto, ao invés de considerar um dado ordinal definido por variáveis linguísticas como números discretos, técnicas específicas podem ser aplicadas, como a teoria de conjuntos difusos e suas diferentes abordagens já apresentadas.

Dentre as teorias para modelar dados intervalares destacam-se: conjuntos difusos e suas abordagens, teoria de intervalos e teoria das probabilidades, utilizando distribuições de probabilidade uniformes.

O método *Fuzzy-FlowSort* proposto por Campos, Mareschal e Almeida (2015) é a integração de números triangulares difusos ao método *FlowSort* e foi proposto para modelagem de dados intervalares na avaliação de desempenho das alternativas. Conjuntos difusos intuicionistas e conjuntos difusos hesitantes também apareceram como adequados para modelagem de dados intervalares, como nos estudos conduzidos por Montajabiha (2016), Devi e Yadav (2013) e Fahmi, Kahraman e Bilen (2016).

Uma outra técnica utilizada para modelar dados intervalares em MCDA é a teoria de intervalos que utiliza operações aritméticas em intervalos, como apresentado por Ben-Amor, Martel e Guitouni (2015). Janssen e Nemery (2013) utilizaram a teoria de intervalos em uma extensão do método *FlowSort* em que modelam dados intervalares.

Teoria das probabilidades também pode ser utilizada para modelar dados intervalares em MCDA, uma vez que uma distribuição de probabilidade seja atribuída a eles (TERVONEN *et al.*, 2009). A uniforme é um exemplo de distribuição que pode ser adotada neste caso. Utilizando

simulação Monte Carlo, um valor determinístico é gerado dessa distribuição uniforme, que é o dado de entrada do método de agregação utilizado. Esse procedimento é executado diversas vezes e um resultado probabilístico é obtido como saída.

Na modelagem de dados incertos em MCDA, destaca-se a teoria das probabilidades. Os métodos para solução multicritério baseados em probabilidade incorporam distribuições probabilísticas à avaliação das alternativas, usam simulação Monte Carlo para gerar valores das distribuições e aplicam esses valores simulados como dados de entrada para o método MCDA (DURBACH; STEWART, 2012). Dado o uso da simulação Monte Carlo, os resultados são probabilísticos e não determinísticos. Dada a característica probabilística dos resultados, a tomada de decisão ocorre com um determinado nível de confiança, o que não é possível nem nos métodos MCDA tradicionais, nem em métodos baseados na teoria dos conjuntos difusos. Essa é uma das vantagens em se utilizar métodos baseados em probabilidade para modelar dados imperfeitos em problemas MCDA.

Dentre vários métodos MCDA que utilizam a teoria das probabilidades para modelar dados incertos, destaca-se a metodologia SMAA (*Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis*), proposta inicialmente por Lahdelma, Hokkanen e Salminen (1998). Essa metodologia foi integrada a diversos métodos MCDA para modelagem de dados incertos, como PROMETHEE (CORRENTE; FIGUEIRA; GRECO, 2014) e ELECTRE-TRI (TERVONEN *et al.*, 2009), entre outros.

A teoria da evidência (*Evidential Reasoning theory* - ER), desenvolvido por Dempster (1967) e Shafer (1976), é uma abordagem para analisar problemas MCDA sob vários tipos de incerteza e, portanto, também adequada para modelagem de dados incertos. Ao invés de descrever um problema MCDA com uma matriz de decisão como a apresentada na Seção 2.2, a abordagem ER usa uma matriz de decisão ampliada, em que cada desempenho de uma alternativa é descrito por uma avaliação distribuída usando uma estrutura de crença. Por exemplo, um decisor pode avaliar que o conforto de um determinado veículo é excelente, com 60% de grau de crença, e bom, com 40%. Assim, a avaliação distribuída em relação ao critério “conforto” desse automóvel seria: (Excelente, 60 %), (Bom, 40 %), (Médio, 0 %), (Pobre, 0 %), (Pior, 0 %)

A teoria da evidência é adequada quando é difícil definir, *a priori*, as distribuições de probabilidade e seus parâmetros (BEN-AMOR; MARTEL; GUITOUNI, 2015). A teoria da evidência também aparece na literatura como adequada para modelagem de incompletude no desempenho

das alternativas (BEN-AMOR; JABEUR; MARTEL, 2007).

Métodos que combinam mais de uma técnica para modelagem de dados imperfeitos são chamados métodos híbridos. Existem diversos métodos formados pela combinação da teoria das probabilidades e da teoria dos conjuntos difusos, por exemplo. Zarghami e Szidarovszky (2009a), Subagadis, Schütze e Grundmann (2016), Maqsood (2011), Chen *et al.* (2015), Zaras (2004) e Zarghami e Szidarovszky (2009b) propuseram métodos integrando conjuntos difusos e teoria das probabilidades para modelar dados imprecisos e incertos, respectivamente. A diferença destes métodos é o modo de agregação utilizado.

Outras combinações de dados imperfeitos em MCDA resultaram em outros métodos híbridos. Yang *et al.* (2006) combinaram conjuntos difusos e teoria da evidência para modelar variáveis linguísticas e dados intervalares resultantes da divergência entre decisores. Zhang *et al.* (2016) combinaram conjuntos difusos e teoria da evidência para modelar variáveis linguísticas e dados incertos.

Ben-Amor, Jabeur e Martel (2007) propuseram um método integrando teoria de conjuntos difusos, teoria das probabilidades e teoria da evidência. Este método híbrido modela as avaliações de desempenho das alternativas definidas por variáveis aleatórias utilizando teoria das probabilidades, as definidas por variáveis linguísticas, utilizando números difusos trapezoidais, e usa a teoria da evidência para modelar as avaliações faltantes.

Zhou, Wang e Zhang (2017) desenvolveram um método híbrido integrando a teoria das probabilidades (o método SMAA-ELECTRE) com *grey numbers* para modelar simultaneamente dados intervalares e dados imprecisos.

### 3.2 O PROBLEMA DE ELICITAÇÃO INDIRETA DOS PESOS DOS CRITÉRIOS

O segundo desafio diz respeito à definição do vetor de peso dos critérios. Para a maioria dos métodos MCDA, o vetor de pesos é um parâmetro de preferência que, além de obrigatoriamente requisitado, deve ser diretamente elicitado (VETSCHERA, 2017), de tal forma que cada peso deve ser diferente de zero ( $w_j \neq 0, \forall j$ ) e a soma de todos os pesos deve ser igual a 1 ( $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ ). Na elicitação direta, espera-se que o decisor forneça valores nítidos e determinísticos dos pesos. Por exemplo, em um caso com três critérios, o decisor pode elicitar diretamente os pesos, definindo

que o critério 1 tem um peso de 0,4, enquanto que os critérios 2 e 3 são menos importantes, com pesos 0,35 e 0,25, respectivamente.

No entanto, não é natural ou fácil para o decisor definir os pesos dos critérios dessa forma (ALMEIDA *et al.*, 2016; VETSCHERA, 2017) e, por isso, observa-se uma tendência de abandono da elicitación direta a favor da elicitación indireta (ANGILELLA *et al.*, 2016). Na elicitación indireta, a informação de preferência pode ser subjetiva. Por exemplo, em um caso com três critérios, o decisor pode ser capaz de definir apenas uma ordem de importância entre os critérios: critério 2 é o mais importante, seguido pelos critérios 3 e 1. Outro exemplo é o decisor utilizar dados intervalares. Dados intervalares podem resultar das declarações de preferência dos decisores do tipo “a importância do peso para o critério  $g_j$  está entre  $w_j^{min}$  e  $w_j^{max}$ ” (TERVONEN *et al.*, 2009).

Ainda existe a situação em que o decisor pode apenas fornecer informações incompletas sobre os pesos dos critérios. Isso ocorre normalmente em situações em que o decisor não está disposto ou não consegue expressar sua preferência/ opinião (LAHDELMA; HOKKANEN; SALMINEN, 1998). Por exemplo, em um problema MCDA com quatro critérios ( $g = (g_1, g_2, g_3, g_4)$ ), o decisor pode saber que o critério  $g_2$  é mais importante que o critério  $g_1$ . No entanto, ele não tem informação alguma a respeito dos critérios  $g_3$  e  $g_4$  ou ele não quer expressar sua preferência sobre esses dois critérios e, portanto, a informação é incompleta.

A informação de preferência também pode ser completamente faltante, quando, por exemplo, o decisor não tem informação alguma disponível a respeito dos pesos dos critérios ou então o decisor não quer expressar sua opinião sobre nenhum dos critérios.

No processo de elicitación indireta dos critérios, abordagens matemáticas e estatísticas são aplicadas para extrair de informações subjetivas ou incompletas valores de pesos para todos os critérios, de tal forma que  $w_j \neq 0, \forall j$  e  $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ .

A literatura sobre as abordagens utilizadas na elicitación indireta é vasta e pode ser dividida em três correntes, como definido por Vetschera (2017). A corrente mais antiga tenta identificar um vetor de pesos específico no conjunto de todos os vetores admissíveis, sendo esse vetor identificado considerado como representante dos pesos “verdadeiros”, que seriam definidos pelo decisor. Um método particularmente conhecido dentro dessa corrente é o método UTA (JACQUET-LAGREZE; SISKOS, 1982).

A segunda corrente, mais recente, está interessada em obter conclusões robustas, que sejam

compatíveis com as informações de preferências disponíveis. Dentro dessa abordagem, tem-se o método Regressão Ordinal Robusta (*Robust Ordinal Regression* - ROR) (GRECO; MOUSSEAU; SŁOWINSKI, 2008).

A Regressão Ordinal Robusta é um método MCDA que leva em conta todos os conjuntos de parâmetros compatíveis com as informações de preferências, a fim de dar uma recomendação em termos das consequências ao se aplicar cada um desses conjuntos de parâmetros (GRECO; MOUSSEAU; SŁOWINSKI, 2008). A ROR foi aplicada a vários métodos MCDA, como métodos baseados em funções utilidades (CORRENTE; GRECO; SŁOWIŃSKI, 2012), a métodos da família ELECTRE (GRECO; MOUSSEAU; SŁOWINSKI, 2013; GRECO *et al.*, 2011) e ao PROMETHEE II (KADZIŃSKI; GRECO; SŁŃSKI, 2012).

A terceira e mais aplicada corrente da literatura para elicitación indireta de pesos de critérios, segundo Vetschera (2017), considera todo o conjunto de pesos possíveis e compara os volumes de diferentes subconjuntos deste conjunto para derivar de forma probabilística declarações sobre a ordenação (ou classificação) das alternativas. Esses métodos são conhecidos como métodos baseados em volume (no inglês, *volume-based methods*).

Um dos métodos baseados em volume mais conhecidos é o método SMAA (LAHDELMA; HOKKANEN; SALMINEN, 1998). Os resultados fornecidos pelo método SMAA e suas diferentes variantes consistem de índices que descrevem os *rankings* obtidos considerando-se diferentes vetores de pesos de critérios. Assim, o decisor pode escolher um dos *rankings* analisando o vetor de peso associado a ele, não sendo preciso definir esse vetor de pesos *a priori*.

### **3.3 O PROBLEMA DE CRITÉRIOS HIERARQUICAMENTE ESTRUTURADOS**

O terceiro desafio existente em MCDA considerado nesta tese está relacionado à estrutura dos critérios. A grande maioria dos métodos propostos em MCDA assume que todos os critérios de avaliação são considerados no mesmo nível. No entanto, é comum que uma aplicação prática imponha uma estrutura hierárquica de critérios.

Por exemplo, a ideia de uma hierarquia de indicadores está muito enraizada em problemas que envolvem análise de sustentabilidade sócio-ambiental. De fato, seguindo o paradigma proposto por Passet (1979), que, para um desenvolvimento sustentável, deve-se considerar três

aspectos, meio ambiente, economia e sociedade, os indicadores utilizados em avaliações que envolvem sustentabilidade geralmente são subdivididos nesses três aspectos.

No estudo apresentado por Angilella *et al.* (2018), um método para critérios hierárquicos foi proposto dada a necessidade de uma avaliação de índices compostos relacionados à avaliação do desenvolvimento sustentável rural de 51 municípios da província de Catania, Itália. Três macrocritérios foram considerados: sustentabilidade social, sustentabilidade econômica e sustentabilidade ambiental. Relacionado ao macrocritério sustentabilidade social, três subcritérios foram considerados: índice de dispersão da população, concentração da população por  $km^2$  e número total de residentes. No que diz respeito à sustentabilidade social, se a população residente aumenta, o nível de desenvolvimento rural diminui, devido ao esgotamento dos recursos do território. Essa relação explica porque o critério número total de residentes deve estar ligado ao macrocritério sustentabilidade social. Três subcritérios estão relacionados ao macrocritério sustentabilidade econômica: casas próprias /total de casas, estrutura etária agrícola e número de acomodações no turismo rural. Com relação a esse último indicador, áreas com maior número de acomodações para turismo estão mais voltadas para um desenvolvimento econômico. Isso explica a ligação desse indicador ao macrocritério sustentabilidade econômica. Por último, dois critérios estão ligados ao macrocritério sustentabilidade ambiental: taxa de produtos típicos (um produto típico caracteriza um município, já que sua produção está relacionada às suas condições ambientais específicas) e uso de água de irrigação.

Um estudo considerando critérios hierárquicos também foi conduzido por Angilella *et al.* (2016), no qual 220 universidades europeias de 30 países foram avaliadas com relação a critérios estruturados de forma hierárquica. Três macrocritérios foram considerados: Ensino e Aprendizagem, Pesquisa, e Transferência de Conhecimento. Cada um desses critérios é composto por critérios elementares mais detalhados, como, taxa de mestrados concluídos e mestres graduando ao longo do tempo, para o macrocritério Ensino e Aprendizagem; número de publicações, taxa de citação, e proporção das principais publicações citadas, para o macrocritério Pesquisa; e número de patentes concedidas e número de empresas *spin-offs* (empresa derivada de um grupo de pesquisa), para o macrocritério Transferência de Conhecimento.

Dois métodos que aceitam critérios hierarquicamente estruturados destacam-se na literatura: o método AHP *Analytic Hierarchy Process* (SAATY, 1994) e o método MCHP *Multiple Criteria Hie-*

*rarchy Process* (CORRENTE; GRECO; SŁOWIŃSKI, 2012). Enquanto o AHP requer informações de preferência em todos os níveis da hierarquia na forma de comparações exaustivas em pares e fornece recomendações somente no nível abrangente, o método MCHP aceita uma informação de preferência parcial na forma de comparações pareadas de algumas alternativas em alguns níveis da hierarquia, e fornece recomendações em todos os níveis.

No MCHP, há um critério raiz (o “objetivo principal”) no nível zero, um conjunto de macrocritérios no primeiro nível, conjuntos de subcritérios, de cada um dos macrocritérios, no nível 2, e assim por diante. Os critérios no nível mais baixo da hierarquia são chamados critérios elementares.

O método MCHP vem sendo integrado a diversos métodos com o objetivo de possibilitar a aplicação do respectivo método em casos de critérios hierárquicos. Inicialmente, Corrente, Greco e Słowiński (2012) aplicaram o método MCHP à Regressão Ordinal Robusta (ROR). Aplicando o MCHP a ROR, é possível conhecer não apenas as relações de preferência necessárias e possíveis com relação a todo o conjunto de critérios, mas também relações de preferência necessárias e possíveis relacionadas a subconjuntos de critérios em diferentes níveis de hierarquia.

Angilella *et al.* (2016) propuseram uma integração do método integral de Choquet e do método MCHP para problemas com interações entre critérios e critérios hierárquicos ao mesmo tempo. Corrente, Greco e Słowiński (2013) propuseram uma extensão dos métodos ELECTRE e PROMETHEE para critérios hierárquicos aplicando o método MCHP. O método MCHP também foi aplicado ao ELECTRE-TRI (CORRENTE; GRECO; SŁOWIŃSKI, 2016), ao ELECTRE-III (CORRENTE *et al.*, 2017) e ao GAIA-SMAA-PROMETHEE (ARCIDIACONO; CORRENTE; GRECO, 2018).

### **3.4 O MÉTODO *Fuzzy-FlowSort***

O método *Fuzzy-FlowSort*, proposto por Campos, Mareschal e Almeida (2015), consiste em associar funções de pertinência triangulares à avaliação das alternativas, aos pesos dos critérios ou a outros parâmetros do método *FlowSort*. Essa associação permite sua aplicação com o uso de valores imprecisos, como dados intervalos ou variáveis linguísticas. Nemery (2008) propôs uma outra extensão do *FlowSort* utilizando teoria de conjuntos difusos para modelar dados intervala-



res na avaliação de desempenho das alternativas, perfis de referência ou pesos dos critérios. As funções de pertinência, neste caso, são definidas por funções trapezoidais.

Os números difusos triangulares apresentam maior facilidade de manuseio aritmético e possuem uma interpretação mais intuitiva e natural (CAMPOS; MARESCHAL; ALMEIDA, 2015). De outro lado, alguns autores consideram que as funções lineares de adesão triangular são boas o suficiente para capturar a imprecisão das avaliações imprecisas (HERRERA; HERRERA-VIEDMA, 2000). Por estas razões, escolheu-se trabalhar, nesta tese, com a versão *Fuzzy-FlowSort* que utiliza números difusos triangulares. A seguir, fundamenta-se teoricamente o uso de números difusos triangulares (Seção 3.4.1) e a extensão *Fuzzy-FlowSort* (Seção 3.4.2).

### 3.4.1 Número difuso triangular

Um número difuso triangular é representado por  $\widetilde{M} = (m; \alpha; \beta)_{LR}$ , em que  $m$  representa o valor com mais alta pertinência e  $m - \alpha$  e  $m + \beta$  são seus valores limitantes esquerdo e direito, respectivamente. Um número *crisp*  $w$  pode ser formulado considerando  $m = w$  e  $\alpha = \beta = 0$ .

A função de pertinência de um número difuso triangular é dada por

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 - \left| \frac{m-x}{\alpha} \right|, & \text{para } m - \alpha < x \leq m, \\ 1 - \left| \frac{x-m}{\beta} \right| & \text{para } m < x \leq m + \beta, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A função de pertinência  $\mu(x)$  varia entre 0 e 1 e aumenta quanto maior o grau de pertinência. A Figura 9 apresenta a forma da função de pertinência de um número difuso triangular.

As operações algébricas necessárias para operar com números difusos triangulares foram introduzidas por Dubois e Prade (1979) e são apresentada a seguir:

- Adição:  $\widetilde{M} \oplus \widetilde{N} = (m; \alpha; \beta)_{LR} \oplus (n; \gamma; \delta)_{LR} = (m + n; \alpha + \gamma; \beta + \delta)_{LR}$
- Subtração:  $\widetilde{M} \ominus \widetilde{N} = (m; \alpha; \beta)_{LR} \ominus (n; \gamma; \delta)_{LR} = (m - n; \alpha + \delta; \beta + \gamma)_{LR}$
- Multiplicação por um escalar:  $w \otimes \widetilde{M} = (w, 0, 0)_{LR} \otimes (m; \alpha; \beta)_{LR} = (wm; w\alpha; w\beta)_{LR}$

Considere que a avaliação das alternativas em relação ao critério “conforto”, em um problema de escolha de um automóvel, é estabelecida utilizando variáveis linguísticas. Para modelar

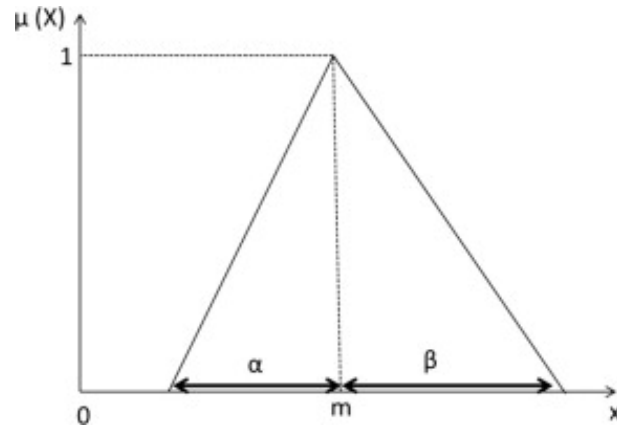


Figura 9: Função de pertinência de um número difuso triangular  $\widetilde{M} = (m; \alpha; \beta)_{LR}$ .

essas avaliações com números difusos, é necessário definir a granularidade do conjunto de termos linguísticos, os seus rótulos e sua semântica. Pode-se escolher uma granularidade de cinco termos, ou sete, ou nove, por exemplo. Escolhendo uma granularidade de cinco termos, seus rótulos podem ser definidos como “muito alto”, “alto”, “médio”, “baixo” e “muito baixo”. Em seguida, deve-se definir a semântica. No método *Fuzzy-FlowSort*, a semântica considerada é baseada em funções de pertinência triangulares. Um exemplo de semântica para o conjunto de cinco termos é apresentada na Tabela 1. Essa semântica e a função de pertinência correspondente são apresentadas na Figura 10.

Tabela 1: Exemplo de semântica difusa triangular para variável linguística de cinco termos.

Variável Linguística		Semântica - Triangular
Muito Baixo (MB)	Muito Ruim	(0, 0, 0.3)
Baixo (B)	Ruim	(0.3, 0.3, 0.15)
Médio (M)	Médio	(0.45, 0.15, 0.3)
Alto (A)	Bom	(0.75, 0.3, 0.25)
Muito Alto (MA)	Muito Bom	(1, 0.25, 0)

Outras granularidades, além da de cinco termos, podem ser utilizadas e, conseqüentemente, diferentes semânticas devem ser definidas para as diferentes granularidades.

A Tabela 1 apresenta um exemplo de semântica, mas, segundo Herrera e Herrera-Viedma (2000), diferentes semânticas podem ser adotadas para a mesma granularidade, pois não há distribuição universal de conceitos. Por exemplo, na Figura 11, duas semânticas da mesma granularidade são ilustradas. Assim, pode-se ter diferentes situações em que, apesar de os conjuntos

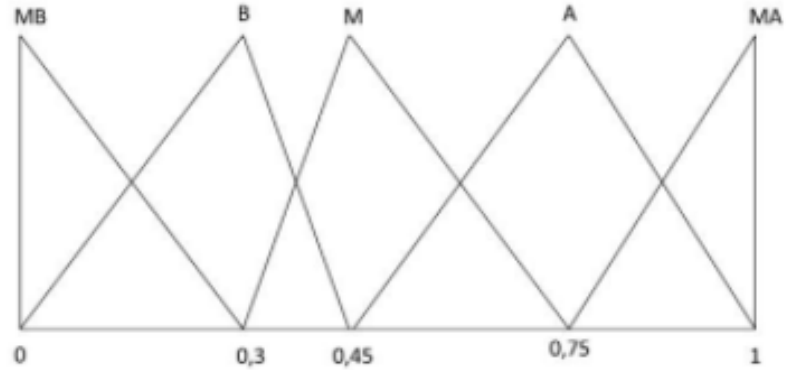


Figura 10: Função de pertinência da semântica definida na Tabela 1.

de termos linguísticos serem iguais, diferentes semânticas são utilizadas para representá-los.

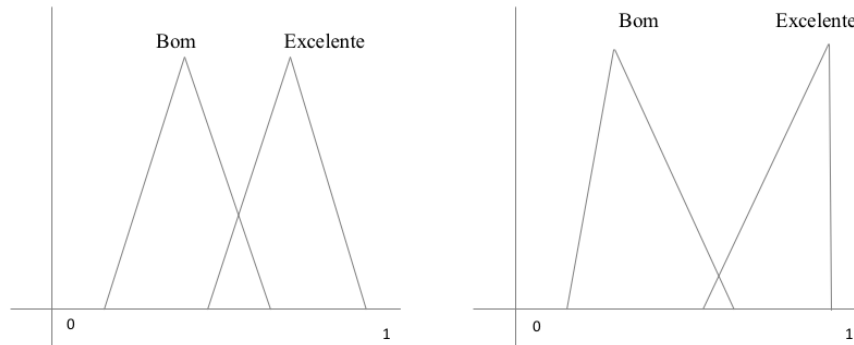


Figura 11: Exemplo de diferentes semânticas para a mesma granularidade.

Para representar uma avaliação definida por dados intervalares da forma  $[x_{min}, x_{max}]$ , utilizando uma semântica baseada em funções de pertinência triangulares, deve-se definir o valor médio ( $m$ ) e seus valores limitantes esquerdo e direito  $\alpha$  e  $\beta$  de tal forma que  $m - \alpha = x_{min}$  e  $m + \beta = x_{max}$ . Por exemplo, em Campos, Mareschal e Almeida (2015) uma das alternativas é avaliada segundo o critério valor do investimento por 1999 dracmas gregos podendo variar entre 6% e +10%. Portanto,  $m = 1999$ ,  $\alpha = 119,95$  e  $\beta = 199,9$  e o número difuso triangular é representado por  $(1999, 119.94, 199.9)_{LR}$ .

### 3.4.2 Método triangular *Fuzzy-FlowSort*

Como no método *FlowSort*, seja  $R_i = R \cup \{x_i\}$  a união do conjunto de perfis de referência com a alternativa  $x_i \in \mathcal{A}$ . As avaliações de desempenho dos elementos  $x, y \in R_i$  são definidas respectivamente por  $\tilde{g}_j(x) = (m; \alpha; \beta)_{LR}$  e  $\tilde{g}_j(y) = (n; \gamma; \delta)_{LR}$ . Por simplificação, o vetor de pesos dos critérios  $w$  será assumido como um número escalar, apesar de poder também assumir a forma de número difuso triangular.

De maneira similar à definição da função grau de preferência global definida para o método PROMETHEE em (2.3), define-se em (3.1) a função grau de preferência difusa global para cada par  $(x, y) \in R_i$

$$\begin{aligned}\tilde{\pi}(x, y) &= \sum_{j=1}^n w_j \otimes \tilde{P}_j(x, y) \\ &= \sum_{j=1}^n w_j \otimes \tilde{P}_j(\tilde{g}_j(x) \ominus \tilde{g}_j(y)).\end{aligned}\tag{3.1}$$

Na equação (3.1), se a função de preferência  $\tilde{P}_j(\tilde{g}_j(x) \ominus \tilde{g}_j(y))$  é do tipo V (vide Quadro 1, página 27), ela é dada pela equação (3.2), como proposto por Geldermann, Spengler e Rentz (2000)

$$\begin{aligned}\tilde{P}_j(\tilde{g}_j(x) \ominus \tilde{g}_j(y)) &= \tilde{P}_j((m - n; \alpha + \delta; \beta + \gamma)_{LR}) \\ &= (P_j(m - n); \\ &\quad P_j(m - n) - P_j(m - n - \alpha + \delta); \\ &\quad P_j(m - n + \beta + \gamma) - P_j(m - n))_{LR}\end{aligned}\tag{3.2}$$

Cada função grau de preferência difusa global  $\tilde{\pi}(x, y)$  deve ser defuzzificada, reduzindo-a a um valor *crisp*. Para realizar a defuzzificação, aplica-se o operador de Yager (YAGER, 1981). Assim, dado um número difuso triangular  $\tilde{M} = (m; \alpha; \beta)_{LR}$ , sua defuzzificação, denotada por  $M^{Def}$ , é dada conforme a equação (3.3)

$$M^{Def} = m + \frac{\beta + \alpha}{3}.\tag{3.3}$$

Utilizando as funções grau de preferência *crisp* obtidas da defuzzificação, os fluxos positivo, negativo e líquido de cada elemento de  $R_i$  são então calculados como no método *FlowSort* e

apresentados nas equações (2.11), (2.12) e (2.13). Finalmente, os fluxos são utilizados para classificar cada alternativa  $x_i$  em uma categoria, seguindo as regras de classificação do método *FlowSort* estabelecidas na Definição 2.10.

### 3.5 O MÉTODO SMAA

O primeiro método SMAA (*Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis*) foi proposto por Lahdelma, Hokkanen e Salminen (1998) com o objetivo de suprir a necessidade de tomar decisões quando pesos dos critérios não estão disponíveis ou não são explícitos. Desde então, diversos métodos baseados no método SMAA foram desenvolvidos para problemas de decisão multicritério.

A primeira característica importante dos métodos SMAA é que eles permitem o uso de variáveis aleatórias como dados de entrada, exigindo apenas a definição de suas funções de distribuição de probabilidade. Conseqüentemente, dados incertos e intervalares podem ser modelados no SMAA. Sua segunda característica importante é a não exigência dos pesos dos critérios e sua capacidade de lidar com o processo de elicitacão indireta dos pesos.

Dado que o método SMAA considera simultaneamente a incerteza em todos os parâmetros, a terceira vantagem é que o método SMAA permite que seja realizada a análise de robustez dos resultados obtidos (TERVONEN *et al.*, 2009). O SMAA determina todas as ordenações ou classificações possíveis para as alternativas e quantifica os possíveis resultados em termos de probabilidades. A solução com maior probabilidade é a solução recomendada. No entanto, as probabilidades de outras soluções possíveis também são fornecidas aos decisores. Isso significa que o SMAA descreve quão robusto o modelo é, sujeito a diferentes incertezas nos dados de entrada. Lahdelma e Salminen (2016) e Tervonen *et al.* (2009) exemplificam a aplicação do SMAA para avaliar a robustez de um problema MCDA.

Outro ponto importante é que o método SMAA pode ser considerado uma estrutura flexível e extensível, uma vez que diferentes procedimentos de agregação podem ser usados em combinação com ele. Conseqüentemente, surgiu o conceito de família de métodos SMAA, referindo-se ao conjunto de diferentes métodos baseados no método SMAA.

Dependendo do método de decisão integrado ao SMAA e do tipo de problemática, o SMAA

calcula a probabilidade de cada alternativa ser a mais preferida, ou a probabilidade de cada alternativa dominar outra alternativa, ou a probabilidade de ser colocada numa posição particular ou a probabilidade de cada alternativa de ser classificada em uma determinada categoria. Assim, diferentes estatísticas descritivas são fornecidas por diferentes métodos SMAA. O cálculo dessas estatísticas é realizado utilizando a simulação Monte Carlo.

Devido a essas características, optou-se por trabalhar com o método SMAA nessa tese.

### 3.5.1 Primeiros métodos SMAA: SMAA-2 e SMAA-OC

Seja  $\mathcal{A} = \{x_1, \dots, x_m\}$  um conjunto de  $m$  alternativas avaliadas segundo  $n$  critérios independentes  $\{g_1, \dots, g_n\}$ .

Considere um grupo de decisores cuja estrutura de preferência pode ser representada por uma função utilidade de valor real  $u(x_i, \mathbf{w})$  comumente dada por

$$u_i(\mathbf{w}) = u(x_i, \mathbf{w}) = \sum_{j=1}^n w_j g_j(a_i),$$

em que  $\mathbf{w}$  é um vetor de pesos não negativos e normalizados definido no espaço de pesos viáveis

$$W = \{\mathbf{w} \in \mathbb{R}^n : w_j \geq 0 \text{ and } \sum_{j=1}^n w_j = 1\}. \quad (3.4)$$

Avaliações incertas ou imprecisas das alternativas são representadas por variáveis aleatórias  $\xi_{ij}$  com função densidade de probabilidade  $f_X(\xi)$  no espaço  $X \in \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^n$  ( $\xi_{ij}$  correspondem aos valores de desempenho  $g_j(x_i)$  no caso determinístico). De forma similar, os pesos são representados por variáveis aleatórias com função densidade  $f_W(\mathbf{w})$  no conjunto de pesos possíveis  $W$  definidos em (3.4).

O método SMAA-2, proposto por Lahdelma e Salminen (2001), computa três diferentes medidas descritivas: o índice de aceitabilidade de ordenação, o vetor central de pesos e o fator de confiança. O índice de aceitabilidade de ordenação, denotado por  $b_i^s$ , descreve a probabilidade de uma alternativa  $x_i$  ser aceitável para ocupar a posição  $s$  na ordenação. Este índice varia entre 0 e 1, e quanto mais próximo  $b_i^s$  for de 1, maior é a probabilidade de  $x_i$  pertencer à posição  $s$  na ordenação final de alternativas.

O vetor central de pesos  $w_i^c$  descreve as preferências (vetor de peso dos critérios) de um típico decisor que suporta a alternativa  $x_i$ . Ao apresentar os vetores centrais de pesos aos decisores, uma abordagem inversa para suporte de decisão é aplicada: ao invés de os decisores definirem, *a priori*, os pesos dos critérios e construir uma solução para o problema, eles podem aprender quais pesos de critérios levam uma alternativa a ser a preferida. O fator de confiança  $p_i^c$  é definido como a probabilidade de uma alternativa ser a preferida com os pesos dos critérios expressos por seu vetor central de pesos.

Como esta tese se concentra nos problemas de classificação ordinal, também é importante mencionar que Lahdelma e Salminen (2010) propuseram o primeiro método de classificação ordinal baseado no SMAA, chamado SMAA-OC. A única medida descritiva fornecida pelo SMAA-OC é o índice de aceitabilidade da categoria, que indica a probabilidade de classificação de uma alternativa em cada uma das categorias. No SMAA-OC,  $k$  categorias ordenadas  $C_1, \dots, C_k$  são definidas, em que  $C_1$  é a melhor categoria e  $C_k$  é a pior. Para categorizar as categorias,  $k + 1$  perfis de referência devem ser definidos. Os valores dos perfis de referência são valores determinísticos denotados por  $y_{hj}$ ,  $h = 1, \dots, k$ ,  $j = 1, \dots, n$ . O índice de aceitabilidade da categoria  $C_i^h$  indica, considerando incertezas nas avaliações e pesos simultaneamente, a probabilidade da alternativa  $x_i$  ser classificada na categoria  $C_h$ . O índice de aceitabilidade da categoria  $C_i^h$  é dado por

$$C_i^h = \int_{\xi \in X} f_X(\xi) \int_{W|C(x_i, y, \mathbf{w})=h} f_W(\mathbf{w}) d\mathbf{w} d\xi. \quad (3.5)$$

### 3.5.2 Estrutura geral do método SMAA

A estrutura geral de um método SMAA, apresentada na Figura 12, é formada por quatro etapas: (i) amostragem, (ii) processo de elicitacão, (iii) aplicacão do método de decisão e (iv) cálculo das estatísticas descritivas.

Na etapa de amostragem, valores para as avaliaes de desempenho das alternativas e para outros possíveis parâmetros de preferência imprecisos ou incertos são gerados aleatoriamente a partir de suas funes de distribuico de probabilidades. Na segunda etapa, o processo de elicitacão é realizado, gerando os pesos dos critérios. Em seguida, na terceira etapa, aplica-se um método de decisão utilizando os valores gerados na fase de amostragem, no processo de

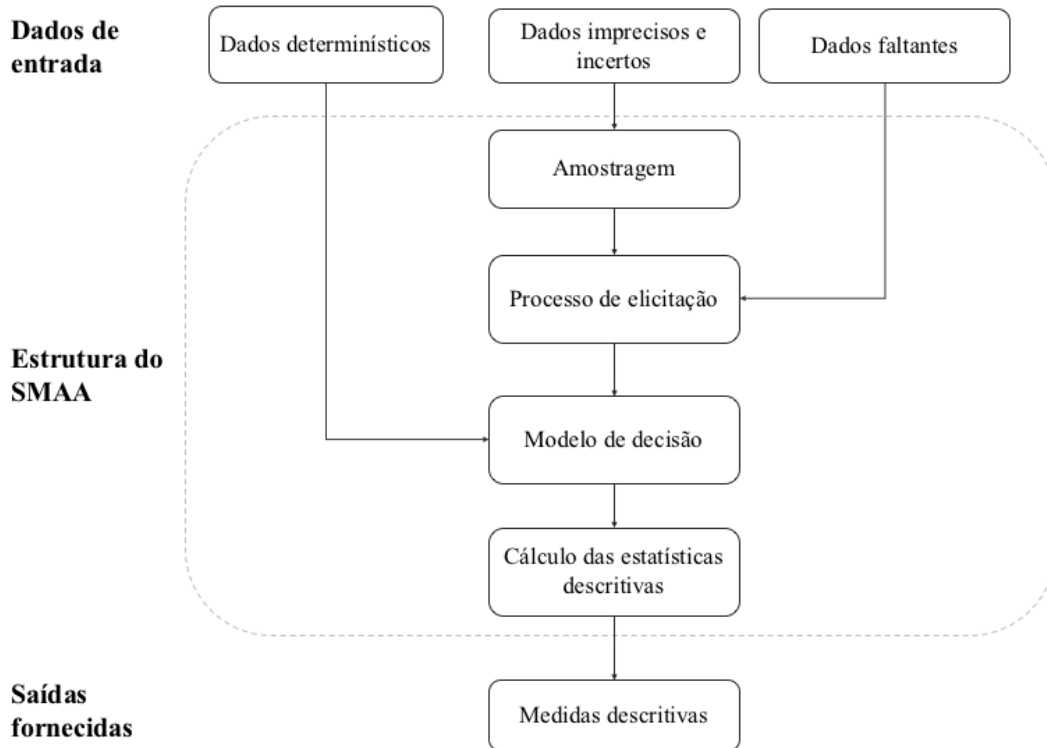


Figura 12: Estrutura geral de um método SMAA.

elicitación e os dados determinísticos, se estes forem utilizados. Diferentes métodos de decisão podem ser utilizados, dependendo do problema estudado. Esse processo, baseado na simulação Monte Carlo, é realizado milhares de vezes (cerca de 10 mil iterações).

Utilizando os resultados fornecidos pelo método de decisão, em todas as diferentes iterações, medidas descritivas são calculadas. Dependendo do método integrado ao SMAA e da configuração do problema, o método SMAA calcula estatisticamente a probabilidade de cada alternativa ser a mais preferida, ou a probabilidade de dominar outra alternativa, ou de ser colocada em uma posição particular de ordenação ou de ser classificada em uma categoria específica.

### 3.5.3 Variantes SMAA

Dependendo do tipo de problema e do método de decisão integrado ao SMAA, obtém-se uma diferente variante do método SMAA. Cada uma dessas variantes fornece diferentes medidas



estatísticas descritivas como resultado. Assim, uma variante SMAA se caracteriza pelo tipo de problema para o qual pode ser aplicada, pelo método de agregação utilizado e pelas medidas descritivas fornecidas como resultado.

Utilizando funções de utilidade, Lahdelma, Miettinen e Salminen (2003) propuseram o método SMAA-O para problemas de ordenação em que um ou todos os critérios são ordinais. Lahdelma e Salminen (2010) propuseram o primeiro método para problemas de classificação, chamado SMAA-OC, como já discutido anteriormente.

Além de funções de utilidade, variantes do SMAA podem ser baseadas na relação de superação, como a integração do SMAA ao ELECTRE III (HOKKANEN *et al.*, 1998) e ao ELECTRE-TRI (TERVONEN *et al.*, 2009).

Corrente, Figueira e Greco (2014) propuseram o método de ordenação SMAA-PROMETHEE, que é uma combinação de SMAA com PROMETHEE I e PROMETHEE II. Como o PROMETHEE-I não fornece uma ordenação completa das alternativas, mas apenas parcial, as saídas são os índices vencedores em pares e as matrizes UP e DOWN. Cada elemento da matriz UP é a frequência com que cada alternativa em  $\mathcal{A}$  é preferida a  $s$  outras alternativas em  $\mathcal{A}$ ,  $s = 0, \dots, m - 1$ . Cada elemento da matriz DOWN representa a frequência com a qual  $s$  outras alternativas em  $\mathcal{A}$  são preferidas a cada alternativa em  $\mathcal{A}$ . Para a versão SMAA-PROMETHEE II, as medidas descritivas são os índices de aceitabilidade de ordenação, os vetores de peso central e os fatores de confiança.

O método SMAA também foi integrado a métodos baseados em solução de compromisso. Okul, Gencer e Aydogan (2014) propuseram o SMAA-TOPSIS, combinando os métodos SMAA-2 e TOPSIS (*Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution*). Aydogan e Ozmen (2017) propuseram o método SMAA-VIKOR que é a combinação dos métodos SMAA-2 e VIKOR. Ambos fornecem como medidas descritivas o índice de aceitabilidade de ordenação, vetor de peso central e fator de confiança.

Durbach, Lahdelma e Salminen (2014) propuseram o método SMAA-AHP combinando os métodos SMAA e AHP. Lahdelma e Salminen (2006) introduziram o método SMAA-D, que é uma combinação de análise envoltória de dados (DEA, do inglês *Data Envelopment Analysis*) com o método SMAA. O SMAA-D permite que a DEA seja aplicada com dados incertos ou imprecisos, fornecendo medidas de eficiência estocástica. Alternativamente, o SMAA-D pode ser visto como

uma variante do SMAA-2 que aplica, ao invés de uma função de valor, o escore de eficiência de DEA.

Existem também variantes do método SMAA para situações em que os critérios são dependentes. Essas variantes são integrações do SMAA-2 com distribuições gaussianas multivariadas (LAHDELMA; MAKKONEN; SALMINEN, 2006) ou com a integral de Choquet (ANGILELLA; CORRENTE; GRECO, 2012).

Todas as variantes baseadas no SMAA descritas aqui aceitam também como dados de entrada variáveis linguísticas. No entanto, as variáveis linguísticas, quando presentes, são transformadas em dados ordinais que por sua vez, são tratados usando o procedimento de mapeamento ordinal para cardinal, transformando-os em dados discretos (LAHDELMA; SALMINEN, 2010).

#### 3.5.4 Cálculo das medidas descritivas - Simulação

As integrais envolvidas no método SMAA variam de acordo com o método de decisão utilizado e do problema de decisão em questão e podem ser arbitrariamente complexas. A integração numérica a cada dimensão, baseada na discretização das distribuições, torna-se inviável, conforme cresce o número de dimensões (TERVONEN; LAHDELMA, 2007). Para contornar essa dificuldade de obter valores exatos para as integrais, utiliza-se a simulação Monte Carlo para cálculo dos métodos SMAA, obtendo-se aproximações suficientemente precisas (TERVONEN; LAHDELMA, 2007).

A simulação Monte Carlo é aplicada no cálculo das integrais da seguinte forma: em cada iteração, os dados de entrada (desempenho das alternativas, pesos dos critérios e parâmetros dos métodos) são obtidos a partir das distribuições de probabilidade correspondentes (etapa de amostragem). Em seguida, uma ordenação (ou uma classificação) é construída com base nesses valores utilizando o método de decisão escolhido. Depois disso, um contador da posição da alternativa na ordenação (ou da categoria na qual a alternativa foi classificada) é aumentado em 1.

Por exemplo, considere um problema de ordenação com quatro alternativas para o qual se aplicou o método SMAA-2. Apenas para exemplificação, denota-se por  $\mathbf{c}_{x_i} = \{c_{x_i}^1, c_{x_i}^2, c_{x_i}^3, c_{x_i}^4\}$  o vetor de contadores relativos à alternativa  $x_i$ . Assim,  $c_{x_1}^2$  é o contador da alternativa  $x_1$  na posição 2. Considere que na primeira iteração, a ordem de preferência obtida das alternativas

é  $x_2, x_3, x_1, x_4$ . Com isso,  $c_{x_1} = (0, 0, 1, 0)$ ,  $c_{x_2} = (1, 0, 0, 0)$ ,  $c_{x_3} = (0, 1, 0, 0)$  e  $c_{x_4} = (0, 0, 0, 1)$ . Considere agora que na segunda iteração, depois de uma nova amostragem e aplicação do método de decisão, a ordenação obtida é  $x_2, x_1, x_3, x_4$ . Ou seja,  $x_2$  e  $x_4$  continuam ocupando a primeira e última posição na ordenação, respectivamente, mas agora  $x_1$  ocupa o segundo lugar e  $x_3$  o terceiro. Com isso, os contadores são atualizados da seguinte forma:  $c_{x_1} = (0, 1, 1, 0)$ ,  $c_{x_2} = (2, 0, 0, 0)$ ,  $c_{x_3} = (0, 1, 1, 0)$  e  $c_{x_4} = (0, 0, 0, 2)$ . Esse processo se repete tanto quantas iterações forem realizadas.

Após uma série de iterações, os índices são obtidos dividindo os contadores pelo número de iterações. Assim, os principais índices dos métodos SMAA são definidos como segue:

- Índice de aceitabilidade ( $b_i^r$ ): é igual ao número de vezes em que a alternativa  $x_i$  ocupa a posição  $r$  na ordenação, dividido pelo número de iterações (LAHDELMA; SALMINEN, 2001).
- Índice de aceitabilidade de categoria ( $C_i^k$ ) é igual ao número de vezes em que a alternativa  $x_i$  foi classificada na categoria  $k$ , dividido pelo número de iterações (LAHDELMA; SALMINEN, 2010).

Voltando ao exemplo anterior, considere que, após 1000 iterações que  $c_{x_2} = (960, 40, 0, 0)$ . Assim,  $b_2^1 = 0,96$  (96%),  $b_2^2 = 0,04$  (4%) e  $b_2^3 = b_2^4 = 0$ . Para os problemas de ordenação, os pesos centrais são calculados de forma semelhante, de modo que, em cada iteração, quando uma alternativa obtiver a primeira posição no *rank*, o vetor de peso é adicionado ao seu “vetor de peso somado”. Este vetor é dividido em componentes no final pelo número de iterações para obter o vetor de peso central (TERVONEN; LAHDELMA, 2007).

### 3.5.5 SMAA para elicitación indireta dos pesos

Os métodos SMAA podem ser aplicados quando os pesos dos critérios são definidos por valores determinísticos. Nesses casos, como ocorre em outros métodos MCDA, os pesos dos critérios devem ser definidos pelo decisor de forma que o peso de cada critério seja diferente de zero ( $w_j \neq 0, \forall j$ ) e a soma de todos os pesos seja igual a 1 ( $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ ), como introduzido na Seção 2.2. Assim, o vetor de pesos dos critérios deve pertencer ao espaço de peso viável  $W$ , definido na equação (3.4). Isso significa que o espaço de peso viável tem dimensão  $(n - 1)$ . No caso de

três critérios, por exemplo, o espaço de peso é um triângulo com vértices  $(1,0,0)$ ,  $(0,1,0)$  e  $(0,0,1)$ , como ilustrado na Figura 13.

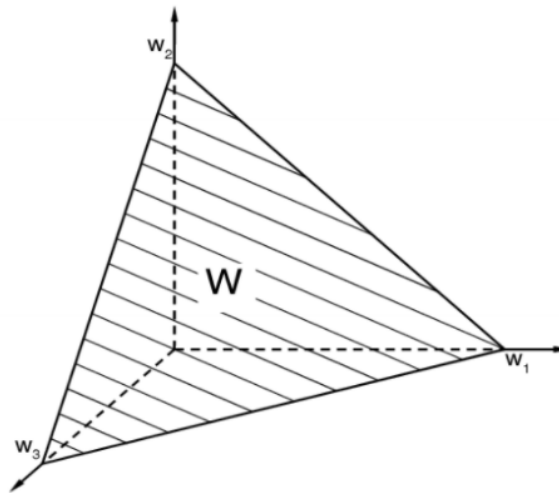


Figura 13: Espaço de pesos possíveis em um problema com três critérios.

No entanto, o método SMAA é aplicável com pesos dos critérios definidos por dados ordinais, intervalares ou ainda sem nenhuma informação de peso. Nesses casos, a partir da informação disponível (dados ordinais ou intervalares), os pesos dos critérios são gerados de forma que ainda pertençam ao espaço  $W$ , definido na equação (3.4). No método SMAA, a elicitação dos pesos também é realizada por simulação Monte Carlo, conforme introduzido por Tervonen e Figueira (2007) e apresentado a seguir.

Na ausência de informações sobre os pesos, o método SMAA assume que todos os pesos são igualmente possíveis, o que é representado por uma distribuição de probabilidade uniforme no espaço de peso viável  $W$  da seguinte forma: primeiro,  $n - 1$  números aleatórios independentes são gerados a partir da distribuição uniforme no intervalo  $[0, 1]$  e ordenados em ordem crescente  $(q_1, \dots, q_{n-1})$ . Em seguida, 0 e 1 são inseridos como primeiro ( $q_0$ ) e último ( $q_n$ ) números, respectivamente. Os pesos são então obtidos como sendo a diferença entre números consecutivos, ou seja,  $w_j = q_j - q_{j-1}$ . Esta é a forma proposta por Tervonen e Figueira (2007), mas outras formas de cálculo podem ser adotadas, como as apresentadas por Tervonen *et al.* (2013).

Como o vetor de pesos gerado deve pertencer ao espaço de peso  $W$  definido em (3.4), para

modelar pesos de critérios ordinais ou intervalares é mais fácil restringir o espaço  $W$  do que representá-los por funções densidade de probabilidade (TERVONEN; FIGUEIRA, 2007). Assim, a geração de pesos a partir de dados intervalares ou ordinais restringindo o espaço de peso  $W$  é realizada modificando o procedimento de geração de peso na ausência de informações de forma a rejeitar pesos que não satisfaçam as restrições.

Quando os pesos são definidos por dados ordinais, as informações de preferência ordinal são expressas como restrições lineares  $w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_n$ . Essas restrições representam a indicação de preferência dos decisores de que o critério  $g_1$  é mais importante, o critério  $g_2$  é o segundo mais importante, e assim por diante. É também possível permitir classificação de importância não especificada para alguns critérios ou igual importância ( $w_j = w_k$ ). A geração dos pesos ordinais no processo de simulação segue a mesma lógica utilizada na ausência de informações sobre o peso, com a diferença de que, depois de gerados, os pesos são ordenados de acordo com ordenação estabelecida inicialmente. A Figura 14 ilustra o espaço de pesos viáveis no caso de um problema de três critérios com informação de preferência ordinal  $w_1 \geq w_2 \geq w_3$ .

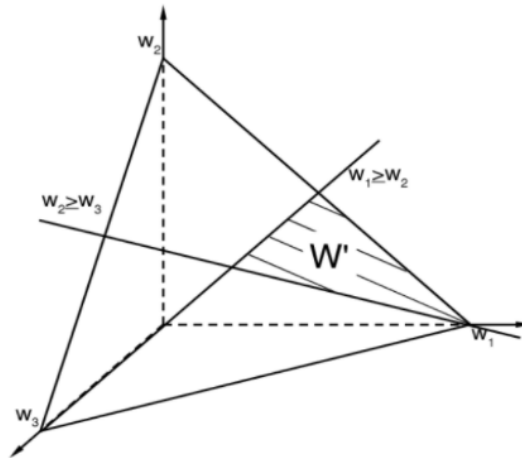


Figura 14: Espaço de pesos viáveis em um problema com 3 critérios com informação de preferência ordinal ( $w_1 \geq w_2 \geq w_3$ ).

Na presença de dados intervalares, o processo de geração de pesos deve ser modificado um pouco. Os limites superiores e inferiores definidos para os pesos podem ser implementados pela técnica de rejeição. Depois de um vetor de pesos normalizados uniformemente distribuídos ter

vido gerado, os pesos são testados em seus limites. Se alguma das restrições não for satisfeita, o conjunto inteiro é rejeitado e a geração de peso é repetida. Um problema com a técnica de rejeição é que uma parte muito grande dos pesos pode ser rejeitada e uma parte muito pequena aceita. Uma pequena taxa de aceitação não apenas retarda a computação, mas também pode causar problemas com a qualidade dos números pseudo-aleatórios gerados que passam o teste de rejeição. A Figura 15 ilustra o espaço de pesos viáveis no caso de um problema de três critérios com informação de preferência intervalar, com limites inferiores e superiores para  $w_1$ .

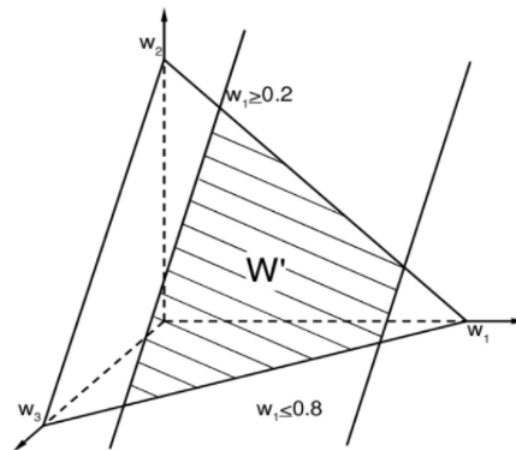


Figura 15: Espaço de pesos viáveis em um problema com três critérios com limites inferiores e superiores para  $w_1$ .

Para estimar o quão grande parte dos vetores de peso precisam ser rejeitados devido a limites superiores, assume-se que todos os pesos tenham um limite superior comum  $w^{max}$ . Então, a probabilidade do maior dos pesos gerados de exceder o limite superior é dada por (TERVONEN; FIGUEIRA, 2007):

$$P[\max\{w_j\} > w^{max}] = n (1 - w^{max})^{n-1} - \binom{n}{2} (1 - 2w^{max})^{n-1} \\ + \dots + (-1)^{k-1} \binom{n}{k} (1 - kw^{max})^{n-1}$$

Por exemplo, se houver  $n = 5$  pesos com limite superior  $w^{max} = 0,4$ , o percentual de rejeição é 63,2%. Se limites inferiores e superiores estão sendo aplicados, o que é o mais comum, os limites inferiores podem fazer alguns limites superiores serem redundantes. Considera um caso

de três critérios com um limite inferior de 0,3 para todos os pesos. Então, o máximo valor que qualquer peso pode obter é de  $1 - 0,3 - 0,3 = 0,4$ . Portanto, todas as restrições de peso com limite superior de 0,4 ou mais são redundantes.

Tervonen e Lahdelma (2007) apresentaram os algoritmos para calcular os métodos baseados no SMAA utilizando simulação Monte Carlo e uma análise da complexidade e precisão desses algoritmos. Os resultados mostraram que esta implementação é rápida o suficiente para analisar problemas discretos de tamanho típico de forma iterativa em segundos. Estes algoritmos podem ser utilizados para programar o método SMAA em diferentes linguagens de programação.

### 3.6 O MÉTODO MCHP

O método MCHP (*Multiple Criteria Hierarchy Process*) foi proposto por Corrente, Greco e Słowiński (2012) e considera uma estrutura hierárquica de critérios. A ideia básica do MCHP é a consideração das relações de preferência em cada nó da hierarquia da árvore de critérios. Essas relações de preferência dizem respeito tanto à fase de elicitar informações de preferência, quanto à fase de análise de uma recomendação final pelo decisor.

No MCHP, considera-se um conjunto  $\mathcal{G}$  de critérios hierarquicamente estruturados, ou seja, todos os critérios não são considerados no mesmo nível, mas eles são distribuídos em  $T$  níveis diferentes. No nível 1, existem critérios de primeiro nível chamados critérios raiz. Cada critério raiz possui sua própria árvore hierárquica. As folhas de cada árvore de hierarquia estão no último nível e são chamadas de subcritérios elementares. A Figura 16 apresenta um exemplo de estrutura hierárquica do critério de primeiro nível  $G_{j_1}$ .

No método MCHP, utiliza-se a seguinte notação:

- $\mathcal{G}$  é o conjunto de todos os critérios em todos os níveis,
- $l$  é o número de níveis na hierarquia dos critérios,
- $\mathcal{I}_{\mathcal{G}}$  é o conjunto de todos os índices de todos os critérios na hierarquia,
- $f$  é o número de critérios do primeiro nível; os critérios de primeiro nível são denotados por  $G_{j_1}, j_1 = 1, \dots, f$ ,

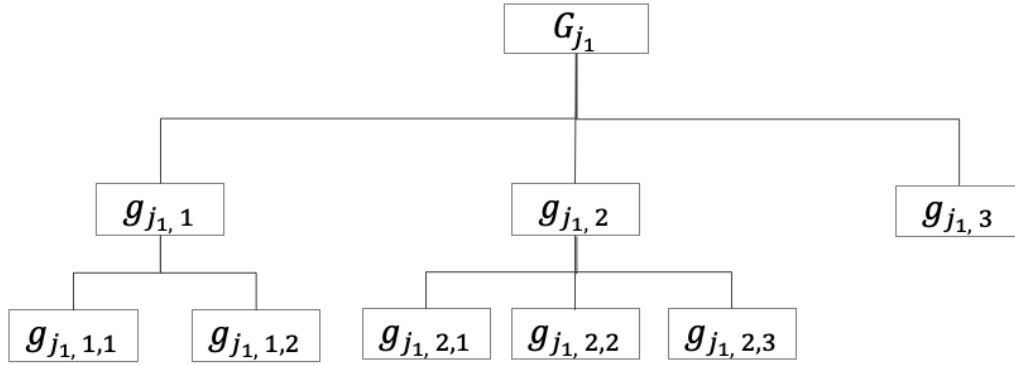


Figura 16: Exemplo de estrutura hierárquica do critério de primeiro nível  $G_{j_1}$ .

- $G_{\mathbf{r}}$ , com  $\mathbf{r} = (j_1, \dots, j_h) \in \mathcal{I}_g$ , denota um subcritério do critério de primeiro nível  $G_{j_1}$  no nível  $h$ ,
- $n(\mathbf{r})$  é o número de subcritérios de  $G_{\mathbf{r}}$  no nível subsequente, isto é, os subcritérios diretos de  $G_{\mathbf{r}}$  são  $G_{(\mathbf{r},1)}, \dots, G_{(\mathbf{r},n(\mathbf{r}))}$ ,
- $g_{\mathbf{t}} : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ , com  $\mathbf{t} = (j_1, \dots, j_l) \in \mathcal{I}_g$ , denota um subcritério elemental do critério de primeiro nível  $G_{j_1}$ , isto é, um critério de nível  $l$  da árvore hierárquica de  $G_{j_1}$ ,
- $EL$  é o conjunto de índices de todos os subcritérios elementares:

$$EL = \mathbf{t} = (j_1, \dots, j_l) \in \mathcal{I}_g \text{ em que } \begin{cases} j_1 = 1, \dots, f \\ j_2 = 1, \dots, n(j_1) \\ \dots \\ j_l = 1, \dots, n(j_1, \dots, j_{l-1}) \end{cases} \quad (3.6)$$

- $G_E \subset \mathcal{G}$ , é o conjunto de todos os critérios elementares em  $G$ , e  $E_G \subset \mathcal{I}_g$  é o conjunto de índices dos critérios elementares,



- $E(G_{\mathbf{r}})$  é o conjunto de índices de subcritérios elementares descendentes de  $G_{\mathbf{r}}$ , isto é,

$$E(G_{\mathbf{r}}) = \{(\mathbf{r}, j_{h+1}, \dots, j_l)\} \in \mathcal{I}_g \text{ em que } \begin{cases} j_{h+1} = 1, \dots, n(\mathbf{r}) \\ \dots \\ j_l = 1, \dots, n(\mathbf{r}, j_{h+1}, \dots, j_{l-1}) \end{cases} \quad (3.7)$$

Assim,  $E(G_{\mathbf{r}}) \subset EL$ .

Sem perda de generalidade, supõe-se que cada subcritério elementar  $g_t, t \in EL$  mapeia alternativas para números reais  $g_t : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ , de tal forma que, para todos  $x, y \in \mathcal{A}$ ,  $g_t(x) \geq g_t(y)$ , significa que  $x$  é pelo menos tão bom quanto  $y$  em relação ao critério elementar. No MCHP, se o critério tem, originalmente, uma escala qualitativa ordenada, por exemplo, “muito ruim”, “ruim”, “médio”, “bom”, “muito bom”, pode-se numerar o código de tais rótulos linguísticos de maneira a manter a ordem de preferência, processo chamado de mapeamento de ordinal para cardinal. Cada alternativa  $x \in \mathcal{A}$  é avaliada diretamente apenas nos subcritérios elementares.

Um requisito mínimo que a relação de preferência tem que satisfazer é o princípio de dominância para a hierarquia de critérios, afirmando que, se a alternativa  $x$  é pelo menos tão boa quanto a alternativa  $y$  para todos os subcritérios  $G_{(\mathbf{r},j)}$  de  $G_{\mathbf{r}}$  do nível imediatamente abaixo, então  $x$  é pelo menos tão bom quanto  $y$  em  $G_{\mathbf{r}}$ . Por exemplo, se o aluno  $x$  é pelo menos tão bom quanto o aluno  $y$  em Álgebra e Análise, sendo esses subcritérios de Matemática, então  $x$  é pelo menos tão bom quanto  $y$  em Matemática.

## 4

### DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA E MÉTODO PROPOSTO

#### 4.1 MÉTODO DE PESQUISA

Esta tese propõe um novo método MCDA para problemas de classificação ordinal. O método proposto, denominado *SMAA-Fuzzy-FlowSort* (SMAA-FFS), é adequado para problemas com múltiplos tipos de dados imperfeitos, como dados intervalares, dados incertos e variáveis linguísticas, utilizados tanto para definir os valores de desempenho das alternativas, como os parâmetros do método. Este método também possibilita a elicitacão indireta de pesos dos critérios. O SMAA-FFS é uma combinaçã dos métodos *FlowSort*, SMAA e da teoria de conjuntos difusos.

Uma extensã do método SMAA-FFS para problemas com critérios hierárquicos também é proposta. Essa extensã, chamada SMAA-FFS-H, é entã adequada para modelagem de dados imperfeitos e elicitacão indireta dos pesos dos critérios, ao mesmo tempo que possibilita a organizaçã dos critérios de forma hierárquica.

Foram três as etapas desta pesquisa: (i) Revisã bibliográfica; (ii) Formulaçã do método proposto; e (iii) Aplicaçã do método proposto. Essas etapas sã apresentadas na Figura 17 e descritas em detalhes, como segue.

- (i) **Revisã bibliográfica:** nesta etapa, foram realizadas cinco revisões da literatura: revisã sobre diferentes áreas de aplicaçã da teoria MCDA; revisã sobre os diferentes tipos de problemas multicritérios e métodos MCDA; revisã sobre métodos baseados na relaçã de superaçã para problemas de classificaçã em MCDA; revisã sobre os desafios existentes em MCDA: dados imperfeitos, elicitacão indireta e critérios hierárquicos; e uma revisã sobre os métodos SMAA e suas aplicações. A pesquisa bibliográfica foi realizada

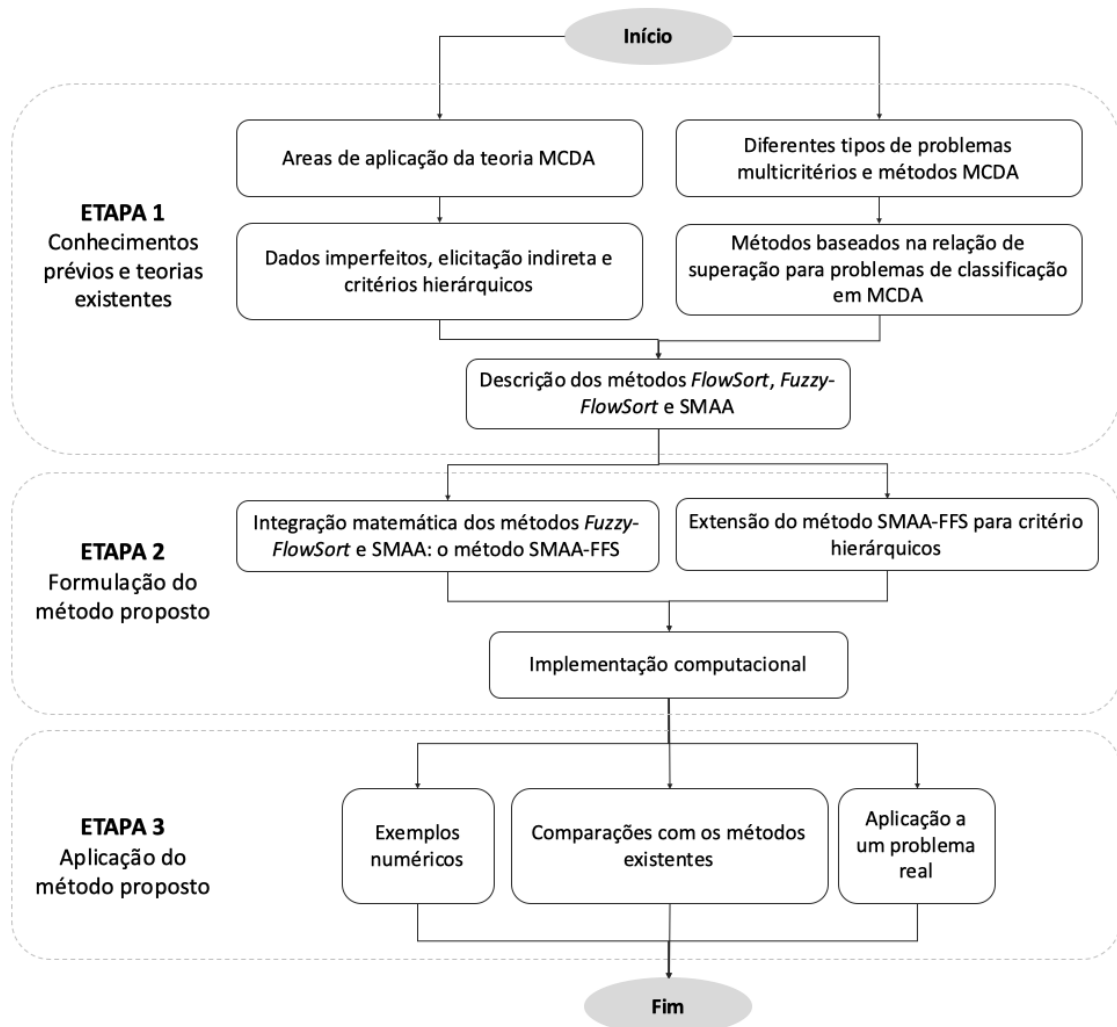


Figura 17: Etapas do método de pesquisa.

por meio de coleta de artigos nas bases *Scopus*, *Web of Science*, *Science Direct*, *Emerald*, *Google Scholar*, bases de teses de universidades brasileiras e internacionais, além da revisão do referencial teórico de artigos importantes e conhecidos na área de pesquisa. O levantamento bibliográfico teve a finalidade de contribuir para o mapeamento do estado da arte, identificar lacunas no tema pesquisado e criar embasamento teórico para o desenvolvimento do método aqui proposto. Pelos resultados encontrados, identificou-se a necessidade de novos métodos de classificação em MCDA, que sejam adequados para modelagem de múltiplos tipos de dados imperfeitos, para a elicitación indireta dos pesos dos critérios e

que aceitem critérios hierárquicos. Também baseado nos resultados obtidos das revisões bibliográficas, justifica-se a combinação dos métodos *FlowSort*, *Fuzzy-FlowSort* e SMAA na construção dos métodos híbridos propostos.

- (ii) **Formulação do método proposto:** nesta etapa, os métodos *Fuzzy-FlowSort* e SMAA foram integrados dando origem ao método proposto SMAA-FFS, e sua base matemática conceitual e as suas etapas constituintes foram descritas. O método SMAA-FFS foi também estendido para lidar com critérios hierárquicos, resultando no método SMAA-FFS-H. Para realizar essa extensão, primeiramente o método *FlowSort* foi estendido para modelagem de critérios hierárquicos, dando origem ao método *FlowSort-H*. O *FlowSort-H* foi então integrado à teoria de conjuntos difusos e ao SMAA, resultando no SMAA-FFS-H. O método SMAA-FFS e sua extensão para critérios hierárquicos foram implementados computacionalmente no *software* RStudio versão 0.99.489 utilizando linguagem de programação R, o que proporcionou flexibilidade para modelagem e uma visão ampla e detalhada do método construído.
- (iii) **Aplicações do método proposto:** na terceira e última etapa, o método SMAA-FFS foi aplicado em diferentes cenários. Primeiramente, um exemplo numérico com múltiplos tipos de dados imperfeitos foi conduzido para ilustrar sua aplicabilidade em situações com múltiplos tipos de dados imperfeitos. Em seguida, os dados desse exemplo numérico foram alterados e uma nova análise foi realizada: ao invés de considerar dados imperfeitos e adotar distribuições de probabilidade e números difusos triangulares para modelá-los, os dados foram transformados para valores determinísticos, considerando uma média. A comparação entre os resultados dessas duas aplicações indica que utilizar dados determinísticos (no caso das médias) para representar situações incertas e/ou imprecisas, não fornece necessariamente resultados similares quando dados imperfeitos são utilizados. Em seguida, o método SMAA-FFS foi comparado às outras extensões do método *FlowSort*, também capazes de modelar dados imperfeitos, os métodos *Fuzzy-FlowSort* e *Interval-FlowSort*. Estas comparações mostraram a consistência do método SMAA-FFS e suas vantagens em relação a essas variantes do *FlowSort*. Na continuidade, o método SMAA-FFS-H foi aplicado a um problema de decisão real, referente a avaliação da maturidade operacional de instituições

de pesquisa.

## 4.2 RESULTADOS DOS ESTUDOS DE REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O Capítulo 2 iniciou apresentando uma revisão bibliográfica sobre áreas de aplicação da abordagem multicritério. Verificou-se que a abordagem multicritério vem sendo aplicada a diferentes problemas de decisão nas áreas da Engenharia, como gestão de fornecedores, manufatura sustentável, gestão energética, gestão de projetos e desenvolvimento de produtos. Mais do que isso, diversos estudos nessas áreas apontaram os métodos MCDA como os mais adequados para alguns tipos de decisão, indicando a necessidade e importância da abordagem multicritério na engenharia.

Em seguida, apresentou-se uma revisão sobre problemas e métodos de classificação ordinal em MCDA. Dessa revisão mostrou-se que métodos da família PROMETHEE, como o *FlowSort*, são mais fáceis de serem aplicados do que outros métodos baseados na relação de superação. Isso se dá pois os métodos baseados no PROMETHEE requerem menos parâmetros e aqueles requeridos são de fácil interpretação prática. Consequentemente, pode-se considerar os métodos da família PROMETHEE mais adequados para problemas da vida real.

Dessa revisão, concluiu-se também que, dentre os diferentes métodos de classificação da família PROMETHEE, o método *FlowSort* é o único que permite a definição das categorias por perfis de referências limitantes e centrais, e que garante categorias ordenadas e classificações independentes, sendo esses requisitos importantes em um problema de classificação, como discutido na Seção 2.4.2. Portanto, decidiu-se trabalhar com o método *FlowSort* nesta tese.

O Capítulo 3 apresentou estudos de revisão da literatura sobre três desafios existentes em MCDA: dados imperfeitos, elicitação indireta de peso dos critérios e critérios hierarquicamente estruturados. Uma das revisões identificou os tipos de dados imperfeitos presentes em problemas MCDA e as técnicas convencionalmente utilizadas para modelar esses dados. Dessa revisão, concluiu-se que os principais tipos de dados imperfeitos em decisão multicritério são: variáveis linguísticas, dados intervalares e dados incertos. A teoria de conjuntos difusos foi identificada como a técnica mais utilizada e apropriada para modelagem de variáveis linguísticas. Para modelagem de dados intervalares e dados incertos, destacou-se a teoria das probabilidades, incluindo o

método SMAA. O método SMAA também se destaca como principal método para realizar o processo de elicitación de pesos dos critérios. O método MCHP foi identificado como o mais utilizado e apropriado para o caso de critérios hierárquicos.

Nessa revisão da literatura, identificou-se também que o método *FlowSort* já foi integrado com técnicas com o objetivo de modelar dados imprecisos. Janssen e Nemery (2013) propuseram uma extensão do método *FlowSort* utilizando teoria de intervalos para modelar dados intervalares utilizados na avaliação de desempenho das alternativas, parâmetros técnicos do método e pesos dos critérios. O método *Fuzzy-FlowSort*, proposto por Campos, Mareschal e Almeida (2015), integrou números difusos triangulares ao método *FlowSort* para modelar dados intervalares e variáveis linguísticas no desempenho das alternativas e dados intervalares nos parâmetros do *FlowSort*.

Não foi identificada na literatura nenhuma extensão do *FlowSort* que permitisse sua aplicação utilizando dados incertos ou que auxiliasse no processo de elicitación dos pesos dos critérios. Além disso, na família de métodos SMAA, foi identificado apenas o método SMAA-TRI, baseado na relação de superação para problemas de classificação, como adequado para modelagem de dados incertos e para a elicitación indireta. No entanto, não se identificou nenhum método de classificação ordinal capaz de modelar os três diferentes tipos de dados imperfeitos e de lidar com a elicitación dos pesos dos critérios.

Foi identificada também uma versão do método ELECRES-TRI que permite critérios hierarquicamente estruturados. No entanto, não se identificou nenhum método de classificação ordinal capaz de lidar com os três desafios ao mesmo tempo.

Assim, os estudos de revisão bibliográfica desenvolvidos e apresentados nos Capítulos 2 e 3 serviram para identificar a necessidade e oportunidade de desenvolvimento de um novo método híbrido de classificação ordinal capaz de modelar múltiplos tipos de dados imperfeitos e apto a lidar com os três desafios ao mesmo tempo. Assim, propõe-se o método SMAA-FFS e sua extensão, o método SMAA-FFS-H:

- Método SMAA-FFS: integração do método *FlowSort* com o SMAA e a teoria de conjuntos difusos para modelagem de múltiplos tipos de dados imperfeitos e elicitación indireta de peso dos critérios;

- Método SMAA-FFS-H: integração do método *FlowSort*-H, proposto pela primeira vez nessa tese, com o SMAA e a teoria de conjuntos difusos para modelagem de múltiplos tipos de dados imperfeitos, elicitação indireta de peso dos critérios e critérios hierárquicos.

O Quadro 3 apresenta um resumo das extensões existentes do método *FlowSort*, apresentando quais tipos de dados imperfeitos são aceitos por cada uma delas. O quadro também apresenta as lacunas existentes hoje e quais delas o método aqui proposto se propõe a preencher.

Quadro 3: Posicionamento do método proposto em comparação com as extensões existentes do *FlowSort*.

	Método	Avaliação das alternativas			Perfis de referências			Limiaries ( $q$ e $p$ )		Elicitação pesos	Critérios hierárq.
		DI	DE	VL	DI	DE	VL	DI	DE		
Extensões <i>FlowSort</i>	<i>Fuzzy-FlowSort</i>	✓		✓	✓		✓				
	<i>Interval-FlowSort</i>	✓			✓			✓			
Método proposto	SMAA-FFS	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
	SMAA-FFS-H	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

DI - Dados intervalares; DE - Dados estocásticos; VL - Variáveis linguísticas; DO - Dados ordinais

### 4.3 FORMULAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO: SMAA-FFS

O método SMAA-FFS pode ser dividido em cinco principais fases: (i) definição dos dados de entrada, (ii) tratamento dos dados imperfeitos, (iii) processo de simulação, (iv) cálculo dos índices de aceitabilidade da categoria e (v) fase de exploração.

Na Seção 4.3.1, discute-se as fases (i) e (ii), introduzindo os dados de entrada requeridos pelo método, quais tipos de dados imperfeitos são permitidos e como eles são tratados no SMAA-FFS. Na Seção 4.3.2, o resultado fornecido pelo SMAA-FFS, chamado índice de aceitabilidade da categoria (ou índice de probabilidade da categoria), é apresentado (fase (iv)). Na fase de exploração, Seção 4.3.3, apresenta-se como os índices de aceitabilidade de categoria podem ser analisados e utilizados no processo decisório. Por último, na Seção 4.3.4, introduz-se o algoritmo do método SMAA-FFS, como o método SMAA-FFS é calculado, e discute-se sua implementação computacional. Nessa seção o processo de simulação (fase (iii)) é também apresentado.

O método proposto deve ser utilizado na etapa de modelagem do processo decisório (Figura 3, página 25). Assim, parte-se da estruturação do problema de decisão, como já apresentado na Figura 3 e discutido na Seção 2.2.8.

Seja  $\mathcal{A} = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  um conjunto de alternativas avaliadas em relação a um conjunto de  $n$  critérios independentes  $G = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ . Sejam  $C_1, C_2, \dots, C_k$ ,  $k$  categorias ordenadas, em que  $C_1$  é a melhor categoria e  $C_k$  a pior. Cada categoria  $C_h$  é definida por um perfil de referência inferior  $r_h$  e um perfil de referência superior  $r_{h+1}$ . Seja, portanto,  $R = \{r_1, r_2, \dots, r_{k+1}\}$  o conjunto de perfis de referência e seja  $R_i = R \cup \{x_i\}$ ,  $i = 1, \dots, m$ .

#### 4.3.1 Dados de entrada do método

Assim como no método *FlowSort*, os dados de entrada exigidos pelo método SMAA-FFS são os valores desempenho das alternativas, os limiares de preferência e indiferença (usados na função de preferência do tipo V, Quadro 1, página 27) e os perfis de referência limitantes (usados para definir as categorias). A definição dos pesos dos critérios não é um requisito no SMAA-FFS e, portanto, os pesos dos critérios podem ser parcial ou completamente faltantes.

Diferentes tipos de dados de entrada e escalas podem ser utilizadas no método SMAA-FFS, como descrito a seguir:

- Desempenho das alternativas: são permitidos dados determinísticos, dados intervalares, variáveis linguísticas (ordinais) e dados estocásticos.
- Pesos dos critérios: são permitidos pesos determinísticos, pesos intervalares, pesos ordinais, pesos estocásticos, dados incompletos ou informação totalmente ausente.
- Parâmetros do método (limiares de indiferença e preferência e perfis de referência limitantes): são permitidos dados determinísticos, dados intervalares e variáveis aleatórias. Para os perfis de referência, ainda é permitido o uso de variáveis linguísticas (ordinais).

As avaliações de desempenho das alternativas definidas por dados estocásticos ou dados intervalares são modeladas por teoria das probabilidades, atribuindo a cada avaliação de desempenho uma distribuição de probabilidade. Assim, representa-se o desempenho das alternativas ( $g_j(x_i)$  no caso determinístico) por variáveis aleatórias  $\xi_{ij}$  com função densidade de probabilidade  $f_X(\xi_{ij})$  no espaço  $X$  definido por

$$X = \{\xi \in \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^n : \xi_{ij}, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n\}.$$



Os desempenhos das alternativas definidos por variáveis linguísticas ordinais são métodos utilizando números difusos triangulares. Para isso, primeiramente é necessário definir a semântica do termo linguístico. A semântica utilizada no SMAA-FFS é o conjunto difuso triangular. Em segundo lugar, os desempenhos das alternativas devem ser definidos como um número difuso triangular na forma  $\tilde{B} = (b; \alpha; \beta)_{LR}$ . Exemplo de semântica que pode ser adotada quando se utiliza variáveis linguísticas de três termos é apresentada na Tabelas 1, página 58.

Se o decisor utilizar a função de preferência do tipo V (Quadro 1, página 27) para modelar suas preferências em relação a alguns ou todos os critérios, ele deverá fornecer também as informações de preferência sobre os limiares de indiferença ( $p$ ) e de preferência ( $q$ ).

Os limiares de preferência e indiferença no SMAA-FFS definidos por dados intervalares ou dados estocásticos são representados por variáveis aleatórias  $\rho$  e  $\eta$ , correspondentes aos valores determinísticos  $p$  e  $q$ , respectivamente. Para simplificar a notação, define-se uma dupla de limiares  $\tau = (\rho, \eta)$  com função de probabilidade  $f_T$  no espaço  $T$ , de forma que todas as combinações viáveis de limiares satisfaçam  $\rho_j - \eta_j \leq 0$  para cada critério  $j$ ,  $j = 1, \dots, n$ . Portanto, define-se o espaço  $T$  como

$$T = \{\tau \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n : \tau = (\rho, \eta), \rho_j - \eta_j \leq 0, \forall j = 1, \dots, n\}.$$

Como os limiares de indiferença e preferência têm uma ordem natural  $\rho_j \leq \eta_j$ , as distribuições de probabilidade não devem se sobrepor. Por exemplo, se os limiares de preferência e indiferença de um critério assumirem uma distribuição de probabilidade normal, as caudas das distribuições devem ser truncadas.

Quando as alternativas relativas a um critério são avaliadas utilizando variáveis linguísticas, a maneira mais intuitiva para que um decisor defina os perfis limitantes em relação a esse mesmo critério é também usando variáveis linguísticas. Por exemplo, considere um problema cujo objetivo é classificar automóveis em duas diferentes categorias,  $C_1$  e  $C_2$ . Para avaliar alternativas em relação ao critério “conforto”, o decisor usa termos linguísticos como “bom”, “médio” ou “ruim”. Consequentemente, é mais fácil e intuitivo definir os perfis superiores e inferiores da categoria  $C_1$  por “bom” e “médio” e da categoria  $C_2$  por “médio” e “ruim”, por exemplo, do que atribuir valores numéricos sem relação direta com a escala utilizada para avaliar o desempenho das alternativas.

Isso significa que, considerando hipoteticamente apenas o critério “conforto”, para que um carro seja classificado na categoria  $C_1$ , sua avaliação deve ser pelo menos “média”.

Quando números difusos triangulares são utilizados para modelar as avaliações definidas por variáveis linguísticas, as funções de pertinência podem se interceptar, como já apresentado na Figura 10, página 59. No entanto, para atender as condições 1 e 2 do método *FlowSort*, funções de pertinência que se interceptem não podem ser utilizadas.

Assim, uma solução para utilizar variáveis linguísticas na definição dos perfis de referência é estabelecer uma semântica de forma que as funções de pertinência não se interceptam. Então, é necessário utilizar semânticas diferentes para as avaliações e os perfis de forma que elas se relacionem. O número de termos da semântica utilizado para os perfis de referência limitantes está diretamente relacionado ao número de categorias. Assim, tendo  $k$  categorias, deve-se utilizar  $k + 1$  termos. Além disso, como o método *FlowSort* assume que os desempenhos de todas alternativas em relação a todos os critérios estão entre o pior ( $r_{k+1}$ ) e o melhor ( $r_1$ ) perfis de referência limitantes (como apresentado na Seção 2.5.1), os valores do pior ( $r_{k+1}$ ) e do melhor ( $r_1$ ) perfil de referência devem ser números determinísticos.

A Tabela 2 apresenta um exemplo de diferentes (mas relacionadas) semânticas para as avaliações das alternativas e para os perfis de referência limitantes de cinco termos. A segunda coluna da tabela apresenta a semântica utilizada para as avaliações das alternativas e a terceira coluna apresenta um exemplo de semântica correspondente para os perfis de referência, de forma que a função preferência não se intercepte e as condições do *FlowSort* sejam atendidas. Essas semânticas são também ilustradas na Figura 18.

Tabela 2: Diferentes semânticas adotadas para as avaliações das alternativas e para os perfis limitantes.

Variáveis linguísticas	Semântica Triangular - com cinco termos	Semântica para os perfis no caso de quatro categorias
Muito Baixo (MB)	(0, 0, 0.3)	0
Baixo (B)	(0.3, 0.3, 0.15)	(0.3, 0.1, 0.1)
Médio (M)	(0.45, 0.15, 0.3)	(0.5, 0.1, 0.1)
Alto (A)	(0.75, 0.3, 0.25)	(0.7, 0.1, 0.1)
Muito Alto (MA)	(1, 0.25, 0)	1

Os perfis limitantes também podem ser definidos por dados estocásticos ou intervalares e, nesses casos, são representados por variáveis aleatórias  $\psi$  com função densidade de probabili-

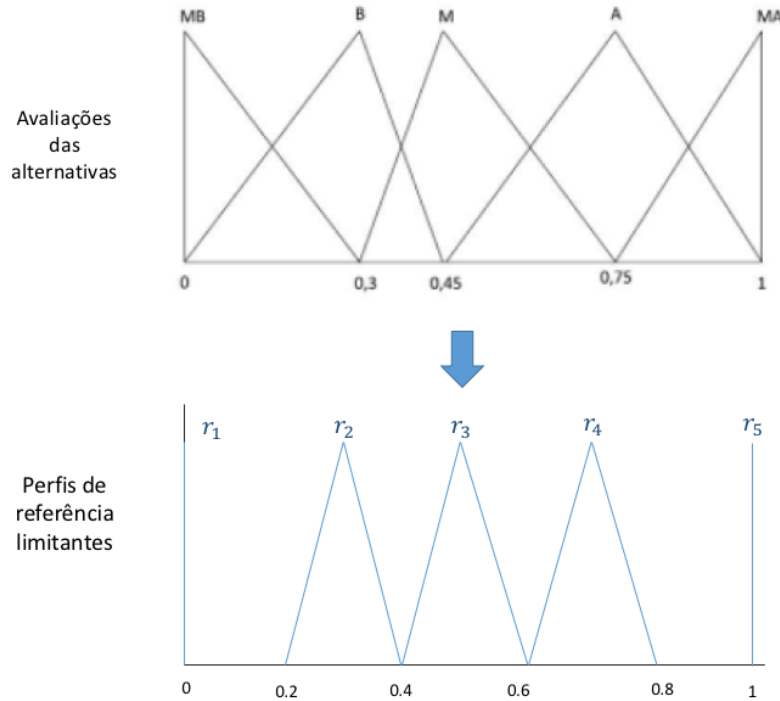


Figura 18: Funções de pertinência das semânticas definidas na Tabela 2.

dade  $f_Y(\psi)$  no espaço  $Y$ . Para atender as condições 1 e 2 do método *FlowSort*, as distribuições  $f_Y(\psi)$  não podem se sobrepor, respeitando a ordem natural entre os perfis ( $\psi_{h+1} < \psi_h$ ). Consequentemente, o espaço  $Y$  é definido por

$$Y = \{\psi \subseteq \mathbb{R}^{(k+1)} \times \mathbb{R}^n : \psi_h^j - \psi_l^j \leq 0, \forall h < l, h = 1, \dots, k, j = 1, \dots, n\}.$$

Assim, se por exemplo, os perfis de referência assumirem uma distribuição de probabilidade normal, as caudas das distribuições devem ser truncados.

No método SMAA-FFS, os pesos dos critérios definidos por dados ordinais (importância dos critérios), dados intervalares ou dados parcialmente ou completamente faltantes são representados pela variável aleatória  $\mathbf{w}$  com função densidade de probabilidade  $f_W(\mathbf{w})$  no espaço de pesos praticáveis  $W$  apresentado na equação (4.1). A partir da informação de peso disponível (ordinal, intervalar ou faltante), os pesos dos critérios devem ser gerados de forma que sejam normalizados e não negativos respeitando o espaço de pesos praticáveis  $W$ . Para elicitación dos pesos

dos critérios, utiliza-se algoritmo proposto por Tervonen e Figueira (2007) e já apresentado em detalhes na Seção 4.3.4.

$$W = \{\mathbf{w} \in \mathbb{R}^n : w_j \geq 0 \text{ and } \sum_{j=1}^n w_j = 1, j = 1, \dots, n\}. \quad (4.1)$$

### 4.3.2 Resultados do método: índices de aceitabilidade da categoria

O método SMAA-FFS fornece como resultado os índices de aceitabilidade da categoria para todos os pares de alternativas e categorias. O índice de aceitabilidade da categoria, denotado por  $C_i^h$ , representa a probabilidade da alternativa  $x_i$  ser classificada na categoria  $h$ .

Considerando as variáveis aleatórias  $\xi$  (avaliação das alternativas),  $\mathbf{w}$  (vetor de pesos dos critérios),  $\psi$  (perfis limitantes) e  $\tau$  (limiares de indiferença e preferência) como definidas na Seção 4.3.1, define-se a função de categorização  $h = K(i, \xi, \psi, \tau, \mathbf{w})$ . A função de categorização que fornece o índice de categoria  $h$  na qual uma alternativa  $x_i$  é classificada pelo *Fuzzy-FlowSort*. Define-se também uma função de associação de categoria como apresentado na equação (4.2). A função de associação  $m_i^h$  é igual a 1 se a alternativa  $x_i$  é classificada na categoria  $h$ .

$$m_i^h(\xi, \psi, \tau, \mathbf{w}) = \begin{cases} 1, & \text{se } K(i, \xi, \psi, \tau, \mathbf{w}) = h, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (4.2)$$

O índice de aceitabilidade de categoria  $C_i^h$  é então calculado numericamente como uma integral sobre o espaço dos possíveis parâmetros, dada pela equação (4.3)

$$C_i^h = \int_{\xi \in X} f_X(\xi) \int_{\psi \in Y} f_Y(\psi) \int_{\tau \in T} f_T(\tau) \int_{\mathbf{w} \in W} f_W(\mathbf{w}) m_i^h(\xi, \psi, \tau, \mathbf{w}) d\mathbf{w} d\tau d\psi d\xi. \quad (4.3)$$

Os índices de aceitabilidade de categoria variam no intervalo  $[0,1]$ , em que 0 indica que a alternativa não é classificada nessa categoria e 1 significa que a alternativa é classificada nessa categoria seja qual for a combinação dos valores dos parâmetros. A soma do índice de aceitabilidade de categoria para cada alternativa sobre todas as categorias é igual a 1. Isso significa que toda alternativa é classificada em pelo menos uma categoria. Esses índices podem ser utilizados

para determinar se uma alternativa pode ser classificada em uma categoria exclusiva (quando a probabilidade = 1) ou se pode ser classificada em categorias múltiplas com diferentes probabilidades diferentes.

#### 4.3.3 Fase de exploração

Uma vez que os índices de aceitabilidade de categoria são calculados e uma alternativa obtém probabilidades diferentes de zero para múltiplas categorias, existem diferentes maneiras de prosseguir a análise. Lahdelma e Salminen (2010) apresentaram algumas dessas maneiras, como descrito a seguir:

- Os decisores podem decidir que os dados de entrada utilizados não são suficientemente precisos para classificar de forma confiável as alternativas em categorias. Nesse caso, a solução poderia ser coletar informações mais precisas sobre as avaliações das alternativas, os pesos de critérios, os perfis limitantes, limiares, ou todos eles.
- Os decisores podem aceitar o resultado de que algumas alternativas sejam classificadas em várias categorias.
- Os decisores podem classificar as alternativas analisando comparativamente os índices de aceitabilidade. Por exemplo, eles podem classificar uma alternativa em uma categoria cujo índice de aceitabilidade exceda algum limite, como 50% ou outro valor entre 50% e 100%. Além disso, as categorias com índices de aceitabilidade próximos de zero poderiam ser excluídas aplicando outro limiar.

É importante notar que essas regras não fazem parte do método SMAA-FFS e isso não significa que elas devam ser implementadas de forma estrita. As regras apresentadas são apenas sugestões sobre como a decisão pode ser feita usando os índices de aceitabilidade da categoria. Assim como nos outros métodos de classificação baseados no SMAA, o método SMAA-FFS fornece probabilidades como resultado e, portanto, o resultado está aberto a diferentes interpretações.

Além de fornecer informações para o processo de tomada de decisão, o índice de aceitabilidade de categoria também fornece uma medida de incerteza que pode ser utilizada para realizar

análise de robustez dos métodos *FlowSort* e *Fuzzy-FlowSort*. A análise de robustez dos resultados do *FlowSort* e *Fuzzy-FlowSort* é realizada com base em uma análise de estabilidade de parâmetros. Tradicionalmente, técnicas de análise de sensibilidade fornecem informações da seguinte forma: “com os valores dos parâmetros possíveis, a alternativa é classificada na categoria 2 ou 3” (Dias et al., 2002). Usando o método SMAA-FFS, o resultado é da forma: “com os valores dos parâmetros possíveis, a alternativa é classificada na categoria 2, com probabilidade de 0,05, e na categoria 3 com probabilidade de 0,95”.

#### 4.3.4 Algoritmo do método SMAA-FFS

Conforme apresentado na Figura 19, o método SMAA-FFS pode ser dividido em cinco fases: (i) definição dos dados de entrada, (ii) tratamento dos dados imperfeitos (iii) processo de simulação, (iv) cálculo dos índices de aceitabilidade da categoria e (v) fase de exploração.

Na primeira fase, define-se os dados de entrada e as escalas que serão utilizadas para suas medições. Na segunda fase, os dados imperfeitos devem ser tratados. Os dados de entrada definidos como variáveis linguísticas devem ser transformados em números difusos triangulares (etapa 1). Para os dados de entrada definidos como variáveis aleatórias, assume-se que seguem uma distribuição de probabilidade (etapa 2). Os pesos dos critérios (etapa 3) e valores *crisp* (etapa 4) também devem ser definidos.

A terceira fase é o processo de simulação. Para cada repetição, valores aleatórios são gerados usando as distribuições de probabilidade (etapa 5) definidas na etapa 2. O processo de elicitação dos pesos dos critérios é executado (etapa 6) gerando um vetor de pesos para os critérios. O valor aleatório e o vetor de pesos dos critérios são agora valores determinísticos. Em seguida, o método de decisão *Fuzzy-FlowSort* é aplicado (etapa 7) usando os números difusos triangulares (valores obtidos na etapa 1), os valores *crisp* (configurados na etapa 4), e os valores aleatórios gerados (etapas 5 e 6). O resultado do *Fuzzy-FlowSort* é a classificação de cada alternativa em categorias pré-definidas. Com este resultado, o contador de em qual categoria cada alternativa foi classificada pelo método *Fuzzy-FlowSort* é atualizado (etapa 8). As etapas de 5 a 8 se repetem até a última iteração. O número indicado de iterações é de 10.000 (TERVONEN; FIGUEIRA, 2007).

Na quarta fase, após finalizado o processo de simulação, os índices de aceitabilidade das

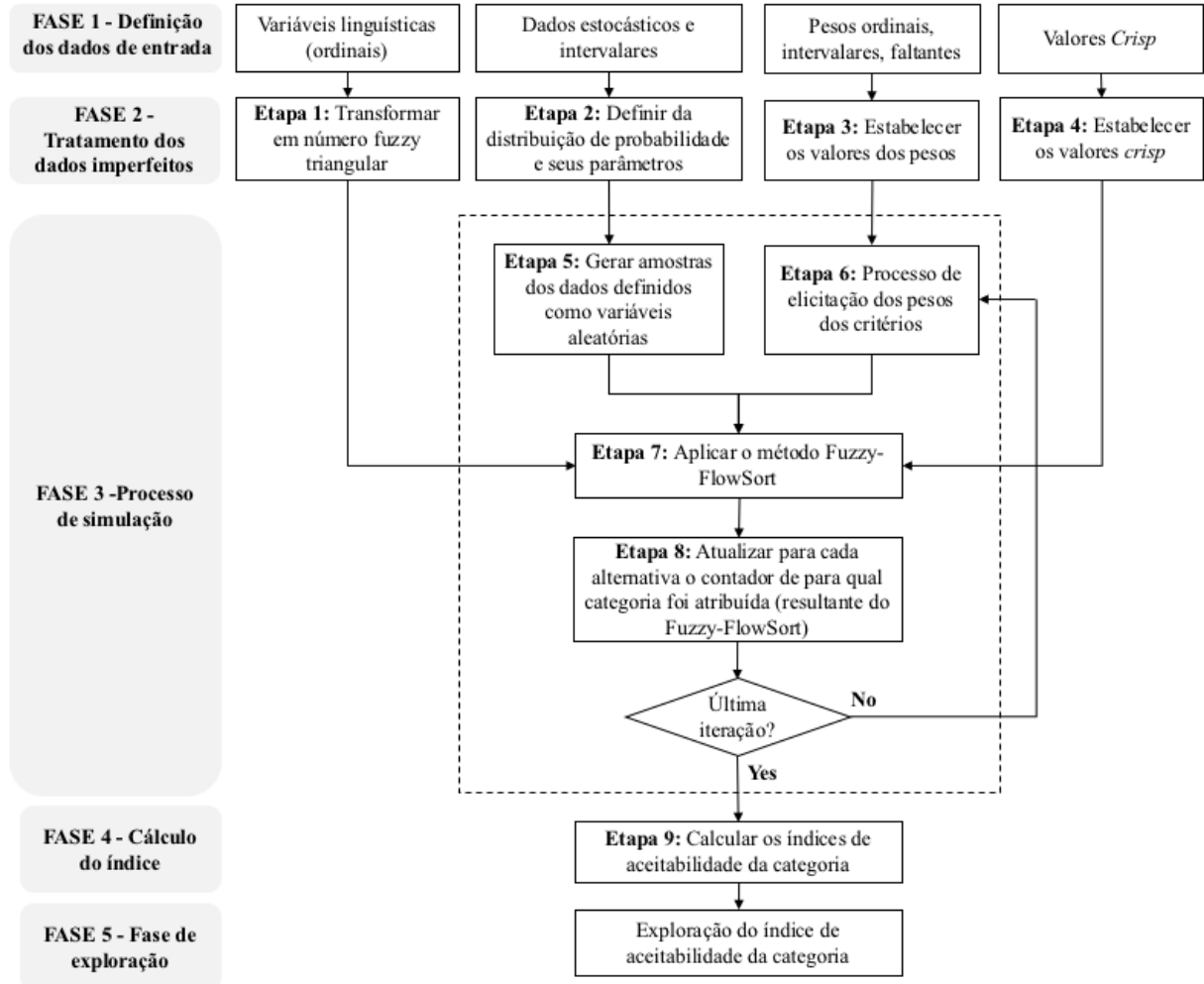


Figura 19: Fases do cálculo do método SMAA-FFS.

categorias são calculados para todos os pares de alternativas e categorias (etapa 9). O cálculo dos índices de aceitabilidade de categoria por meio da simulação é o número de vezes que a alternativa foi classificada nessa categoria (contador da etapa 8), dividido pelo número de iterações. Na quinta e última fase, fase de exploração, os decisores usam os índices de aceitabilidade das categorias para tomar sua decisão e realizar a análise de robustez do modelo.

#### 4.4 EXTENSÃO DO MÉTODO SMAA-FFS PARA CRITÉRIOS HIERÁRQUICOS

Nesta seção é apresentada a extensão do método SMAA-FFS para critérios hierarquicamente estruturados, chamado SMAA-FFS-H.

Todos os conceitos relacionados ao SMAA-FFS apresentados na Seção 4.3 (dados de entrada, resultados fornecidos pelo método, forma de exploração do resultado e seu esquema) são analogamente aplicáveis ao método SMAA-FFS-H. A diferença do método SMAA-FFS em relação ao SMAA-FFS-H está na etapa 7 do algoritmo de cálculo apresentado na Figura 19 (página 87) e descrito na Seção 4.3.4: ao invés de aplicar o método de decisão *Fuzzy-FlowSort*, aplica-se o método *Fuzzy-FlowSort-H*.

Da mesma forma, os conceitos, formas de cálculo e resultados do método *Fuzzy-FlowSort-H* são análogos aos do método *Fuzzy-FlowSort*, apresentados na Seção 3.4.2. Portanto, para entendimento do método SMAA-FFS-H e do método *Fuzzy-FlowSort-H* basta considerar o método *FlowSort-H*, conforme apresentado a seguir, e os demais conceitos já apresentados nessa tese.

##### 4.4.1 Extensão do *FlowSort* para critérios hierárquicos: o método *FlowSort-H*

O método proposto nesta seção, chamado *FlowSort-H*, é uma extensão do *FlowSort* para critérios hierárquicos baseado no MCHP. Os critérios de avaliação não estão todos localizados no mesmo nível, em vez disso, são estruturados hierarquicamente, como apresentado na Figura 16, página 72.

A notação matemática utilizada no método *FlowSort-H* é similar à proposta pelo MCHP, introduzida na Seção 3.6. O método *FlowSort-H* tem o propósito de classificar  $m$  alternativas  $\mathcal{A} = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  a  $k$  categorias ordenadas e definidas *a priori*  $C = (C_1, C_2, \dots, C_k)$ , em que  $C_1$  é a melhor categoria e  $C_k$  a pior. Cada categoria  $C_h$  é definida por um perfil de referência inferior  $r_h^t$  e um perfil de referência superior  $r_{h+1}^t$  em relação a cada critério elementar  $g_t$ . Um perfil limitante inferior representa o valor mínimo que uma alternativa precisa ter como desempenho em um determinado critério elementar para pertencer à respectiva categoria. Seja, portanto,  $R^t = \{r_1^t, r_2^t, \dots, r_{k+1}^t\}$  o conjunto de perfis de referência referentes ao critério  $g_t$ . Define-se também o conjunto  $R_i^t = R^t \cup \{x_i\}$ , o conjunto de  $R^t$  união com a alternativa  $x_i$ , para  $i = 1, \dots, m$ .

Ao definir as categorias utilizando perfis limitantes, como no método *FlowSort*, deve-se assu-



mir que cada valor de desempenho de cada alternativa em relação ao critério  $g_t$  está entre  $r_{k+1}^t$  e  $r_1^t$ .

Para aplicar o método *FlowSort*-H, é necessário obter do decisor, além dos perfis de referência das categorias, algumas informações de preferência, como os pesos dos critérios e os limiares de indiferença e preferência. Denota-se por  $w_r$  o peso do critério  $G_r$ . Os pesos devem ser positivos e normalizados em cada um dos níveis em relação a cada critério  $G_r$ . Assim, considerando os critérios  $G_{(r,1)}, \dots, G_{(r,n(r))}$  diretamente descendentes de  $G_r$ , tem-se que  $w_{(r,s)} > 0, \forall s = 1, \dots, n(r)$  e  $\sum_{s=1}^{n(r)} w_{(r,s)} = 1$ . Além disso, para cada critério elementar o decisor deve definir os limiares de indiferença ( $q_t$ ) e preferência ( $p_t$ ).

Assim como no método *FlowSort* original, o método *FlowSort*-H é dividido em duas etapas: (i) construção da relação de superação e (ii) exploração da relação de superação, na qual as relações de superação são usadas para derivar uma recomendação.

A primeira etapa da construção da relação de superação é o cálculo do grau de preferência, como acontece no *FlowSort*. No *FlowSort*, com apenas um nível de critério, as comparações são feitas entre as alternativas e os perfis de referência, calculando-se a distância  $d_j(x, y) = g_j(x) - g_j(y)$ , para  $x, y \in R_i$ . Em seguida, com base na metodologia PROMETHEE, para cada critério, o método *FlowSort* cria uma função de preferência,  $P_j(x, y)$ . A forma da função preferência para cada critério deve ser escolhida de acordo com a preferência do decisor e seis tipos diferentes de funções de preferência são definidos no Quadro 1, página 27.

A ideia permanece a mesma no método *FlowSort*-H. Os valores de desempenho das alternativas, definidos no nível dos critérios elementares são comparados com os perfis de referência das categorias, também definidos no nível dos critérios elementares, utilizando a função grau de preferência ponderada pelos pesos dos critérios em todos níveis. Este conceito de comparação altera o cálculo do grau de preferência definido no método *FlowSort* e é dado pela equação (4.4)

$$\pi(x_i, r_h^t) = \sum_{j_1=1}^f \pi_{j_1}(x_i, r_h^t) \quad (4.4)$$

no qual

$$\pi_{j_1}(x_i, r_h^t) = w_{j_1} P_{j_1}(x_i, r_h^t), \text{ sendo } P_{j_1}(x_i, r_h) = \begin{cases} P_{j_1}(x_i, r_h), & \text{if } n(j_1) = 0, \\ \sum_{j_2=1}^{n(j_1)} w_{j_2} P_{j_2}(x_i, r_h), & \text{if } n(j_1) \neq 0. \end{cases} \quad (4.5)$$

De forma análoga,

$$P_{j_2}(x_i, r_h) = \begin{cases} P_{j_2}(x_i, r_h), & \text{if } n(j_2) = 0, \\ \sum_{j_3=1}^{n(j_2)} w_{j_3} P_{j_3}(x_i, r_h), & \text{if } n(j_2) \neq 0. \end{cases} \quad (4.6)$$

A mesma lógica é aplicada até o último nível da árvore. Então, os fluxos positivo global e negativo global podem ser calculados pelas equações (4.7) e (4.8):

$$\phi^+(x_i) = \frac{1}{|R_i^t| - 1} \sum_{h=1}^k \pi(x_i, r_h^t) \quad (4.7)$$

$$\text{e } \phi^-(x_i) = \frac{1}{|R_i^t| - 1} \sum_{h=1}^k \pi(r_h^t, x_i) \quad (4.8)$$

O fluxo líquido global da alternativa  $x_i$  é dado então pela diferença entre os fluxos positivos e negativos:

$$\phi(x_i) = \phi^+(x_i) - \phi^-(x_i). \quad (4.9)$$

Analogamente ao método *FlowSort*, no *FlowSort-H*, para situar o fluxo global de uma alternativa  $x_i$  em relação aos perfis de referência, fluxos dos perfis limitantes relacionados à alternativa  $x_i$  devem ser calculados. O cálculo do fluxo global de um perfil de referência relacionado à alternativa  $x_i$  é baseado nas comparações desse perfil com os demais e desse perfil com a alternativa  $x_i$ , conforme definido nas equações (4.10), (4.11) e (4.12):

$$\phi_{R_i^t}^+(r_h^t) = \frac{1}{|R_i^t| - 1} \left[ \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq l}}^k \pi(r_h^t, r_l^t) + \pi(r_h^t, x_i) \right], \quad (4.10)$$

$$\phi_{R_i^t}^-(r_h^t) = \frac{1}{|R_i^t| - 1} \left[ \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq l}}^k \pi(r_l^t, r_h^t) + \pi(x_i, r_h^t) \right] \quad (4.11)$$

$$\text{e } \phi_{R_i^t}(r_h^t) = \phi_{R_i^t}^+(r_h^t) - \phi_{R_i^t}^-(r_h^t). \quad (4.12)$$

De forma análoga ao apresentado na Proposição 2.2 (página 39), conclui-se que a ordem dos fluxos dos perfis de referência é invariante com respeito à alternativa  $x_i$ . Assim,  $\forall x_i \in \mathcal{A}$  e  $\forall h = 1, \dots, k+1$  representando os diferentes perfis limitantes, tem-se que

$$\phi_{R_i^t}^+(r_h^t) > \phi_{R_i^t}^+(r_{h+1}^t), \quad (4.13)$$

$$\phi_{R_i^t}^-(r_h^t) < \phi_{R_i^t}^-(r_{h+1}^t) \quad (4.14)$$

$$\text{e } \phi_{R_i^t}(r_h^t) > \phi_{R_i^t}(r_{h+1}^t). \quad (4.15)$$

$$(4.16)$$

Com isso, tem-se que, apesar de os valores dos fluxos dos perfis limitantes dependerem diretamente da alternativa  $x_i$ , suas ordens sempre respeitam as ordens das categorias. Essa proposição permite que a categoria  $C_h$  seja delimitada pelos valores dos fluxos de seus perfis limitantes  $\phi_{R_i^t}(r_h^t)$  e  $\phi_{R_i^t}(r_{h+1}^t)$  e é a base para que as regras de classificação do método *FlowSort* apresentadas em 2.17, 2.18 e 2.19 também valham para o *FlowSort-H*.

Para os tipos de problemas que o método aqui proposto pretende resolver, pode ser importante identificar quais critérios ou subcritérios devem ser melhorados com o objetivo de que uma alternativa seja classificada em uma melhor categoria.

Por exemplo, considere um problema de decisão no qual deseja-se identificar qual dos três aspectos de sustentabilidade (social, ambiental ou econômico) deve ser melhorado para que se tenha um processo mais sustentável. Considere que os critérios sejam organizados hierarquicamente.

camente, com diversos indicadores (subcritérios de segundo nível) relacionados a cada um dos macrocritérios social, ambiental e econômico. Analisando os fluxos unicritério dos macrocritérios, pode-se concluir que o macrocritério social é o que deve ser melhorado para se ter um processo sustentável. No entanto, para que seja possível definir ações de melhoria, é preciso identificar também quais indicadores associados ao aspecto social estão contribuindo negativamente para que esse aspecto seja o pior. Assim, é necessário obter informações de decisão não só no nível dos macrocritérios, mas em todos os níveis.

Essa informação pode ser obtida utilizando o fluxo unicritério, o qual é calculado de forma similar ao apresentado na Seção 2.5.3. Tem-se que

$$\phi(x_i) = \phi^+(x_i) - \phi^-(x_i) = \frac{1}{|R_i^t| - 1} \sum_{h=1}^k [\pi(x_i, r_h^t) - \pi(r_h^t, x_i)] \quad (4.17)$$

$$= \frac{1}{|R_i^t| - 1} \sum_{h=1}^k \sum_{j_1=1}^f w_{j_1} [P_{j_1}(x_i, r_h^t) - P_{j_1}(r_h^t, x_i)]. \quad (4.18)$$

Consequentemente,

$$\phi(x_i) = \sum_{j_1=1}^f w_{j_1} \phi_{j_1}(x_i), \quad (4.19)$$

no qual  $\phi_{j_1}(x_i)$  é o fluxo unicritério referente ao critério  $G_{j_1}$  o qual é dado por

$$\phi_{j_1}(x_i) = \frac{1}{|R_i^t| - 1} \sum_{h=1}^k [P_{j_1}(x_i, r_h^t) - P_{j_1}(r_h^t, x_i)]. \quad (4.20)$$

De forma análoga, o fluxo unicritério da alternativa  $x_i$  referente ao critério  $G_{\mathbf{r}}$ ,  $\mathbf{r} = (j_1, \dots, j_h) \in \mathcal{I}_g$ , é dado por:

$$\phi_{\mathbf{r}}(x_i) = \frac{1}{|R_i^t| - 1} \sum_{h=1}^k [P_{\mathbf{r}}(x_i, r_h^t) - P_{\mathbf{r}}(r_h^t, x_i)], \quad (4.21)$$

no qual

$$P_{\mathbf{r}}(x_i, r_h) = \begin{cases} P_{\mathbf{r}}(x_i, r_h), & \text{if } n(\mathbf{r}) = 0, \\ \binom{\mathbf{r}, n(\mathbf{r})}{s} \sum_{s=1}^{n(\mathbf{r})} w_s P_s(x_i, r_h), & \text{if } n(\mathbf{r}) \neq 0. \end{cases} \quad (4.22)$$

Utilizando o fluxo unicritério definido na equação (4.21), pode-se obter informações em todos os

níveis da hierarquia.

Os fluxos unicritério das alternativas têm valores entre -1 e 1 e são comparáveis aos fluxos unicritério dos perfis limitantes. O fluxo unicritério do perfil limitante  $r_h^t$  considerando apenas o critério  $G_{j_1}$  é dado por

$$\phi_{R_i^t, j_1}(r_h^t) = \frac{1}{|R_i^t| - 1} \left\{ \sum_{\substack{r_s^t \in R_i^t \\ r_s^t \neq r_h^t}} [P_{j_1}(r_h^t, r_s^t) - P_{j_1}(r_s^t, r_h^t)] + [P_{j_1}(r_h^t, x_i) - P_{j_1}(x_i, r_h^t)] \right\},$$

no qual  $P_{j_1}$  é dado como na equação (4.5), página 90.

Os fluxos unicritério podem ser utilizados para identificar classificações unicritério das alternativas, identificando assim, por meio da classificação, em qual critério a alternativa tem um pior/melhor desempenho. Assim, um plano de melhoria com o objetivo de classificar a alternativa  $x_i$  em uma categoria superior pode considerar a priorização da melhoria de um critério/ subcritério em detrimento de outro.

Para um melhor entendimento do método *FlowSort-H* e de sua forma de cálculo, apresenta-se a seguir um exemplo numérico.

Seja um problema de decisão com critérios hierárquicos de dois níveis. Sejam  $G_{1_1}$  e  $G_{2_1}$  os macrocritérios ( $f = 2$ ) com pesos  $w_{1_1} = 0,3$  e  $w_{2_1} = 0,7$ , respectivamente. Cada um dos macrocritérios possuem dois subcritérios de segundo nível. Como existem apenas dois níveis de critérios, esses são também os critérios elementares. Os subcritérios de  $G_{1_1}$  são denotados por  $g_{1_1,1}$  e  $g_{1_1,2}$  e os subcritérios de  $G_{2_1}$  são denotados por  $g_{2_1,1}$  e  $g_{2_1,2}$ . Considera-se que  $g_{1_1,1}$ ,  $g_{2_1,1}$  e  $g_{2_1,2}$  devem ser maximizados e  $g_{1_1,2}$  minimizado.

Neste problema de decisão, duas alternativas,  $x_1$  e  $x_2$ , devem ser classificadas em duas categorias  $C_1$  e  $C_2$ . A Tabela 3 apresenta os valores de desempenho das duas alternativas segundo os critérios elementares. A Tabela 4 apresenta os valores dos perfis de referência limitantes que caracterizam as categorias  $C_1$  e  $C_2$ , também definidos no nível dos critérios elementares.

No método *FlowSort-H*, pesos para os critérios de todos os níveis devem ser definidos, de tal forma que a soma dos pesos em um ramo da árvore não seja maior do que 1. Assim, aos critérios  $g_{1_1,1}$  e  $g_{1_1,2}$  são atribuídos os pesos  $w_{1_1,1} = 0,2$  e  $w_{1_1,2} = 0,8$ , respectivamente. Aos

Tabela 3: Valores de desempenho das alternativas para cada um dos critérios elementares no exemplo numérico do método *FlowSort-H*.

Alternativas	$g_{1,1}$	$g_{1,2}$	$g_{2,1}$	$g_{2,2}$
$x_1$	8	1	16	28
$x_2$	9	3	8	12

Tabela 4: Perfis de referência limitantes para cada um dos critérios elementares no exemplo numérico do método *FlowSort-H*.

Perfis de referência	$g_{1,1}$	$g_{1,2}$	$g_{2,1}$	$g_{2,2}$
$r_1$	10	0	20	30
$r_2$	5	5	10	15
$r_3$	0	10	0	0

critérios  $g_{2,1}$  e  $g_{2,2}$  são atribuídos os pesos  $w_{2,1} = 0,4$  e  $w_{2,2} = 0,6$ . O peso do critério  $G_{1_1}$  é  $w_{1_1} = 0,3$  e o peso do critério  $G_{2_1}$  é  $w_{2_1} = 0,7$ .

Para utilizar a regra de classificação (2.19) (página 41), deve-se calcular os fluxos positivos e negativos das alternativas e, para cada alternativa, os fluxos positivos e negativos dos perfis de referência.

O fluxo positivo da alternativa  $x_1$  é dado por

$$\phi^+(x_1) = \frac{1}{|R_1^t| - 1} \sum_{y \in R_1 - \{x_1\}} \pi(x_1, y),$$

em que  $R_1 = R \cup \{x_1\} = \{r_1, r_2, r_3, x_1\}$  e, portanto,  $|R_1| = 4$ . Assim,

$$\phi^+(x_1) = \frac{1}{3} [\pi(x_1, r_1) + \pi(x_1, r_2) + \pi(x_1, r_3)].$$

Portanto, é necessário calcular os graus de preferência. Para exemplificar o processo de cálculo, apresenta-se o cálculo de  $\phi^+(x_1, r_1)$ . Inicialmente, é necessário calcular as funções de preferências. Escolheu-se a função preferência do tipo 1 do Quadro 1 (página 29). Assim, tem-se

$$\begin{aligned} P(g_{1,1}(x_1), r_1) &= P(d(g_{1,1}(x_1) - r_1)) = P(8 - 10) = 0, \\ P(g_{1,1}(x_1), r_2) &= P(d(g_{1,1}(x_1) - r_2)) = P(8 - 5) = 1 \\ \text{e } P(g_{1,1}(x_1), r_3) &= P(d(g_{1,1}(x_1) - r_3)) = P(8 - 0) = 1. \end{aligned}$$

De forma análoga, calcula-se as funções de preferência dos critérios  $g_{2,1}$  e  $g_{2,2}$ . Como  $g_{1,2}$  deve ser minimizado, tem-se que

$$\begin{aligned} P(g_{1,2}(x_1), r_1) &= P(d(r_1 - g_{1,2}(x_1))) = P(0 - 1) = 0, \\ P(g_{1,2}(x_1), r_2) &= P(d(r_2) - g_{1,2}(x_1)) = P(5 - 1) = 1 \\ \text{e } P(g_{1,2}(x_1), r_3) &= P(d(r_3) - g_{1,2}(x_1)) = P(10 - 1) = 1. \end{aligned}$$

Os graus de preferência são então dados por

$$\begin{aligned} \pi(x_1, r_1) &= w_{1,1}[w_{1,1}P(g_{1,1}(x_1), r_1) + w_{1,2}P(g_{1,2}(x_1), r_1)] \\ &+ w_{2,1}[w_{2,1}P(g_{2,1}(x_1), r_1) + w_{2,2}P(g_{2,2}(x_1), r_1)] \\ &= 0,3(0,2 * 0 + 0,8 * 0) + 0,7(0,4 * 0 + 0,6 * 0) = 0, \\ \pi(x_1, r_2) &= 0,3(0,2 * 1 + 0,8 * 1) + 0,7(0,4 * 1 + 0,6 * 1) = 1 \\ \text{e } \pi(x_1, r_3) &= 0,3(0,2 * 1 + 0,8 * 1) + 0,7(0,4 * 1 + 0,6 * 1) = 1. \end{aligned}$$

Portanto, o fluxo positivo da alternativa  $x_1$  é dado por

$$\phi^+(R_1) = \frac{1}{3}(0 + 1 + 1) = \frac{2}{3} = 0,667.$$

De forma análoga, calcula-se os fluxos positivos dos perfis relacionados à alternativa  $x_1$ :  $\phi_{R_1}^+(r_1) = 1$ ,  $\phi_{R_1}^+(r_2) = 0,333$  e  $\phi_{R_1}^+(r_3) = 0$ . Assim, tem-se que  $\phi_{R_1}^+(r_1) > \phi^+(x_1) > \phi_{R_1}^+(r_2)$ . Ou seja, o fluxo da alternativa  $x_1$  está entre os fluxos dos perfis que formam a categoria  $C_1$ . Assim, dada a regra de classificação (2.17) (página 42), a alternativa  $x_1$  deve ser classificada na categoria  $C_1$ .

Seguindo a mesma linha de cálculo, obtém-se os fluxos positivos, negativos e totais das alternativas  $x_1$  e  $x_2$  e dos perfis de referências, apresentados nas Tabelas 5 e 6, respectivamente.

Tabela 5: Fluxos das alternativas no exemplo numérico do método *FlowSort-H*.

Alternativas	$\phi^+(\cdot)$	$\phi^-(\cdot)$	$\phi(\cdot)$
$x_1$	0,667	0,333	0,333
$x_2$	0,433	0,566	-0,133

Tabela 6: Fluxos dos perfis limitantes no exemplo numérico do método *FlowSort-H*.

Alternativas	$\phi_{R_1}^+(\cdot)$	$\phi_{R_1}^-(\cdot)$	$\phi_{R_1}(\cdot)$	$\phi_{R_2}^+(\cdot)$	$\phi_{R_2}^-(\cdot)$	$\phi_{R_2}(\cdot)$
$r_1$	1	0	1	1	0	1
$r_2$	0,333	0,666	-0,333	0,566	0,433	0,133
$r_3$	0	1	-1	0	1	-1

Seguindo as regras de classificação definidas em 2.17, 2.18 e 2.19, tem-se

como  $\phi_{R_1}^+(r_1) = 1 \geq \phi^+(x_1) = 0,667 > \phi_{R_1}^+(r_2) = 0,333$ , então  $C_{\phi^+}(x_1) = C_1$ ;

como  $\phi_{R_1}^-(r_1) = 0 < \phi^-(x_1) = 0,333 \leq \phi_{R_1}^-(r_2) = 0,666$ , então  $C_{\phi^-}(x_1) = C_1$ ;

como  $\phi_{R_1}(r_1) = 1 \geq \phi(x_1) = 0,334 > \phi_{R_1}(r_2) = -0,333$ , então  $C_{\phi}(x_1) = C_1$ .

Assim, utilizando qualquer uma das regras de classificação, tem-se que a alternativa  $x_1$  é classificada na categoria  $C_1$ . Da mesma forma, conclui-se que, aplicando qualquer uma das regras de classificação, a alternativa  $x_2$  é classificada na categoria  $C_2$ .

Para saber em qual dos critério a alternativa  $x_2$  deve melhorar para ser classificada na categoria  $C_1$ , deve-se calcular os fluxos unicritério relacionados à categoria  $x_2$ :

$$\begin{aligned}
\phi_{g_{11}}^+(x_2) &= \frac{1}{|R_2| - 1} \left( \sum_{h=1}^3 \pi_{g_{11,1}}(x_2, r_h) + \sum_{h=1}^3 \pi_{g_{11,2}}(x_2, r_h) \right) \\
&= \frac{1}{3} ((\pi_{g_{11,1}}(x_2, r_1) + \pi_{g_{11,1}}(x_2, r_2) + \pi_{g_{11,1}}(x_2, r_3)) \\
&\quad + (\pi_{g_{11,2}}(x_2, r_1) + \pi_{g_{11,2}}(x_2, r_2) + \pi_{g_{11,2}}(x_2, r_3))) \\
&= \frac{1}{3} (w_{11,1} (P(d(g_{11,1}(x_2) - r_1)) + P(d(g_{11,1}(x_2) - r_2)) + P(d(g_{11,1}(x_2) - r_3))) \\
&\quad + w_{11,2} (P(d(g_{11,2}(x_2) - r_1)) + P(d(g_{11,2}(x_2) - r_2)) + P(d(g_{11,2}(x_2) - r_3)))) \\
&= \frac{1}{3} (0,2(0 + 1 + 1) + 0,8(0 + 1 + 1)) \\
&= \frac{1}{3} (0,2(2) + 0,8(2)) = 0,667,
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
\phi_{g_{21}}^+(x_2) &= \frac{1}{|R_2| - 1} \left( \sum_{h=1}^3 \pi_{g_{21,1}}(x_2, r_h) + \sum_{h=1}^3 \pi_{g_{21,2}}(x_2, r_h) \right) \\
&= \frac{1}{3} ((\pi_{g_{21,1}}(x_2, r_1) + \pi_{g_{21,1}}(x_2, r_2) + \pi_{g_{21,1}}(x_2, r_3)) \\
&\quad + (\pi_{g_{21,2}}(x_2, r_1) + \pi_{g_{21,2}}(x_2, r_2) + \pi_{g_{21,2}}(x_2, r_3))) \\
&= \frac{1}{3} (w_{21,1}(P(d(g_{21,1}(x_2) - r_1)) + P(d(g_{21,1}(x_2) - r_2)) + P(d(g_{21,1}(x_2) - r_3))) \\
&\quad + w_{21,2}(P(d(g_{21,2}(x_2) - r_1)) + P(d(g_{21,2}(x_2) - r_2)) + P(d(g_{21,2}(x_2) - r_3)))) \\
&= \frac{1}{3} (0, 4(0 + 0 + 1) + 0, 6(0 + 0 + 1)) \\
&= \frac{1}{3} (0, 4(1) + 0, 6(1)) = 0, 333,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\phi_{g_{11,1}}^+(x_2) &= \frac{1}{|R_2| - 1} \left( \sum_{h=1}^3 \pi_{g_{11,1}}(x_2, r_h) \right) \\
&= \frac{1}{3} (\pi_{g_{11,1}}(x_2, r_1) + \pi_{g_{11,1}}(x_2, r_2) + \pi_{g_{11,1}}(x_2, r_3)) \\
&= \frac{1}{3} (P(d(g_{11,1}(x_2) - r_1)) + P(d(g_{11,1}(x_2) - r_2)) + P(d(g_{11,1}(x_2) - r_3))) \\
&= \frac{1}{3} (0 + 1 + 1) = 0, 667,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\phi_{g_{11,2}}^+(x_2) &= \frac{1}{|R_2| - 1} \left( \sum_{h=1}^3 \pi_{g_{11,2}}(x_2, r_h) \right) \\
&= \frac{1}{3} (\pi_{g_{11,2}}(x_2, r_1) + \pi_{g_{11,2}}(x_2, r_2) + \pi_{g_{11,2}}(x_2, r_3)) \\
&= \frac{1}{3} (P(d(g_{11,2}(x_2) - r_1)) + P(d(g_{11,2}(x_2) - r_2)) + P(d(g_{11,2}(x_2) - r_3))) \\
&= \frac{1}{3} (0 + 1 + 1) = 0, 667,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\phi_{g_{21,1}}^+(x_2) &= \frac{1}{|R_2| - 1} \left( \sum_{h=1}^3 \pi_{g_{21,1}}(x_2, r_h) \right) \\
&= \frac{1}{3} (\pi_{g_{21,1}}(x_2, r_1) + \pi_{g_{21,1}}(x_2, r_2) + \pi_{g_{21,1}}(x_2, r_3)) \\
&= \frac{1}{3} (P(d(g_{21,1}(x_2) - r_1)) + P(d(g_{21,1}(x_2) - r_2)) + P(d(g_{21,1}(x_2) - r_3))) \\
&= \frac{1}{3} (0 + 0 + 1) = 0, 333,
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
\phi_{g_{21,2}}^+(x_2) &= \frac{1}{|R_2| - 1} \left( \sum_{h=1}^3 \pi_{g_{21,2}}(x_2, r_h) \right) \\
&= \frac{1}{3} (\pi_{g_{21,2}}(x_2, r_1) + \pi_{g_{21,2}}(x_2, r_2) + \pi_{g_{21,2}}(x_2, r_3)) \\
&= \frac{1}{3} (P(d(g_{21,2}(x_2) - r_1)) + P(d(g_{21,2}(x_2) - r_2)) + P(d(g_{21,2}(x_2) - r_3))) \\
&= \frac{1}{3} (0 + 0 + 1) = 0,333.
\end{aligned}$$

Os valores dos fluxos unicritério da alternativa  $x_2$  calculados anteriormente são apresentados na Tabela 7. Seguindo a mesma linha de cálculo, obtém-se os valores dos fluxos unicritério dos perfis de referência. Os valores são apresentados na Tabela 8.

Tabela 7: Fluxos unicritério da alternativa  $x_2$  no exemplo numérico do método *FlowSort-H*.

Alternativa	$\phi_{g_{11}}(\cdot)$	$\phi_{g_{21}}(\cdot)$	$\phi_{g_{11,1}}(\cdot)$	$\phi_{g_{11,2}}(\cdot)$	$\phi_{g_{21,1}}(\cdot)$	$\phi_{g_{21,2}}(\cdot)$
$x_2$	0,667	0,333	0,667	0,667	0,333	0,333

Tabela 8: Fluxos unicritério dos perfis limitantes no exemplo numérico do método *FlowSort-H*.

Alternativa/ Perfil	$\phi_{R_2, g_{11}}(\cdot)$	$\phi_{R_2, g_{21}}(\cdot)$	$\phi_{R_2, g_{11,1}}(\cdot)$	$\phi_{R_2, g_{11,2}}(\cdot)$	$\phi_{R_2, g_{21,1}}(\cdot)$	$\phi_{R_2, g_{21,2}}(\cdot)$
$x_2$	0,667	0,333	0,667	0,667	0,333	0,333
$r_1$	1	1	1	1	1	1
$r_2$	-0,333	0,333	-0,333	-0,333	0,333	0,333
$r_3$	-1	-1	-1	-1	-1	-1

Assim,  $\phi_{R_2, g_{11}}(r_1) = 1 \geq \phi(x_2) = 0.667 > \phi_{R_2, g_{11}}(r_2) = -0.333$ . Portanto,  $C_\phi(x_2) = C_1$  com relação ao critério  $g_{11}$ . De forma análoga, como  $\phi_{R_2, g_{21}}(r_2) = 0.333 \geq \phi(x_2) = 0.333 > \phi_{R_2, g_{21}}(r_3) = -1$ , conclui-se que  $C_\phi(x_2) = C_2$  quando a alternativa  $x_2$  é analisada apenas em relação ao critério  $g_{21}$ .

Analisando então os subcritérios do critério  $g_{21}$ , tem-se que  $C_\phi(x_2) = C_2$  para os dois subcritérios  $g_{21,1}$  e  $g_{21,2}$ . Portanto, melhorar os desempenhos da alternativa  $x_2$  em relação aos critérios  $g_{21,1}$  e  $g_{21,2}$  resultará, em algum ponto dessa melhoria, em uma classificação da alternativa  $x_2$  na categoria  $C_1$ .

## 5

### APLICAÇÕES DOS MÉTODOS PROPOSTOS

Neste capítulo são apresentados aplicações e estudos de comparação do método proposto, iniciando-se com uma aplicação numérica do método SMAA-FFS a fim de ilustrar sua aplicabilidade. Em seguida, o método *FlowSort* foi aplicado para o mesmo exemplo com o objetivo de mostrar a diferença nos resultados quando os dados imperfeitos não são considerados como tais.

Na continuidade, o método SMAA-FFS foi comparado aos métodos *Fuzzy-FlowSort* e *Interval-FlowSort*. Também é mostrado como o método SMAA-FFS pode ser utilizado para análise de robustez do método *FlowSort* ou do método *Fuzzy-FlowSort*.

Finalizando o capítulo, o método SMAA-FFS-H foi aplicado a um problema de decisão real, referente a avaliação da maturidade operacional de instituições de pesquisa.

#### 5.1 APLICAÇÃO NUMÉRICA DO MÉTODO SMAA-FFS

A aplicação numérica aqui apresentada é baseada no exemplo descrito em Janssen e Nemery (2013). Nesse exemplo, 20 fornecedores de uma empresa foram avaliados com o objetivo de classificá-los em quatro categorias ordenadas, definidas da seguinte forma:

- Categoria 1 (C1): fornecedores para parcerias estratégicas (melhor categoria);
- Categoria 2 (C2): fornecedores promissores;
- Categoria 3 (C3): fornecedores para parcerias competitivas;
- Categoria 4 (C4): fornecedores a serem excluídos (pior categoria).

Cinco critérios foram propostos para avaliar 20 fornecedores: critério A, performance de entrega (a ser maximizado); critério B, tempo necessário para realizar revisões de projetos (a ser minimizado); critério C, tempo necessário para a construção de protótipos (a ser minimizado); critério D, tempo necessário para desenvolver o *design* estrutural do produto (a ser minimizado); e critério E, desempenho na redução de custos (a ser maximizado).

Em Janssen e Nemery (2013), as avaliações são definidas utilizando dados intervalares e os pesos dos critérios são definidos por valores determinísticos. No entanto, com o objetivo de ilustrar a aplicabilidade do método SMAA-FFS, foram utilizados, além de dados intervalares, termos linguísticos e variáveis aleatórias para avaliar as alternativas. As avaliações em relação aos critérios A, B e C são definidas por dados intervalares, assim como no exemplo original. As avaliações em relação ao critério D foram realizadas utilizando variáveis aleatórias com distribuição de probabilidade normal e as avaliações relacionadas ao critério E foram realizadas utilizando termos linguísticos. A Tabela 9 apresenta a avaliação dos fornecedores (alternativas) em relação aos cinco critérios.

Tabela 9: Avaliação de desempenho das alternativas (fornecedores) da aplicação numérica do método SMAA-FFS.

	Critérios				
	(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
Fornecedores	Dado intervalar [min, max]			Distribuição Normal N(média, variância)	Variável Linguística
F1	[50, 70]	[20, 30]	[18, 28]	N(49, 4)	Muito Alto
F2	[85, 100]	[6, 10]	[4, 8]	N(8, 2)	Baixo
F3	[52, 56]	[16, 23]	[19, 24]	N(45, 4)	Alto
F4	[70, 84]	[8, 11]	[6, 7]	N(28, 2)	Alto
F5	[74, 92]	[11, 14]	[9, 12]	N(44, 4)	Baixo
F6	[50, 57]	[18, 28]	[18, 26]	N(45, 5.5)	Muito Baixo
F7	[63, 77]	[17, 20]	[9, 9]	N(35, 2.5)	Médio
F8	[81, 99]	[15, 18]	[4, 4]	N(16, 1.1)	Alto
F9	[62, 68]	[9, 13]	[7, 9]	N(33, 2.4)	Médo
F10	[81, 89]	[5, 5]	[5, 5]	N(15, 1)	Alto
F11	[86, 99]	[8, 9]	[4, 4]	N(37, 3)	Muito Alto
F12	[82, 90]	[13, 16]	[13, 14]	N(38.5, 3.2)	Muito Baixo
F13	[86, 94]	[13, 16]	[9, 11]	N(40, 3.8)	Muito Baixo
F14	[65, 83]	[9, 13]	[6, 8]	N(31.5, 3)	Muito Alto
F15	[76, 86]	[8, 18]	[14, 26]	N(16, 3)	Médio
F16	[47, 57]	[20, 25]	[21, 24]	N(40, 3.6)	Muito Baixo
F17	[95, 100]	[9, 11]	[5, 7]	N(16, 2)	Alto
F18	[65, 66]	[20, 20]	[12, 24]	N(35, 1)	Médio
F19	[65, 95]	[10, 12]	[3, 12]	N(18.2, 0.9)	Médio
F20	[40, 120]	[0, 30]	[0, 20]	N(27, 18)	Alto

Os desempenhos das alternativas definidos como dados intervalares (critérios A, B e C) foram tratados como variáveis aleatórias seguindo uma distribuição uniforme. As avaliações sob o critério D também foram tratadas como variáveis aleatórias, mas seguindo uma distribuição normal. As variáveis linguísticas utilizadas em relação ao critério E foram modeladas usando números difusos triangulares. A representação das variáveis linguísticas (cinco termos) por números triangulares difusos adotada é a apresentada na Tabela 1, página 58.

Assim como no exemplo original, para todos os critérios, foi adotada a função de preferência do tipo V. Também como no exemplo original, os limiares de indiferença e preferência relacionados aos critérios B, C, D e E foram definidos por valores determinísticos. No entanto, para ilustrar a possibilidade de utilizar limiares de indiferença e de preferência definidos por dados intervalares, os limiares relacionados ao critério A foram alterados de valores determinísticos para dados intervalares. A Tabela 10 apresenta a direção de preferência dos critérios, pesos dos critérios determinísticos e ordinais e os limiares de indiferença e de preferência adotados nesta aplicação.

Tabela 10: Direção preferencial dos critérios, pesos determinísticos e ordinais, e os limiares de indiferença e de preferência da aplicação numérica do método SMAA-FFS.

Critério	(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
Direção de preferência	max	min	min	min	max
Pesos determinísticos	0.2	0.17	0.15	0.23	0.25
Pesos ordinais	3	4	5	2	1
Limiar de indiferença	[1, 3]	0	0	1	0
Limiar de preferência	[8, 12]	5	3	8	0

O método SMAA-FFS requer também a definição dos perfis de referência limitantes de cada categoria. Assim, como no exemplo original, os critérios A, B, C e D têm os perfis limitantes definidos por dados intervalares. Como o critério E é avaliado usando variáveis linguísticas, a maneira mais intuitiva de definir os perfis limitantes referentes a esse critério também é por variáveis linguísticas. Os perfis de referência limitantes em relação a cada um dos critérios são apresentados na Tabela 11.

Os perfis limitantes definidos por dados intervalares foram considerados variáveis aleatórias seguindo uma distribuição uniforme e os perfis limitantes definidos usando variáveis linguísticas foram modelados usando números difusos triangulares. A semântica apresentada na terceira coluna da Tabela 2 (página 82) garante o atendimento das condições do método *FlowSort*.

Tabela 11: Perfis de referência limitantes da aplicação numérica do método SMAA-FFS.

Perfis	Criteria				
	(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
r5	40	30	28	55	Muito baixo
r4	[60, 62]	[21, 23]	[15, 17]	[38, 42]	Baixo
r3	[71, 80]	[17, 19]	[8, 10]	[28, 32]	Médio
r2	[91, 100]	[11, 13]	[4, 6]	[16, 20]	Alto
r1	120	0	0	0	Muito Alto

Além de considerar diferentes tipos de dados imperfeitos para avaliação das alternativas, para os limiares de indiferença e de preferência e para os perfis de referência limitantes das categorias, três diferentes informações para os pesos dos critérios foram consideradas: pesos faltantes, pesos ordinais e pesos determinísticos. Como consequência, três diferentes análises são realizadas, como descritas no Quadro 4.

Quadro 4: Experimentos sobre aplicabilidade do SMAA-FFS.

Análises	Caracterização
1	Pesos faltantes (dados incompletos)
2	Pesos ordinais (segundo Tabela 10)
3	Pesos determinísticos (definidos na Tabela 10)

O método SMAA-FFS foi aplicado seguindo as etapas apresentadas na Figura 19, página 87, e utilizando o código desenvolvido em linguagem R. A Tabela 12 apresenta os resultados obtidos das três diferentes análises.

Na primeira análise, com pesos faltantes, observa-se que todas as alternativas recebem índices de aceitabilidade de categoria diferentes de zero para pelo menos duas categorias. Sete alternativas (F6, F7, F8, F10, F16, F17, F18) receberam probabilidades de serem classificadas em apenas duas categorias. Por exemplo, a alternativa F6 recebeu 0,05 para a categoria C3 e 0,95 para a categoria C4 e a alternativa F18 recebeu 0,96 de probabilidade de ser classificada na categoria C3 e 0,04 na categoria C4. Dez alternativas receberam probabilidades diferentes de zero de serem classificadas em três categorias, e três alternativas (F1, F15, F20) receberam probabilidades diferentes de zero para quatro categorias.

Esse resultado pode ser explorado de diferentes maneiras, como explicado na Seção 4.3.3 (página 85). Por exemplo, a alternativa F20 recebeu probabilidades diferentes de zero para as quatro categorias. Isso significa que se pode decidir que as informações de entrada não são

Tabela 12: Índices de aceitabilidade de categoria em porcentagem (%) com três tipos diferentes de informações de pesos da aplicação numérica do método SMAA-FFS.

Fornecedores	SMAA-FFS											
	Pesos faltantes				Pesos ordinais				Pesos determinísticos			
	C1	C2	C3	C4	C1	C2	C3	C4	C1	C2	C3	C4
F1	1	6	40	53	2	30	68	0	0	0	56	44
F2	39	58	3	0	2	85	13	0	8	92	0	0
F3	0	4	49	47	0	10	89	1	0	0	87	13
F4	17	79	4	0	11	89	0	0	0	100	0	0
F5	0	27	68	5	0	0	92	8	0	1	99	0
F6	0	0	5	95	0	0	0	100	0	0	1	99
F7	0	14	86	0	0	1	99	0	0	3	97	0
F8	62	38	0	0	90	10	0	0	85	15	0	0
F9	2	48	50	0	0	8	92	0	0	12	88	0
F10	75	25	0	0	99	1	0	0	99	1	0	0
F11	58	39	3	0	43	57	0	0	29	71	0	0
F12	0	17	69	14	0	0	41	59	0	0	100	0
F13	0	20	65	15	0	0	33	67	0	0	100	0
F14	16	75	9	0	24	76	0	0	0	100	0	0
F15	7	65	27	1	0	92	8	0	0	97	3	0
F16	0	0	10	90	0	0	0	100	0	0	0	100
F17	79	21	0	0	94	6	0	0	95	5	0	0
F18	0	0	96	4	0	0	100	0	0	0	100	0
F19	20	70	10	0	1	89	10	0	7	92	1	0
F20	20	45	30	5	28	56	16	0	13	60	27	0

suficientemente precisas e, por isso, não é possível classificar com segurança a alternativa F20. No entanto, caso se queira definir uma única categoria para F20, outras formas de exploração podem ser adotadas. Pode-se aceitar que F20 seja classificada em várias categorias, se isso fizer sentido para os decisores envolvidos. Ou, ainda, pode-se decidir que uma classificação cautelosa para a alternativa F20 seria na categoria C2, por esta categoria ter recebido a maior probabilidade (0,45). Ou mesmo pode-se classificar F20 em uma categoria cuja probabilidade exceda um limite, por exemplo 0,4, e C2 é novamente a categoria escolhida. No entanto, F20 também obteve uma probabilidade consideravelmente alta (0,3) para a categoria C3 e, portanto, classificar a alternativa F20 à categoria C3 é também uma opção, no caso de se desejar considerar uma classificação mais pessimista.

Na segunda análise, com informação de pesos ordinais, a variabilidade dos índices de aceitabilidade para uma mesma alternativa é menor: nove alternativas receberem probabilidade maior do que 0,9 de classificação em uma categoria, sendo que na primeira análise apenas duas alternativas obtiveram índices de aceitabilidade maiores do que 0,9. Por exemplo, a alternativa F9,

que na primeira análise recebe probabilidades diferentes de zero para três categorias (0,02, 0,48 e 0,5 para C1, C2 e C3, respectivamente), agora recebe probabilidades diferentes de zero para apenas duas categorias, 0,08 para a categoria C2 e 0,92 probabilidade para a categoria C<sub>3</sub>. A Figura 20 apresenta os índices de aceitabilidade de categoria em porcentagem (%) obtidos com a análise considerando pesos ordinais.

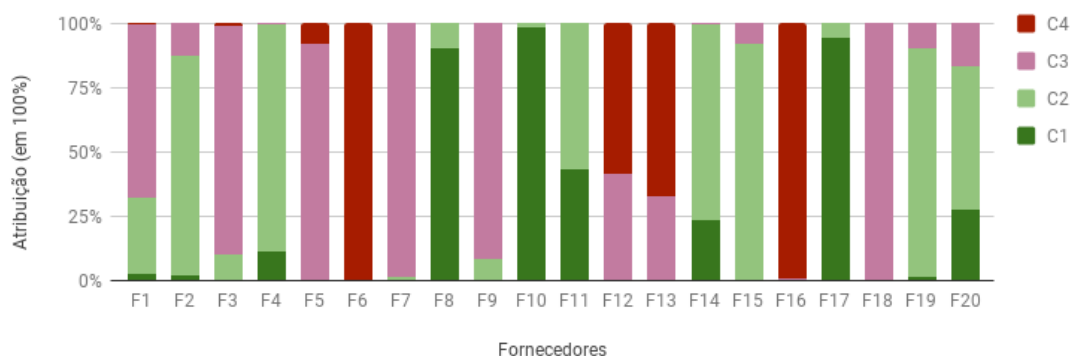


Figura 20: Índices de aceitabilidade de categoria em porcentagem (%) com pesos ordinais resultantes na aplicação numérica do método SMAA-FFS.

Na terceira análise, utiliza-se os valores de pesos determinísticos. Apenas as alternativas F19 e F20 receberam probabilidade diferente de zero para três categorias. Seis alternativas (F4, F12, F13, F14, F16, F18) são classificadas em categorias únicas com probabilidade igual a 1 e oito alternativas recebem probabilidades maiores do que 0,9 de classificação em uma categoria. Nenhuma alternativa recebeu probabilidade diferente de zero para as quatro categorias.

Vê-se que quanto mais precisa é a informação de peso, menor é a variabilidade dos índices de aceitabilidade para uma mesma alternativa.

### 5.1.1 Aplicação considerando apenas valores determinísticos

Como já discutido anteriormente, na prática, muitas vezes, os decisores podem optar por utilizar valores determinísticos, apesar de serem resultantes de um processo aleatório ou de uma avaliação subjetiva. Assim, nesta seção, considerando o exemplo apresentado na Seção 5.1, definiu-se valores determinísticos para todas as avaliações e parâmetros. Para os dados modelados por distribuições uniformes, considerou-se o ponto médio do intervalo; para os dados modelados por distribuições normais, considerou-se a média da distribuição normal; e para da-



dos modelados por números difusos triangulares, considerou-se o mapeamento de ordinal para cardinal (escala de 1 a 5).

Os dados determinísticos das avaliações de desempenho são apresentados na Tabela 13. Na Tabela 14, estão os valores dos perfis de referência. Os pesos dos critérios considerados são os mesmo apresentados na Tabela 10. Vale a pena notar que a aplicação do método SMAA-FFS considerando apenas valores determinísticos para todos os parâmetros e avaliações se reduz à aplicação do método *FlowSort*.

Tabela 13: Avaliação de desempenho das alternativas (fornecedores) da aplicação numérica do método SMAA-FFS considerando apenas valores determinísticos.

Fornecedores	(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
F1	60	25	23	49	5
F2	92.5	8	6	8	2
F3	54	19.5	21.5	45	4
F4	77	9.5	6.5	28	4
F5	83	12.5	10.5	44	2
F6	53.5	23	22	45	1
F7	70	18.5	9	35	3
F8	90	16.5	4	16	4
F9	65	11	8	33	3
F10	85	5	5	15	4
F11	92.5	8.5	4	37	5
F12	86	14.5	13.5	38.5	1
F13	90	14.5	10	40	1
F14	74	11	7	31.5	5
F15	81	13	20	16	3
F16	52	22.5	22.5	40	1
F17	97.5	10	6	16	4
F18	65.5	20	18	35	3
F19	80	11	7.5	18.2	3
F20	80	15	10	27	4

Tabela 14: Perfis de referência limitantes determinísticos da aplicação numérica do método SMAA-FFS.

Perfis	Critérios				
	(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
r5	40	30	28	55	5
r4	61	22	16	40	4
r3	75.5	18	9	30	3
r2	95.5	12	5	18	2
r1	120	0	0	0	1

O Quadro 5 apresenta as classificações obtidas quando apenas valores determinísticos são considerados. O Quadro 5, terceira coluna, também apresenta a classificação extraída da Tabela 12 (pesos ordinais) considerando a classificação na categoria com maior probabilidade. Tem-se que as classificações dos fornecedores  $F_9$ ,  $F_{11}$ ,  $F_{12}$  e  $F_{13}$  se alteram quando se considera apenas valores determinísticos. Para esse exemplo específico, identificou-se também que as classificações considerando apenas dados determinísticos são mais otimistas do que quando os dados imperfeitos são considerados. A Figura 21 apresenta graficamente os dados do Quadro 5.

Quadro 5: Classificações finais obtidas da aplicação numérica do método SMAA-FFS considerando apenas valores determinísticos e considerando dados imperfeitos.

Fornecedores	Exemplo com valores determinísticos	Exemplo com dados imperfeitos (Seção 5.1)
F1	C3	C3
F2	C2	C2
F3	C3	C3
F4	C2	C2
F5	C3	C3
F6	C4	C4
F7	C3	C3
F8	C1	C1
F9	C2	C3
F10	C1	C1
F11	C1	C2
F12	C3	C4
F13	C3	C4
F14	C2	C2
F15	C2	C2
F16	C4	C4
F17	C1	C1
F18	C3	C3
F19	C2	C2
F20	C2	C2

## 5.2 ESTUDOS DE COMPARAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO COM MÉTODOS EXISTENTES

Esta seção apresenta estudos de comparação do método proposto com os métodos *Interval-FlowSort* e *Fuzzy-FlowSort*.



Figura 21: Comparação das classificações finais: apenas com valores determinísticos (aplicação do *FlowSort*) e com dados imperfeitos (aplicação do SMAA-FFS).

### 5.2.1 Comparação com *Interval-FlowSort*

Com o objetivo de comparar o método SMAA-FSS com a extensão *Interval-FlowSort*, proposta por Janssen e Nemery (2013), aplicou-se o método SMAA-FFS ao exemplo apresentado em Janssen e Nemery (2013), já introduzido na Seção 5.1. Como este exemplo considera apenas avaliações intervalares e não utiliza variáveis linguísticas, consequentemente números difusos não são utilizados. Portanto, o método SMAA-FFS se reduz ao método *SMAA-FlowSort*.

Para essa comparação, foram realizadas três análises, como apresentado no Quadro 4, página 102. A Tabela 15 apresenta os índices de aceitabilidade de categoria resultantes das três aplicações do método SMAA-FFS (com pesos faltantes, ordinais e determinísticos) obtidos como resultado. A coluna “Análise original” na Tabela 15 apresenta a classificação resultante da aplicação do método *Interval-FlowSort* proposto por Janssen e Nemery (2013).

Tabela 15: Índices de aceitabilidade de categoria (em %) resultantes da aplicação do método SMAA-FFS ao exemplo proposto por Janssen e Nemery (2013).

Fornecedores	Análise original	SMAA-FFS											
		Pesos faltante				Pesos ordinais				Pesos determinísticos			
		C1	C2	C3	C4	C1	C2	C3	C4	C1	C2	C3	C4
F1	C4	0	0	6	94	0	0	3	97	0	0	0	100
F2	C1	63	37	0	0	44	56	0	0	57	43	0	0
F3	C4	0	0	14	86	0	0	6	94	0	0	0	100
F4	C2	5	95	0	0	1	99	0	0	0	100	0	0
F5	C2	0	70	29	1	0	97	3	0	0	98	2	0
F6	C4	0	0	7	93	0	0	10	90	0	0	0	100
F7	C3	0	35	65	0	0	58	42	0	0	33	67	0
F8	C2	7	93	0	0	0	100	0	0	0	100	0	0
F9	C3	0	30	68	2	0	0	91	9	0	0	100	0
F10	C2	22	74	4	0	0	80	20	0	0	100	0	0
F11	C1	67	33	0	0	33	67	0	0	52	48	0	0
F12	C2	0	66	34	0	0	100	0	0	0	99	1	0
F13	C3	0	40	60	0	0	1	98	1	0	5	95	0
F14	C2	0	82	18	0	0	53	47	0	0	85	15	0
F15	C3	1	41	48	10	0	14	83	3	0	19	81	0
F16	C4	0	0	4	96	0	0	0	100	0	0	0	100
F17	C2	52	48	0	0	37	63	0	0	41	59	0	0
F18	C3	0	0	85	15	0	0	100	0	0	0	100	0
F19	C2	12	86	2	0	21	78	1	0	6	94	0	0
F20	C2	14	43	35	8	12	43	37	8	7	52	38	3

Na primeira análise, com pesos faltantes, observa-se que todas as alternativas recebem índices de aceitabilidade de categoria diferentes de zero para pelo menos duas categorias. Duas alternativas (F15, F20) receberam probabilidades de serem classificadas em quatro categorias. Quatro alternativas (F5, F9, F10, F19) recebem probabilidades diferentes de zero de serem classificadas em três categorias e as demais, 14 alternativas, recebem probabilidade para duas categorias. Esse resultado pode ser explorado de diferentes maneiras, como apresentado na Seção 4.3.3.

Na segunda análise, com informações de preferência ordinal, quatro alternativas (F8, F12, F16 e F18) passam a ter 1 de probabilidade de classificação em uma única categoria. As outras dezesseis alternativas ainda obtêm probabilidades diferentes de zero para múltiplas categorias, mas a variabilidade dos índices de probabilidade de categoria para cada alternativa é menor devido a informação de peso ser mais precisa.

A terceira análise é realizada com os pesos determinísticos propostos na análise original. Uma vez que esse tipo de informação de preferência é mais rica (já que com pesos determi-

nísticos se tem mais informações do que quando pesos ordinais, e claramente, pesos faltantes), resulta em índices de probabilidade de categoria com menor variabilidade entre as categorias. As alternativas F1, F3, F4, F6, F8, F9, F10, F16 e F18 agora são classificadas em categorias únicas com uma probabilidade igual a 1 e as alternativas S5, S12, S13, S19 recebem uma alta probabilidade, superior a 0,94, de serem classificadas em uma única categoria. Portanto, podemos considerar que a maioria das alternativas (13 das 20) tem categorias únicas de classificação. Além disso, para essas 13 alternativas, as categorias de classificação são as mesmas obtidas na análise original. As outras sete alternativas (S2, S7, S11, S14, S15, S17, S20) recebem altas probabilidades a serem classificadas em duas categorias diferentes cada. Para decidir a classificação final dessas alternativas, seus índices de aceitabilidade podem ser explorados conforme explicado na Seção 4.3.3, página 85. Se a decisão é classificar essas alternativas na categoria que recebeu maior probabilidade, obtém-se o mesmo resultado da análise original.

Assim, concluí-se dessa comparação que os resultados obtidos com SMAA-FFS usando pesos determinísticos são semelhantes aos resultados fornecidos pelo método *Interval-FlowSort* e, dependendo da regra de exploração aplicada, os resultados são os mesmos. Isso mostra a consistência do método SMAA-FFS em relação ao método *Interval-FlowSort*. Também é verificada a vantagem de utilizar o SMAA-FFS, dado que não é necessário definir os pesos dos critérios, ou pode-se usar informações de preferências ordinais. Além disso, com o método SMAA-FFS obtém-se probabilidades de classificação como resultado e, conseqüentemente, as classificações podem ser realizadas e analisadas de forma probabilística.

### **5.2.2 Comparação com *Fuzzy-FlowSort***

Para comparar o método SMAA-FSS com o método *Fuzzy-FlowSort*, aplicou-se o método SMAA-FFS ao exemplo proposto por Campos, Mareschal e Almeida (2015). Neste exemplo, são avaliados 10 cenários (alternativas) para a exploração da área geotérmica de baixa entalpia de Nea Kessani, uma comunidade rural localizada na Grécia. Os critérios utilizados para avaliar esses dez cenários foram: o valor presente líquido do investimento (a ser maximizado); a criação de novos empregos (a ser maximizado); energia consumida (para ser maximizada). A energia utilizada indica o grau de exploração do recurso; um índice de risco (a ser minimizado); e danos ambientais (a minimizar). O objetivo é classificar os cenários de exploração em quatro categorias, de

acordo com a necessidade de implementá-los: C1 - necessidade imediata (a melhor categoria); C2 - necessidade de médio prazo; C3 - necessidade de longo prazo; C4 - não necessário (a pior categoria). Nesse exemplo, as avaliações das alternativas são definidas por dados intervalares que foram modelados utilizando números difusos triangulares. As avaliações das alternativas e demais parâmetros utilizados podem ser vistos em Campos, Mareschal e Almeida (2015).

O método SMAA-FFS possibilita que dados intervalares sejam modelados utilizando distribuição de probabilidade uniforme ou números difusos triangulares. Para nível de comparação, utilizou-se números difusos triangulares, como apresentado no Quadro 4. Além disso, foram realizadas três análises, cada uma considerando um tipo diferente de informação de peso dos critérios (faltante, ordinal e determinísticos), assim como nas análises anteriores. A Tabela 16 apresenta os Índices de aceitabilidade de categoria resultante da aplicação do método SMAA-FFS nas três análises. A coluna “Análise original” na Tabela 16 apresenta a classificação obtida na análise original (CAMPOS; MARESCHAL; ALMEIDA, 2015).

Tabela 16: Índices de aceitabilidade de categoria (em %) resultantes da aplicação do método SMAA-FFS ao exemplo proposto por Campos, Mareschal e Almeida (2015).

Alternativa Cenários	Análise original	SMAA-FFS											
		Pesos faltantes				Pesos ordinais				Pesos determinísticos			
		C1	C2	C3	C4	C1	C2	C3	C4	C1	C2	C3	C4
A1	C2	6	65	29	0	0	95	5	0	0	100	0	0
A2	C2	7	59	34	0	0	100	0	0	0	100	0	0
A3	C2	6	58	36	0	0	100	0	0	0	100	0	0
A4	C2	1	62	37	0	0	100	0	0	0	100	0	0
A5	C2	5	58	37	0	0	9	91	0	0	100	0	0
A6	C3	0	5	87	8	0	0	100	0	0	0	100	0
A7	C1	73	27	0	0	100	0	0	0	100	0	0	0
A8	C2	11	63	25	1	0	100	0	0	0	100	0	0
A9	C3	3	28	49	20	0	0	100	0	0	0	100	0
A10	C3	2	28	50	20	0	57	43	0	0	0	100	0

Na primeira análise, observa-se que todas as alternativas recebem claramente probabilidades de categorias diferentes de zero para pelo menos duas categorias. Por exemplo, a alternativa A10 pode ser classificada em qualquer uma das categorias de C1 a C4. Na segunda análise com pesos ordinais, sete alternativas chegam a ter probabilidade igual 1 de classificação em uma única categoria. As outras três alternativas ainda obtêm probabilidades diferentes de zero para duas categorias, mas a variabilidade entre as categoria é menor devido a informação de peso ser mais precisa.

Na terceira análise, considera-se os pesos determinísticos utilizados no exemplo original apresentado em Campos, Mareschal e Almeida (2015). Como nesta análise tem-se apenas avaliações de alternativas modeladas por números difusos triangulares e não há nenhuma avaliação definida por dados estocásticos, o método SMAA-FFS é reduzido ao método *Fuzzy-FlowSort*. Os resultados são, portanto, idênticos aos da análise original, mostrando a consistência do método SMAA-FFS em relação ao método *Fuzzy-FlowSort*. Os gráficos apresentados na Figura 22 ilustram os resultados desses três tipos de análise.



Figura 22: Ilustração dos índices de aceitabilidade de categoria (em %) resultantes da aplicação do método SMAA-FFS ao exemplo proposto por Campos, Mareschal e Almeida (2015).

Assim, pode-se ver que uma das vantagens de se utilizar o método SMAA-FFS é o fato de que não é necessário definir os pesos dos critérios ou pode-se usar pesos ordinais. Além disso,

para os três casos, obtém-se probabilidades como resultado e, portanto, as classificações podem ser analisadas de forma probabilística.

### 5.2.3 Análise de Robustez

Como o método SMAA-FFS considera simultaneamente diferentes tipos de incerteza em todos os parâmetros e fornece os índices de aceitabilidade de categoria como resultado, as alternativas podem ser classificadas em categorias sabendo quanto essas classificações são robustas ou instáveis, dependendo dos valores dos parâmetros utilizados como dados de entrada. Assim, o método SMAA-FFS pode ser utilizado para análise de robustez dos métodos *FlowSort* e *Fuzzy-FlowSort*, da mesma maneira que o método SMAA-TRI foi proposto para analisar a robustez do ELECTRE-TRI (TERVONEN *et al.*, 2009).

Para ilustrar a análise de robustez utilizando-se o método SMAA-FFS, considera-se o exemplo proposto por Campos, Mareschal e Almeida (2015) (já apresentado na seção 5.2.2), no qual foi aplicado o método *Fuzzy-FlowSort*. Nesta análise de robustez, analisou-se a sensibilidade dos resultados à mudança no conjunto de pesos. Para isso, considerou-se uma variação de  $\pm 30\%$  em relação aos pesos determinísticos, obtendo-se assim um novo conjunto de pesos intervalares. Os pesos intervalares são apresentados na Tabela 17.

Tabela 17: Pesos intervalares utilizados na análise de robustez dos resultados da aplicação do método SMAA-FFS ao exemplo proposto por Campos, Mareschal e Almeida (2015).

Pesos	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$w_5$
Limite inferior	0,175	0,14	0,07	0,14	0,175
Limite superior	0,325	0,26	0,13	0,26	0,325

Os resultados desse estudo são apresentados na Tabela 18 e revelam que a classificação da maioria dos cenários permanece insensível às mudanças de pesos. Os cenários A5, A9 e A10 são um pouco sensíveis considerando os pesos intervalares. Por exemplo, A5 recebeu 83% para ser classificado na categoria C2 e 17% para ser classificado na categoria C3. No entanto, classificar o cenário A5 na categoria C2 ainda é robusto, como com pesos determinísticos, porque se obteve também uma probabilidade mais alta para C2.



Tabela 18: Índices de aceitabilidade de categoria (em %) considerando pesos intervalares na aplicação do método SMAA-FFS ao exemplo proposto por Campos, Mareschal e Almeida (2015).

Cenários	Categoria			
	C1	C2	C3	C4
A1	0	100	0	0
A2	0	100	0	0
A3	0	100	0	0
A4	0	95	5	0
A5	0	83	17	0
A6	0	0	100	0
A7	100	0	0	0
A8	0	98	2	0
A9	0	13	87	0
A10	0	11	89	0

### 5.3 APLICAÇÃO DO MÉTODO SMAA-FFS-H

A fim de mostrar a aplicabilidade do método SMAA-FFS-H e sua utilidade na resolução de problemas reais, um estudo referente à avaliação de maturidade de instituições de pesquisa financiadas por uma organização social brasileira é apresentado. Essa organização tem por missão apoiar instituições de pesquisa tecnológica, em selecionadas áreas de competência, para que executem projetos de PD&I (Pesquisa, Desenvolvimento e Inovação), em cooperação com empresas do setor industrial.

Para receber esse apoio financeiro, a instituição de pesquisa deve submeter propostas às chamadas públicas de credenciamento. As instituições candidatas são avaliadas e, conforme critérios definidos e divulgados em editais, uma ou algumas instituições são selecionadas e credenciadas. Uma vez credenciada, um plano de ação é estabelecido para o desenvolvimento de projetos de PD&I em parceria com empresas do setor industrial.

As instituições credenciadas devem ser avaliadas periodicamente, buscando diagnosticar e elencar evidências que sinalizem as condições operacionais favoráveis para o cumprimento do plano de ação definido no momento de credenciamento. Essa avaliação é chamada de avaliação de maturidade operacional. A avaliação de maturidade permite identificar pontos fortes e fracos da instituição, que podem ser usados na busca da excelência operacional no logo prazo.

### 5.3.1 Avaliação da maturidade operacional de instituições de pesquisa

Para avaliar a maturidade operacional das instituições de pesquisa, nove processos considerados fundamentais à operação, listados e explicados no Quadro 6, são avaliados. Cada um desses processos é avaliado conforme seis insumos, considerados necessários para sua condução, apresentados no Quadro 7. Por sua vez, cada insumo é avaliado a partir da análise de três dimensões: oferta, volume, foco.

- **Oferta:** caracteriza o mantenedor prioritário do processo e do insumo, podendo ser caracterizada por “inexistente”, quando não há o processo ou insumo em questão; “instituição”, se o processo ou o insumo existe e é mantido formalmente e prioritariamente pela instituição como um todo; ou “equipe”, se o processo ou o insumo existe e é mantido prioritariamente por iniciativa da equipe participante do projeto financiado.
- **Volume:** caracteriza a suficiência ou a insuficiência do processo ou do insumo para atender as metas definidas no credenciamento e é definido como “suficiente” ou “insuficiente”.
- **Foco:** caracteriza o destino ou a aplicação prioritária do insumo ou do processo identificado para o projeto que está sendo financiado. Se o processo ou o insumo tem como aplicação prioritária o projeto acordado no credenciamento, o foco deve ser identificado como “direcionado”. Se o processo ou o insumo tem outra aplicação prioritária, mesmo que destinado em alguma medida para a atividade acordada no credenciamento, seu foco deve ser identificado como “outro”.

A avaliação da maturidade da instituição credenciada inicia-se com a visita de um técnico que avalia, *in loco*, os insumos dos processos segundo suas ofertas, volumes e focos. Para essa avaliação, o técnico verifica a situação atual, analisa documentos de evidências e os compara com o plano de ação acordado no momento do credenciamento.

Baseando-se nas informações fornecidas pelos técnicos, o especialista deve definir a combinação adequada de oferta, volume e foco para cada insumo de cada processo. Essa combinação representa o quanto de oferta, volume e foco existe para cada insumo/ processo de forma a atender o plano de ação. Portanto, para cumprir sua finalidade, a avaliação do técnico deve ser fiel à situação verificada *in loco* no momento em que é realizada, e não deve considerar os níveis

Quadro 6: Processos considerados na avaliação da maturidade operacional.

Processo	Descrição
Prospecção de projetos (PROSP.PROJ.)	Congrega as atividades cujo objetivo é a busca por oportunidades para desenvolver projetos de PD&I com empresas do setor industrial.
Elaboração técnica (ELAB.TEC.)	Envolve a elaboração de propostas técnicas, planos de trabalho, contratos, cronogramas, etc.
Negociação de projetos (NEG.PROJ.)	Envolve as atividades de negociação de escopo técnico, escopo financeiro e jurídico entre a instituição credenciada e as empresas interessadas no desenvolvimento de projetos.
Gestão de projetos (GEST.PROJ.)	Compreende as atividades típicas de um escritório de projetos, envolvendo a gestão da execução dos projetos, de equipes, financeira, de prazos, entregas de resultados à empresa (cliente), etc., pactuados em cada projeto entre a instituição credenciada e a empresa.
Execução de projetos (EXEC.PROJ.)	Compreende todas as atividades inerentes à execução dos projetos de pesquisa contratados pela empresa com a instituição credenciada.
Gestão de portfólio (GEST.PORT.)	Engloba a gestão consolidada de todos os projetos contratados e executados durante o credenciamento, incluindo a gestão das equipes nos diferentes projetos, a alocação de infraestrutura, etc., além de outros aspectos que envolvam o compartilhamento de recursos (ex. infraestrutura, contrapartida, etc.) e de competências da instituição.
Gestão de propriedade intelectual (GEST.PROP.INTEL.)	Compreende desde o suporte às negociações de propriedade intelectual na contratação dos projetos, das remunerações pelo sucesso dos projetos (ex. remuneração por resultados, royalties, etc.), até a partilha dos direitos de propriedade sobre os resultados (ex. coautoria de patentes), o suporte para a redação e o depósito das proteções cabíveis em cada caso, além do acompanhamento dos resultados devidos à instituição credenciada pela empresa, após encerramento dos projetos.
Comunicação (COM.)	Envolve as iniciativas de comunicação da instituição credenciada visando a divulgação pública das suas atividades, competências, resultados, etc., para quaisquer públicos de interesse ao credenciamento (a própria instituição, empresas, parceiros, órgãos públicos, governo, etc.)
Formação de recursos humanos (FORM.RH)	Inclui todas as atividades pertinentes à formação de recursos humanos para PD&I conforme previsto no programa de mesmo título – parte integrante do compromisso de credenciamento.

Quadro 7: Insumos de cada um dos processos considerados na avaliação da maturidade.

Insumo	Descrição
Geral	Diz respeito a como o processo está organizado no geral. Por exemplo, um processo, apesar de poder ser bem avaliado em relação a todos seus insumos, pode não ser bem avaliado no que diz respeito a organização de todos esses insumos de forma a caracterizar a existente de um processo estruturado.
Infraestrutura (Infra.)	Trata-se da infraestrutura física necessária para a execução do respectivo processo. Assim, por exemplo, a infraestrutura essencial para a elaboração técnica pode ser constituída por sala, computadores e softwares; para a gestão de projetos podem ser as infraestruturas típicas de escritórios de projetos, enquanto que para a execução de projetos será a própria infraestrutura laboratorial de pesquisa na área credenciada.
Recursos humanos (RH)	São todas as pessoas vinculadas diretamente às atividades relacionadas ao financiamento da pesquisa em todos os processos, podendo, portanto, ser constituído de corpo técnico e de pesquisa, equipe de gestão, suporte jurídico, equipe de comunicação, de acompanhamento financeiro, de prestação de contas, etc.
Recursos de contrapartida (RContr.)	São quaisquer recursos necessários para o cumprimento do plano de ação acordado no momento do credenciado, particularmente os não financiáveis com os recursos aportados nos projetos financiados. Assim sendo, os recursos de contrapartida podem ser repesados por infraestruturas utilizadas na condução do projeto (ex. infraestrutura laboratorial), pela manutenção de equipamentos, adequação de instalações, utilidades laboratoriais, etc. Eventualmente, a critério da instituição credenciada, a contrapartida pode envolver também bens e serviços financiáveis nos projetos contratados, mas que já estejam disponíveis na instituição (ex. horas de pessoal técnico, de pesquisa, de gestão, etc.)
Protocolos de trabalho (Prot.Trab.)	São procedimentos operacionais, normas de trabalho, regras específicas e outras instruções usadas na operação dos processos. Exemplos de protocolos de trabalho podem ser regras de gestão de projetos, de compras, de atendimento às empresas (cliente), de seleção de colaboradores para os projetos, de seleção de alunos para capacitação, etc. Os protocolos de trabalho formalizam a realização dos processos no nível operacional, portanto, estabelecem procedimentos, critérios, alçadas decisórias e responsabilidades para a atividade propriamente dita em cada processo considerado.
Referências institucionais (Ref.Inst.)	São normas ou políticas institucionais que formalizam e sistematizam institucionalmente a operação no longo prazo, garantindo os compromissos, a consistência da operação e os resultados institucionais previstos no credenciamento. Exemplos de referências institucionais podem ser determinações estratégicas que contemplem a atividade na gestão do orçamento institucional, políticas de alocação de pessoal na atividade, políticas de comunicação, alocações de contrapartida, delegação de poder para a coordenação e à equipe da atividade, além de outras regulamentações de nível institucional que impactem diretamente na atividade e nos compromissos firmados no credenciamento.

planejados ou desejados para operação futura.

O Quadro 8 apresenta um exemplo de avaliação dos insumos do processo “Prospecção de projetos” segundo oferta, volume e foco.

Insumos	Oferta	Volume	Foco
Geral	Equipe	Insuficiente	Outro
Infraestrutura	Instituição	Insuficiente	Direcionado
Recursos Humanos	Equipe	Insuficiente	Outro
Recursos de contrapartida	Inexistente	-	-
Protocolos de trabalho	Equipe	Insuficiente	Outro
Referências institucionais	Inexistente	-	-

Quadro 8: Exemplo de avaliação de maturidade *in loco* dos insumos do processo Prospecção de projetos segundo oferta, volume e foco.

A avaliação da oferta, do volume e do foco está diretamente relacionada ao nível de maturidade operacional para cada relação insumo/processo. A combinação “Oferta = Instituição, Volume = Suficiente e Foco = Direcionado” representa o mais alto nível de maturidade. Por sua vez, a combinação “Oferta = Equipe, Volume = Insuficiente e Foco = Outro” representa o nível mais baixo de maturidade. A partir dessa relação, define-se a escala de maturidade apresentada no Quadro 9.

Oferta	Volume	Foco	Escala de Maturidade
Instituição	Suficiente	Direcionado	Extremamente Maduro
Instituição	Suficiente	Outro	Altamente Maduro
Instituição	Insuficiente	Direcionado	Muito Maduro
Instituição	Insuficiente	Outro	Levemente Maduro
Equipe	Suficiente	Direcionado	Maturidade Média
Equipe	Suficiente	Outro	Levemente Imaturo
Equipe	Insuficiente	Direcionado	Muito Imaturo
Equipe	Insuficiente	Outro	Altamente Imaturo
Inexistente	-	-	Extremamente Imaturo

Quadro 9: Escala de maturidade baseada nas combinações das diferentes possíveis avaliações em relação a oferta, volume e foco.

Para conduzir a avaliação de maturidade de instituições e prover um diagnóstico de suas condições de operação, esse estudo é estruturado conforme um processo decisório MCDA (definido na Seção 2.2.8, página 25), e segue as seguintes etapas: (i) Estruturação do problema; (ii) Modelagem; e (iii) Decisão. Detalhes sobre essas três etapas para avaliação da maturidade das instituições de pesquisa são apresentados na Figura 23 e discutidos em detalhes a seguir.

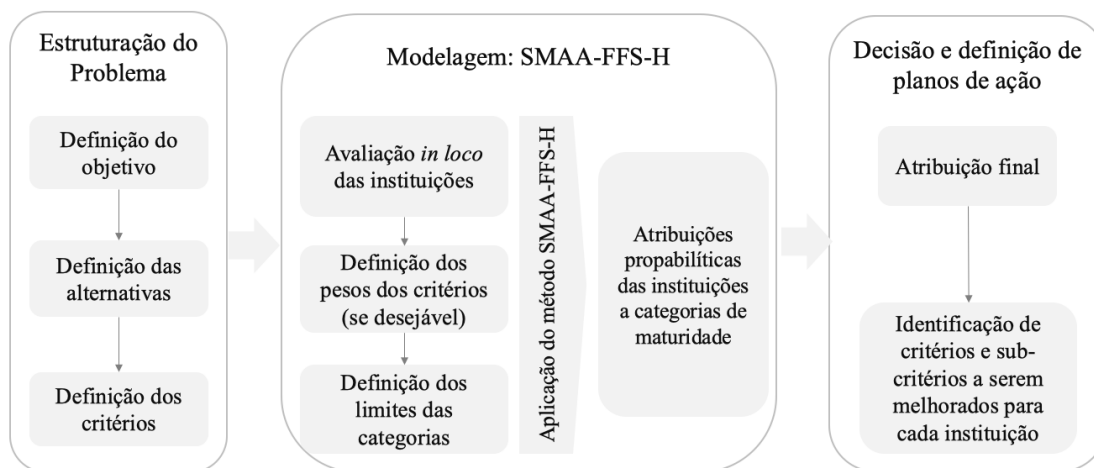


Figura 23: Processo decisório adotado para avaliação de maturidade operacional de instituições de pesquisa.

### 5.3.2 Estruturação do problema

A primeira etapa do processo decisório é estabelecer seu objetivo. Nesse estudo, o objetivo é classificar as instituições de pesquisa em níveis de maturidade e prover um diagnóstico das condições de operação da instituição com vistas à sua atuação como instituição credenciada. Dado esse objetivo, tem-se um caso de problemática de classificação.

Os atores envolvidos são os técnicos, o especialista, o analista (de modelagem) e o decisor. Os técnicos são responsáveis por avaliar as instituições *in loco*. Vários técnicos estão envolvidos pois as instituições podem estar localizadas em diferentes áreas do Brasil. No entanto, apenas um especialista é responsável pela avaliação de cada instituição utilizando as informações fornecidas pelos técnicos. O analista é o responsável pela estruturação e aplicação do método de decisão. O decisor é o responsável por definir os parâmetros do método de decisão, as regras de decisão envolvidas no processo decisório e por escolher a decisão final.

Após definido o objetivo e identificados os atores envolvidos, o segundo passo é listar as alternativas, neste caso, as instituições de pesquisa a serem avaliadas. Oito instituições de pesquisa credenciadas foram consideradas. Por questão de confidencialidade, os nomes das instituições foram descaracterizados e definidos por: Polo20141, Polo20142, Polo20143, Polo20144,

Polo20174, Polo20173, Polo20172, Polo20171. Essas instituições participaram do mesmo edital de credenciamento e, portanto, têm a mesma base de comparação.

Em seguida, os critérios foram definidos de forma hierárquica. Os nove processos listados no Quadro 6 são os critérios de primeiro nível (macrocritérios), denotados por  $g_{11}, g_{21}, \dots, g_{91}$ . Cada processo tem seis subcritérios, os insumos, os critérios elementares. Para o macrocritério  $g_{j_1}$ , denota-se seus subcritérios de segundo nível por  $g_{j_1,1}, g_{j_1,2}, \dots, g_{j_1,6}$ .

Dada a estrutura de múltiplos níveis de critérios utilizada para avaliação, foi necessário utilizar uma técnica considerando os critérios hierarquicamente estruturados. Assim, o método SMAA-FFS-H também é adequado neste caso.

Em seguida, definiram-se as categorias de nível de maturidade nas quais as instituições seriam classificadas. Cada categoria representa um nível de maturidade. O decisor definiu quatro categorias de maturidade:

- Categoria 1 ( $C_1$ ): Maturidade Plena - quando a instituição tem condição completa de cumprir o plano de ação definido no momento do credenciamento.
- Categoria 2 ( $C_2$ ): Maturidade Consolidada - quando a instituição tem condição estável e confiável, mas não completa, de cumprir o plano de ação definido no momento do credenciamento.
- Categoria 3 ( $C_3$ ): Maturidade Estruturada - quando as condições da instituição cumprir o plano de ação definido no momento do credenciamento existem e estão organizadas, mas não são estáveis e/ou confiáveis.
- Categoria 4 ( $C_4$ ): Maturidade Inicial - quando as instituições não têm condições de cumprir o plano de ação definido no momento do credenciamento. Podem até existir partes de alguma condição já organizadas, mas não de forma suficiente para cumprir o plano de ação.

### 5.3.3 Modelagem

Após a estruturação do problema, a próxima etapa foi a modelagem, iniciada com a atribuição de valores de desempenho às instituições. A avaliação de cada instituição foi definida pelo especialista que atribuiu avaliações segundo a oferta, volume e foco por insumo/ processo. Cada

combinação de oferta, volume e foco resultou em uma escala de maturidade, conforme apresentado no Quadro 9 (página 117).

Como a avaliação é baseada no ponto de vista do especialista e, portanto, subjetiva, termos linguísticos são utilizados conforme a escala apresentado no Quadro 9. No método SMAA-FFS-H, os termos linguísticos foram transformados em números difusos triangulares. A Tabela 19 apresenta a semântica difusa triangular utilizada nesse estudo. A Figura 24 ilustra as funções de pertinência dos números triangulares difusos para esse caso.

Tabela 19: Representação difusa triangular utilizada para a escala de maturidade.

Escala de Maturidade	Semântica difusa triangular
Extremamente Maduro (EM)	(8; 0,5; 0)
Altamente Maduro (AM)	(7; 0,5; 0,5)
Muito Maduro (MM)	(6; 0,5; 0,5)
Levemente Maduro (LM)	(5; 0,5; 0,5)
Maturidade Média (M)	(4; 0,5; 0,5)
Levemente Imaturo (LI)	(3; 0,5; 0,5)
Muito Imaturo (MI)	(2; 0,5; 0,5)
Altamente Imaturo (AI)	(1; 0,5; 0,5)
Extremamente Imaturo (EI)	(0; 0; 0,5)

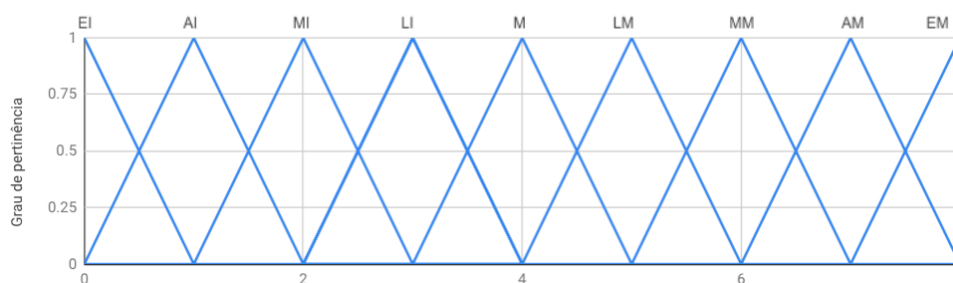


Figura 24: Função de pertinência dos números difusos triangulares utilizados para a escala de avaliação de maturidade.

Em seguida, os demais parâmetros exigidos pelo método foram definidos. Para caracterizar as categorias nos quais as instituições foram classificadas, definiram-se perfis de referência limitantes relacionados a cada critério. No caso de quatro categorias, cinco perfis limitantes foram definidos pelo decisor. Neste caso, perfis de referência limitantes iguais foram definidos para todos os critérios, conforme apresentado na Tabela 20. No método SMAA-FFS-H, perfis de referência definidos por termos linguísticos também devem ser transformados em núme-



ros difusos triangulares que, no caso dos perfis de referência, não podem se interceptar. A Figura 25 ilustra as funções de pertinência dos números triangulares difusos adotados para representar os perfis de referência limitantes das categorias.

Tabela 20: Perfis de referência limitantes das categorias de nível de maturidade e suas semânticas difusa triangular na avaliação das alternativas.

Perfil limitante	Valor	Semântica - triangular
$r_1$	Extremamente Maduro	8
$r_2$	Muito Maduro	(6,1,1)
$r_3$	Maturidade Média	(4,1,1)
$r_4$	Muito Imaturo	(2,1,1)
$r_5$	Extremamente Imaturo	0

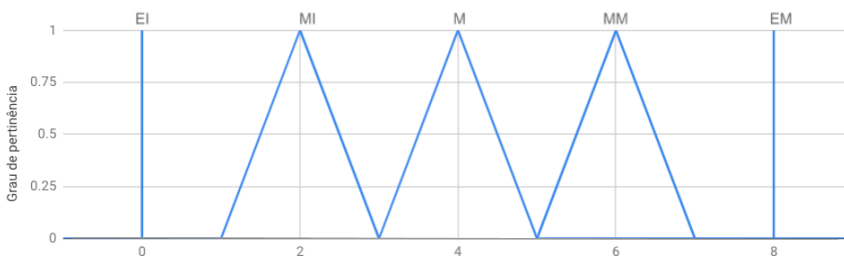


Figura 25: Função de pertinência dos números difusos triangular utilizados para a escala de maturidade na definição dos perfis de referência limitantes.

Assim, a categoria  $C_1$  (Maturidade Plena) é definida pelo limite superior Extremamente Maduro e pelo inferior Muito Maduro, a categoria  $C_2$  pelo limite superior Muito Maduro e pelo limite inferior Maturidade Média, e assim por diante. Isso significa que, considerando apenas um processo e um insumo, uma instituição classificada na categoria  $C_1$  se sua avaliação de desempenho para Extremamente Maduro ou pelo menos Altamente Maduro segundo esse processo e insumo.

Outros parâmetros que devem ser definidos no método SMAA-FFS-II são os limiares de preferência e indiferença. No entanto, no caso de variáveis linguísticas, esses parâmetros não fazem sentido. Assim os limiares de preferência e indiferença são iguais a zero para todos os critérios.

O SMAA-FFS-H não requer pesos de critérios determinísticos e aceita informação de pesos ordinal, mas, se assim o decisor quiser, o método aceita a definição de pesos para os critérios em seus diferentes níveis. O decisor optou por fazer duas análises: (i) com pesos determinísticos

e (ii) com pesos ordinais. No caso de pesos determinísticos, definiu-se um peso maior, 0,2, para o processo Prospecção de Projetos, e 0,1 para os demais processos. Para os insumos, todos os pesos são iguais a 0,1667. No caso de pesos ordinais, o processo Prospecção de Projetos tem prioridade em relação aos demais processos. Dentre os insumos, todos tem a mesma ordem de importância. Além disso, todos os critérios, em todos níveis, devem ser maximizados.

A análise de maturidade considerando pesos determinísticos, envolve apenas dois desafios dos apresentados nessa tese: dados imprecisos (variáveis linguísticas) e critérios hierárquicos. Como não são utilizados dados incertos e a elicitação dos pesos é direta, com valores determinísticos, os resultados obtidos no caso da análise (i) são as atribuições determinísticas das instituições às categorias. Os resultados são apresentados no Quadro 10.

Quadro 10: Classificação das instituições nas categorias de níveis de maturidades resultantes da análise com pesos determinísticos.

Categorias de classificação	Instituição
Maturidade Plena ( $C_1$ )	-
Maturidade Consolidada ( $C_2$ )	Polo20141, Polo20143
Maturidade Estruturada ( $C_3$ )	Polo20142, Polo20144, Polo20174
Maturidade Inicial ( $C_4$ )	Polo20173, Polo20172, Polo20171

No caso da análise (ii) com pesos ordinais, a elicitação indireta dos pesos dos critérios foi necessária, e, portanto, os resultados obtidos foram probabilísticos. A Tabela 21 apresenta os índices de aceitabilidade de categoria obtidos. A Figura 26 apresenta os resultados com pesos ordinais e com pesos determinísticos.

As classificações obtidas da análise com pesos ordinais são similares às obtidas com pesos determinísticas.

#### 5.3.4 Síntese analítica para decisão e elaboração de planos de ação

Os resultados mostram que nenhuma instituição tem maturidade plena e, portanto, nenhuma instituição tem condição completa de cumprir o plano de ação definido no momento de credenciamento. As instituições Polo20141 e Polo20143 são consideradas instituições de maturidade consolidada e, portanto, têm condições estáveis e confiáveis, mas não completas, de cumprir seus planos de ação.

Tabela 21: Índices de aceitabilidade de categoria em porcentagem (%) com pesos ordinais na avaliação de maturidade.

Instituição	Categoria			
	C1	C2	C3	C4
Polo20141	0	67	33	0
Polo20142	0	0	100	0
Polo20143	0	100	0	0
Polo20144	0	0	100	0
Polo20174	0	0	100	0
Polo20173	0	0	0	100
Polo20172	0	0	0	100
Polo20171	0	0	26	74

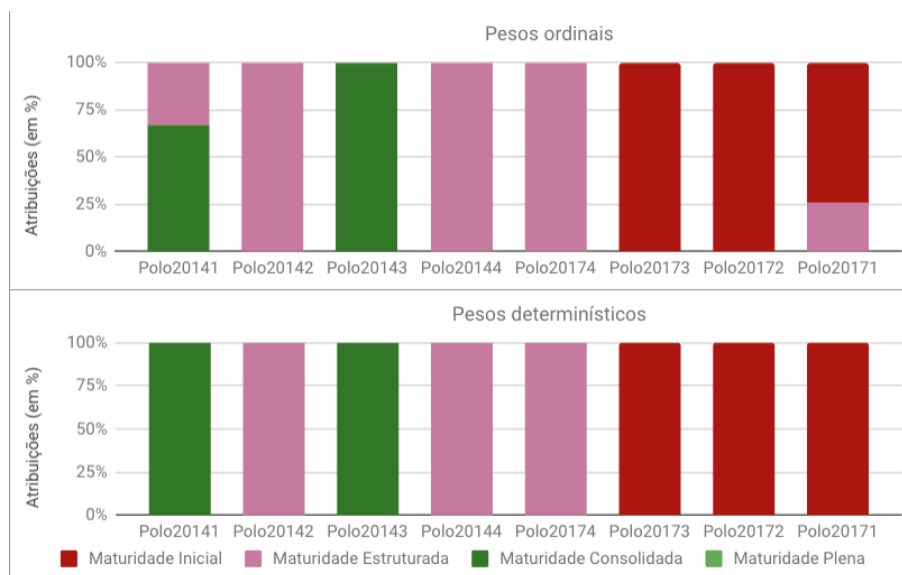


Figura 26: Classificações das instituições nas categorias de níveis de maturidade resultantes das análises com pesos ordinais e com pesos determinísticos.

As instituições Polo20142, Polo20144 e Polo20174 foram classificadas na categoria  $C_3$  e, portanto, têm maturidade estruturada. Portanto, as condições dessas instituições em cumprir o plano de ação definido no momento de credenciamento existem e estão organizadas, mas não são estáveis e/ou confiáveis. Por último, as instituições Polo20173, Polo20172, Polo20171 não têm condições estabelecidas para cumprimento dos seus planos de ação.

Dessa forma, todas as instituições avaliadas podem implementar melhorias de forma a aumentar seus níveis de maturidade. Para ajudar na identificação de oportunidades de melhorias, os fluxos unicritério devem ser avaliados. Eles indicam quais processos e insumos apresentam

níveis de maturidade mais baixa e, portanto, impactam mais na baixa maturidade da instituição.

As Figuras 27 e 28 apresentam os fluxos unicritério referentes aos processos de cada uma das instituições. As linhas no gráfico representam os fluxos unicritério dos perfis de referência limitantes. A linha verde representa os fluxos unicritério do perfil de referência  $r_1$  e a linha azul, do perfil  $r_2$ . Portanto, a área formada entre as linhas verde e azul representa a categoria  $C_1$  (maturidade plena). As barras representam os fluxos da respectiva instituição. Quanto menor o valor das barras, menor o nível de maturidade da instituição segundo aquele critério.



Figura 27: Fluxos unicritério no nível dos processos das instituições de pesquisa Polo20141, Polo20142, Polo20143 e Polo20144.

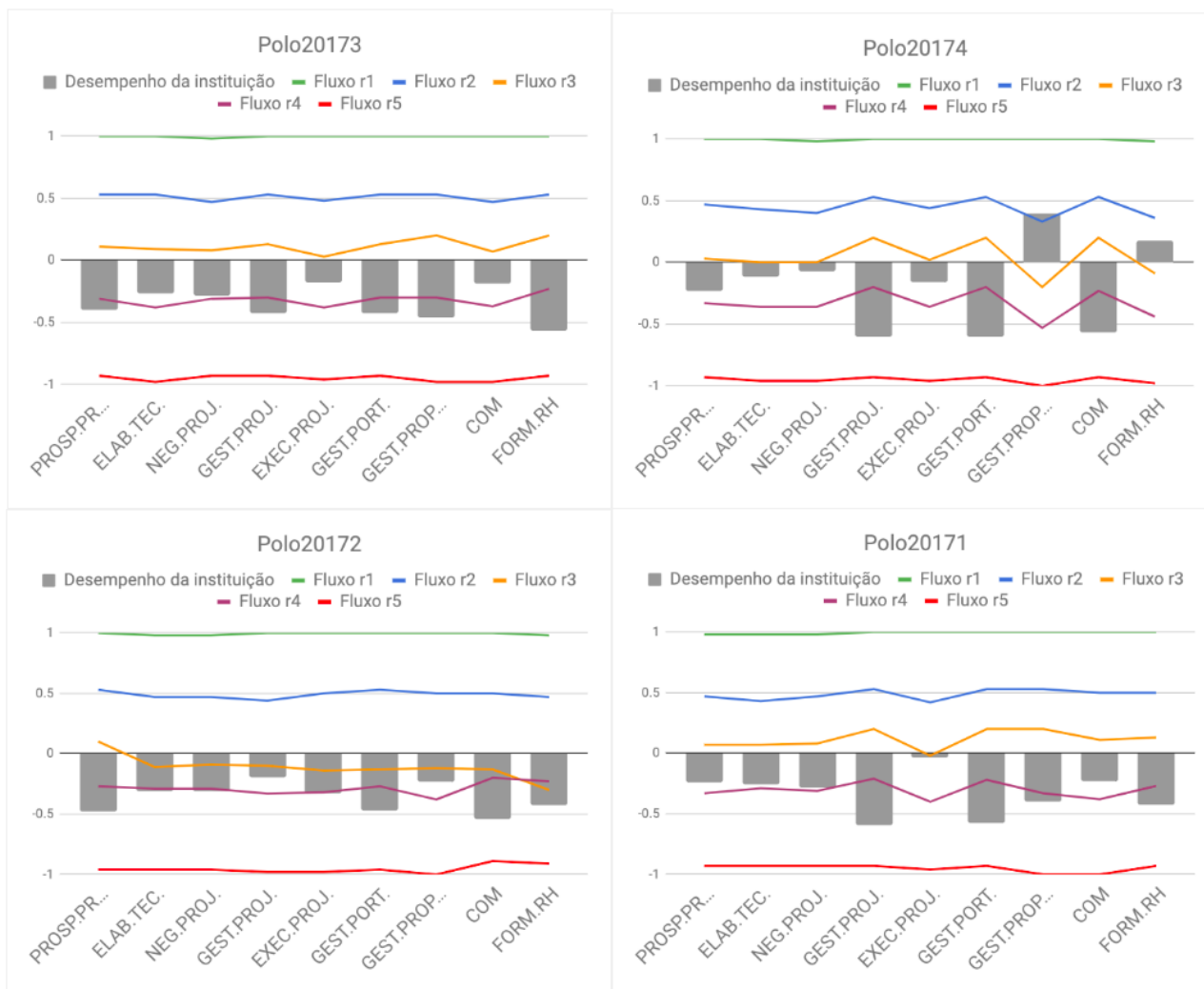


Figura 28: Fluxos unicritério no nível dos processos das instituições de pesquisa Polo20174, Polo20173, Polo20172 e Polo20171.

Analisando a instituição Polo20141 (Figura 27), classificada na segunda categoria, Maturidade Consolidada, tem-se que os processos Execução de Projetos, Gestão de Propriedade Intelectual e Formação de RH estão no nível de maturidade plena (área entre as linhas verde e azul). No entanto, outros três processos, Elaboração Técnica, Negociação de Projetos e Gestão de Projetos, estão no nível de maturidade consolidada. Existem também dois processos no nível de maturidade estruturada (Prospecção de Projetos e Gestão de Portfólio) e um processo no nível mais baixo, o processo Comunicação, que está no nível de maturidade inicial.

Assim, no caso da instituição Polo20141, seria adequado implantar ações de melhoria pri-

oritariamente para os processos Comunicação, Prospecção de Projetos e Gestão de Portfólio. Pode-se escolher também como prioridade o processo Prospecção de Projetos especificamente, já que esse processo tem um peso maior no processo decisório.

No caso de se desejar implantar ações de melhoria para os processos Comunicação, Prospecção de Projetos e Gestão de Portfólio, pode-se analisar os fluxos unicritério dos insumos desses processos e, dessa forma, identificar os insumos que prioritariamente devem ser melhorados para se atingir uma melhoria no nível de maturidade do processo. A Figura 29 apresenta os fluxos unicritério referentes aos insumos dos processos Prospecção de Projetos, Comunicação e Gestão de Portfólio.

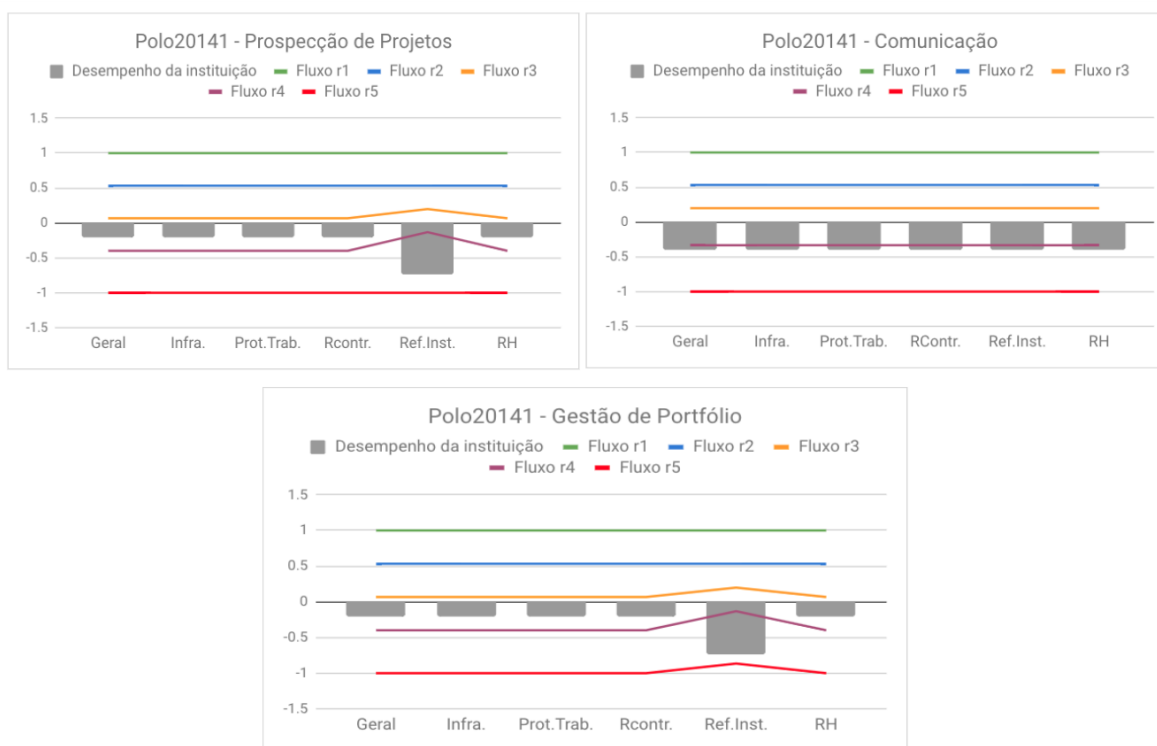


Figura 29: Fluxos unicritério no nível dos insumos da instituição Polo20141.

No processo Prospecção de Projetos, o insumo com pior desempenho é Referências Institucionais. Para os processos Comunicação e Gestão de Portfólio, todos os insumos estão nas faixas de maturidade inicial ou maturidade estruturada.

Analisando a instituição Polo20171, (Figura 28, página 125) classificada na pior categoria,

Maturidade Inicial, tem-se que todos os processos têm baixa maturidade, pois estão no nível de maturidade estruturada ou inicial. Assim, todos esses processos deveriam ser melhorados. Mas se é necessária uma priorização, os processos Gestão de Projetos, Gestão de Portfólio e Formação de RH, devem ser priorizados pois são os três processos com piores desempenhos e devem ser focados para melhoria geral da instituição Polo20171.

Considerando que os processos Gestão de Projetos, Gestão de Portfólio e Formação de RH sejam priorizados nas ações de melhorias relacionadas à instituição Polo20171, os fluxos unicritério dos insumos desses processos devem ser analisados para identificar os insumos com melhores e piores desempenhos. A Figura 30 apresenta os fluxos unicritério dos insumos dos processos Gestão de Projetos, Gestão de Portfólio e Formação de RH da instituição Polo20171.

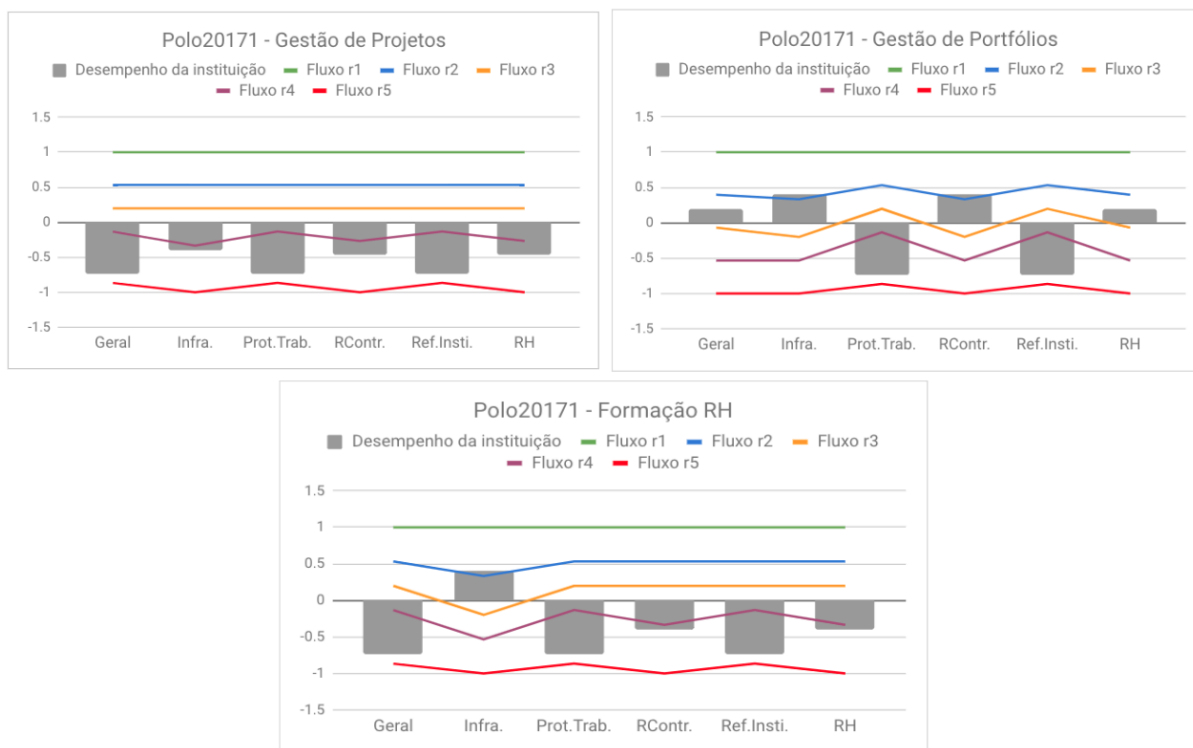


Figura 30: Fluxos unicritério no nível dos insumos da instituição Polo20171.

No processo Gestão de Projetos, todos os insumos têm um nível baixo de maturidade. No processo Gestão de Portfólios, os insumos com nível mais baixo de maturidade são Protocolos de Trabalho e Referências Institucionais. Portanto, uma ação de melhoria com o objetivo de aumentar a maturidade do processo Gestão de Portfólios e, conseqüentemente, da instituição

Polo20171, deveria focar nesses dois insumos. No processo Formação de RH, apenas o insumo Infraestrutura está em um nível de maturidade de plena. Todos os demais insumos estão no nível de maturidade inicial e devem ser melhorados para aumento na maturidade do processo Formação de RH.

Seguindo a mesma linha de análise, diferentes planos de ação podem ser definidos conforme preferências do decisor.



## 6

### CONCLUSÕES

Neste documento, é introduzido o método SMAA-FFS, e sua extensão, o método SMAA-FFS-H. O método SMAA-FFS é uma integração da metodologia SMAA e do método *Fuzzy-FlowSort*. O método SMAA-FFS-H é uma extensão do método SMAA-FFS para critérios hierárquicos, baseado no método MCHP.

Do ponto de vista de contribuição, o método SMAA-FFS inova na possibilidade de aplicação do método *FlowSort* com múltiplos tipos de dados imperfeitos utilizados nas avaliações das alternativas e nos parâmetros do modelo. O método aqui proposto também inova na possibilidade de elicitación indireta dos pesos dos critérios ao se utilizar os métodos *FlowSort* e *Fuzzy-FlowSort*. Consequentemente, utilizando o método SMAA-FFS pode-se aplicar o método *FlowSort* (ou *Fuzzy-FlowSort*) sem informação de pesos dos critérios ou mesmo com pesos ordinais ou intervalares.

Já o método SMAA-FFS-H inova por, além de possibilitar a aplicação do *FlowSort* com múltiplos dados imperfeitos e a elicitación indireta dos pesos dos critérios, permite critérios hierarquicamente estruturados. Tanto o SMAA-FFS quanto o SMAA-FFS-H são capazes de lidar com contextos com múltiplos decisores, uma vez que dados intervalares podem ser utilizados para representar diferentes avaliações e preferências. Vale a pena ressaltar também que a aplicação do método SMAA-FFS-H a casos com critérios em apenas um nível se reduz a aplicação do método SMAA-FFS.

O método SMAA-FFS e sua extensão SMAA-FFS-H fornecem como resultado os índices de aceitabilidade de categoria para todos os pares de alternativas e categorias. Este índice informa se uma alternativa pode ser classificada em uma categoria de forma exclusiva. Quando essa

classificação não é exclusiva, o índice de aceitabilidade indica o quanto os dados de entrada são incertos para classificar a alternativa de forma segura. Portanto, os métodos propostos SMAA-FFS e SMAA-FFS-H também possibilitam a análise de robustez dos resultados.

Do ponto de vista prático, a aplicação dos métodos SMAA-FFS e SMAA-FFS-H é feita por meio de uma rotina computacional em linguagem R que foi desenvolvida neste trabalho. Utilizando-se essa rotina, o método SMAA-FFS foi aplicado a um exemplo numérico com múltiplos tipos de dados imperfeitos na avaliação das alternativas e nos parâmetros do modelo, mostrando sua aplicabilidade e vantagens.

Também foram realizados três estudos comparativos do método SMAA-FFS: comparação com o *FlowSort* (considerando apenas valores determinísticos), e com os métodos *Fuzzy-FlowSort* e *Interval-FlowSort*. Os resultados indicam consistência do método SMAA-FFS. Esses resultados também ilustram as vantagens do SMAA-FFS sobre os demais métodos baseados no *FlowSort*.

O método SMAA-FFS-H foi aplicado a um problema real de avaliação da maturidade de instituições de pesquisa financiadas por uma organização social. O método SMAA-FFS-H se mostrou adequado para análise de maturidade por permitir critérios hierárquicos e fornecer informações unicritérios. O fato de fornecer informações unicritérios em todos os níveis da hierarquia possibilita que se identifique os critérios, em diferentes níveis da hierarquia, que devem ser melhorados para se obter uma melhoria da maturidade operacional de cada instituição de pesquisa.

Devido ao resultado fornecido pelo método SMAA-FFS ser uma informação probabilística (índice de aceitabilidade de categoria), o método não fornece uma solução única como resultado. Assim, o decisor pode escolher a solução que achar mais adequada, suportado pela informação probabilística fornecida. Além disso, o resultado probabilístico mostra explicitamente as incertezas presentes nos parâmetros. Esta é uma diferença importante entre métodos baseados no SMAA e outros métodos MCDA que permitem valores imprecisos, como o *Fuzzy-FlowSort* e o *Interval-FlowSort*, e que fornecem classificações determinísticas.

## 6.1 LIMITAÇÕES E TRABALHOS FUTUROS

Durante o processo de definição de informações de preferência estudo de avaliação de maturidade, identificou-se uma dificuldade, por parte do decisor, em definir os perfis de referência

das categorias. Por isso, futuros trabalhos de pesquisa para desenvolvimento de variações dos métodos SMAA-FFS e SMAA-FFS-H para desagregação de preferência podem ser conduzidos. Os métodos de desagregação de preferência objetivam inferir as informações de preferência, e conseqüentemente um modelo de decisão, a partir de um conjunto de exemplos de decisão fornecido pelo decisor. Assim, ao invés de definir os parâmetros dos modelos (como os perfis de referência das categorias) o decisor define exemplos de decisão (como definir classificações de algumas alternativas nas categorias) e, baseado nesse exemplos, os parâmetros dos modelos são inferidos.

No futuro, também considera-se o desenvolvimento de extensões do SMAA-FFS e do SMAA-FFS-H para modelagem de problemas de decisão com critérios dependentes. Os métodos propostos nessa tese assumem critérios independentes, mas a dependência entre critérios vem sendo considerada um outro desafio existente em MCDA. Diversos métodos tem sido desenvolvidos para essas situações e indicam a possibilidade de futuras pesquisas similares.

Outras direções para pesquisas futuras é o desenvolvimento de um *software* para facilitar a aplicação dos métodos SMAA-FFS e SMAA-FFS e o estudo de escalabilidade dos métodos propostos em relação ao número de critérios e alternativas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, A. *Processo de Decisão nas Organizações. Construindo Modelos de Decisão Multicritério*. [S.l.]: Editora Atlas, 2013.

ALMEIDA, A. T.; ALMEIDA, J. A.; A.P.C.S.COSTA; ALMEIDA-FILHO, A. A new method for elicitation of criteria weights in additive models: Flexible and interactive tradeoff. *European Journal of Operational Research*, v. 250, n. 1, p. 179 – 191, 2016.

ALMEIDA-DIAS, J.; FIGUEIRA, J.; ROY, B. Electre Tri-C: A multiple criteria sorting method based on characteristic reference actions. *European Journal of Operational Research*, v. 204, n. 3, p. 565–580, 2010.

ALVAREZ-GUERRA, M.; CANIS, L.; VOULVOULIS, N.; VIGURI, J. R.; LINKOV, I. Prioritization of sediment management alternatives using stochastic multicriteria acceptability analysis. *Science of The Total Environment*, v. 408, n. 20, p. 4354–4367, 2010.

ANGILELLA, S.; CATALFO, P.; CORRENTE, S.; GIARLOTTA, A.; GRECO, S.; RIZZO, M. Robust sustainable development assessment with composite indices aggregating interacting dimensions: The hierarchical-smaa-choquet integral approach. *Knowledge-Based Systems*, v. 158, p. 136 – 153, 2018.

ANGILELLA, S.; CORRENTE, S.; GRECO, S. *SMAA-Choquet: Stochastic multicriteria acceptability analysis for the Choquet integral*. [S.l.: s.n.], 2012. v. 300 CCIS.

ANGILELLA, S.; CORRENTE, S.; GRECO, S.; ŚIOWIŃSKI, R. Robust ordinal regression and stochastic multiobjective acceptability analysis in multiple criteria hierarchy process for the choquet integral preference model. *Omega*, v. 63, p. 154 – 169, 2016.

ANGILELLA, S.; MAZZÙ, S. The financing of innovative smes: A multicriteria credit rating model. *European Journal of Operational Research*, v. 244, n. 2, p. 540–554, 2015.

ARAZ, C. *Multi-criteria based Novel Strategic Sourcing Methodologies*. Tese (Doutorado) — Dokuz Eylül University, 2007.

ARAZ, C.; OZKARAHAN, I. Supplier evaluation and management system for strategic sourcing based on a new multicriteria sorting procedure. *International Journal of Production Economics*, v. 106, n. 2, p. 585 – 606, 2007.

ARCIDIACONO, S. G.; CORRENTE, S.; GRECO, S. GAIA-SMAA-PROMETHEE for a hierarchy of interacting criteria. *European Journal of Operational Research*, v. 270, n. 2, p. 606 – 624, 2018.

ARİ, E.; ÖZKÖSE, H.; GENÇER, C. Ranking Turkish cities and regions for air quality using a multi-criteria decision-making method. *Polish Journal of Environmental Studies*, v. 25, n. 5, p. 1823–1830, 2016.

AYDOĞAN, E. K.; OZMEN, M. The stochastic VIKOR method and its use in reverse logistic option selection problem. *RAIRO - Operational Research*, v. 51, n. 375-389, 2017.

BEHZADIAN, M.; KAZEMZADEH, R.; ALBADVI, A.; AGHDASI, M. Promethee: A comprehensive literature review on methodologies and applications. *European Journal of Operational Research*, v. 200, n. 1, p. 198 – 215, 2010.

- BEN-AMOR, S.; JABEUR, K.; MARTEL, J.-M. Multiple criteria aggregation procedure for mixed evaluations. *European Journal of Operational Research*, v. 181, n. 3, p. 1506–1515, 2007.
- BEN-AMOR, S.; MARTEL, J. M.; GUITOUNI, A. A synthesis of information imperfection representations for decision aid. *Information Systems and Operational Research*, v. 53, n. 2, p. 68–77, 2015.
- BRANS, J.; MARESCHAL, B. PROMETHEE V – MCDM problems with segmentation constraints. *INFOR*, v. 30, p. 85–96, 1992.
- BRANS, J.; MARESCHAL, B. The PROMETHEE VI procedure. How to differentiate hard from soft multicriteria problems. *Journal of Decision Systems*, v. 4, p. 213–223, 1995.
- BRANS, J.; VINCKE, P.; MARESCHAL, B. How to select and how to rank projects: The Promethee method. *European Journal of Operational Research*, v. 24, n. 2, p. 228–238, 1986.
- BRANS, J.-P.; SMET, Y. D. Promethee methods. In: GRECO, S.; EHRGOTT, M.; FIGUEIRA, J. R. (Ed.). *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. New York, NY: Springer New York, 2016. p. 187–219.
- CAILLOUX, O.; MAYAG, B.; MEYER, P.; MOUSSEAU, V. Operational tools to build a multicriteria territorial risk scale with multiple stakeholders. *Reliability Engineering and System Safety*, v. 120, p. 88–97, 2013.
- CAMPOS, A. C. S. M.; MARESCHAL, B.; ALMEIDA, A. T. de. Fuzzy Flow Sort: An integration of the FlowSort method and Fuzzy Set Theory for decision making on the basis of inaccurate quantitative data. *Information Sciences*, v. 293, p. 115–124, 2015.
- CHAI, J.; LIU, J.; NGAI, E. Application of decision-making techniques in supplier selection: A systematic review of literature. *Expert Systems with Applications*, v. 40, n. 10, p. 3872–3885, 2013.
- CHAN, F.; PRAKASH, A. Maintenance policy selection in manufacturing firms using the fuzzy MCDM approach. *International Journal of Production Research*, v. 50, n. 23, p. 1–13, 2012.
- CHEN, D.; CHU, X.; SUN, X.; LI, Y.; SU, Y. An information axiom based decision making approach under hybrid uncertain environments. *Information Sciences*, v. 312, p. 25–39, 2015.
- CHEN, Y.-H.; WANG, T.-C.; WU, C.-Y. Strategic decisions using the fuzzy promethee for is outsourcing. *Expert Systems with Applications*, v. 38, n. 10, p. 13216 – 13222, 2011.
- CHEN, Z.; YANG, W. Classement et choix en presence de points de vue multiples (la methode electre). *Revue Francaise D Informatique de Recherche Operationnelle*, v. 2, n. 8, p. 57–75, 1968.
- CORRENTE, S.; DOUMPOS, M.; GRECO, S.; SŁOWIŃSKI, R.; ZOPOUNIDIS, C. Multiple criteria hierarchy process for sorting problems based on ordinal regression with additive value functions. *Annals of Operations Research*, v. 251, n. 1, p. 117–139, 2017.
- CORRENTE, S.; FIGUEIRA, J. R.; GRECO, S. The smaa-promethee method. *European Journal of Operational Research*, v. 239, p. 514–522, 2014.
- CORRENTE, S.; FIGUEIRA, J. R.; GRECO, S.; SŁŃSKI, R. A robust ranking method extending electre iii to hierarchy of interacting criteria, imprecise weights and stochastic analysis. *Omega*, v. 73, p. 1 – 17, 2017.
- CORRENTE, S.; GRECO, S.; SŁŃSKI, R. Multiple criteria hierarchy process for electre tri methods. *European Journal of Operational Research*, v. 252, n. 1, p. 191 – 203, 2016.
- CORRENTE, S.; GRECO, S.; SŁOWIŃSKI, R. Multiple Criteria Hierarchy Process in Robust Ordinal Regression. *Decision Support Systems*, v. 53, n. 3, p. 660 – 674, 2012.
- CORRENTE, S.; GRECO, S.; SŁOWIŃSKI, R. Multiple criteria hierarchy process with electre and promethee. *Omega (United Kingdom)*, v. 41, n. 5, p. 820–846, 2013.

- DEMPSTER, A. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping. *Annals Mathematics Statistics*, v. 38, p. 325–339, 1967.
- DEVAUD, J.; GROUSSAUD, G.; JACQUET-LAGRÉZE, E. UTADIS: Une méthode de construction de fonctions d'utilité additives rendant compte de jugements globaux. *European Working Group on Multicriteria Decision Aid*, 1980.
- DEVI, K.; YADAV, S. A multicriteria intuitionistic fuzzy group decision making for plant location selection with electre method. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 66, n. 9-12, p. 1219–1229, 2013.
- DIAS, L.; ANTUNES, C.; DANTAS, G.; CASTRO, N. de; ZAMBONI, L. A multi-criteria approach to sort and rank policies based on Delphi qualitative assessments and ELECTRE TRI: The case of smart grids in Brazil. *Omega*, v. 76, p. 100–111, 2018.
- DIAS, L.; PASSEIRA, C.; MALÇA, J.; FREIRE, F. Integrating life-cycle assessment and multi-criteria decision analysis to compare alternative biodiesel chains. *Annals of Operations Research*, 2016.
- DOUMPOS, M.; MARINAKIS, Y.; MARINAKI, M.; ZOPOUNIDIS, C. An evolutionary approach to construction of outranking models for multicriteria classification: The case of the ELECTRE TRI method. *European Journal of Operational Research*, v. 199, n. 2, p. 496–505, 2009.
- DOUMPOS, M.; ZAPOUNIDIS, C. A multicriteria classification approach based on pairwise comparisons. *European Journal of Operational Research*, v. 158, p. 378–389, 2004.
- DOUMPOS, M.; ZOPOUNIDIS, C. A multicriteria outranking modeling approach for credit rating. *Decision Sciences*, v. 42, n. 3, p. 721–742, 2011.
- DUBOIS, D.; PRADE, H. Operations in a fuzzy-valued logic. *Information and Control*, v. 43, n. 2, p. 224 – 240, 1979.
- DULMIN, R.; MININNO, V. Supplier selection using a multi-criteria decision aid method. *Journal of Purchasing and Supply Management*, v. 9, n. 4, p. 177 – 187, 2003.
- DURBACH, I.; LAHDELMA, R.; SALMINEN, P. The analytic hierarchy process with stochastic judgements. *European Journal of Operational Research*, v. 238, n. 2, p. 552–559, 2014.
- DURBACH, I. N.; STEWART, T. J. Modeling uncertainty in multi-criteria decision analysis. *European Journal of Operational Research*, v. 223, n. 1, p. 1–14, 2012.
- FAHMI, A.; KAHRAMAN, C.; BILEN Ümran. ELECTRE I Method Using Hesitant Linguistic Term Sets: An Application to Supplier Selection. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, v. 9, n. 1, p. 153–167, 2016.
- FIGUEIRA, J.; SMET, Y. de; BRANS, J. *MCD methods for sorting and clustering problems: Promethee TRI and Promethee CLUSTER*. Université Libre de Bruxelles: Service de Mathématiques de la Gestion, Working Paper 2004/02, 2004.
- GELDERMANN, J.; SPENGLER, T.; RENTZ, O. Fuzzy outranking for environmental assessment. case study: iron and steel making industry. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 115, p. 45–65, 2000.
- GERVÁSIO, H.; SILVA, L. S. da. A probabilistic decision-making approach for the sustainable assessment of infrastructures. *Expert Systems with Applications*, v. 39, n. 8, p. 7121 – 7131, 2012.
- GOMES, L.; GOMES, C. *Tomada de decisão gerencial: o enfoque multicritério*. 5. ed. Rio de Janeiro: Editora Atlas, 2014.
- GOUMAS, M.; LYGEROU, V. Extension of the promethee method for decision making in fuzzy environment: Ranking of alternative energy exploitation projects. *European Journal of Operational Research*, v. 123, p. 606–613, 2000.

- GRECO, S.; KADZIŃSKI, M.; MOUSSEAU, V.; SŁŃSKI, R. *ELECTRE<sup>GKMS</sup>*: Robust ordinal regression for outranking methods. *European Journal of Operational Research*, v. 214, n. 1, p. 118–135, 2011.
- GRECO, S.; MOUSSEAU, V.; SIOWINSKI, R. Ordinal regression revisited: multiple criteria ranking using a set of additive value functions. *European Journal of Operational Research*, v. 191, n. 2, p. 415–435, 2008.
- GRECO, S.; MOUSSEAU, V.; SIOWINSKI, R. Robust ordinal regression in preference learning and ranking. *Machine Learning*, v. 93, p. 381–422, 2013.
- GUARNIERI, P.; ALMEIDA, A. D. A multicriteria decision model for collaborative partnerships in supplier strategic management. *Journal of Advanced Manufacturing Systems*, v. 15, n. 3, p. 101–131, 2016.
- GUL, M.; CELIK, E.; GUMUS, A. T.; GUNERI, A. F. A fuzzy logic based promethee method for material selection problems. *Beni-Suef University Journal of Basic and Applied Sciences*, v. 7, n. 1, p. 68 – 79, 2018.
- HERRERA, F.; HERRERA-VIDEVA, E. Linguistic decision analysis: steps for solving decision problems under linguistic information. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 115, p. 67–82, 2000.
- HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. *Introduction to Operations Research*. Ninth edition. [S.l.: s.n.], 2010.
- HOKKANEN, J.; LAHDELMA, R.; MIETTINEN, K.; SALMINEN, P. Determining the implementation order of a general plan by using a multicriteria method. *Journal of Multi-criteria Decision Analysis*, v. 7, p. 273–284, 1998.
- HOKKANEN, J.; LAHDELMA, R.; SALMINEN, P. Multicriteria decision support in a technology competition for cleaning polluted soil in Helsinki. *Journal of Environmental Management*, v. 60, n. 4, p. 339–348, 2000.
- ISHIZAKA, A.; NEMERY, P. *Multi-Criteria Decision Analysis: Methods and Software*. 1. ed. United Kingdom: John Wiley Sons, Ltd, 2013.
- ISHIZAKA, A.; NEMERY, P. Assigning machines to incomparable maintenance strategies with ELECTRE-SORT. *Omega (United Kingdom)*, v. 47, p. 45–59, 2014.
- ISHIZAKA, A.; NEMERY, P.; PEARMAN, C. Ahpsort: An ahp based method for sorting problems. *international journal of production research. Pesquisa Operacional*, v. 50, n. 17, p. 4767–4784, 2012.
- JACQUET-LAGREZE, E.; SISKOS, J. Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision-making, the UTA method. *European Journal of Operational Research*, v. 10, n. 2, p. 151 – 164, 1982.
- JANSSEN, P.; NEMERY, P. An extension of the flowsort sorting method to deal with imprecision. *4OR*, v. 11, n. 2, p. 171–193, 2013.
- KADZIŃSKI, M.; TERVONEN, T. Stochastic ordinal regression for multiple criteria sorting problems. *Decision Support Systems*, v. 55, n. 1, p. 55–66, 2013.
- KADZIŃSKI, M.; GRECO, S.; SŁŃSKI, R. Extreme ranking analysis in robust ordinal regression. *Omega*, v. 40, n. 4, p. 488–501, 2012. ISSN 0305-0483.
- KILIC, H. S.; ZAIM, S.; DELEN, D. Selecting “the best” erp system for smes using a combination of anp and promethee methods”. *Expert Systems with Applications*, v. 42, n. 5, p. 2343 – 2352, 2015.
- KUMAR, P.; SINGH, R. K.; VAISH, A. Suppliers’ green performance evaluation using fuzzy extended electre approach. *Clean Technologies and Environmental Policy*, v. 19, n. 3, p. 809–821, 2017.
- LAHDELMA, R.; HOKKANEN, J.; SALMINEN, P. SMAA - Stochastic multiobjective acceptability analysis. *European Journal of Operational Research*, North-Holland, v. 106, n. 1, p. 137–143, 1998.
- LAHDELMA, R.; MAKKONEN, S.; SALMINEN, P. Multivariate Gaussian criteria in SMAA. *European Journal of Operational Research*, v. 170, n. 3, 2006.

- LAHDELMA, R.; MIETTINEN, K.; SALMINEN, P. Ordinal criteria in stochastic multicriteria acceptability analysis (smaa). *European Journal of Operational Research*, v. 147, n. 1, p. 117–127, 2003.
- LAHDELMA, R.; SALMINEN, P. SMAA-2: Stochastic multicriteria acceptability analysis for group decision making. *Operations Research*, v. 49, n. 3, p. 444–454, 2001.
- LAHDELMA, R.; SALMINEN, P. Stochastic multicriteria acceptability analysis using the data envelopment model. *European Journal of Operational Research*, v. 170, n. 1, p. 241–252, 2006.
- LAHDELMA, R.; SALMINEN, P. A method for ordinal classification in multicriteria decision making. *International Conference on Artificial Intelligence and Applications*, p. 420–425, 2010.
- LAHDELMA, R.; SALMINEN, P. SMAA in robustness analysis. In: DOUMPOS, M.; ZOPOUNIDIS, C.; GRIGOROUDIS, E. (Ed.). *Robustness Analysis in Decision Aiding, Optimization, and Analytics*. [S.l.]: Springer, 2016. p. 1–20.
- LI, K.; YUAN, S.; WANG, W.; WAN, S.; CEESAY, P.; HEYSE, J.; MT-ISA, S.; LUO, S. Periodic benefit-risk assessment using Bayesian stochastic multi-criteria acceptability analysis. *Contemporary Clinical Trials*, v. 67, p. 100–108, 2018.
- LINHOSS, A. C.; KIKER, G. A.; AIELLO-LAMMENS, M. E.; CHU-AGOR, M. L.; CONVERTINO, M.; MUÑOZ-CARPENA, R.; FISCHER, R.; LINKOV, I. Decision analysis for species preservation under sea-level rise. *Ecological Modelling*, v. 263, p. 264–272, 2013.
- LOIKKANEN, O.; LAHDELMA, R.; SALMINEN, P. Multicriteria evaluation of sustainable energy solutions for colosseum. *Sustainable Cities and Society*, v. 35, p. 289–297, 2017.
- LOURENÇO, R. P.; COSTA, J. P. Using ELECTRE TRI outranking method to sort MOMILP nondominated solutions. *European Journal of Operational Research*, v. 153, p. 271–289, 2004.
- LUCE, R. Semiorders and a Theory of Utility Discrimination. *Econometrica*, v. 24, p. 178–191, 1956.
- MACHARIS, C.; BRANS, J.; MARESCHAL, B. The GDSS PROMETHEE procedure – a PROMETHEE–GAIA based procedure for group decision support. *Journal of Decision Systems*, v. 7, p. 283–307, 1998.
- MAILLY, D.; ABI-ZEID, I.; PEPIN, S. A multi-criteria classification approach for identifying favourable climates for tourism. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, v. 21, n. 1-2, p. 65–75, 2014.
- MAQSOOD, I. Integrated fuzzy-stochastic risk assessment for contaminated groundwater systems. *Journal of Risk Assessment and Management*, v. 15, n. 1, 2011.
- MARESCHAL, B.; BRANS, J. Geometrical representations for mcda. the gaia module. *European Journal of Operational Research*, v. 34, n. 1, p. 69–77, 1988.
- MARTÍNEZ, L.; RUAN, D.; HERRERA, F. Computing with words in decision support systems: An overview on models and applications. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, v. 3, n. 4, p. 382–395, 2010.
- MONTAJABIHA, M. An extended promethe ii multi-criteria group decision making technique based on intuitionistic fuzzy logic for sustainable energy planning. *Group Decision and Negotiation*, v. 25, n. 2, p. 221–244, 2016.
- MUNDA, G.; NIJKAMP, P.; RIETVELD, P. Qualitative multicriteria methods for fuzzy evaluation problems: An illustration of economic-ecological evaluation. *European Journal of Operational Research*, v. 82, n. 1, p. 79–97, 1995.
- NEMERY, P. *On the use of multicriteria ranking methods in sorting problems*. Tese (Doutorado) — l'Université Libre de Bruxelles, 2008.



- NEMERY, P.; LAMBORAY, C. Flow sort: A flow-based sorting method with limiting or central profiles. *TOP*, v. 16, n. 1, p. 90–113, 2008.
- OKUL, D.; GENCER, C.; AYDOGAN, E. A method based on SMAA-Topsis for stochastic multi-criteria decision making and a real-world application. *International Journal of Information Technology and Decision Making*, v. 13, n. 5, 2014.
- PARREIRAS, R. O.; EKE, P. Y.; MARTINI, J. S. C.; PALHARES, R. M. A flexible consensus scheme for multicriteria group decision making under linguistic assessments. *Information Sciences*, v. 180, n. 7, p. 1075–1089, 2010.
- PASSET, R. L'économie et le vivant. *Payot*, v. 23, 1979.
- PELISSARI, R.; OLIVEIRA, M. C.; ABACKERLI, A. J.; BEN-AMOR, S.; ASSUMPÇÃO, M. R. P. Techniques to model uncertain input data of multi-criteria decision-making problems: a literature review. *International Transactions in Operational Research*, 2018.
- POMEROL, P. J.-C.; BARBA-ROMERO, S. *Multicriterion Decision in Management: Principles and Practice*. 1. ed. Massachusetts: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- PRADO-LOPEZ, V.; SEAGER, T.; CHESTER, M.; LAURIN, L.; BERNARDO, M.; TYLOCK, S. Stochastic multi-attribute analysis (SMAA) as an interpretation method for comparative life-cycle assessment (LCA). *International Journal of Life Cycle Assessment*, v. 19, n. 2, 2014.
- RAJAGOPALAN, N.; VENDITTI, R.; KELLEY, S.; DAYSTAR, J. Multi-attribute uncertainty analysis of the life cycle of lignocellulosic feedstock for biofuel production. *Biofuels, Bioproducts and Biorefining*, v. 11, n. 2, p. 269–280, 2017.
- ROCCHI, L. Using stochastic multi-criteria acceptability analysis methods in SEA: an application to the Park of Trasimeno (Italy). *Journal of Environmental Planning and Management*, v. 55, n. 2, 2012.
- ROY, B. ELECTRE III: Un algorithme de classements fondé sur une représentation floue des préférences en présence de critères multiples. *Cahiers du Centre d'Etudes de Recherche Opérationnelle*, v. 20, n. 1, p. 3–24, 1978.
- ROY, B. *Multicriteria methodology goes decision aiding*. 1. ed. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- ROY, B.; BERTIER, P. La méthode ELECTRE II. *Note de travail 142. SEMA-METRA. Metra-International*, 1971.
- ROY, B.; BOUYSSOU, D. *Aide multicritère à la décision: méthodes et cas*. 1. ed. Paris: Economica, 1993.
- SAATY, T. How to make a decision: the analytic hierarchy process. *European Journal of Operational Research*, v. 24, n. 6, p. 19–43, 1994.
- SAINT-HILARY, G.; CADOUR, S.; ROBERT, V.; GASPARINI, M. A simple way to unify multicriteria decision analysis (MCDA) and stochastic multicriteria acceptability analysis (SMAA) using a Dirichlet distribution in benefit–risk assessment. *Biometrical Journal*, v. 59, n. 3, p. 567–578, 2017.
- SENVAR, O.; TUZKAYA, G.; KAHRAMAN, C. Multi Criteria Supplier Selection Using Fuzzy PROMETHEE Method. In: KAHRAMAN, C.; ÖZTAYŞI, B. (Ed.). *Supply Chain Management Under Fuzziness: Recent Developments and Techniques*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014. p. 21–34.
- SHAFER, G. A mathematical theory of evidence. Princeton. *Princeton University Press*, 1976.
- SIMIĆ, D.; KOVAČEVIĆ, I.; SVIRČEVIĆ, V.; SIMIĆ, S. 50 years of fuzzy set theory and models for supplier assessment and selection: A literature review. *Journal of Applied Logic*, v. 24, p. 85 – 96, 2017.
- STOLL, R. R. *Set Theory and Logic*. New York: Dover Publications, 1979.

- STOYCHEVA, S.; MARCHESE, D.; PAUL, C.; PADOAN, S.; JUHMANI, A.-S.; LINKOV, I. Multi-criteria decision analysis framework for sustainable manufacturing in automotive industry. *Journal of Cleaner Production*, v. 187, p. 257 – 272, 2018.
- SUBAGADIS, Y. H.; SCHÜTZE, N.; GRUNDMANN, J. Stochastic-fuzzy multi criteria decision making for robust water resources management. *Water Resources Management*, v. 30, n. 6, p. 2075–2095, 2016.
- TALIB, F.; RAHMAN, Z. Identification and prioritization of barriers to total quality management implementation in service industry: An analytic hierarchy process approach. *TQM Journal*, v. 27, n. 5, p. 591–615, 2015.
- TERVONEN, T.; FIGUEIRA, J. A survey on stochastic multicriteria acceptability analysis methods. *Journal of Multi-criteria Decision Analysis*, v. 407, p. 1–14, 2007.
- TERVONEN, T.; FIGUEIRA, J. R.; LAHDELMA, R.; DIAS, J. A.; SALMINEN, P. A stochastic method for robustness analysis in sorting problems. *European Journal of Operational Research*, v. 192, n. 1, p. 236–242, 2009.
- TERVONEN, T.; LAHDELMA, R. Implementing stochastic multicriteria acceptability analysis. *European Journal of Operational Research*, v. 178, n. 2, p. 500–513, 2007.
- TERVONEN, T.; LINKOV, I.; FIGUEIRA, J.; STEEVENS, J.; CHAPPELL, M.; MERAD, M. Risk-based classification system of nanomaterials. *Journal of Nanoparticle Research*, v. 11, n. 4, 2009.
- TERVONEN, T.; VALKENHOEF, G. van; BUSKENS, E.; HILLEGE, H.; POSTMUS, D. A stochastic multicriteria model for evidence-based decision making in drug benefit-risk analysis. *Statistics in Medicine*, v. 30, n. 12, p. 1419–28, 2011.
- TERVONEN, T.; Van Valkenhoef, G.; BAŞTÜRK, N.; POSTMUS, D. Hit-And-Run enables efficient weight generation for simulation-based multiple criteria decision analysis. *European Journal of Operational Research*, v. 224, n. 3, p. 552–559, 2013.
- TONIN, F.; STEIMBACH, L.; BORBA, H.; SANCHES, A.; WIENS, A.; PONTAROLO, R.; FERNANDEZ-LLIMOS, F. Efficacy and safety of amphotericin B formulations: a network meta-analysis and a multicriteria decision analysis. *Journal of Pharmacy and Pharmacology*, v. 69, n. 12, p. 1672–1683, 2017.
- TRIANAPHYLLOU, E.; SÁNCHEZ, A. A sensitivity analysis approach for some deterministic multi-criteria decision-making methods. *Decision Sciences*, v. 28, n. 1, p. 151–185, 1997.
- VAHDANI, B.; HADIPOUR, H. Extension of the electre method based on interval-valued fuzzy sets. *Soft Computing*, v. 15, p. 569–579, 2011.
- VETSCHERA, R. Deriving rankings from incomplete preference information: A comparison of different approaches. *European Journal of Operational Research*, v. 258, n. 1, p. 244 – 253, 2017.
- VINCKE, J.; BRANS, P. A preference ranking organization method. The PROMETHEE method for MCDM. *Management Science*, v. 31, p. 641–656, 1985.
- VISHNUPRIYAN, J.; MANOHARAN, P. Multi-criteria decision analysis for renewable energy integration: A southern India focus. *Renewable Energy*, v. 121, p. 474–488, 2018.
- WALKER, W. E.; HARREMOES, P.; ROTMANS, J.; SLUIJS, J. V. D.; ASSELT, M. V.; JANSSEN, P.; KRAUSS, M. K. V. Defining uncertainty - a conceptual basis for uncertainty management in model-based decision support. *Integrated Assessment*, v. 4, n. 1, p. 5–17, 2003.
- WEBER, C. A.; CURRENT, J. R.; BENTON, W. Vendor selection criteria and methods. *European Journal of Operational Research*, v. 50, n. 1, p. 2 – 18, 1991. ISSN 0377-2217.
- YAGER, R. A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval. *Information Sciences*, v. 24, n. 2, p. 143–161, 1981.

- YANG, F.; ANG, S.; XIA, Q.; YANG, C. Ranking DMUs by using interval DEA cross efficiency matrix with acceptability analysis. *European Journal of Operational Research*, v. 223, n. 2, p. 483–488, 2012.
- YANG, F.; SONG, S.; HUANG, W.; XIA, Q. SMAA-PO: project portfolio optimization problems based on stochastic multicriteria acceptability analysis. *Annals of Operations Research*, v. 233, n. 1, 2014.
- YANG, J.; WANG, Y.; XU, D.; CHIN, K. The evidential reasoning approach for mada under both probabilistic and fuzzy uncertainties. *European Journal of Operational Research*, v. 171, n. 1, p. 309–343, 2006.
- YU, W. Electre tri: Aspects méthodologiques et manuel d'utilisation. *Document du LAMSADE 74, Université-Paris-Dauphine*, 1992.
- ZADEH, L. A. Fuzzy sets. *Information and Control*, v. 8, n. 5, p. 338–353, 1965.
- ZADEH, L. A. The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning. *Information Sciences*, v. 8-9, p. 301–357, 43–80, 1975.
- ZARAS, K. Rough approximation of a preference relation by a multi-attribute dominance for deterministic, stochastic and fuzzy decision problems. *European Journal of Operational Research*, v. 159, n. 1, p. 196–206, 2004.
- ZARGHAMI, M.; SZIDAROVSKY, F. Revising the owa operator for multi criteria decision making problems under uncertainty. *European Journal of Operational Research*, v. 198, p. 259–265, 2009.
- ZARGHAMI, M.; SZIDAROVSKY, F. Stochastic-fuzzy multi criteria decision making for robust water resources management. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, v. 23, n. 23, p. 329–339, 2009.
- ZHANG, X.; DENG, Y.; CHAN, F.; ADAMATSKY, A.; MAHADEVAN, S. Supplier selection based on evidence theory and analytic network process. *Journal of Engineering Manufacture*, v. 230, n. 3, p. 562–573, 2016.
- ZHOU, H.; WANG, J.-Q.; ZHANG, H.-Y. Stochastic multicriteria decision-making approach based on SMAA-ELECTRE with extended gray numbers. *International Transactions in Operational Research*, v. 24, p. 1–21, 2017.
- ZOPOUNIDIS, C.; DOUMPOS, M. Multicriteria classification and sorting methods: A literature review. *European Journal of Operational Research*, v. 138, p. 229–246, 2002.