

**UNIVERSIDADE METODISTA DE PIRACICABA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA ARQUITETURA E URBANISMO**  
**PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**APLICAÇÃO DA TEORIA DAS FILAS E DA SIMULAÇÃO DE**  
**EVENTOS DISCRETOS NA AVALIAÇÃO DE SISTEMAS**  
**PRESTADORES DE SERVIÇOS NO SETOR DE SAÚDE**

**CARLOS ANTONIO BEVILAQUA SILVEIRA**

ORIENTADOR: PROF. DRA. MARIA CÉLIA DE OLIVEIRA

SANTA BÁRBARA D'OESTE / SP

**2015**

**UNIVERSIDADE METODISTA DE PIRACICABA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA ARQUITETURA E URBANISMO**  
**PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**APLICAÇÃO DA TEORIA DAS FILAS E DA SIMULAÇÃO DE  
EVENTOS DISCRETOS NA AVALIAÇÃO DE SISTEMAS  
PRESTADORES DE SERVIÇOS NO SETOR DE SAÚDE**

**CARLOS ANTONIO BEVILAQUA SILVEIRA**

ORIENTADOR: PROF. DRA. MARIA CÉLIA DE OLIVEIRA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, da Faculdade de Engenharia Arquitetura e Urbanismo, da Universidade Metodista de Piracicaba – UNIMEP, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Produção.

SANTA BÁRBARA D'OESTE / SP

**JUNHO - 2015**

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente, agradeço a Deus pelo dom da Vida, pela saúde e a dádiva de ensinar, mas, principalmente, de poder seguir aprendendo sempre.

À minha família: pela presença constante, apoio incondicional e por nunca deixar de acreditar em mim.

À UNIMEP: pela singular oportunidade desta bolsa e por oferecer o ambiente propício para a fomentação dos ideais acadêmicos.

Aos mestres: pela orientação valiosa e por compartilharem conhecimento e experiência para o meu aprimoramento.

A todos aqueles que, direta e/ou indiretamente, contribuíram para que este trabalho pudesse ser desenvolvido e concluído com êxito.

SILVEIRA, Carlos Antônio Bevilaqua. **Aplicação da Teoria das Filas e da Simulação de Eventos discretos na Avaliação de Sistemas Prestadores de Serviços no Setor de Saúde**. 2015. 73 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Faculdade de Engenharia Arquitetura e Urbanismo, Universidade Metodista de Piracicaba, Santa Bárbara d'Oeste.

## RESUMO

O aumento de competitividade faz com que as empresas fabricantes de produtos ou serviços busquem tornar os seus processos cada vez mais eficientes. Uma das formas de garantir essa eficiência é buscar o balanceamento dos processos de produção ou de serviços. A teoria das filas e a simulação são técnicas que apoiam decisões que permitem o aumento e a redução de custos. Assim, o objetivo deste estudo é avaliar um sistema de prestação de serviços por meio da teoria das filas e da simulação de eventos discretos. Para isso, este estudo propõe avaliar dois sistemas considerando os modelos de filas mais comumente usados e sugere um método de aplicação da simulação de eventos discretos. Na prática, este estudo avalia os sistemas de Raio X e de Coleta de Sangue. Os resultados mostraram que a aplicação da simulação não é uma tarefa simples, pois exige que os dados sejam cuidadosamente coletados e modelados por distribuições de probabilidades adequadas.

**PALAVRAS-CHAVE:** Teoria das Filas, Simulação de Eventos Discretos, Serviços, Setor de Saúde.

SILVEIRA, Carlos Antônio Bevilaqua. ***Application of the queuing theory and of the simulation of the discrete events to evaluate health service systems.*** 2015. 73 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Faculdade de Engenharia Arquitetura e Urbanismo, Universidade Metodista de Piracicaba, Santa Bárbara d'Oeste.

### **ABSTRACT**

*The manufactures and services companies has been become more competitive by the efficient processes. One the way of ensure this efficiency is by the balancing of their process of product or services. The queuing theory and simulation of discrete events are techniques which allow increase efficiency and reduce costs of the process in general. So the aim of this study is evaluate a health service system by means of these techniques. This evaluation was made by the application of the more simple models of the queuing theory and a proposal of simulation method in two health service system. In practice, this study evaluated of the X-Ray system and the Blood Collecting system. The results showed which this application isn't a simple task because is very important for the simulation results that the data of the systems are properly collected and adjusted by the probability distributions suitable.*

**KEYWORDS:** *Queuing theory; Simulation of the discrete events; Service; health service system.*

## SUMÁRIO

|  |            |
|--|------------|
| <b>LISTA DE FIGURAS.....</b>   | <b>I</b>   |
| <b>LISTA DE TABELAS .....</b>  | <b>III</b> |
| <b>1. INTRODUÇÃO .....</b>   | <b>1</b>   |
| <b>1.2. JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA .....</b>                                       | <b>4</b>   |
| <b>1.3. OBJETIVOS .....</b>  | <b>5</b>   |
| <b>1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO .....</b>  | <b>6</b>   |
| <b>2. REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>  | <b>8</b>   |
| 2.1. O SERVIÇO DE SAÚDE.....   | 8          |
| 2.2. TEORIA DAS FILAS .....  | 9          |
| 2.1.1. MODELO DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE DE POISSON .....                    | 14         |
| 2.1.2. DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL .....  | 17         |
| 2.1.3. DISTRIBUIÇÃO DE ERLANG.....   | 21         |
| 2.2. PROCESSO ESTOCÁSTICO.....   | 24         |
| 3.3. SIMULAÇÃO DE EVENTOS DISCRETOS.....   | 27         |
| <b>3. ABORDAGEM METODOLÓGICA .....</b>   | <b>31</b>  |
| <b>4. O DESENVOLVIMENTO DO ESTUDO.....</b>   | <b>36</b>  |
| 4.1. APLICAÇÃO DA TEORIA DAS FILAS E DA SIMULAÇÃO NO SISTEMA DE RAIOS X .....      | 36         |
| 4.2. APLICAÇÃO DA TEORIA DAS FILAS E DA SIMULAÇÃO NO SISTEMA COLETA DE SANGUE..... | 53         |
| <b>5. CONCLUSÃO .....</b>  | <b>61</b>  |
| <b>6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>  | <b>63</b>  |

## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| FIGURA 1: PROCESSO BÁSICO DE FILAS .....   | 9  |
| FIGURA 2: FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE .....  | 12 |
| FIGURA 3: A PROBABILIDADE DE UM INTERVALO $[A,B]$ É A ÁREA SOB FDP NAQUELE<br>INTERVALO .....  | 13 |
| FIGURA 4: GRÁFICO DA DISTRIBUIÇÃO DE POISSON .....   | 16 |
| FIGURA 5: DISTRIBUIÇÃO DE POISSON: CHEGADAS POR UNIDADE DE TEMPO .....   | 16 |
| FIGURA 6: DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL .....   | 19 |
| FIGURA 7: TEMPO DE ATENDIMENTO ERLANG .....  | 21 |
| FIGURA 8: DISTRIBUIÇÃO DE ERLANG .....   | 24 |
| FIGURA 9: FIGURA 10: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE UMA REDE DE TRANSIÇÃO .....  | 26 |
| FIGURA 11: MODELO DE SIMULAÇÃO SEGUNDO LAW E KELTON .....  | 28 |
| FIGURA 12: CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA .....   | 31 |
| FIGURA 13: MODELO DE SIMULAÇÃO DE EVENTOS DISCRETOS .....  | 33 |
| FIGURA 14: MODELO CONCEITUAL DA SIMULAÇÃO .....  | 33 |
| FIGURA 15: FASES DA ANÁLISE DOS DADOS DE ENTRADA E DE ATENDIMENTO<br>PARA A SIMULAÇÃO. ....  | 34 |
| FIGURA 16: MODELO CONCEITUAL PARA O SISTEMA DE RAIOS X .....   | 36 |
| FIGURA 17: BOXPLOT PARA OS TEMPOS ENTRE AS CHEGADAS [EM SEGUNDOS] .....  | 39 |
| FIGURA 18: GRÁFICO PARA OS TEMPOS ENTRE AS ENTRADAS PARA O SISTEMA DE<br>RAIOS X. ....   | 41 |
| FIGURA 19: GRÁFICO PARA OS TEMPOS DE ATENDIMENTO NO BALCÃO – RAIOS X .....   | 42 |
| FIGURA 20: BOXPLOT PARA OS TEMPOS DE ATENDIMENTO NO EXAME DE RAIOS X ....  | 44 |
| FIGURA 21: GRÁFICO PARA OS TEMPOS DE ATENDIMENTO NO EXAME DE RAIOS X ....  | 45 |
| FIGURA 22: MODELO DE SIMULAÇÃO PARA O SISTEMA ATUAL DE RAIOS X. ....   | 47 |
| FIGURA 23: GRÁFICO DE OCUPAÇÃO (FILAS) PARA O SISTEMA DE RAIOS X. ....   | 48 |
| FIGURA 24: DESEMPENHO DA SIMULAÇÃO PARA O ESTADO ATUAL DO SISTEMA<br>DE RAIOS X PARA O TEMPO TOTAL DE FUNCIONAMENTO DO<br>SISTEMA. ....    | 49 |
| FIGURA 25: DESEMPENHO DA SIMULAÇÃO PARA O ESTADO ATUAL DO SISTEMA<br>DE RAIOS X PARA O TEMPO EFETIVO DE FUNCIONAMENTO DO<br>SISTEMA .....  | 50 |
| FIGURA 26: MODELO DE SIMULAÇÃO PARA O ESTADO FUTURO DO SISTEMA DE<br>RAIOS X. ....   | 51 |
| FIGURA 27: GRÁFICO DE OCUPAÇÃO (FILAS) PARA O ESTADO FUTURO DO<br>SISTEMA DE RAIOS X. ....   | 52 |
| FIGURA 28: DESEMPENHO DA SIMULAÇÃO PARA O ESTADO FUTURO DO SISTEMA<br>DE RAIOS X PARA O TEMPO EFETIVO DE FUNCIONAMENTO DO<br>SISTEMA ..... | 53 |
| FIGURA 29: MODELO CONCEITUAL PARA O SISTEMA DE COLETA DE SANGUE .....  | 53 |
| FIGURA 30: BOXPLOT PARA OS TEMPOS DE ATENDIMENTO NA RECEPÇÃO DO<br>SISTEMA DE COLETA DE SANGUE. ....                                       | 55 |
| FIGURA 31: GRÁFICO PARA OS TEMPOS DE ATENDIMENTO NA COLETA DE<br>SANGUE .....  | 56 |
| FIGURA 32: MODELO DE SIMULAÇÃO PARA O SISTEMA ATUAL DE COLETA DE<br>SANGUE. ....   | 57 |

|   |    |
|---|----|
| FIGURA 33: GRÁFICO DE OCUPAÇÃO (FILAS) PARA O ESTADO FUTURO DO SISTEMA DE COLETA DE SANGUE.....   | 58 |
| FIGURA 34: DESEMPENHO DA SIMULAÇÃO PARA O ESTADO ATUAL DO SISTEMA DE COLETA DE SANGUE PARA O TEMPO TOTAL DE FUNCIONAMENTO DO SISTEMA..... | 59 |

## LISTA DE TABELAS

|   |    |
|---|----|
| TABELA 1: ESTATÍSTICA DESCRITIVA PARA OS TEMPOS ENTRE AS CHEGADAS NO RAIO X .....                               | 38 |
| TABELA 2: ESTATÍSTICA DESCRITIVA PARA OS TEMPOS ENTRE AS CHEGADAS SEM OUTLIERS.....                             | 40 |
| TABELA 3: ESTATÍSTICA DESCRITIVA PARA O PROCESSO DE ATENDIMENTO NO BALCÃO .....                                 | 42 |
| TABELA 4: ESTATÍSTICA DESCRITIVA PARA O PROCESSO DE ATENDIMENTO PARA O RAIO X. ....                             | 43 |
| TABELA 5: ESTATÍSTICA DESCRITIVA PARA OS NOVOS DADOS PARA O TEMPO DE ATENDIMENTO NO RAIO X.....                 | 44 |
| TABELA 6: RESUMO DOS MODELOS DE FILAS DEFINIDOS PARA OS PROCESSOS DO SISTEMA AVALIADO.....                      | 46 |
| TABELA 7: ESTATÍSTICA DESCRITIVA PARA OS TEMPOS DE ATENDIMENTO DA RECEPÇÃO DO SISTEMA DE COLETA DE SANGUE. .... | 54 |
| TABELA 8: ESTATÍSTICA DESCRITIVA PARA OS TEMPOS DE COLETA DE SANGUE. ....                                       | 56 |

## 1. INTRODUÇÃO

O aumento de competitividade faz com que as empresas busquem tornar os seus processos cada vez mais eficientes. Uma das formas de garantir essa eficiência é buscar o balanceamento dos processos de produção ou de oferta de serviços. Para isso, existem diversas metodologias e ferramentas, dentre elas, as empresas estão utilizando a teoria das filas e a simulação de eventos discretos.

A teoria das filas permite auxiliar no entendimento do comportamento de sistemas, avaliando informações dos processos de chegada e de atendimento (PRADO, 2009). Para avaliação de sistemas complexos, a teoria das filas pode ser usada em conjunto com a simulação de eventos discretos.

De acordo com Shannon (1998), a simulação é uma técnica de resolução de problemas, importantes para o apoio na tomada de decisões, nas mais diversas áreas. Johansson (2002) reforça esta diversidade de áreas de aplicação da simulação, mostrando que ela tem sido utilizada desde a representação de operações militares até em procedimentos na área de saúde.

Na literatura existem diversos modelos de filas que podem ser aplicados em problemas de diversas áreas. Um estudo apresentado por Leite et al. (2011) comparou dois modelos de filas. Conforme descrevem os modelos, em ambos os casos, os processos de chegada são modelados pela distribuição de Poisson e os tempos entre as chegadas modelados pela distribuição Exponencial. Já o processo de atendimento do primeiro modelo é Markoviano, enquanto que no segundo, os atendimentos são modelados pela distribuição de Erlang de grau  $k$ , o número de atendentes é variável e dado por  $c$ . Os autores concluíram que o segundo modelo, quando o grau da distribuição de Erlang for igual a 1 ( $k = 1$ ), os resultados são muito próximos aos obtidos com o primeiro modelo.

Já um estudo desenvolvido por Michelson *et al* (2011) utilizou uma simulação estocástica de eventos discretos para analisar e propor soluções para o estudo e entendimento da dinâmica do estacionamento do templo da Igreja Apostólica Renascer em Cristo localizado no bairro da Mooca em São Paulo. Foi observado que entre o término do culto 1 e início do culto 2 há geração de uma fila na Avenida Alcântara Machado (Radial Leste-Oeste).

A metodologia utilizada, por meio da modelagem estocástica com a simulação, se mostrou suficiente para estudar sistemas como o abordado neste trabalho, além de permitir a proposição de medidas que amenizem o problema.

Um outro estudo que utiliza a simulação de eventos discretos para avaliar sistemas foi desenvolvido por Bandeira e Rocha (2010), que propõem melhorias em um sistema bancário, por meio de um estudo do processo de atendimento e da capacidade do sistema, que podem contribuir com melhorias no cumprimento da Lei nº 1636/1998 ( Lei dos Quinze Minutos) dos bancos, através do estudo de caso de uma agência bancária em Aracaju, Sergipe. Portanto, através da análise dos resultados quantitativos proporcionados pela aplicabilidade da Teoria das Filas, mostrou-se que havia uma deficiência no sistema de atendimento. Para tal deficiência, a melhoria contínua, resultado do desenvolvimento do Estudo de Tempos e Movimentos, através da análise qualitativa, proporcionou a adoção de ideias e raciocínios simples e poderá contribuir com propostas para a otimização do movimento bancário. Estas sendo aplicadas podem levar ao cumprimento da Lei dos Quinze Minutos, conquistando dessa forma, o aumento da satisfação dos clientes.

Em um estudo desenvolvido na cidade de Belém do Pará, Chaves *et al*. (2011) avaliaram um sistema de atendimento em uma empresa prestadora de serviços médicos. Neste estudo, os autores coletaram informações do processo de chegada, especialmente os intervalos de tempos entre as chegadas de clientes e dos processos de atendimento. Os resultados observados neste estudo foram, especialmente, o pequeno número de funcionários disponíveis para o

atendimento aos clientes. Este problema estava ocasionando altos tempos de espera dos clientes.

Em outro estudo desenvolvido no setor médico, Pereira et al. (2009) desenvolveram uma aplicação de teoria das Filas em um setor de coleta sanguínea de um laboratório de análises clínicas, também localizado na cidade de Belém do Pará. Uma das motivações para o desenvolvimento deste estudo foi a sua grande relevância no cenário social, tendo em vista a escassez de trabalhos desenvolvidos para avaliar problemas existentes na área de saúde.

Verificou-se que o ritmo de chegada máximo suportado é de 0,8 clientes por minuto, o qual pode ser aumentado com a melhoria da eficiência do tempo de atendimento através das soluções propostas

Desta forma, o estudo reforça a importância da Teoria das Filas , tanto para determinação e análise da capacidade de atendimento ao sistema atual estudar possíveis alterações no mesmo devido a mudança de desempenho, auxiliando, assim, na tomada de decisão em busca da melhoria contínua nos processos organizacionais.

Ainda no setor de serviços na área de saúde, Marinho (2006), desenvolveu uma aplicação da teoria das filas e da simulação de eventos discretos em um setor para transplantes realizados pelo Sistema Único de Saúde (SUS). Este estudo permitiu estabelecer um panorama geral sobre a situação dos tempos de espera para transplantes de diversos órgãos sólidos no Brasil. Para desenvolver este estudo, os autores simularam diversos cenários alternativos, com base em um modelo de teoria das filas. Os resultados deste estudo permitiram definir um intervalo de tempos de espera em relação às taxas de chegada de pacientes de prestação de serviço do sistema. Também foi possível observar que os tempos de espera são longos e bastante sensíveis às variações na demanda e oferta de órgãos.

Soares Filho, *et al.* (2011) analisaram a rotina de atendimento de pacientes em uma unidade de pronto atendimento de saúde, localizada na cidade de

Votorantim no estado de São Paulo. Neste estudo, os autores desenvolveram, por meio de simulações de eventos discretos, um estudo de caso e identificaram os pontos ineficientes do serviço, do ponto de vista dos usuários. O resultado deste estudo mostrou que o número de funcionários que o estabelecimento possuía não era suficiente para atender a demanda do sistema avaliado..

Nota-se por meio dos trabalhos aqui apresentados a importância da utilização da teoria das filas e da simulação de eventos discretos para avaliar sistemas em geral, com destaque para a avaliação e serviços no setor de saúde. A utilização conjunta da teoria das filas com a simulação e eventos discretos permite que as empresas conheçam melhor os seus sistemas e os seus processos, para assim, tomar decisões sobre a melhoria de seus produtos e serviços de forma mais consistentes.

Desta forma, o estudo aqui proposto deve contribuir para a aplicação de metodologias e técnicas mais comumente usadas na engenharia de produção, para potenciais contribuições para a melhorias de sistemas diversos, como por exemplo, na área de saúde.

## **1.2. JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA**

Atender as expectativas dos clientes não é importante somente para as empresas que produzem produtos, mas também para as empresas que fornecem serviços. Elas também devem evoluir na busca pela melhoria de seus serviços, para manter os seus clientes satisfeitos. Quando se trata de serviços que garantem as questões essenciais para as pessoas, como por exemplo, as empresas que prestam serviços na área de saúde, a preocupação em garantir a satisfação do cliente deve ser ainda maior.

Grande parte das empresas prestadoras de serviços na área de saúde está ligada ao Sistema Único de Saúde - SUS ou a outros convênios particulares.

Os preços dos serviços prestados, em geral, são definidos pelo SUS ou por estes convênios. Assim sendo, as empresas prestadoras destes serviços não têm qualquer controle sobre os preços praticados. Assim, cabe à essas empresas buscar o equilíbrio entre atender às expectativas dos clientes e o custo do serviço, de tal forma, que seja possível garantir o lucro sobre os serviços prestados.

Encontrar este equilíbrio é um grande desafio para as empresas, pois referem-se a definir quantidade de funcionários para a prestação do serviço, o espaço físico adequado, dentre outros aspectos que garantam o menor tempo de espera dos clientes. Para auxiliar esta definição de decisão existem diversas metodologias e ferramentas, dentre as quais, este estudo destaca a simulação de eventos discretos, aliada a teoria das filas.

Simulação de Eventos Discretos é aqui proposta com o objetivo de avaliar as possibilidades mais viáveis na busca pelo equilíbrio entre a satisfação do cliente e os custos envolvidos na prestação do serviço. Por meio da simulação, o estudo aqui proposto visa analisar variáveis do sistema avaliado na busca pela condição que permita encontrar este equilíbrio. Desta forma, do ponto de vista prático, a simulação aplicada no contexto aqui discutido é tida como uma ferramenta de apoio às decisões de sistemas prestadores de serviços na área de saúde.

Para o caso específico deste estudo, será avaliada a aplicação desta ferramenta no setor de raios-X e de coleta de sangue de uma empresa prestadora de serviços, localizado no interior de São Paulo.

### **1.3. OBJETIVOS**

Os objetivos do trabalho podem ser classificados em geral e específicos, a saber:

O objetivo geral deste estudo é avaliar os sistemas de prestação de serviços no setor de serviços de saúde. Para esta avaliação será considerada uma

aplicação em dois setores de atendimento de um hospital privado localizado no interior de São Paulo.

Para que o objetivo geral seja alcançado foram delineados os objetivos específicos, a saber:

- (i) Avaliar os processos de chegada e de atendimento dos sistemas considerados e coletar os respectivos dados;
- (ii) Realizar as simulações para o estado atual dos sistemas avaliados;
- (iii) Identificar as restrições dos sistemas avaliados e, a partir delas, discutir e simular potenciais melhorias para o sistema.

## **1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO**

Este trabalho está dividido em 06 capítulos, conforme detalhado a seguir:

**Capítulo 1 – Introdução.** Este Capítulo apresenta a contextualização deste estudo, os seus objetivos, e a justificativa prática e acadêmica para o desenvolvimento deste estudo.

**Capítulo 2 – Referencial teórico.** O referencial teórico apresenta todos os conceitos teóricos importantes para o desenvolvimento deste estudo.

**Capítulo 3 – Procedimentos Metodológicos.** Este Capítulo apresenta a caracterização desta pesquisa quanto a sua abordagem, natureza, aos objetivos e aos seus procedimentos.

**Capítulo 4 – Desenvolvimento do estudo.** No desenvolvimento do estudo estão descritas duas aplicações práticas em um sistema de serviço de saúde realizadas em um hospital da rede privada. Os sistemas avaliados correspondem ao sistema de Raios-X e de coleta de sangue deste hospital.

**Capítulo 5 – Conclusão.** Neste Capítulo estão apresentadas as respostas aos objetivos deste estudo e as propostas de trabalhos futuros baseadas nas dificuldades encontradas no desenvolvimento deste estudo.

**Capítulo 6 – Referências Bibliográficas.**

## **2. REFERENCIAL TEÓRICO**

Neste Capítulo estão apresentados os conceitos teóricos necessários para o desenvolvimento deste estudo. Estes conceitos referem-se, especialmente, a dois temas: o serviço de saúde; teoria das filas e simulação de eventos discretos.

### **2.1. O SERVIÇO DE SAÚDE**

Segundo Fitzsimmons e Fitzsimmons (2010 apud GRONROOS, 1990) serviço é uma atividade ou uma série de atividades de natureza mais ou menos intangível que em geral, ocorre com a interação entre consumidores e empregados de serviços e/ou recursos físicos e bens e/ou sistemas do fornecedor do serviço, que são oferecidos como soluções para os problemas do consumidor.

Assim como as empresas que fabricam bens de consumo, as empresas prestadoras de serviços estão inseridas em um ambiente competitivo, dentro do qual ela deve se manter competitiva. De acordo com Fitzsimmons e Fitzsimmons (2010) as estratégias competitivas em serviços podem ser sustentadas pelas três estratégias competitivas genéricas: liderança global em custos, diferenciação e focalização.

A liderança global em custos requer instalações com eficiência de escala, rígido controle de custos e das despesas gerais e, frequentemente, uma tecnologia inovadora. Já o ponto central da diferenciação está em criar um serviço que é percebido como único. Finalmente, a estratégia da focalização é construída a partir da ideia de satisfação de um mercado-alvo particular, voltada para atender a satisfação de um determinado público alvo (FITZSIMMONS e FITZSIMMONS, 2010).

Com relação aos tipos de serviços, Corrêa e Caon (2002) os classificam em três tipos básicos: serviços profissionais; serviços de massa e lojas de serviços. Nos serviços profissionais há a intensa participação do cliente na prestação do

serviço, os recursos humanos em geral, são altamente qualificados e realizam tarefas com baixa especificação e alta repetitividade. Nos serviços de massa, em geral, a especificação já está bem definida antes da participação do cliente no serviço, este está baseado em alto padrão de padronização. Nos serviços de massa, os recursos humanos dividem as tarefas para atender a alta demanda. Finalmente, as lojas de serviços se definem como intermediário entre serviços profissionais e de massa (CORREA e CAON, 2002).

Os aspectos ora apresentados podem ser considerados para serviços em geral, independentemente do tipo de serviço. Particularmente, para os serviços de saúde, Travassos e Martins (2004) destacam que os determinantes de utilização de um sistema de saúde são relacionados aos seguintes aspectos: (i) necessidade de saúde, como por exemplo, a gravidade e a urgência da doença; (ii) usuários, como por exemplo, características socioeconômica; (iii) prestadores de serviço, como por exemplo, experiência profissional; (iv) organização, como por exemplo, os recursos disponíveis; (v) política, como o tipo de sistema de saúde. Ainda segundo os autores, as influências de cada um destes fatores variam em função do tipo de serviço e da proposta assistencial.

## 2.2. TEORIA DAS FILAS

Segundo Hiller e Lieberman (2013), a teoria das filas estuda as diversas formas de filas, por meio de modelos adequados que representam os diversos modelos práticos de filas. A maioria dos problemas práticos podem ser representados por sistemas básicos de filas, conforme ilustra a Figura 1.

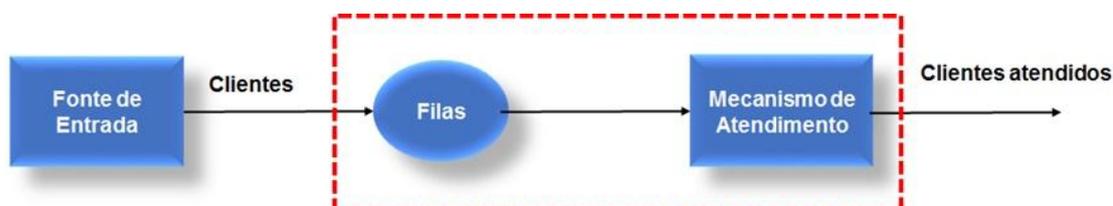


FIGURA 1: PROCESSO BÁSICO DE FILAS

Fonte: Hiller e Lieberman (2013)

Conforme se observa na Figura 1, um processo básico de fila é baseado nos processos de chegada (Fonte de Entrada) e pelos processos de atendimento, dado pelo mecanismo de atendimento. Em geral, os dados de entrada de ambos os processos são variáveis aleatórias, que podem ser discretas ou contínuas.

Uma variável aleatória que assume valores contáveis é chamada de variável aleatória discreta. Como por exemplo, número de Raio X positivos de uma pessoa é uma variável aleatória discreta, uma vez que ela pode assumir os valores 0,1,2,3,... Também são exemplos de variáveis aleatórias discretas, as seguintes situações: o número de clientes em uma determinada loja de roupas; o número de carros alugados em uma determinada locadora de veículos; o número de dias chuvosos em um mês; o número de alunos presentes na sala de aula; o número de clientes em uma fila de banco; entre outros.

Uma variável aleatória discreta é dada por meio de sua distribuição de probabilidade. A distribuição de probabilidades de uma variável discreta apresenta todos os valores possíveis que ela pode assumir, bem como suas probabilidades correspondentes. Uma distribuição de probabilidades de uma variável discreta deve satisfazer as duas condições a seguir:

- (i) A probabilidade atribuída a cada valor da variável aleatória "X", posiciona-se no intervalo definido entre 0 e 1 ou seja,  $0 \leq P(x) \leq 1$  para cada  $x$ ;
- (ii) A soma das probabilidades atribuídas a todos os valores possíveis de  $X$  é igual a 1, ou seja  $\sum P(x) = 1$ .

Além destas condições, valem as seguintes observações:

- (i) A função de distribuição de  $X$  é também chamada de função de distribuição acumulada de  $X$ ;
- (ii) A função  $F(x)$  é não-decrescente quando  $x$  aumenta, isto é, se  $x_1 < x_2$ , então  $F(x_1) \leq F(x_2)$ ;

(iii) Para qualquer valor de  $x$   $P(X > x) = 1 - F(x)$ ;

(iv) Para quaisquer valores  $x_1$  e  $x_2$ , tais que  $x_1 < x_2$ ,  $P(x_1 < X \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1)$ .

Uma variável aleatória contínua assume valores não contáveis, sendo estes valores dados ao longo de um intervalo ou de mais de um intervalo. Uma vez que o número de valores contidos em qualquer intervalo é infinito, o número possível de valores que uma variável aleatória contínua pode assumir é também infinito.

A função densidade de probabilidade (fdp) de uma variável aleatória contínua  $X$ , se existir, é definida como a derivada de  $F(x)$ :

$$f(x) = \frac{d[F(x)]}{dx}$$

A fdp representa a “densidade” de probabilidade no ponto  $x$  no seguinte sentido: a probabilidade de que  $X$  esteja em um intervalo pequeno na vizinhança de  $x$ , isto é:

$$P(x < X \leq x + h), \text{ é } P(x < X \leq x + h) = F(x + h) - F(x) = \left[ \frac{F(x + h) - F(x)}{h} \right] \cdot h$$

Se a  $F(x)$  tem uma derivada em  $x$ , então à medida que  $h \rightarrow 0$ ,  $P[x < X \leq x + h] \approx f(x)h$ .

Desta forma,  $f(x)$  representa a densidade de probabilidade no ponto ( $x$ ) no sentido de que a probabilidade de que  $X$  esteja em um pequeno intervalo na vizinhança de ( $x$ ) é aproximadamente  $f(x)h$ , conforme mostra a Figura 2.

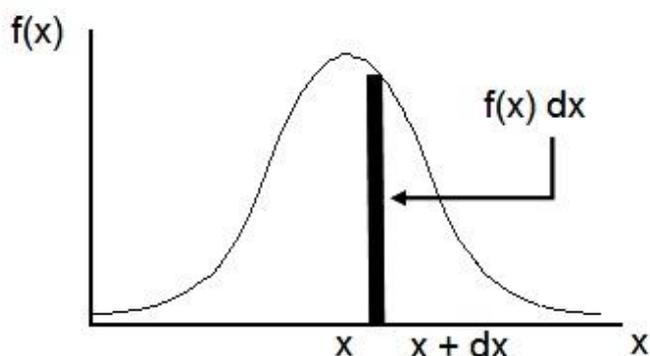


Figura 2: Função Densidade de Probabilidade

A probabilidade de  $X$  estar contido em uma dada faixa de valores é igual a área sob a curva de  $f(x)$ , para a faixa de valores de interesse, com as seguintes propriedades:

- (i) A derivada da  $F(x)$ , quando existir, é positiva desde que a  $F(x)$  seja uma função não-decrescente de  $(x)$ , então  $f(x) \geq 0$ ;
- (ii) Seja  $f(x)$  uma função não negativa, a qual chamaremos de função densidade de probabilidade, e que especifica as probabilidades de eventos da forma “ $X$  cai em um pequeno intervalo de largura  $dx$  ao redor do ponto  $x$ ”. As probabilidades de eventos envolvendo  $X$  são então expressas em termos da fdp adicionando probabilidades de intervalos de largura  $dx$ . À medida que as larguras dos intervalos se aproximam de zero, obtemos uma integral em termos de fdp. Por exemplo: a probabilidade de um intervalo  $[a, b]$  é dada por  $P[a < x \leq b] = \int_a^b f(x) dx$
- (iii) A probabilidade de um intervalo é, portanto a área sob  $f(x)$  naquele intervalo (Figura 3). A probabilidade de qualquer evento que consiste na união de intervalos disjuntos pode ser encontrada adicionando-se as integrais da fdp sobre cada um dos intervalos.

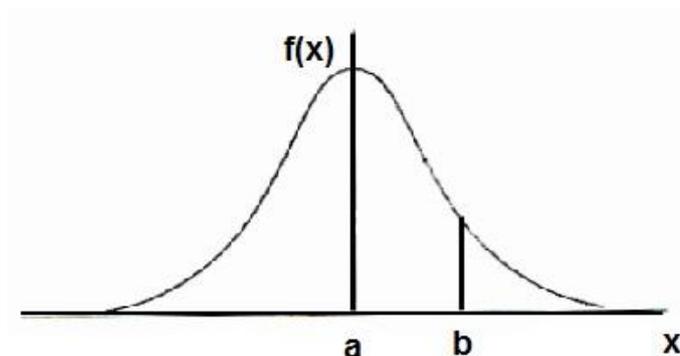


Figura 3: A probabilidade de um intervalo  $[a,b]$  é a área sob fdp naquele intervalo

(iv) A  $F(x)$  pode ser obtida integrando-se a fdp, ou seja

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

Fazendo  $x \rightarrow +\infty$  na equação anterior obtemos a condição de normalização para as fdp.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt = 1$$

(v) Uma fdp válida pode ser formada a partir de qualquer função  $g(x)$  não negativa e continua por partes que tenha uma integral finita  $\int_{-\infty}^{+\infty} g(x) dx = c < \infty$ . Fazendo  $f(x) = \frac{g(x)}{c}$  obtém-se uma função que satisfaz a condição de normalização. Note que a fdp precisa ser definida para todos os valores reais de  $(x)$ ; se  $X$  não toma valores em alguma região da reta real, simplesmente fazemos  $f(x) = 0$  na região. O próximo tópico apresenta as principais distribuições de probabilidade que são mais comumente usadas em teoria das filas.

### 2.1.1. MODELO DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE DE POISSON

Uma variável aleatória discreta  $X$  que toma valores  $0, 1, 2, \dots$  tem distribuição de probabilidade de Poisson, com parâmetro  $\lambda > 0$ , se a sua fdp é da seguinte forma,

$$P(X = K) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^K}{K!}, (k = 0, 1, 2 \dots)$$

Para verificar que a expressão acima representa uma distribuição de probabilidade, basta observar que:

$$\sum_{K=0}^{\infty} P(X = K) = \sum_{K=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^K}{K!} = e^{-\lambda} \cdot e^{\lambda} = 1, \text{ uma vez que:}$$

$$\sum_{K=0}^{\infty} \frac{\lambda^K}{K!} = 1 + \lambda + \frac{\lambda^2}{2!} + \dots + \frac{\lambda^n}{n!} = e^{\lambda}$$

Se  $X$  tem distribuição de Poisson com parâmetro  $\lambda$  então o valor esperado de  $X$  é dado por  $E(X) = \lambda$ . Este valor esperado indica a média do número de eventos num intervalo de tempo.

Para  $n = 0, 1, 2, \dots$ ,  $P(X = n) = a_n \cdot |Z| \leq 1$  e usando transformações de  $Z$ :  $P^T x(z) = E(Z^x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n Z^n$

Derivando-se  $\phi$  em relação a  $z$ ,

$$\frac{d[P^T x(z)]}{dz} = \left( \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^{n-1} \right)_{z=1} = \sum_{n=0}^{\infty} n a_n = E(x)$$

A derivada segunda é dada por:

$$\frac{d^2[P^T x(z)]}{dz^2} = \left( \sum_{n=0}^{\infty} a_n n(n-1) z^{n-2} \right)_{z=1} = \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 - n) a_n = E(x^2) - E(x)$$

Então:

$$P^T x(z) = E(z^x) = \sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \right) \cdot z^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} (\lambda z)^k}{k!}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda z)^k}{k!} = e^{z\lambda}, \text{ portanto } P^T x(z) = e^{-\lambda} \cdot e^{z\lambda} = e^{\lambda(z-1)}$$

Derivando-se a equação anterior em relação a  $z$ , obtém-se

$$\frac{d}{dz} [P^T x(z)]_{z=1} = (e^{\lambda(z-1)} \cdot \lambda)_{z=1} = \lambda = E(x)$$

$$\therefore E(x) = \lambda$$

Para esta distribuição, a variância de  $X$  é igual o seu valor esperado, qual seja,

$$V(X) = \lambda$$

Derivando-se pela segunda vez, vem:

$$\frac{d^2}{dz^2} [P^T x(z)] = (e^{\lambda(z-1)} \cdot \lambda^2)_{z=1} = \lambda^2 = E(x^2) - E(x)$$

Então:

$$E(X^2) = \lambda^2 + \lambda$$

Variância é igual a,  $V(X) = E(x^2) - [E(X)]^2$ , que pode ser escrita como,

$$V(X) = (\lambda^2 + \lambda) - \lambda^2 = \lambda$$

A Figura 4 apresenta o gráfico da distribuição de Poisson para diferentes valores de  $\lambda$ .

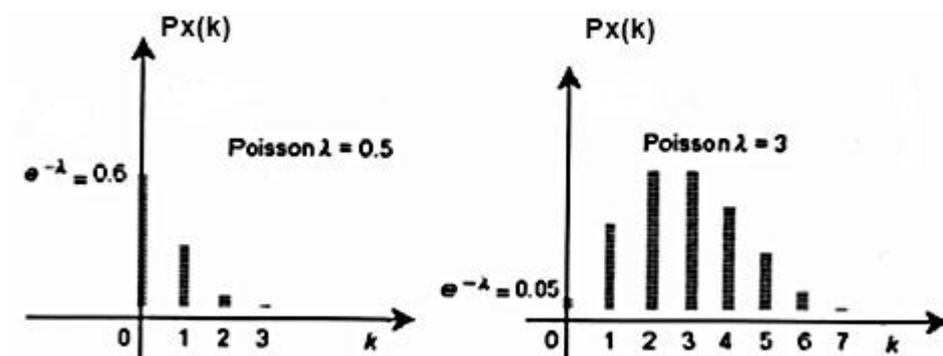


Figura 4: Gráfico da Distribuição de Poisson

Fonte: Carrion (2007)

Na figura 4, o gráfico da distribuição de Poisson mostra diferentes valores de  $\lambda$ . Se  $\lambda = 0,5$  a distribuição de Poisson é monotônica decrescente, e com  $\lambda = 3$ , a distribuição primeiro cresce e em seguida decresce à medida que o valor de  $k$  aumenta.

Também é importante notar na Figura 4 que, se  $k > \lambda$  a distribuição decresce gradualmente, e quando  $k < \lambda$  a distribuição decresce rapidamente.



Figura 5: Distribuição de Poisson: chegadas por unidade de tempo

Fonte: Adaptado de Carrion (2007)

Na Figura 5, o valor esperado de chegadas por unidade de tempo é 1 e a sua probabilidade máxima de ocorrência é sempre perto deste valor ( $\lambda$ ). A medida que as chegadas aumentam, a probabilidade diminui. Por exemplo, a probabilidade de ocorrer cinco chegadas em uma unidade de tempo é próximo de 0.

A distribuição de Poisson com parâmetro  $\lambda$  é uma distribuição binomial com parâmetros  $n$  e  $p$ , dados  $\lambda = np$ , com  $n$  muito grande, e  $p$  muito pequeno, logo:

$$\frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \approx \frac{n!}{(n-k)!k!} p^k (1-p)^{n-k}, k = 0, 1, 2, \dots, n$$

### 2.1.2. DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

Uma variável aleatória contínua  $X$ , que assume todos os valores não negativos, terá uma distribuição exponencial com parâmetro  $\mu > 0$ , se sua função de densidade de probabilidade (fdp) for dada por:

$$f(X) = \begin{cases} \mu e^{-\mu x}, & X \geq 0 \\ 0, & X < 0 \end{cases}$$

Assim,  $P(X \geq 0) = \int_0^{+\infty} f(x) dx = \int_0^{\infty} \mu e^{-\mu x} dx = \mu \cdot \left(-\frac{1}{\mu}\right) \int_0^{\infty} e^v dv = -e^{\mu x} \int_0^{\infty} = -(e^{-\infty} - e^0) = 1$

Como  $P(X \geq x) = \int_x^{\infty} \mu e^{-\mu x} dx = -e^{-\mu x} \int_x^{\infty} = -(e^{-\infty} - e^{-\mu x}) = e^{-\mu x}$

Também  $P(X \geq x) = e^{-\mu x}$

O Valor Esperado de  $X$  com distribuição exponencial indica a média do tempo de duração dos eventos com valor  $E(X) = \frac{1}{\mu}$

$E(X) = \int_0^{\infty} X \cdot \mu e^{-\mu x} dx$ , integrando-se por partes,

$$\left. \begin{array}{l} \mu = x \\ d\mu = dx \end{array} \right| \begin{array}{l} dv = \mu e^{-\mu x} dx \\ \int dv = \mu \int e^{-\mu x} dx \\ v = \mu \cdot \left(-\frac{1}{\mu}\right) \cdot e^{-\mu x} \Rightarrow v = -e^{-\mu x} \end{array}$$

$$E(X) = \int_0^{\infty} x \mu e^{-\mu x} dX = -x e^{-\mu x} \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} -e^{-\mu x} dX \Rightarrow$$

$$E(X) = \int_0^{\infty} x \mu e^{-\mu x} dX = -\infty \cdot e^{-\mu \cdot \infty} + \left(-\frac{1}{\mu}\right) e^{-\mu x} \Big|_0^{\infty} = 0 = \frac{1}{\mu} (e^{-\mu \cdot \infty} - e^{-\mu \cdot 0}) = \frac{1}{\mu} \therefore E(X) = \frac{1}{\mu}$$

A variância de X é igual ao quadrado de seu valor esperado, dada por,

$$Var(X) = \frac{1}{\mu^2}$$

$E(X^2) = \int_0^{\infty} X^2 \cdot \mu e^{-\mu X} dX$ , integrando-se por partes, vem:

$$E(X^2) = \int_0^{\infty} X^2 \cdot \mu e^{-\mu X} dX = x^2 e^{-\mu x} \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} 2X e^{-\mu X} dX$$

$$\left. \begin{array}{l} \mu = x^2 \\ d\mu = 2x dx \end{array} \right| \begin{array}{l} dv = \mu e^{-\mu x} dx \\ v = -e^{-\mu x} \end{array}$$

$$\begin{aligned} E(X^2) &= -\infty^2 \cdot e^{-\mu \cdot \infty} + 0^2 \cdot e^{-\mu \cdot 0} \\ &+ 2 \int_0^{\infty} X e^{-\mu X} dX \\ &= 2 \cdot \frac{1}{\mu} \int_0^{\infty} X \mu e^{-\mu X} dX = 2 \cdot \frac{1}{\mu} \cdot E(X) \Rightarrow E(X^2) = 2 \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \frac{1}{\mu} = \frac{2}{\mu^2} \end{aligned}$$

Mas  $Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$ , o que permite escrever:

$$Var(X) = \frac{2}{\mu^2} - \frac{1}{\mu^2} = \frac{1}{\mu^2}, \text{ portanto } Var(X) = \frac{1}{\mu^2}$$

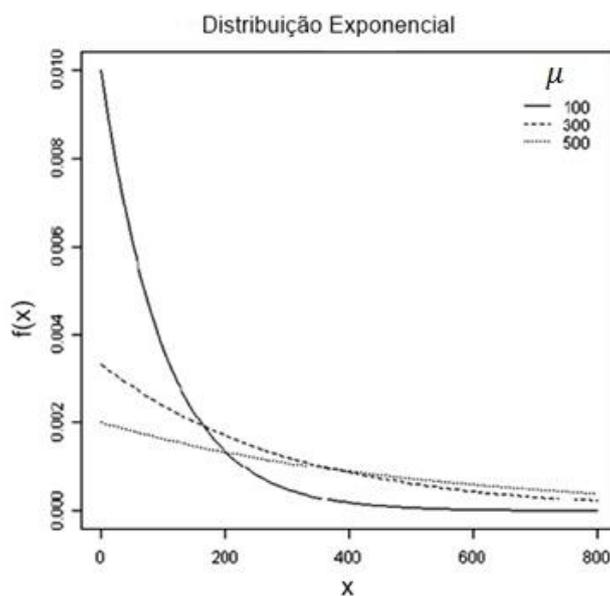


Figura 6: Distribuição Exponencial

Na Figura 6, tem-se o gráfico da função densidade de probabilidade (fdp) de uma distribuição exponencial com parâmetro  $\mu$ , tanto para a situação em que  $\mu$  é pequeno ou grande. A Figura 6 mostra que quando  $(t > \frac{1}{\mu})$  a probabilidade diminui, e quando  $(t < \frac{1}{\mu})$  então a probabilidade aumenta. Na Figura 6 também observa-se que, considerando que um determinado tempo de atendimento é modelado por uma distribuição exponencial, pode-se dizer que ele tende para infinito, embora a probabilidade de isso acontecer seja muito pequena.

A grande vantagem da distribuição exponencial é a sua propriedade de não ter memória. Desta forma, o tempo para um cliente ser atendido não depende de quanto tempo já passou desde que o último cliente teve atendimento concluído, ou seja, não depende do passado, mas somente do futuro. Em termos matemáticos  $P\left(\frac{x > t+h}{x \geq t}\right) = P(X > h)$ , para  $t = 0$

$$P(X > t + h) = \int_{t+h}^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} dt = \lambda \int_{t+h}^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \lambda \int e^v \left(-\frac{dv}{\lambda}\right) = \lambda \left(-\frac{1}{\lambda}\right) \int e^v dv =$$

$$= -e^v = -e^{-\lambda t} \int_{t+h}^{\infty} = -(e^{-\infty} - e^{-\lambda(t+h)}) = e^{-\lambda(t+h)} \therefore P(X > t+h) = e^{-\lambda(t+h)}$$

Considerando,

$$v = -\lambda t$$

$$dv = -\lambda dt \Rightarrow dt = -\frac{dv}{\lambda}$$

De modo análogo,

$$P(X \geq t) = \int_t^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} dt = -e^{-\lambda t} \int_t^{\infty} = -(e^{-\lambda \cdot \infty} - e^{-\lambda t}) = 0 + e^{-\lambda t} = e^{-\lambda t}$$

$$\therefore P(X \geq t) = e^{-\lambda t}$$

Logo, pode-se escrever,

$$P\left(\frac{X > t+h}{X \geq t}\right) = \frac{e^{-\lambda(t+h)}}{e^{-\lambda t}} = \frac{e^{-\lambda t} \cdot e^{-\lambda h}}{e^{-\lambda t}} = e^{-\lambda h}$$

Mas,

$$P(X > h) = \int_h^{\infty} \lambda e^{-\lambda h} dh = \lambda \int_h^{\infty} e^{-\lambda h} dh = \lambda \int e^v \left(-\frac{dv}{\lambda}\right)$$

$$v = -\lambda h$$

$$dv = -\lambda dh \Rightarrow dh = -\frac{dv}{\lambda}$$

$$\lambda \left(-\frac{1}{\lambda}\right) e^v = e^{-\lambda h} \int_h^{\infty} = -(e^{-\infty} - e^{-\lambda h}) = e^{-\lambda h}$$

Portanto,  $P\left(\frac{X > t+h}{X \geq t}\right) = P(X > h)$ .

### 2.1.3. DISTRIBUIÇÃO DE ERLANG

Se os tempos de atendimento não obedecem a uma distribuição exponencial, então eles podem ser modelados por uma distribuição de Erlang. A distribuição de Erlang é uma variável aleatória contínua, com parâmetro de razão  $R$  e com parâmetro  $K$ . O parâmetro  $K$  assume valores inteiros  $\geq 1$ . Na prática, este parâmetro controla a forma de gráfico da fdp Erlang, conforme:

$$f(t) = \frac{R (Rt)^{k-1} e^{-Rt}}{(k-1)!}, t \geq 0, R = \mu k$$

Quando  $k = 1$ ,  $f(t)$ , tem-se um caso particular da distribuição de Erlang, que se transforma na distribuição exponencial  $R = \mu k = \mu$

A distribuição Erlang é igual ao somatório de um número  $K$  de variáveis randômicas exponenciais independentes, isto é  $E_k = A_1 + A_2 + \dots + A_n$ , onde  $A_i$  é uma variável randômica com parâmetro  $R = \mu k$ . O número  $k$  é chamado número das fases da distribuição Erlang.

Por exemplo, representando o tempo de atendimento de Erlang, tem-se a situação descrita na Figura 7.

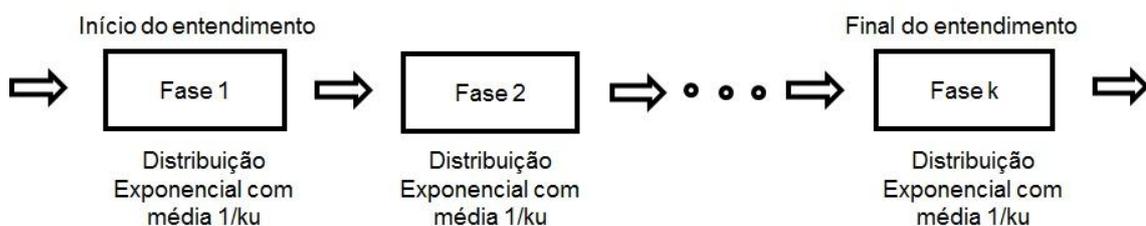


Figura 7: Tempo de atendimento Erlang

Fonte: Carrion (2007)

O valor esperado de uma variável aleatória  $X$  com distribuição de Erlang representa o tempo de duração dos eventos descritos pela distribuição de Erlang, sendo seu valor é dado por:  $E(T) = \frac{k}{R} = \frac{k}{k\mu} = \frac{1}{\mu}$ .

$$E(T) = \int_0^{\infty} tf(t)dt$$

$$E(t) = \int_0^{\infty} \frac{t \cdot R(Rt)^{k-1} e^{-Rt}}{(k-1)!} dt, t \geq 0, k \geq 1$$

$$E(t) = \int_0^{\infty} \frac{Rt \cdot R(Rt)^{k-1} e^{-Rt}}{(k-1)!} dt = \int_0^{\infty} \frac{(Rt)^k e^{-Rt}}{(k-1)!} dt = \frac{1}{(k-1)!} \int_0^{\infty} (\mu k)^k t^k e^{-\mu k t} dt =$$

$\frac{(\mu k)^k}{(k-1)!} \int_0^{\infty} t^k e^{-\mu k t} dt$ , integrando-se por partes, vem:

$$\begin{aligned} E(t) &= \frac{e^{-\mu k t}}{-\mu k} t^k \int_0^{\infty} + \frac{k}{\mu k} \int_0^{\infty} t^{k-1} e^{-\mu k t} dt \\ &= 0 + \frac{(\mu k)^k}{\mu(k-1)!} \int_0^{\infty} t^{k-1} e^{-\mu k t} dt = \frac{(\mu k)^{k-1} \cdot k}{(k-1)!} \int_0^{\infty} t^{k-1} e^{-\mu k t} dt \end{aligned}$$

$$E(t) = \frac{(\mu k)^{k-1} \cdot k}{(k-1)!} \int_0^{\infty} t^{k-1} e^{-\mu k t} dt, k \geq 1$$

Integrando-se novamente por partes,

$$E(t) = \frac{(\mu k)^{k-2} \cdot k}{(k-2)!} \int_0^{\infty} t^{k-2} e^{-\mu k t} dt, k \geq 1$$

Integrando-se por partes pela terceira vez,  $E(t) = \frac{(\mu k)^{k-3} \cdot k}{(k-3)!} \int_0^{\infty} t^{k-3} e^{-\mu k t} dt, k \geq 1$

Continuando-se assim a integrar pela  $K$ -ésima vez,

$$E(t) = \frac{(\mu k)^{k-k} \cdot k}{(k-k)!} \int_0^{\infty} t^{k-k} e^{-\mu k t} dt = k \int_0^{\infty} e^{-\mu k t} dt = -\frac{1}{\mu} \int_0^{\infty} (-\mu k) e^{-\mu k t} dt = -$$

$$\frac{1}{\mu} e^{-\mu k t} \int_0^{\infty} = -\frac{1}{\mu} (0 - 1) = \frac{1}{\mu}, \text{ logo } E(T) = \frac{1}{\mu}$$

A variância de  $X$  é igual ao quadrado de seu valor esperado dividido pelo número de fases  $K$ , sendo o seu valor dado por:

$$Var(t) = \frac{k}{R^2} = \frac{k}{(\mu k)^2} = \frac{1}{k\mu^2}. \text{ Se } k \rightarrow \infty \Rightarrow Var(t) = 0$$

Sabe-se que:  $Var(t) = E(t^2) - [E(t)]^2$

$$E(t^2) = \int_0^{\infty} \frac{t^2 R (Rt)^{k-1} e^{-Rt}}{(k-1)!} dt = \frac{1}{R(k-1)!} \int_0^{\infty} (Rt)^{k+1} e^{-Rt} dt$$

Integrando-se por partes,

$$\frac{1}{R(k-1)!} \int_0^{\infty} (Rt)^{k+1} e^{-Rt} dt = \frac{1}{R(k-1)!} \left[ -\frac{1}{R} (Rt)^{k+1} \cdot e^{-Rt} \int_0^{\infty} - \int_0^{\infty} -\frac{1}{R} \cdot R(R+1)(Rt)^k e^{-Rt} dt \right] \Rightarrow$$

Considerando os seguintes cálculos,

$$\begin{aligned} \mu &= (Rt)^{k+1} & dv &= e^{-Rt} dt \\ d\mu &= R(k+1)(Rt)^k \cdot dt & v &= -\frac{1}{R} e^{-Rt} \end{aligned}$$

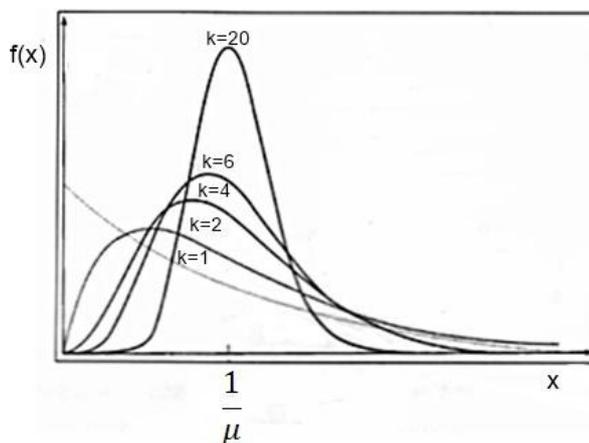
$$E(t)^2 = \frac{1}{R(k-1)!} \left[ -\frac{1}{R} (Rt)^{k+1} e^{-Rt} \int_0^{\infty} + (k+1) \int_0^{\infty} (Rt)^k e^{-Rt} dt \right] \Rightarrow$$

$$E(t)^2 = \frac{1}{R(k-1)!} [0 + (k+1)(k-1)! E(t)] = \frac{(k+1)E(t)}{R}, \text{ o que permite escrever:}$$

$$Var(t) = \frac{(k+1)E(t)}{R} - \left(\frac{k}{R}\right)^2 = \frac{k}{R^2} (k+1) - \frac{k^2}{R^2} = \frac{k}{R^2} \Rightarrow$$

$$Var(t) = \frac{k}{R^2}$$

O gráfico da distribuição de Erlang é dado pela Figura 8.



### Figura 8: Distribuição de Erlang

As variáveis aleatórias que representam os processos de chegada e os processos de atendimento em um sistema de filas qualquer, são definidas como um processo estocástico, uma vez que os valores desta variável aleatória estão indexados no tempo, sendo  $t = 0, 1, 2, \dots, t$ .

## 2.2. PROCESSO ESTOCÁSTICO

Em muitas situações práticas, os atributos de um sistema mudam de forma aleatória com o tempo, como por exemplo: o número de clientes numa fila de espera, o congestionamento no trânsito, o número de itens num depósito, ou o valor de uma ação financeira etc. Em algumas circunstâncias, é possível descrever os fundamentos do processo que explica como a mudança ocorre. Quando as características do processo são governadas pela teoria da probabilidade, se tem um processo estocástico.

O primeiro passo para modelar um processo dinâmico é definir o conjunto de estados que pode alcançar e descrever os mecanismos que governam suas transições. Um estado é como um snapshot (foto instantânea) do sistema em um determinado tempo. É uma abstração da realidade que descreve atributos de um sistema que interessa. O tempo é uma medida linear com a qual o sistema se movimenta, e pode ser visto como um parâmetro. Devido à existência do tempo, existe: passado, presente e futuro. Usualmente se sabe qual foi a trajetória que o sistema tomou para chegar ao estado atual. Usando esta informação, o objetivo é antecipar o futuro comportamento do sistema em termos básicos de um conjunto de atributos. Aqui são mostrados uma série de técnicas teóricas disponíveis para este propósito.

Por razões de modelagem, o estado e o tempo podem ser tratados de forma contínua ou discreta.

Para obter uma computação tratável, considera-se que o processo estocástico satisfaz a propriedade de Markov. Isto significa que o caminho que o processo segue no futuro depende só do estado atual e não da sequência de estados visitados previamente ao estado atual. Um tempo discreto no sistema induz ao modelo das Cadeias de Markov. Para um tempo contínuo no sistema existe um modelo denominado de Processo de Markov.

Um modelo de um processo estocástico descreve atividades que terminam em eventos. Os eventos geram a transição de um estado a outro. Assumindo que a duração de uma atividade é uma variável aleatória contínua, eventos ocorrem na continuidade do tempo.

Para a definição da forma de um processo estocástico, define-se uma variável aleatória  $X(t)$ , onde  $t$  é um índice de tempo que toma valores de um conjunto dado  $T$ .  $T$  pode ser discreto ou contínuo. Os valores de  $X(t)$  pode assumir valores discretos ou contínuos. Para os fins do estudo aqui apresentado consideram-se somente os processos estocásticos discretos finitos.

Para um processo estocástico discreto finito, deve-se definir os seguintes elementos:

- Tempo: é o parâmetro de um processo estocástico;
- Estado: um vetor que descreve atributos de um sistema em um tempo qualquer. O vetor estado tem  $m$  componentes.  $s = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ .  $X(t)$  descreve algum atributo do estado;
- Conjunto de estados: coleção de todos os estados possíveis;
- Atividade: uma atividade começa em um tempo determinado, como duração definida e termina em um evento. Geralmente a duração de uma atividade é uma variável aleatória com uma distribuição de probabilidade conhecida.

- Evento: é a finalização de uma atividade. Um evento tem o potencial de mudar o estado do processo;

Calendário: o conjunto de eventos que podem ocorrer em um estado dado,  $Y(s)$ .

- Próximo evento: Num estado qualquer, um ou mais eventos podem ocorrer. O próximo que ocorre é chamado de próximo evento. Começando pelo tempo atual, o tempo do próximo evento é o tempo mínimo dado por  $\sum_x = \text{Mín}\{\sum_e |eEY(s)\}$ . O próximo evento é o valor de  $x$  que corresponde ao tempo mínimo. Quando as durações de eventos são variáveis aleatórias, ambos, o próximo evento e o tempo do próximo evento, são variáveis aleatórias;
- Transição: é a função que determina o próximo estado,  $s^1$ , baseado no estado atual  $s$ , e o evento  $x$ . O número de elementos da função de transição é o mesmo do número de elementos do vetor estado,

$$s^1 = T(s, x).$$

- Rede de Transição: em uma rede de transição os estados são representados por nós, e eventos representados por arcos. Uma transição é mostrada em forma de arco, ou seja, tem direção e vai de um nó a outro, conforme a Figura 9.

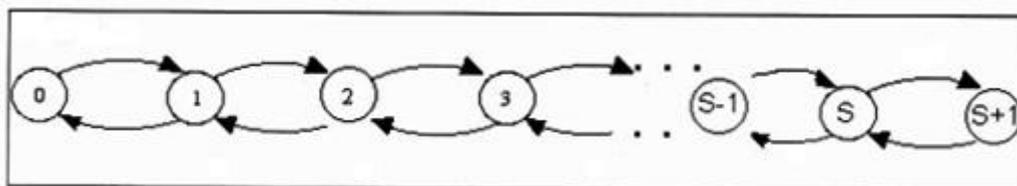


Figura 9: Representação gráfica de uma rede de transição

Fonte: Carrion (2007)

Existem diferentes tipos de processos estocásticos aplicados à teoria das filas, como por exemplo:

- Processo de nascimento e morte: são aplicados aos sistemas que permitem entradas e saídas, sendo dado pela relação entre a distribuição de Poisson e a distribuição Exponencial, como por exemplo, atendimentos em um determinado setor de um hospital;
- Processo de nascimento puro: permite somente chegadas, como por exemplo, a emissão de certidões de nascimento;
- Processo de morte puro: permite somente saída, como por exemplo, a retirada aleatória de peças de um sistema de estoques.

### **2.3. SIMULAÇÃO DE EVENTOS DISCRETOS**

Segundo Law e Kelton (1991) a simulação é defendida como um modelo que representa um sistema real, em geral, aplicado por meio de recursos computacionais.

Os modelos de simulação podem ser concretos, como por exemplo, protótipos de aviões para experimentos em túneis de ventos ou abstratos, que são modelos quantitativos, descritos em linguagem matemática e computacional.

Segundo Law e Kelton (1991) uma simulação pode ser estática, quando ela representa um sistema num momento particular, e dinâmica, quando representa sistemas que se modificam ao longo do tempo. A simulação dinâmica pode ser determinística, cujos dados de entrada e saídas são constantes ou estocástica, quando elas são dadas por distribuições de probabilidade, que é capaz de representar um sistema de forma mais real.

A simulação estocástica divide-se em contínua, cujas variáveis de estado mudam ao longo do tempo de eventos discretos, cujas variáveis de estado se mantêm estáticas por um determinado período de tempo e podem ser modificadas após a ocorrência de algum evento.

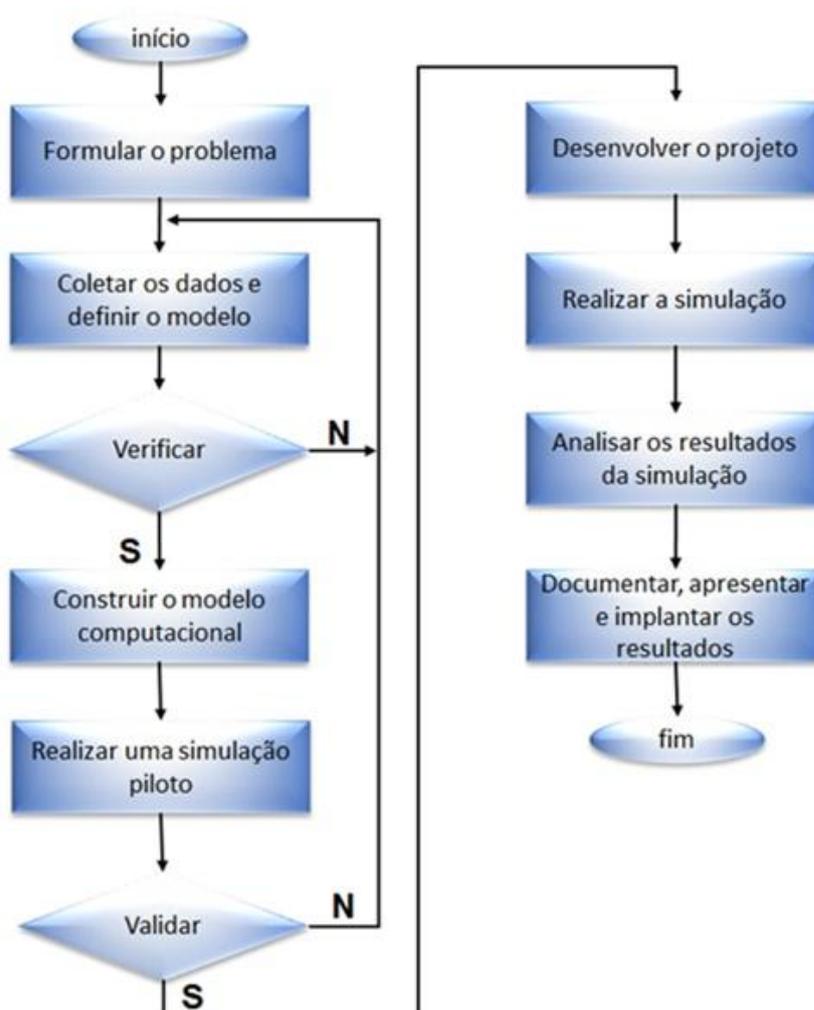


FIGURA 10: MODELO DE SIMULAÇÃO SEGUNDO LAW E KELTON

Fonte: Adaptado de Law e Kelton (1991)

O fluxograma da Figura 10 ilustra as principais atividades que serão necessárias para uma simulação. Nota-se que a primeira atividade consiste em formular e entender o problema existente, a partir da qual são definidos todos os dados que devem ser coletados de tal forma que a simulação represente o sistema avaliado da forma mais real possível. Em seguida, deve-se realizar uma verificação, por meio da construção de um modelo conceitual que represente o sistema avaliado e que permita verificar se todas as entradas e saídas dos processos estão corretas.

Em seguida, se constrói um modelo de simulação, que será testado, como um modelo piloto, para verificar se todas as variáveis do sistema real foram consideradas na simulação.

Em seguida, devem ser realizadas comparações entre os resultados simulados com dados reais do sistema, para avaliar a qualidade do modelo de simulação para representar o sistema real. Neste caso, quanto mais próximo for o valor simulado do valor real, melhor é o modelo de simulação. Para Freitas (2001), a avaliação consiste em saber se, mesmo com as simplificações e pressupostos, o modelo de simulação ainda representa o sistema real. Com o modelo validado é possível utilizá-lo para propostas de melhorias para o sistema real, as quais são posteriormente simuladas e avaliadas.

Finalmente, deve-se escolher o software de simulação mais adequado, considerando a grande variedade disponível, alguns específicos para determinados processos, outros de caráter mais generalista, que favorecem a aplicação da simulação de uma forma geral (SAKURADA e MIYAKE, 2009).

A simulação de eventos discretos é amplamente aplicada em diferentes áreas, para diferentes fins. Um estudo desenvolvido por Hachicha *et al.* (2007) aplicou a simulação em um sistema de produção com três células de manufatura que produz famílias de peças diferentes, para avaliar diferentes estratégias de produção. O resultado deste estudo mostrou que é possível, avaliar diferentes estratégias de fabricação por meio de simulação.

Outro tipo de aplicação da simulação de eventos discretos que é muito utilizada na prática, é como ferramenta de tomada de decisão. Gurumurthy e Kodali (2011) desenvolveram uma simulação com o objetivo de avaliar possibilidades para a tomada de decisão referente a otimização de um sistema de produção portas e janelas.

Outro exemplo importante aplicado a tomada de decisão é o estudo de Melouk *et al.* (2012), aplicado na tomada de decisão em um sistema de produção de aço, com objetivo principal de reduzir os custos da produção. O uso da

simulação permitiu analisar um sistema industrial complexo e identificar potenciais melhorias de redução de desperdícios.

Considerando o modelo proposto por Law e Kelton (1991) e a possibilidade de aplicar a simulação de eventos discretos para avaliar sistemas na área de saúde em geral, o próximo Capítulo apresenta a metodologia deste estudo.

### 3. ABORDAGEM METODOLÓGICA

Para o desenvolvimento deste estudo foram definidos os procedimentos metodológicos, que classifica esta pesquisa de acordo com os seguintes aspectos: abordagem; natureza; objetivos e procedimentos, conforme ilustra a Figura 11.

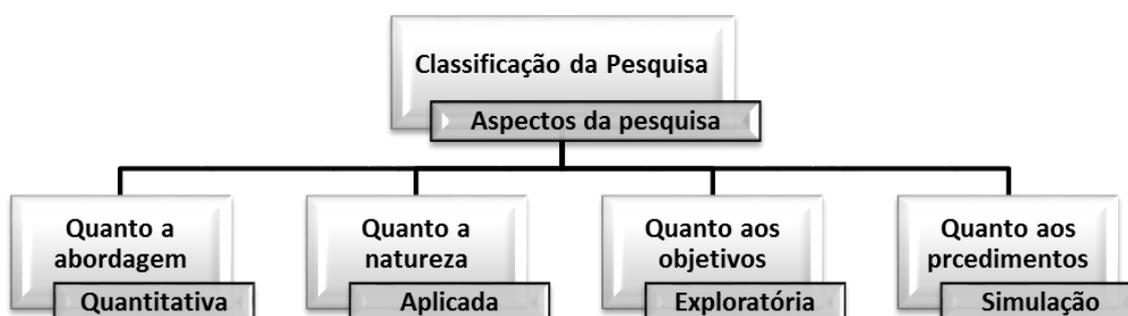


FIGURA 11: CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA

Conforme se observa na Figura 11, esta pesquisa está classificada de acordo com a sua abordagem como uma pesquisa quantitativa, pois utiliza técnicas de quantificação, tanto na coleta dos dados como na análise dos mesmos, por meio de técnicas estatísticas adequadas ao problema aqui considerado (RICHARDSON, 2010).

Quanto a sua natureza, esta pesquisa está classificada como aplicada, pois dela espera-se gerar conhecimentos para outras aplicações práticas similares às aqui consideradas, na busca pela solução de problemas específicos que objetivam a melhoria do fluxo de sistemas prestadores de serviços.

Com relação aos objetivos, esta pesquisa está classificada como exploratória, pois este estudo busca explorar a possibilidade de aplicação da simulação e eventos discretos como uma ferramenta de apoio à tomada de decisão em sistemas de prestação de serviços na área de saúde. Busca-se com os resultados deste estudo mais familiaridade com o tipo de problema aqui avaliado e potenciais soluções ou na construção de hipóteses sobre soluções, referentes aos objetivos deste estudo (GIL, 2007).

Finalmente, quanto aos procedimentos técnicos, esta pesquisa está definida como uma simulação, mais especificamente, uma simulação e eventos discretos.

Segundo Shannon (1998), simulação é o processo de desenvolvimento de um modelo de um sistema real, e a condução de experimentos nesse modelo, com o propósito de entender o comportamento do sistema e/ou avaliar várias estratégias (com os limites impostos por um critério ou conjuntos de critérios). Baker (1982) afirma que uma vantagem da Simulação é permitir estudos de sistemas reais sem modificá-los, com velocidade e baixo custo. Alternativas de mudanças para o sistema podem ser testadas e estudadas de forma sistemática sem interferir no sistema real.

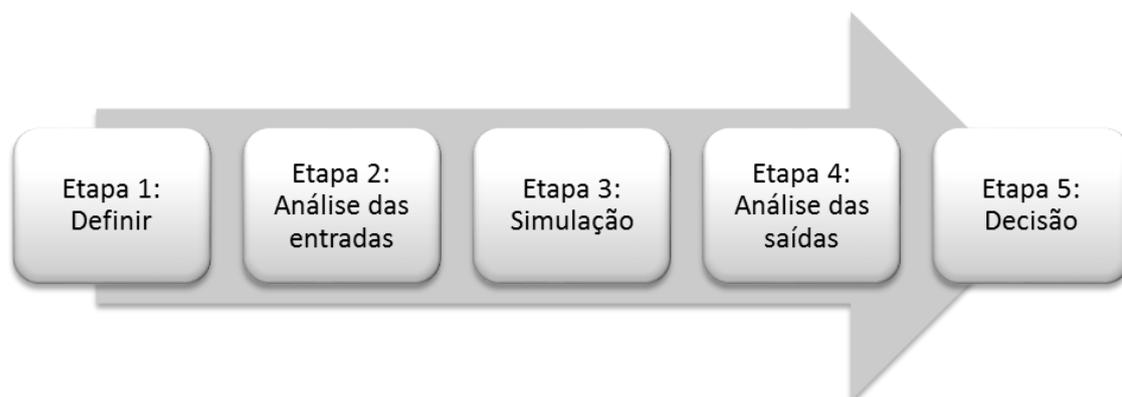
Miguel (2012) considera a simulação como uma classe importante de modelos de pesquisa, que são amplamente utilizados para analisar sistemas complexos. Segundo o mesmo autor os modelos podem ser classificados em modelos estáticos e modelos dinâmicos, que por sua vez podem ser contínuos ou discretos. Os modelos de simulação discretos representam sistemas em que as mudanças ocorrem em pontos discretos de tempo.

De acordo com Pidd (1998), a simulação computacional é recomendável para sistemas dinâmicos, interativos e complexos. O objetivo da simulação é estudar o comportamento de um sistema, sem que seja necessário modificá-lo ou mesmo construí-lo fisicamente.

Com a modelagem, a interatividade com o modelo (representação de um sistema real, no qual somente aspectos relevantes são considerados) fica clara, trazendo vantagens como: facilidade na modificação do modelo; rapidez na obtenção de resultados; possibilidade de se verificar através da animação, como o processo está sendo considerado (Pereira, 2000).

Assumindo que este estudo está classificado como uma simulação, o seu desenvolvimento considera a simulação de eventos discretos, e será baseado no fluxograma apresentado na Figura 10. Na prática, o desenvolvimento da

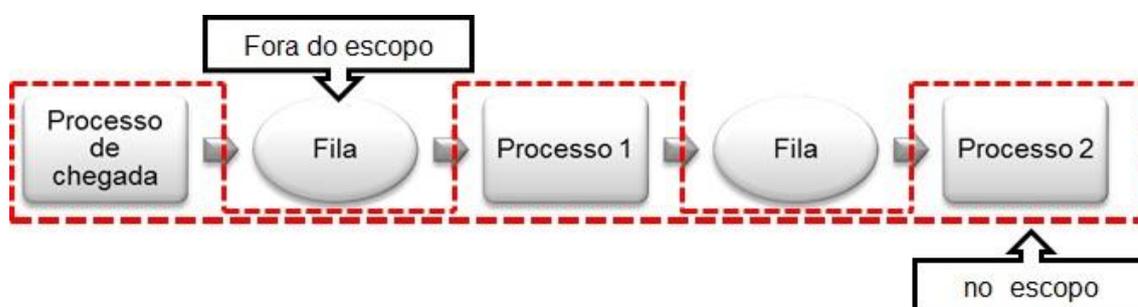
simulação pode ser resumido de acordo com Allien (2011), conforme ilustra a Figura 12.



*FIGURA 12: MODELO DE SIMULAÇÃO DE EVENTOS DISCRETOS*

Fonte: Adaptado de Allien (2011)

A simulação de eventos discretos será desenvolvida neste estudo de acordo com as etapas apresentadas na Figura 12. A etapa 1 corresponde à definição. Nesta etapa, deve-se definir claramente todos as atividades que estão no escopo da simulação, com as respectivas informações técnicas, bem como as atividades que estão fora do escopo da simulação. Para isso, pode-se gerar um modelo conceitual que represente o sistema avaliado, que posteriormente será utilizado para gerar o modelo de simulação, conforme ilustra a Figura 13. Este modelo conceitual e as respectivas informações podem ser definidas a partir da teoria das filas.

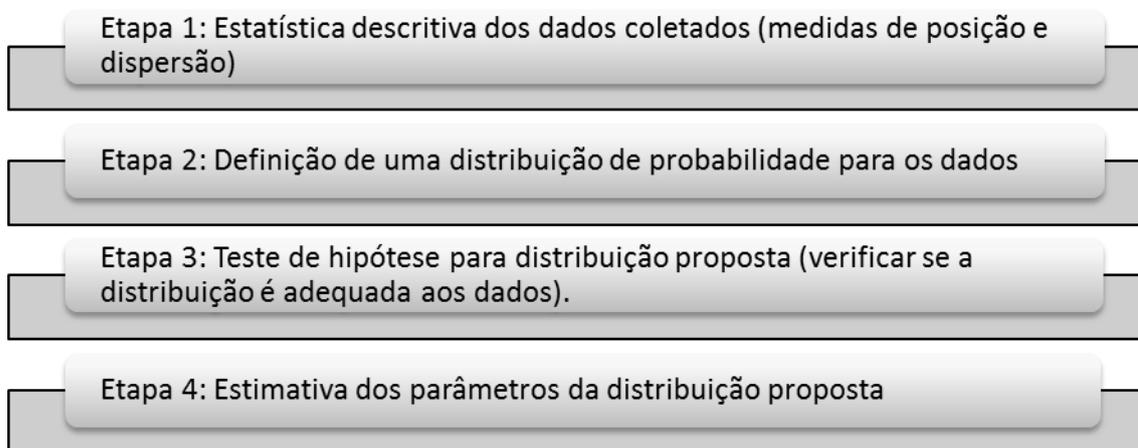


*FIGURA 13: MODELO CONCEITUAL DA SIMULAÇÃO*

Fonte: Adaptado de Allien (2011)

De acordo com a Figura 13, o processo de chegada e os processos de atendimento (processo 1 e 2) corresponde as atividades que estão dentro do escopo da simulação, portanto deve-se coletar informações sobre eles, como por exemplo, os tempos entre as chegadas e os tempos de atendimento/processamento. As atividades que estão fora do escopo da simulação são aquelas cujos comportamentos serão simulados e avaliados como parte do resultado da simulação.

Na etapa 2 da Figura 12(ver pag.32) todos os dados coletados sobre o processo de entrada e os atendimentos (Figura 13) serão analisados por meio de ferramentas estatísticas. O resultado principal desta etapa é a proposta de distribuições de probabilidade que representem os indicadores de cada um dos processos, como por exemplo, a distribuição de probabilidade que represente os tempos entre as chegadas. Desta forma, para cada conjunto de dados que represente os indicadores de cada processo deve-se realizar as análises de acordo com a Figura 14.



*FIGURA 14: FASES DA ANÁLISE DOS DADOS DE ENTRADA E DE ATENDIMENTO PARA A SIMULAÇÃO.*

A etapa 3 da Figura 12 (ver pag.32) corresponde à simulação propriamente dita. Nesta etapa deve-se usar um software específico de simulação para criar, à partir do modelo teórico, o modelo de simulação. Neste modelo de simulação são inseridas todas as informações coletadas na etapa 1 e analisados na etapa 2. Para que o modelo de Fases da análise dos dados de entrada da simulação

seja válido, deve-se comparar os resultados de produtividade (atendimento) do sistema real com os resultados do modelo simulado, cujos resultados devem ser discrepantes somente ao nível de 5%.

Na etapa 4, após a validação do modelo de simulação, pode-se considerar que ele é uma representação válida do sistema avaliado, desta forma, pode-se avaliar os resultados da simulação para identificar as restrições do sistema e os potenciais problemas passíveis de melhorias. Este mesmo modelo é utilizado para simular estas potenciais melhorias. Ainda nesta etapa, os resultados da simulação, considerando as melhorias, são avaliados, fornecendo subsídios para a tomada de decisão, que compreende a etapa 5.

O Capítulo seguinte apresenta a aplicação da teoria das filas e da simulação de eventos discretos em dois setores de um hospital público, conforme a proposta deste estudo. Este desenvolvimento está baseado nas etapas da Figura 12.

## 4. O DESENVOLVIMENTO DO ESTUDO

Este Capítulo descreve duas aplicações práticas de simulação para a avaliação de serviços no setor de saúde, conforme a proposta deste estudo. Estas aplicações foram desenvolvidas em dois setores de um hospital particular, localizado em uma cidade no interior de São Paulo. Os departamentos considerados para esta aplicação são: o departamento de exames de Raio X e de coleta de sangue.

Ambas as aplicações foram desenvolvidas considerando as etapas da Figura 12, com base no fluxograma da Figura 10.

### 4.1. APLICAÇÃO DA TEORIA DAS FILAS E DA SIMULAÇÃO NO SISTEMA DE RAIOS X

Conforme ilustra a Figura 12 (ver pag.32) a primeira etapa da simulação ora proposta consiste na definição do escopo da simulação. Para esta definição devem ser definidas e detalhadas as atividades que serão simuladas e os dados que devem ser coletados em cada uma delas. Essas informações permitem definir o modelo conceitual da simulação de acordo com a Figura 13. Desta primeira etapa tem-se como resultado o modelo conceitual para o sistema de Raio X, conforme ilustra a Figura 15.

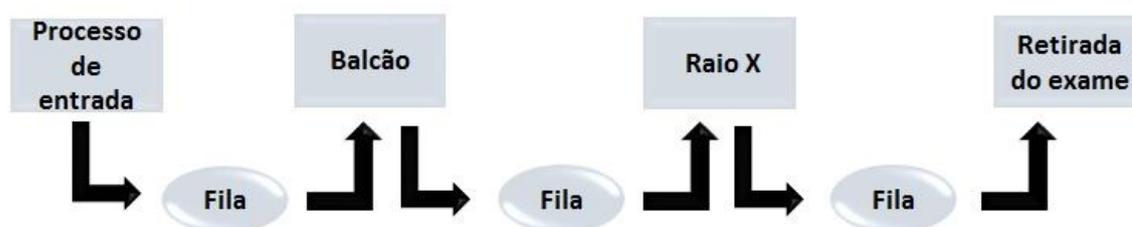


FIGURA 15: MODELO CONCEITUAL PARA O SISTEMA DE RAIOS X

Conforme mostra a Figura 15, o sistema avaliado é composto pelos seguintes processos: (i) chegada; (ii) atendimento no balcão; (iii) realização do exame de Raio X; (iv) retirada do exame pelo paciente. Para cada um destes processos devem ser coletados os respectivos dados. Para o processo de entrada foram observados o número de pessoas que chegaram em um determinado intervalo

de tempo; os tempos entre as chegadas de cada cliente e a forma como estes clientes chegaram, neste caso, considerou-se que os pacientes chegavam um de cada vez.

Para cada um dos processos de atendimento (balcão, exame e entrega do exame) foram coletados os tempos de atendimento, o número de operados em cada processo e o tempo efetivo de atendimento, observando os tempos que os atendentes, por algum motivo, deixavam de atender.

Todos os dados foram coletados em 5 (cinco) dias úteis consecutivos, em diferentes horários, considerando uma semana em regime de turno normal. Os horários de coleta foram efetuados nos períodos da manhã e tarde de cada dia, para que fosse possível considerar o maior número possível das fontes de variabilidade para cada processo.

Ainda de acordo com a Figura 12(ver pag. 32) a etapa dois consiste na análise estatística dos dados coletados. Esta análise é importante, pois, como devem ser considerados todos os fatores que de alguma forma causam variabilidade no sistema avaliado, estes dados devem ser dados por distribuições de probabilidades que representem adequadamente cada processo. Todas as análises aqui realizadas, desde a modelagem dos dados até a simulação em si, foram desenvolvidas no *software Plant Simulation 11 (Tecnomatics – SIEMNS)*.

Inicialmente realizou-se uma análise descritiva dos dados para avaliar as medidas de posição e de dispersão dos dados. Esta análise permite avaliar a presença de *outliers* nos dados. Os *outliers* são valores discrepantes, ou seja, muito diferentes da grande maioria dos dados. A análise e o potencial descarte destes *outliers* é muito importante para o desenvolvimento correto da simulação, pois a presença deles pode distorcer a distribuição de probabilidade que represente os dados. Porém, é preciso cuidado nesta análise, pois as condições de ocorrência destes valores discrepantes devem ser avaliadas para que seja possível o seu descarte.

Como resultado desta análise descritiva, tem-se as estatísticas estimadas para os tempos entre as chegadas, conforme mostra a Tabela 1.

*TABELA 1: ESTATÍSTICA DESCRITIVA PARA OS TEMPOS ENTRE AS CHEGADAS NO RAIO X*

| <b>Estatística</b>      | <b>Valor</b> |
|-------------------------|--------------|
| Tamanho da amostra      | 184          |
| Valor Mínimo            | 60           |
| Valor Máximo            | 3600         |
| Média                   | 652          |
| Moda                    | 60           |
| Desvio padrão           | 742          |
| Coeficiente de Variação | 1.14         |

De acordo com as estatísticas apresentadas na Tabela 1, o desvio padrão para os dados é muito alto em relação à média, o que também é verificado pelo alto coeficiente de variação, (114%). Estes resultados indicam a possibilidade de existência de *outliers* nos dados, o que poderá distorcer a distribuição de probabilidade dos dados.

Seguindo com a análise dos dados de entrada, conforme a Figura 14(ver pag.34) a próxima etapa é encontrar a distribuição de probabilidade que modele os tempos entre as chegadas. Primeiramente realiza-se um teste de hipóteses para verificar se existe alguma distribuição que modele estes dados. Os resultados deste teste de hipótese mostraram que os dados, na forma como está, não pode ser modelado adequadamente por nenhuma das distribuições de probabilidade, pois todos os resultados de todos os testes foram falsos.

A partir destes resultados, na próxima etapa avalia-se a presença de *outliers* e, caso seja possível, os dados devem ser filtrados antes de buscar uma nova distribuição de probabilidade para representar os dados. Para auxiliar na identificação estes *outliers*, pode-se usar um *boxplot*, conforme ilustra a Figura 16.

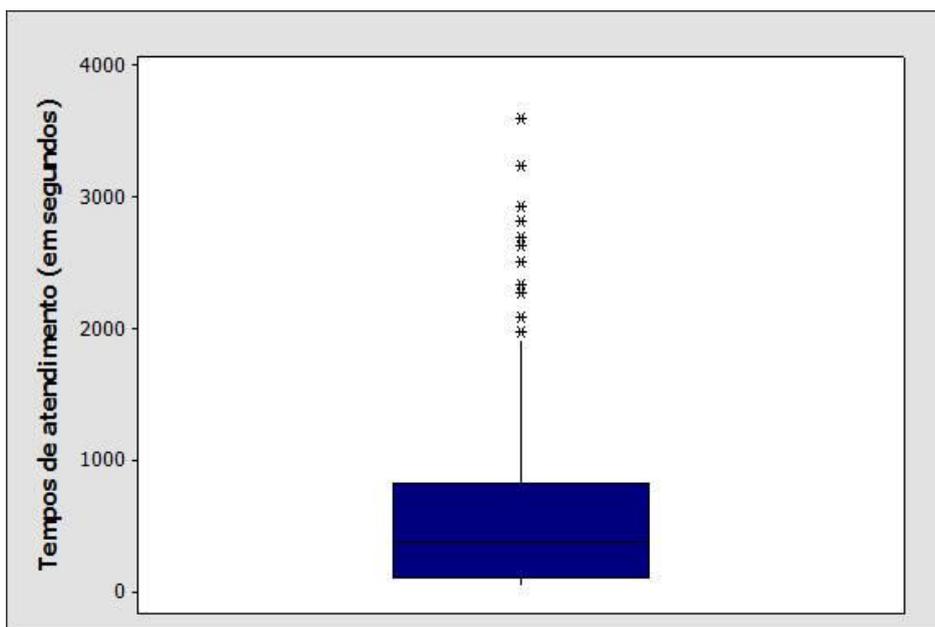


FIGURA 16: BOXPLOT PARA OS TEMPOS ENTRE AS CHEGADAS [EM SEGUNDOS]

Conforma se observa na Figura 16, a grande maioria dos dados estão concentrados em valores menores que 2000 segundos, conforme mostra a Figura 16. Ainda de acordo com a Figura 16, teoricamente, os dados acima de 2000 segundos são indicados como *outliers* e devem ser avaliados do ponto de vista prático e para potencial exclusão dos mesmos.

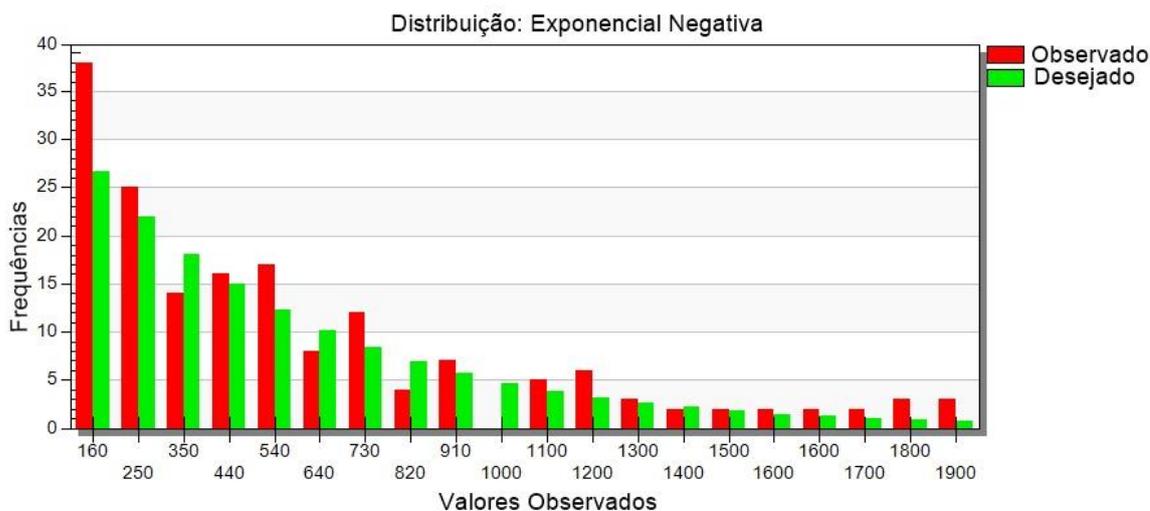
Considerando que os dados foram coletados por um período de 5 dias, englobando todos os períodos de funcionamento do Raio X, os dados com valores superiores a 2000 segundos foram considerados atípicos para o sistema avaliado. Para que seja possível encontrar um distribuição de probabilidade para esses dados, e seguir com a simulação, optou-se então por considerar valores dentro do intervalo  $0 \leq x \leq 2000$  minutos. Para esses novos dados, foram estimadas as estatísticas descritivas, conforme mostra a Tabela 2.

**TABELA 2: ESTATÍSTICA DESCRITIVA PARA OS TEMPOS ENTRE AS CHEGADAS SEM OUTLIERS**

| <b>Estatística</b>      | <b>Valor</b> |
|-------------------------|--------------|
| Tamanho da amostra      | 171          |
| Valor Mínimo            | 60           |
| Valor Máximo            | 1980         |
| Média                   | 497          |
| Moda                    | 60           |
| Desvio padrão           | 487          |
| Coeficiente de Variação | 0,98         |

Nota-se na Tabela 2, que com a eliminação dos *outliers*, tem-se uma perda de 13 observações. Com esta redução, tem-se uma redução no coeficiente de variação 114% para 98%. Na prática, tem-se ainda um coeficiente de variação alto, quando avaliado somente do ponto de vista teórico. Porém, em um sistema de Raio X, a grande maioria dos clientes tendem a chegar logo no início do dia, sendo que, no decorrer do dia ainda chegam clientes, porém, com tempos entre as chegadas maiores. Este fato, justifica o coeficiente de variabilidade maior, embora reduzido.

Retomando a etapa 2 da Figura 14(ver pag. 34) estes novos dados foram usados para ajustar a respectiva distribuição de probabilidades. O teste de hipótese para estes novos dados indicou resultado verdadeiro para a distribuição de probabilidade exponencial negativa. Este resultado é confirmado pelo gráfico da Figura 17.



*FIGURA 17: GRÁFICO PARA OS TEMPOS ENTRE AS ENTRADAS PARA O SISTEMA DE RAIOS X.*

A Figura 17 mostra que os dados foram adequadamente ajustados por uma distribuição exponencial negativa, pois, conforme mostra a Figura 17, a distribuição dos dados observados está próxima da distribuição desejada para os dados, quando se considera a distribuição exponencial negativa.

Finalmente na etapa 4 da Figura 14(ver pag 34) deve-se estimar os parâmetros para a distribuição ajustada, para os tempos entre as chegadas, este valor é de  $\mu = 497$ .

Todas as etapas da Figura 14(ver pag. 34) foram desenvolvidas para todos os demais processos considerados no sistema de Raios X, quais sejam, o processo de atendimento no balcão; realização do exame de Raios X; retirada do exame. A Tabela 3 apresenta os parâmetros da estatística descritiva para os tempos de atendimento no balcão.

TABELA 3: ESTATÍSTICA DESCRITIVA PARA O PROCESSO DE ATENDIMENTO NO BALCÃO

| Estatística             | Valor |
|-------------------------|-------|
| Tamanho da amostra      | 64    |
| Valor Mínimo            | 120   |
| Valor Máximo            | 1740  |
| Média                   | 930   |
| Moda                    | 600   |
| Desvio padrão           | 442   |
| Coeficiente de Variação | 0,48  |

Assim, como na análise realizada para os tempos entre as chegadas, o coeficiente de variação para o atendimento no balcão é de 48%. Após a análise descritiva, os dados foram dados foram ajustados, e dentre as distribuições de probabilidade cujo teste de hipóteses foram verdadeiros, a distribuição de Erlang foi selecionada para a simulação, conforme mostra Figura 18.

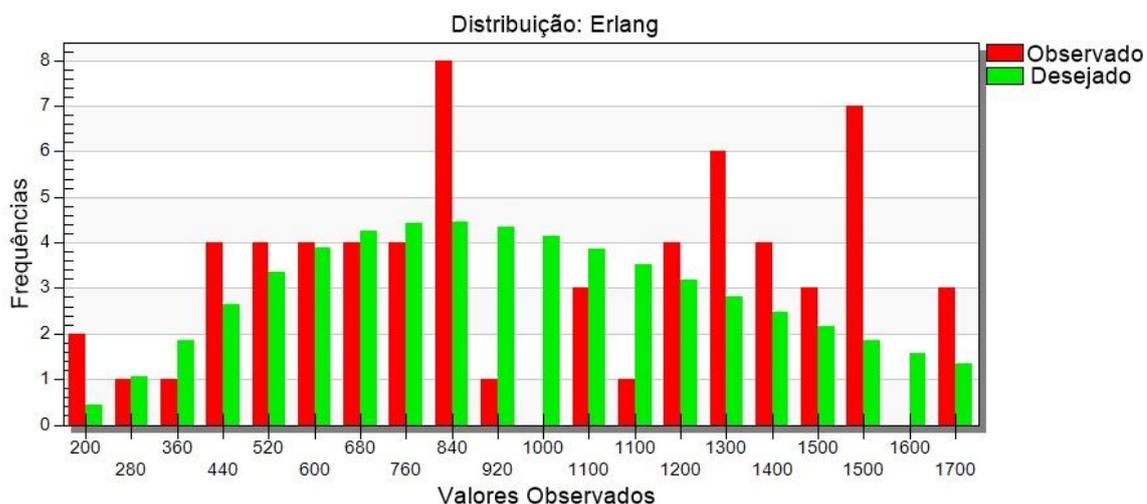


FIGURA 18: GRÁFICO PARA OS TEMPOS DE ATENDIMENTO NO BALCÃO – RAIOS X

Para a distribuição de Erlang ajustada de acordo com a Figura 18, foram estimados os seguintes parâmetros:  $\mu = 1039$  e  $\sigma = 519$ , que representam a média e o desvio padrão respectivamente, ambos em segundos.

As mesmas análises foram realizadas para o processo de realização do exame Raio X, cujos valores da estatística descritiva estão apresentados na Tabela 4.

*TABELA 4: ESTATÍSTICA DESCRITIVA PARA O PROCESSO DE ATENDIMENTO PARA O RAIOS X.*

| <b>Estatística</b>       | <b>Valor</b> |
|--------------------------|--------------|
| Tamanho da amostra       | 86           |
| Valor Mínimo             | 120          |
| Valor Máximo             | 5460         |
| Média                    | 683          |
| Moda                     | 300          |
| Desvio padrão            | 694          |
| Coefficiente de Variação | 1,02         |

Conforme mostram as estatísticas apresentadas na Tabela 4, o coeficiente de variação vale 102%, indicando alta variabilidade nos tempos de atendimento para a realização do exame de Raio X. Esta alta variabilidade pode resultar em problemas para encontrar uma distribuição de probabilidade que ajuste os dados adequadamente. De fato, o teste de hipótese para as distribuições de probabilidade ajustadas para este processo indicou resultado falso. Desta forma, realizou-se uma análise dos *outliers* para os dados, conforme mostra a Figura 19.

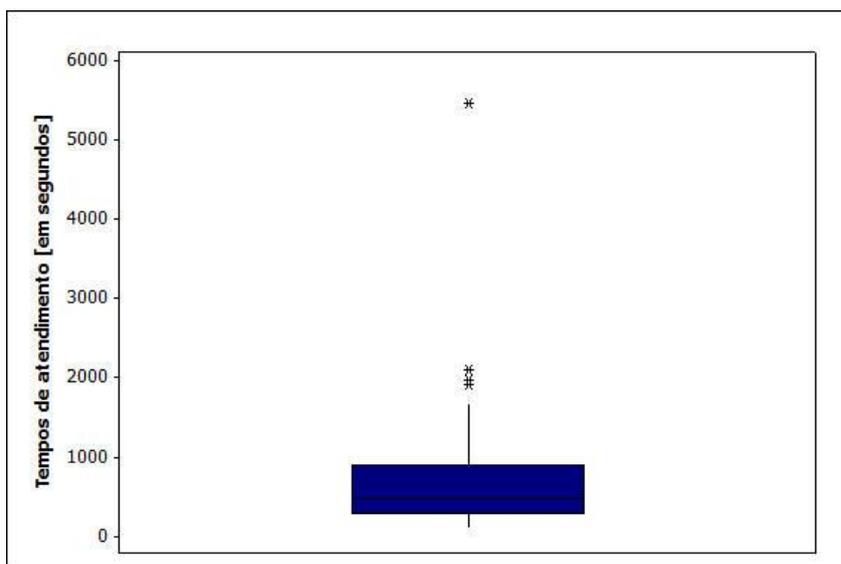


FIGURA 19: BOXPLOT PARA OS TEMPOS DE ATENDIMENTO NO EXAME DE RAIOS X

Nota-se na Figura 19 a existência de apenas 03 três valores discrepantes, estes *outliers* representam os valores com tempos de atendimento superiores a 2000 segundos. Para prosseguir a análise dos dados, os mesmos foram filtrados e os valores acima de 2000 segundos foram desconsiderados da amostra, conforme mostra nova estatística descritiva da Tabela 5.

TABELA 5: ESTATÍSTICA DESCRITIVA PARA OS NOVOS DADOS PARA O TEMPO DE ATENDIMENTO NO RAIOS X.

| <b>Estatística</b>       | <b>Valor</b> |
|--------------------------|--------------|
| Tamanho da amostra       | 83           |
| Valor Mínimo             | 120          |
| Valor Máximo             | 1980         |
| Média                    | 610          |
| Moda                     | 300          |
| Desvio padrão            | 434          |
| Coefficiente de Variação | 0,71         |

Conforme mostra a Tabela 5, foram desconsideradas apenas 03 observações da amostra coletada e, para esta nova amostra, o coeficiente de variação é de 71%. A distribuição de probabilidade que modelou estes novos dados, cujo teste de hipótese, foi verdadeiro foi a distribuição de Erlang, conforme mostra o gráfico da Figura 20.

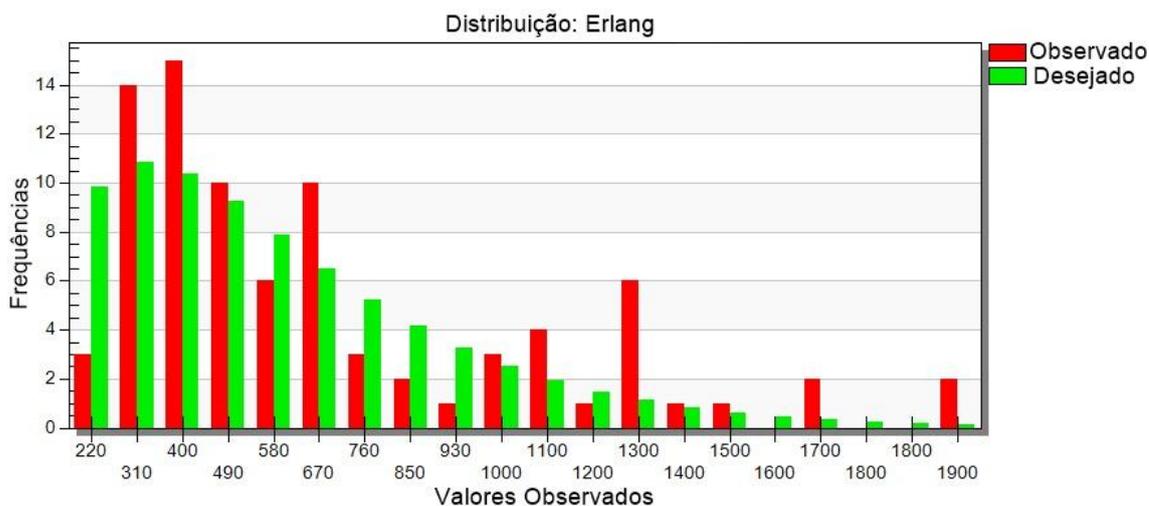


FIGURA 20: GRÁFICO PARA OS TEMPOS DE ATENDIMENTO NO EXAME DE RAIOS X

De acordo com a Figura 20, os tempos de atendimento no exame Raio X foram modelados por uma distribuição de Erlang, e os parâmetros estimados para esta distribuição são com parâmetros  $\mu = 528$  e  $\sigma = 373$ , que representam a média e o desvio padrão respectivamente, ambos em segundos.

O último processo avaliado é o de retirada do exame, que neste estudo foi considerado como determinístico, pois, assim que o exame termina, sendo considerada finalizada pelo técnico, a atendente do que realiza a entrega consiste em colocar o exame no envelope e entregar para o paciente, sendo este tempo de aproximadamente 02 (dois) segundos.

Para finalizar a análise dos dados, a Tabela 6 apresenta um resumo com os modelos de filas assumidos para cada um dos processos do sistema avaliado.

*TABELA 6: RESUMO DOS MODELOS DE FILAS DEFINIDOS PARA OS PROCESSOS DO SISTEMA AVALIADO*

| <b>Processo</b>   | <b>Modelo</b> |
|-------------------|---------------|
| Balcão            | M/E/1/15      |
| Exame             | M/E/1/15      |
| Retirada do exame | M/C/1/15      |

Os modelos de fila apresentados na Tabela 6 para os processos aqui avaliados são modelos de nascimento e morte, com as chegadas definidas como um processo markoviano e os tempos entre as chegadas modelados pela distribuição exponencial negativa. Para o balcão e para o exame, os tempos de atendimento foram modelados pela distribuição Erlang, enquanto que a retirada do exame foi considerada constante, devido às condições reais de funcionamento do sistema. Todos os processos possuem apenas um atendente e capacidade de cada processo é de para 15 clientes.

Além dos dados do processo de chegada e do processo de atendimento considerou-se que o horário de funcionamento do sistema é de segunda-feira até sexta-feira das 8h00min às 18h00min, com pausas programadas para o almoço das 12h00min às 13h00 min. Além destas informações, sabe-se que 12% dos pacientes que chegam ao sistema, vem apenas retirar exames que já foram realizados anteriormente.

As distribuições de probabilidade dos tempos de chegada e dos tempos de atendimento e os demais dados do sistema foram usados para construir o modelo de simulação do estado atual para o sistema avaliado, conforme ilustra a Figura 21.

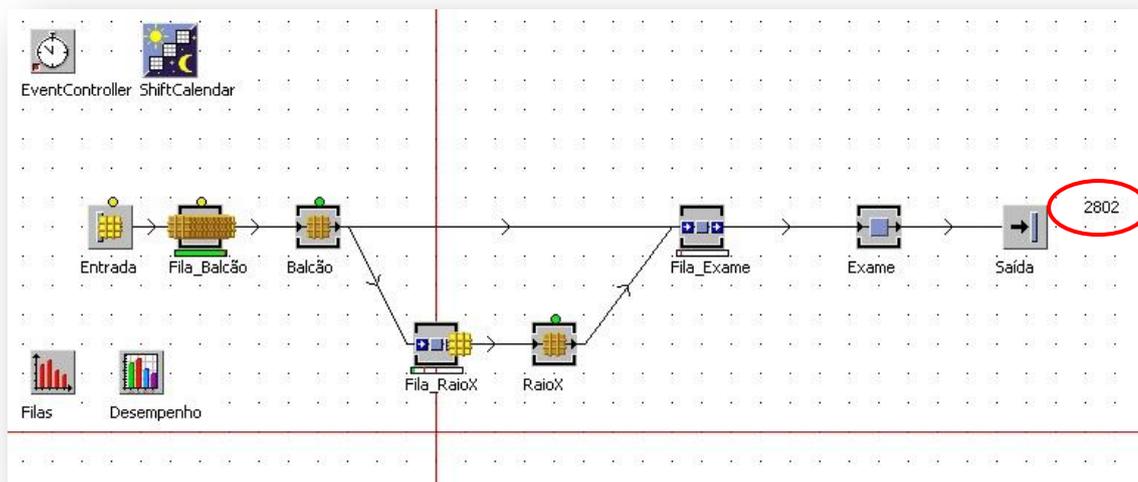


FIGURA 21: MODELO DE SIMULAÇÃO PARA O SISTEMA ATUAL DE RAIOS X.

A Figura 21 apresenta o modelo de simulação que, assim como a análise estatística dos dados, foi construído no *software Plant Simulation*. Como parte do resultado desta simulação, avaliam-se as filas que se formam em cada processo, conforme ilustra a Figura 22. O valor destacado no final do modelo, após a saída, representa a capacidade do sistema dadas as suas condições. Neste caso, considerando um mês de simulação, o sistema possui capacidade para atender cerca de 2800 pacientes.

Conforme ilustra a Figura 22, o balcão é um processo que fica 100% do tempo com fila máxima, o que significa dizer, que na maioria do tempo em que o sistema permanece funcionando, a sua respectiva sala de espera permanece com a sua capacidade máxima, qual seja 15 pacientes.

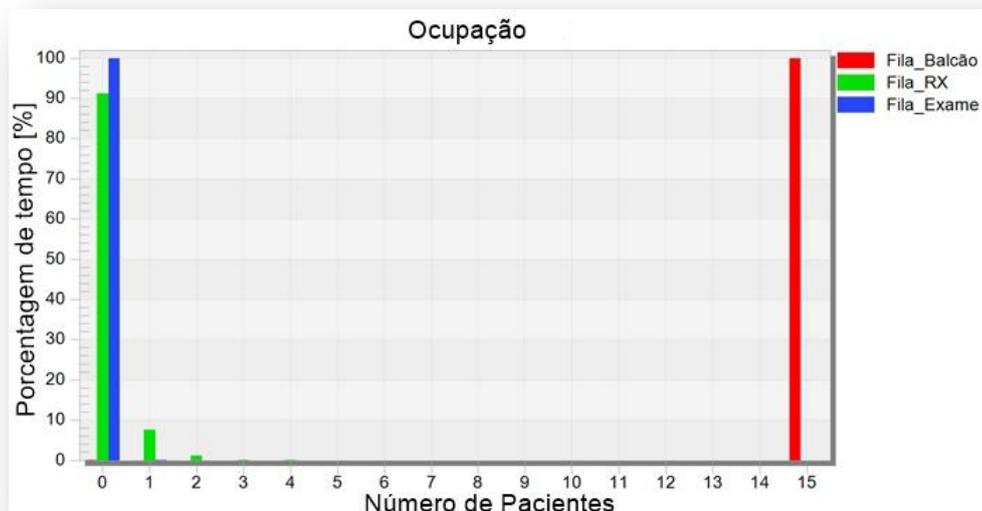


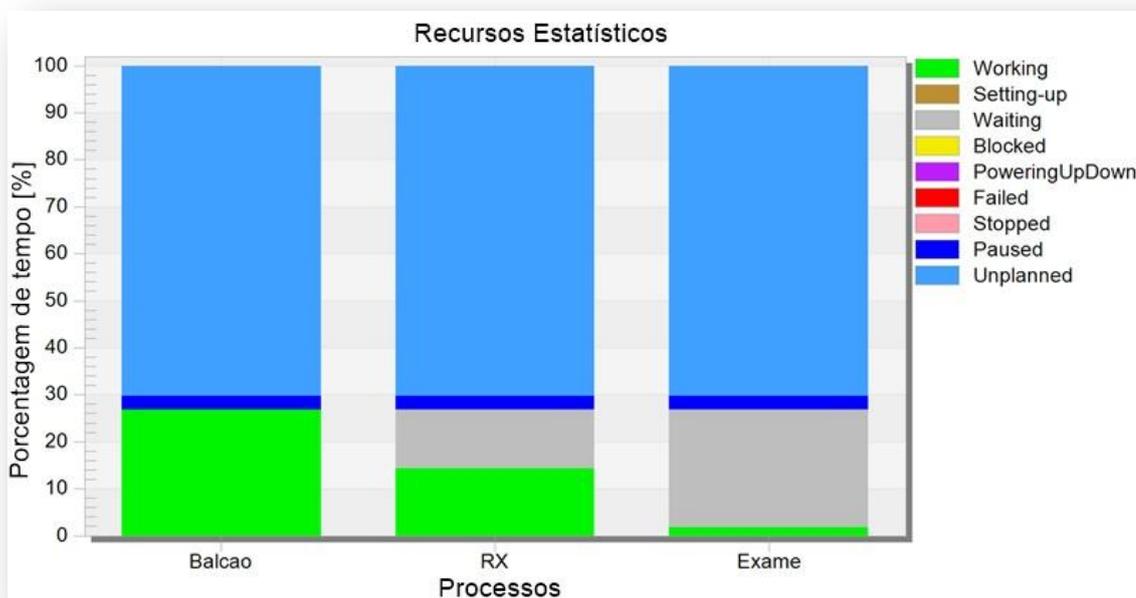
FIGURA 22: GRÁFICO DE OCUPAÇÃO (FILAS) PARA O SISTEMA DE RAIOS X.

Com relação ao processo de Raios-X, verifica-se que em cerca de 10% do tempo de funcionamento do sistema, apenas um paciente espera na fila, enquanto que para o processo de entrega de exames, não existe espera em 100% do tempo.

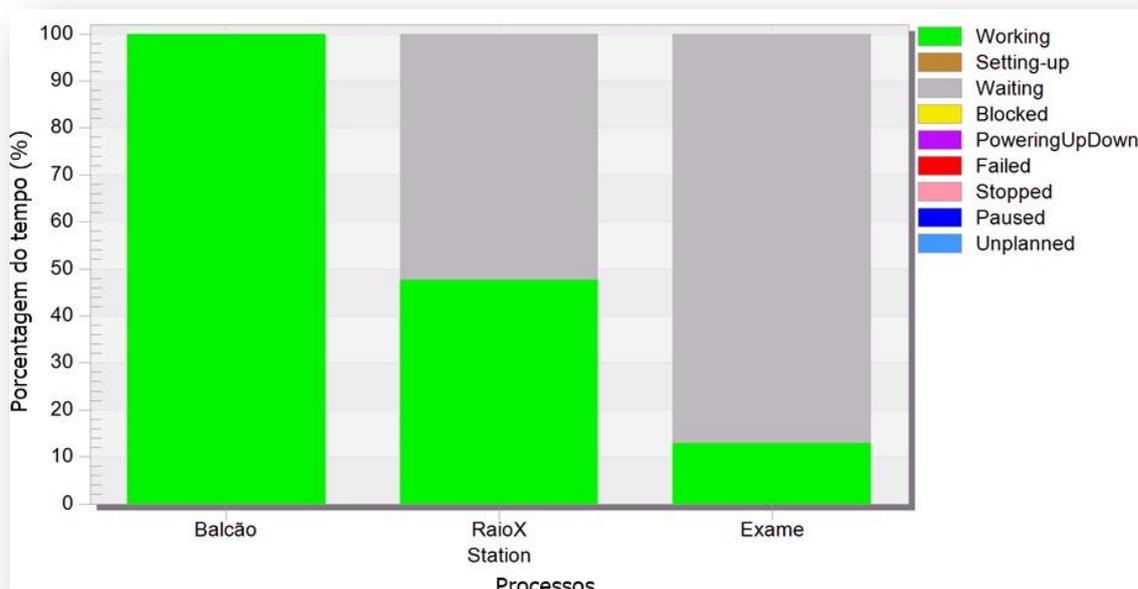
Para avaliar o desempenho do Raio-X a Figura 23 ilustra o comportamento do sistema considerando o tempo total de funcionamento do mesmo e a Figura 24 ilustra o comportamento do mesmo sistema, porém, considera somente o tempo efetivo de seu funcionamento.

A Figura 23 mostra os indicadores de desempenho para cada um dos processos avaliados. Observa-se que cerca de 70% do tempo, o sistema não funciona devido a paradas programadas, como os horários fora do tempo de atendimento, considerando as noites e os finais de semana. Para interpretação do desempenho do sistema, a Figura 24 mostra que, do tempo efetivo de funcionamento, o balcão permanece 100% deste tempo trabalhando, enquanto que o Raios-X permanece aproximadamente 48% do tempo trabalhando o

restante dele ocioso. Já a entrega do exame, fica grande parte do tempo ocioso, pois permanece trabalhando menos de 15% do tempo efetivo.



**FIGURA 23: DESEMPENHO DA SIMULAÇÃO PARA O ESTADO ATUAL DO SISTEMA DE RAIOS-X PARA O TEMPO TOTAL DE FUNCIONAMENTO DO SISTEMA.**



*FIGURA 24: DESEMPENHO DA SIMULAÇÃO PARA O ESTADO ATUAL DO SISTEMA DE RAIOS-X PARA O TEMPO EFETIVO DE FUNCIONAMENTO DO SISTEMA*

Antes de avaliar potenciais melhorias para este sistema, o modelo de simulação foi validado, por meio da comparação do número de pacientes que o sistema é capaz de atender em um ano com o número de atendimentos verificados na simulação. Os resultados indicam que a diferença entre eles é de cerca de 5%, indicando que o modelo de simulação representa o sistema avaliado.

Sendo assim, a simulação do estado futuro considerou a contratação de um funcionário para o processo de atendimento no balcão, que segundo os resultados da simulação do estado atual, indicou que este processo é uma restrição. Desta forma, a Figura 25 apresenta o modelo de simulação para o estado futuro, considerando todas as condições do estado atual, acrescida de um atendente no balcão.

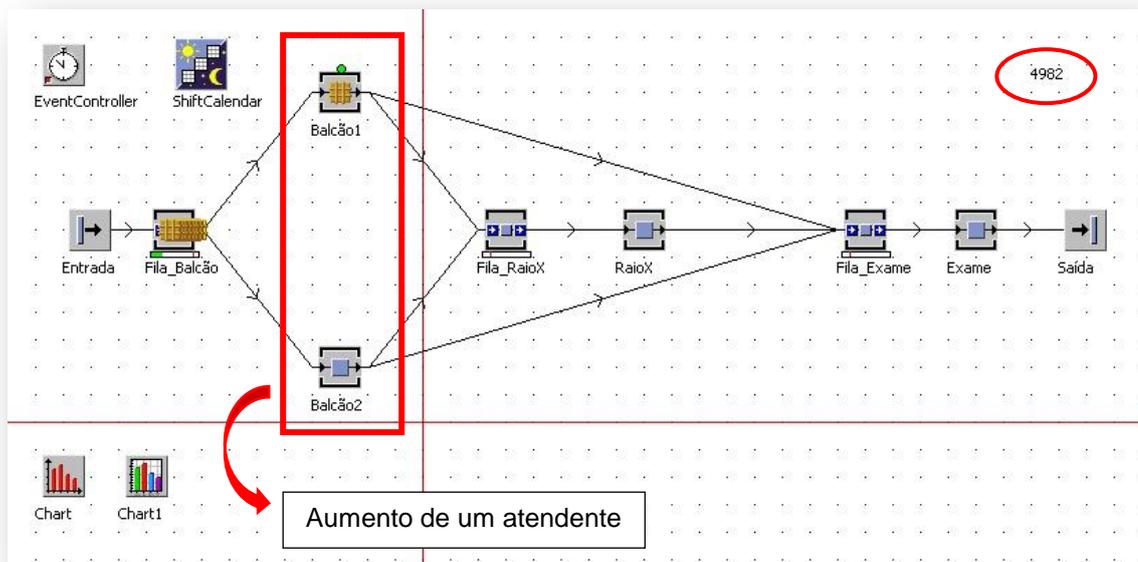
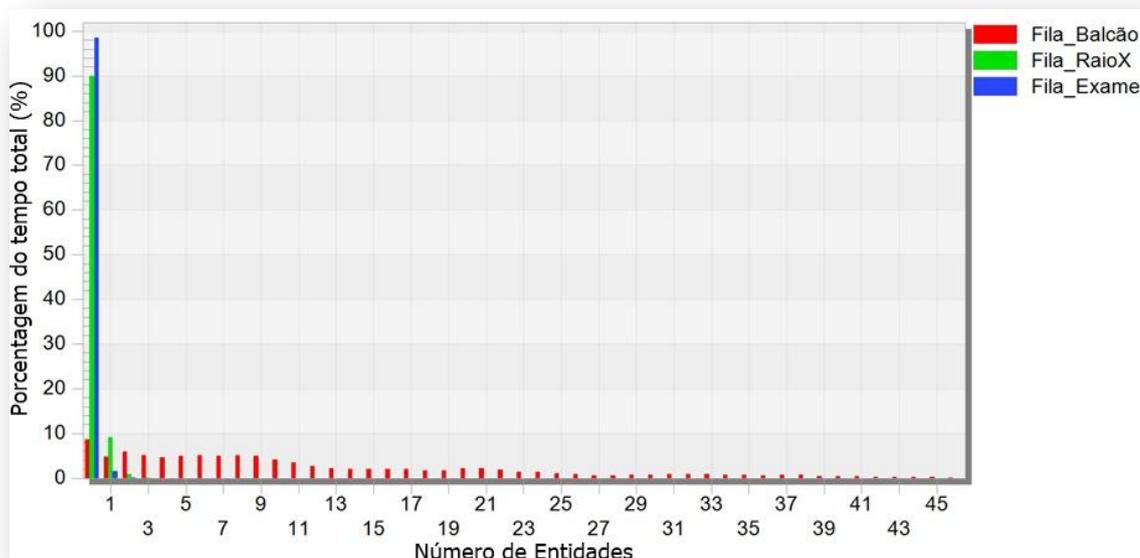


FIGURA 25: MODELO DE SIMULAÇÃO PARA O ESTADO FUTURO DO SISTEMA DE RAIOS X.

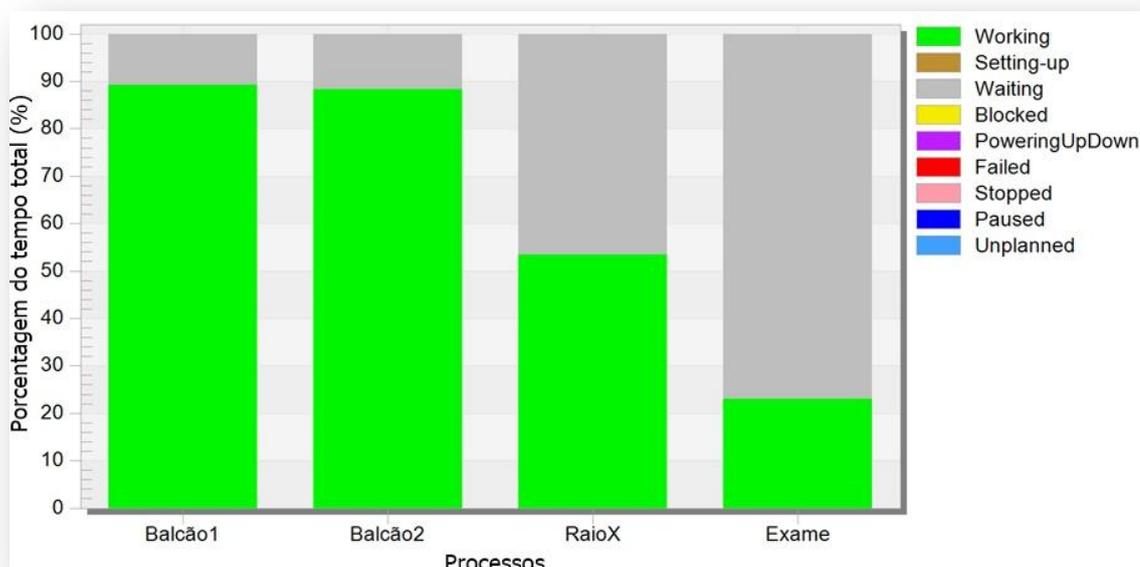
Conforme ilustra a Figura 25, adicionou-se ao modelo do estado atual, um novo atendente para o balcão. Para este novo cenário, tem-se os resultados de fila apresentados na Figura 26. A primeira observação importante é que aumentando um atendente no balcão, a capacidade do sistema passa de 2800 pacientes/mês para cerca de 4980 pacientes/mês. Este resultado indica que, em se tendo demanda para esta capacidade a modificação ora realizada resulta no dobro de números de atendimentos/mês.



*FIGURA 26: GRÁFICO DE OCUPAÇÃO (FILAS) PARA O ESTADO FUTURO DO SISTEMA DE RAIOS-X.*

Comparando os resultados do gráfico de ocupação para o estado atual com o mesmo gráfico para o estado futuro, observa-se que a fila para o atendimento no balcão reduziu de forma importante. Para o estado futuro, em cerca de 10% do tempo haverá filas neste processo, com a vantagem de que, na maioria das vezes, esta fila terá cerca de 20 pessoas.

A Figura 27 mostra a porcentagem de tempo que os processos do sistema avaliado permanecem ocupados. Nota-se que a adição de um novo atendente, mesmo dobrando a capacidade do sistema, os atendimentos no balcão ainda conseguem trabalhar com uma ociosidade de 10% do tempo efetivo de atendimento. Os demais processos não sofrem alterações, pois os mesmos não foram alterados e já possuíam uma porcentagem de tempo ocioso.



*FIGURA 27: DESEMPENHO DA SIMULAÇÃO PARA O ESTADO FUTURO DO SISTEMA DE RAIOS-X PARA O TEMPO EFETIVO DE FUNCIONAMENTO DO SISTEMA*

#### **4.2. APLICAÇÃO DA TEORIA DAS FILAS E DA SIMULAÇÃO NO SISTEMA COLETA DE SANGUE**

Assim como para a simulação do sistema de Raio X, para o sistema de coleta de sangue foram desenvolvidos os mesmos procedimentos. O modelo conceitual do sistema de coleta de sangue está apresentado na Figura 28.



*FIGURA 28: MODELO CONCEITUAL PARA AO SISTEMA DE COLETA DE SANGUE.*

De acordo com a Figura 28, o modelo conceitual para o sistema de coleta de sangue é simples e possui apenas dois processos, além do processo de chegada (Entrada). O sistema de coleta de sangue funciona de segunda a

sábado. Durante a semana (segunda a sexta) o sistema funciona das 6h00 da manhã até as 9h30min e conta com 03 atendente na recepção e com 6 cabines de coleta de sangue, todas com um atendente cada. Aos sábados o sistema funciona no mesmo horário, porém, com 5 atendentes na recepção e com 8 cabines de coleta de sangue, devido ao fato de que, aos sábados, o fluxo de atendimento é maior.

Todos os dados foram coletados em 06 (seis) dias consecutivos, durante o horário de atendimento do sistema, das 6h00 às 9h30min, considerando dias comuns de atendimento. Primeiramente foram analisados os dados do processo de chegada. Como o período de atendimento do sistema avaliado é pequeno, os tempos entre as chegadas são bem próximos e parecidos, cerca de 3 minutos para os dias de semana, de segunda-feira até sexta-feira e de 1 minuto para os sábados.

Para a análise dos dados do processo de atendimento na recepção, primeiramente realizou-se a análise descritiva dos dados, conforme mostra a Tabela 7.

*TABELA 7: ESTATÍSTICA DESCRITIVA PARA OS TEMPOS DE ATENDIMENTO DA RECEPÇÃO DO SISTEMA DE COLETA DE SANGUE.*

| <b>Estatística</b>      | <b>Valor</b> |
|-------------------------|--------------|
| Tamanho da amostra      | 321          |
| Valor Mínimo            | 1            |
| Valor Máximo            | 9            |
| Média                   | 2,3          |
| Moda                    | 2            |
| Desvio padrão           | 1,24         |
| Coeficiente de Variação | 0,54         |

Conforme mostra a Tabela 7, o coeficiente de variação para estes dados não é alto, porém, não foi possível ajustar nenhuma distribuição de probabilidade aos

dados. Para avaliar a presença de *outliers*, a Figura 29 mostra o *boxplot* para os dados, indicando que as ocorrências de 7 e 9 minutos são discrepantes.

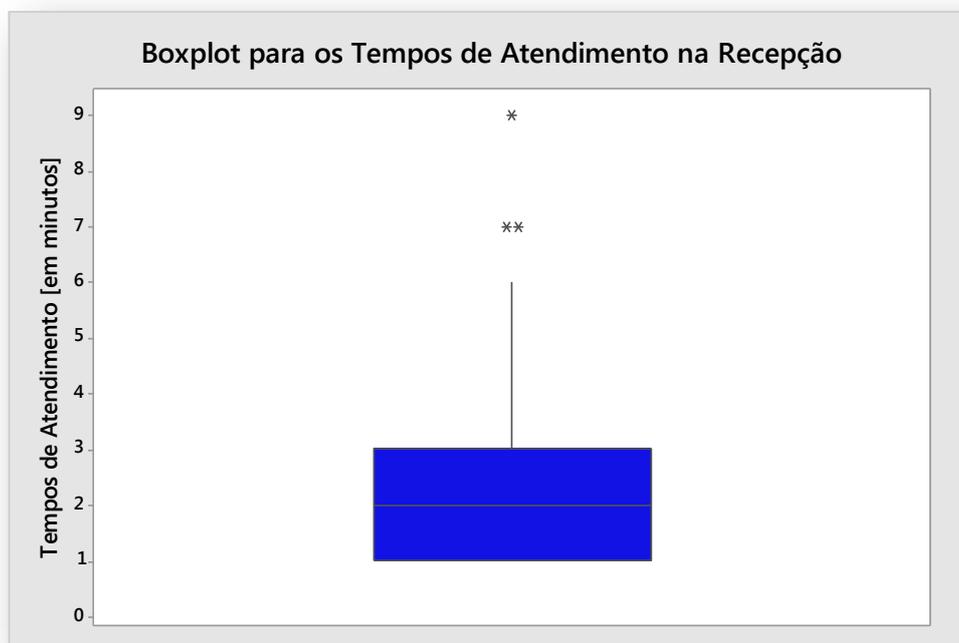


FIGURA 29: BOXPLOT PARA OS TEMPOS DE ATENDIMENTO NA RECEPÇÃO DO SISTEMA DE COLETA DE SANGUE.

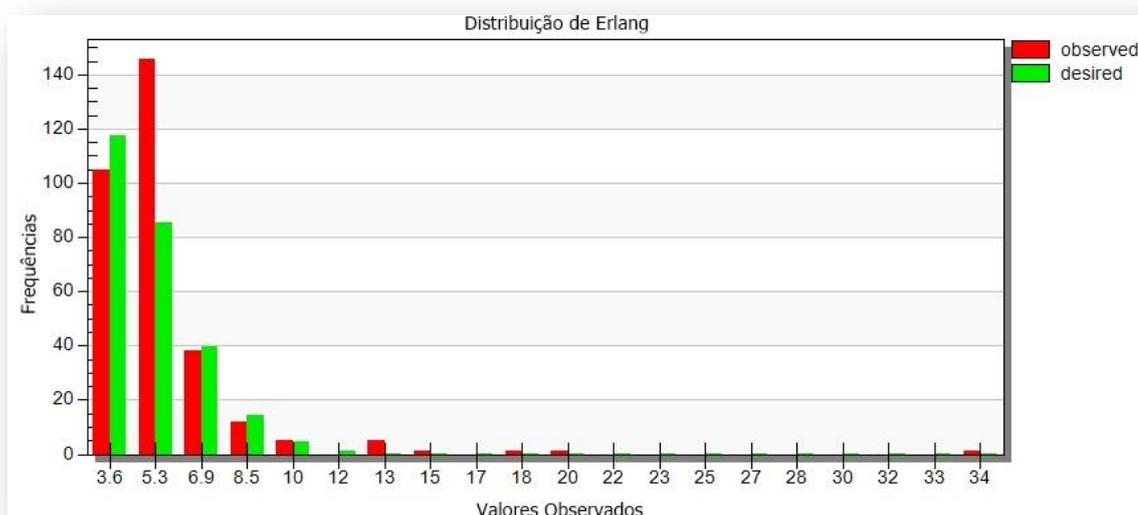
Após desconsiderar as três observações discrepantes, o novo conjunto de dados foi submetido a um novo ajuste de distribuição de probabilidade, porém, testes de hipótese indicaram que, novamente, os dados não se ajustam a nenhuma distribuição de probabilidade. Como a grande maioria dos dados estão concentrados entre os valores 1, 2 e 3 minutos, assumiu-se que os tempos de atendimento no balcão ocorrem dentro do intervalo de 1 a 3 minutos, com igual probabilidade de ocorrência, definindo-se uma distribuição uniforme neste intervalo.

Em seguida foram avaliados os dados dos tempos de coleta de sangue, cujos resultados da estatística Tabela 8.

*TABELA 8: ESTATÍSTICA DESCRITIVA PARA OS TEMPOS DE COLETA DE SANGUE.*

| <b>Estatística</b>      | <b>Valor</b> |
|-------------------------|--------------|
| Tamanho da amostra      | 315          |
| Valor Mínimo            | 2            |
| Valor Máximo            | 35           |
| Média                   | 3,6          |
| Moda                    | 2            |
| Desvio padrão           | 2,8          |
| Coeficiente de Variação | 0,77         |

A distribuição de probabilidade ajustada para os tempos de coleta de sangue foi a Erlang, com parâmetros  $\mu = 3,79$  e  $\sigma = 1,89$ , ambos em minuto, conforme mostra a Figura 30.



*FIGURA 30: GRÁFICO PARA OS TEMPOS DE ATENDIMENTO NA COLETA DE SANGUE*

Com as informações resultantes das etapas de análise dos dados, construiu-se o modelo de simulação, conforme mostra Figura 31.

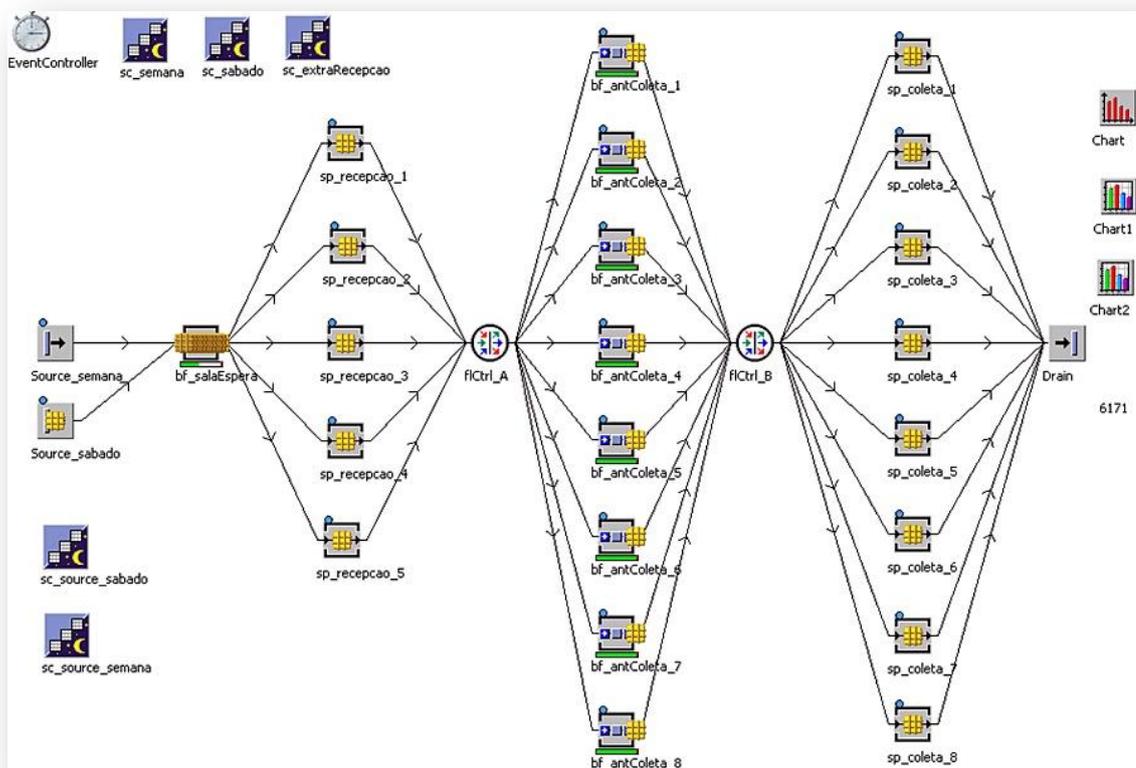
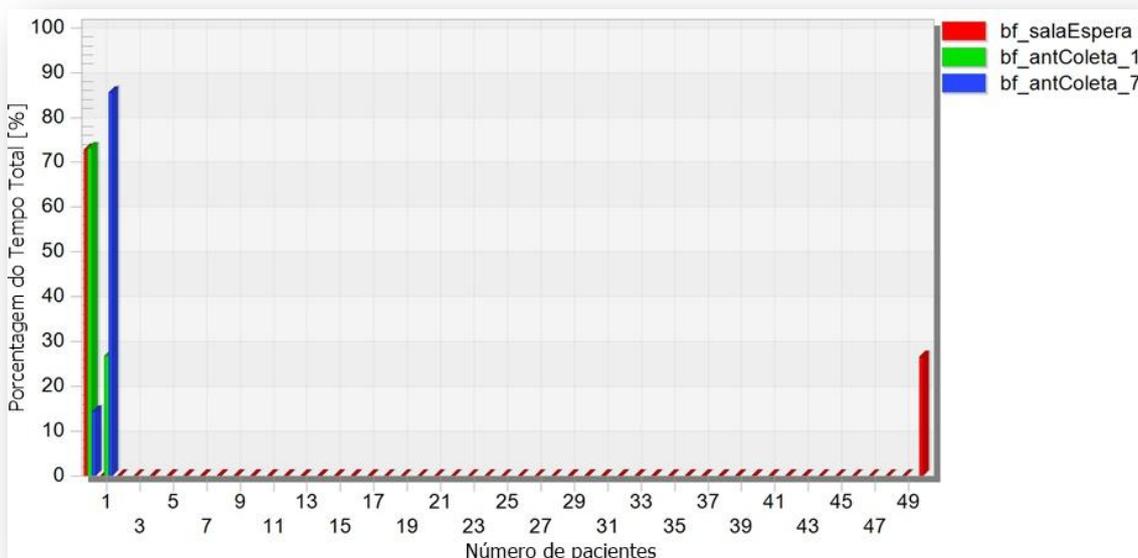


FIGURA 31: MODELO DE SIMULAÇÃO PARA O SISTEMA ATUAL DE COLETA DE SANGUE.

Conforme se observa no modelo de simulação da Figura 31, apesar do modelo conceitual do sistema de coleta de sangue ser simples, a complexidade do modelo de simulação depende de características particulares do sistema. Para a construção do modelo da Figura 31 considerou-se dois processos de chegada, um para os dias da semana e outro para o sábado, pois os tempos entre as chegadas são consideravelmente diferentes.

Além disso, aos sábados, são adicionados dois atendentes na recepção, num total de 5 recepcionistas, enquanto que nos demais dias, são apenas 3 recepcionistas. Também aos sábados, são utilizadas duas cabines adicionais para coleta de sangue. Para estas condições, o sistema é capaz de atender cerca de 6.000 pacientes/mês. Este número está bem próximo do número de atendimentos real, diferindo em cerca de 10%, considerando a média de atendimentos reais dos últimos 3 meses.

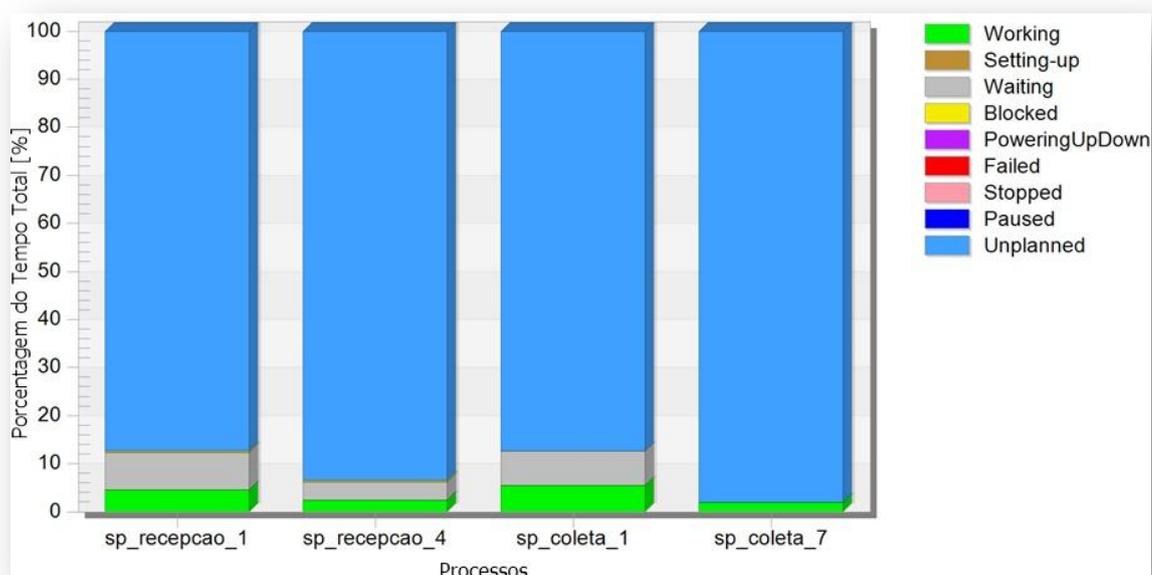
Para avaliar o desempenho do sistema de coleta de sangue, a Figura mostra as filas que se formam na recepção, considerado na figura como “sala de espera” e para as filas que se forma, na antessala de coleta de sangue para cada uma das cabines. O gráfico apresenta as filas para a antessala 1, que é idêntica para as 2, 3, 4, 5 e 6 e para a ante sala 7 que é igual a 8.



*FIGURA 32: GRÁFICO DE OCUPAÇÃO (FILAS) PARA O ESTADO FUTURO DO SISTEMA DE COLETA DE SANGUE.*

Conforme ilustra a Figura 32, sala de espera (recepção) possui filas de cerca de 50 pessoas em cerca de 30% do tempo, enquanto que as antessalas possuem apenas uma pessoa aguardando a coleta de sangue, em cerca de 90% do tempo.

O desempenho dos processos de recepção e de coleta de sangue está apresentado na Figura 33. Para facilitar a interpretação do gráfico apresenta a recepção 1, que é idêntica as recepções 1 e 3, representando o processo de recepção nos dias de semana e a recepção 4, idêntica à recepção 5 que representam a recepção aos sábados. A coleta 1 representa as cabines de coleta de sangue de 1 a 6 (funcionamento de segunda-feira até sexta-feira) e a cabine 7 representando o processo de coleta aos sábados.



*FIGURA 33: DESEMPENHO DA SIMULAÇÃO PARA O ESTADO ATUAL DO SISTEMA DE COLETA DE SANGUE PARA O TEMPO TOTAL DE FUNCIONAMENTO DO SISTEMA.*

Para avaliar o sistema de coleta de sangue optou-se por deixar o tempo em que o sistema não funciona, antes das 6h00 e após as 9h30min, além dos domingos. Do tempo restante, nota-se que mais da metade dele o sistema de recepção fica ocioso durante os dias de semana, enquanto que a recepção adicional, recepção 4. O sistema fica bloqueado (com filas) em uma porcentagem muito pequena deste tempo, conforme já apresentado na Figura 32.

De acordo com os resultados do sistema de coleta de sangue, a identificação da restrição é mais difícil, uma vez que o sistema parece equilibrado, com pouca fila e pouco tempo ocioso. Conforme nota-se pela apresentação dos sistemas aqui avaliados, Raios-X e Coleta de Sangue, a simulação é uma ferramenta muito importante para a avaliação de sistemas de serviços de saúde. Porém, a maior dificuldade para a sua aplicação é a coleta dos dados de forma correta e posteriormente, a modelagem destes dados. Estas etapas

são de grande importância, pois, o sucesso da simulação depende, em grande parte, da qualidade destas duas etapas, coleta e modelagem dos dados.

Com relação ao sistema de Raios-X, foi possível desenvolver todas as etapas da simulação de forma adequada e confiável, sendo que foi possível propor e simular melhorias. Já o sistema de Coleta de sangue, apesar de as etapas terem sido desenvolvidas, houve grande dificuldade na etapa de modelagem dos dados. Desta forma, este estudo sugere uma nova coleta de dados para este sistema, para que os resultados sejam confirmados antes das propostas de melhoria.

## 5. CONCLUSÃO

Considerando que o objetivo principal deste estudo é avaliar um sistema de atendimentos de clientes nos setores de Raios-X e de coleta de sangue em serviços públicos, por meio da teoria das filas e da simulação. Primeiramente avaliou-se o sistema de realização de Raios-X, no qual se observou que a teoria das filas e a simulação são técnicas que podem ser utilizadas para avaliar sistemas, no caso desse sistema, para avaliar restrições e propor as melhorias.

Para o sistema de Raios-X, a restrição identificada foi o processo de atendimento no balcão. Na prática, este sistema é uma restrição, pois o atendente preenche toda a documentação do exame, tanto referente aos documentos de identificação para o sistema, quanto para os formulários que devem ser enviados, no caso de exames realizados por meio de convênios privados.

Caso estes procedimentos sejam mantidos, a proposta deste estudo é o aumento de um funcionário neste sistema. A simulação desta proposta indica a redução importante no tamanho da fila e o aumento considerável da capacidade do sistema para atender clientes.

O modelo de simulação para o sistema de coleta de sangue é mais complexo do que o sistema de raio X, pois este possui dados do processo de chegada diferentes para os dias da semana (segunda-feira a sexta-feira) dos sábados. Devido à esta característica, o sistema deve ter um número maior de atendentes aos sábados. Além de desta complexidade, a modelagem dos dados para este sistema foi uma etapa complicada, pois não foi possível definir as distribuições de probabilidade de forma adequada.

Porém, independentemente do sistema avaliado, o grande desafio está na definição correta do modelo conceitual, que represente de forma adequada o sistema avaliado, e especialmente a coleta e modelagem dos dados que

alimentam a simulação, com destaque para os tempos entre as chegadas e os tempos de atendimento.

Como proposta de trabalhos futuros, este estudo propõe uma nova coleta de dados para o sistema de Coleta de Sangue para que seja possível finalizar o estudo deste sistema com as propostas de melhorias.

Além destas propostas, este estudo propõe aplicar o método aqui proposto para avaliar um sistema de saúde pública, uma vez que os sistemas aqui avaliados são do setor privado.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLIEN, T. T. Introduction to Discret Event Simulation and Agent-Based Modeling: Voting Systems, health Care, Military and Manufacturing, New York: Springer, 2011, 220p.

BANDEIRA, C. R. P.P. ROCHA, S. P. B. Otimização de Atendimento Bancário: Estudo de Caso em Agência Bancária de Aracajú; In Anais do Enegep, 2011, São Carlos, pp 01-14.

CARRION, E. A. Teoria das filas como Ferramenta para a Análise de Desempenho de Sistemas de Atendimento: um Estudo de Caso de um Servidor da UECE. 2007. 80 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Computação), Universidade do Estado do Ceará, Fortaleza, 2007.

CHAVES, A. L. F.; FIGUEIREDO, C.J.J.; VASCONCELOS, L.P. Estudo para Comparação entre os Modelos de Filas M/M/c e M/Ek/c aplicada a uma Panificadora, In Anais do Enegep, Belo Horizonte, pp 01-12.

COSTA, L. C., Apostila da disciplina de Teoria das Filas e Simulação. Centro Tecnológico da Universidade do Maranhão – UFMA, Maranhão, 2006.

CRUZ, L. D. F. *et al.*, Pesquisa Quantitativa de Aplicação de Teoria das Filas na Avaliação dos Sistema de Atendimento em um caixa Rápido de um Supermercado. In Anais do Enegep, Belo Horizonte, pp 01-13.

FITZSIMMONS J. A.; FITZSIMMONS, M. J., 2010. *Administração de Serviços: Operações, estratégia e tecnologia da informação*. 6ª Ed. ed. Porto Alegre: Bookman.

FREITAS FILHO, P.J., Introdução a Modelagem e Simulação de Sistemas, Florianópolis, Visual Books, 2008.

GURUMURTHY A.; KODALI. Design of lean manufacturing systems using value stream mapping with simulation: A case study. Journal of Manufacturing Technology Management, 22, 444 – 473, 2011.

HACHICHA, W.; MASMOUDI, F.; HADDAR, M. An improvement of a cellular manufacturing system design using simulation analysis, Tunísia, 2007.

HARREL, C. R. *et al* Simulation Using Promodel. McGraw-Hill do Brasil, 1996  
HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. Introdução à pesquisa operacional. Rio de Janeiro: Campus, 2013, 9ª Edição.

MARINHO, A., Um Estudo sobre as Filas para Transplante no Sistema Único de Saúde brasileiro, Cad. Saúde Pública, Rio de Janeiro, vol.22 (10), 2006, pp 2229-2239.

MELOUK, S.; FREEMAN, N.; MILLER, D.; DUNNING, M. 2012. Simulation Optimization-based Decision Support Tool for Steel Manufacturing. International Journal of Production Economics. Available online August 10, 2012.

MIGUEL, P.A.C., Metodologia de Pesquisa para a Engenharia de Produção

MICHELSON, E.R.S. *et al.*, Análise de Políticas Mitigadoras de Filas Aplicadas num Estacionamento no Município de São Paulo, utilizando Simulação Estocástica de Eventos Discretos, In Anais do Enegep, Belo Horizonte, pp 01-03.

MIRANDA, J.C. *et al*, O Software Arena. Monografia. Centro Universitário do Sul de Minas, UNIS-MG, Varginha – MG, 2006.

PERREIRA, F. L. M. *et al*, Análise da Eficiência do Atendimento de um Setor de Coleta de Sangue de um Laboratório: Estudo de Caso de Teoria de Filas, In Anais do Enegep, 2009, Salvador, pp 01-13.

PIDD, M., Modelagem Empresarial: ferramenta para tomada de decisão. Porto Alegre, Bookman, 1998.

PRADO, D. S. Teoria das Filas e Simulação. Série Pesquisa Operacional, vol.2, 4ª Ed. Nova Lima: INDG Tecnologia e Serviços Ltda, 2009.

SHANNON, R.E., Introduction to the art and science of simulation. Proceedings of the Winter Simulation Conference, 1998.

SOARES FILHO, A. *et al*, Proposta de Melhoria para uma Unidade de Pronto Atendimento de Saúde: Um Estudo de Caso com suporte de Simulação. In Anais do Enegep, Belo Horizonte, pp 01-07.

WAGNER, H.M, Pesquisa Operacional, traduzido por Paulo Antonio Mariotto, Rio de Janeiro, Prentice-Hall do Brasil, 1986.