

**UNIVERSIDADE METODISTA DE PIRACICABA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA, ARQUITETURA E URBANISMO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**CONTRIBUIÇÃO PARA A MANUFATURA DE SUPERFÍCIES  
COMPLEXAS COM ALTAS VELOCIDADES BASEADA EM NOVOS  
MÉTODOS DE INTERPOLAÇÃO DA TRAJETÓRIA DA FERRAMENTA**

**MSc. ANDRÉ LUÍS HELLENO**

ORIENTADOR: PROF. DR.-ING. KLAUS SCHÜTZER

Santa Bárbara d'Oeste

2008



UNIVERSIDADE METODISTA DE PIRACICABA  
FACULDADE DE ENGENHARIA, ARQUITETURA E URBANISMO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**CONTRIBUIÇÃO PARA A MANUFATURA DE SUPERFÍCIES  
COMPLEXAS COM ALTAS VELOCIDADES BASEADA EM NOVOS  
MÉTODOS DE INTERPOLAÇÃO DA TRAJETÓRIA DA FERRAMENTA**

**MSc. ANDRÉ LUÍS HELLENO**

ORIENTADOR: PROF. DR.-ING. KLAUS SCHÜTZER

Tese de Doutorado apresentada no Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Faculdade de Engenharia, Arquitetura e Urbanismo, da Universidade Metodista de Piracicaba - UNIMEP.

Santa Bárbara d'Oeste

2008



Contribuição para a manufatura de superfícies complexas com altas  
velocidades baseada em novos métodos de interpolação da trajetória  
da ferramenta

**MSc. ANDRÉ LUÍS HELLENO**

Prof. Dr.-Ing. Klaus Schützer, Presidente  
PPGEP – UNIMEP

Prof. Dr. Alvaro José Abackerli  
PPGEP – UNIMEP

Prof. Dr. Milton Vieira Junior  
PPGEP – UNIMEP

Prof. Dr. Anselmo Eduardo Diniz  
FEM – UNICAMP

Prof. Dr. Reginaldo Teixeira Coelho  
EESC – USP



## **Agradecimentos**

Ao Prof. Dr.-Ing. Klaus Schützer pela orientação, apoio e incentivo para a conclusão deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Alvaro José Abackerli pela orientação na análise dos resultados de medição dos corpos de prova.

Ao Prof. Dr.-Ing. Eberhard Abele por permitir o desenvolvimento de parte desse trabalho no *Institut für Produktionsmanagement, Technologie und Werkzeugmaschinen* (PTW – TU-Darmstadt).

Aos amigos do Laboratório de Sistemas Computacionais para Projeto e Manufatura pelo apoio e incentivo.

Aos colegas de trabalho do *Institut für Produktionsmanagement, Technologie und Werkzeugmaschinen* (PTW), Dipl.-Ing. Carsten Stroh e Dipl.-Ing. Benjamin Fröhlich, pela receptividade, apoio e incentivo.

À CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pela concessão das bolsas de estudos de doutorado e doutorado-sanduiche.

À empresa Mitutoyo Sul Americana Ltda. pela execução da medição dos corpos de prova.

Em especial à Lúcia Elena Prando por estar sempre ao meu lado nos momentos difíceis e felizes.



## Sumário

Lista de Figuras.....	V
Lista de Tabelas.....	XI
Lista de Tabelas.....	XI
Lista de notações e símbolos.....	XV
Lista de Institutos de Pesquisa .....	XVII
Resumo.....	XIX
Abstract.....	XXI
1 Introdução.....	1
1.1 A importância do trabalho .....	3
1.2 Estrutura do Trabalho .....	5
2 Objetivos e Metodologia .....	7
2.1 Objetivos Gerais .....	7
2.2 Objetivos Específicos.....	7
2.3 Metodologia .....	8
3 Manufatura de superfícies complexas com altas velocidades .....	11
3.1 Tecnologia HSC.....	11
3.1.1 Característica e Aplicações.....	14
3.1.2 Características de máquinas ferramentas HSC .....	18
3.1.3 Característica do comando numérico.....	24
3.2 Forças atuantes no processo.....	30
3.2.1 Aspectos relevantes sobre a força de corte .....	36
3.2.2 Espessura de corte .....	42
3.2.3 Área de contato.....	43
3.2.4 Flexão da Ferramenta.....	47
3.3 Representação matemática de curvas.....	51
3.3.1 Curva <i>Hermite</i> .....	54
3.3.2 Curva Bézier .....	57
3.3.3 Curva B-Spline.....	60
3.3.4 Curva Non Uniform Rational B-Spline (NURBS).....	76
3.4 Descrição do ciclo CAD/CAM/CNC na Manufatura.....	80
3.4.1 Tolerância CAM .....	82

---

3.4.2	Métodos de Interpolação da trajetória da ferramenta .....	84
4	Detalhamento dos Ensaios.....	101
4.1	Ensaios Preliminares.....	101
4.1.1	Característica geométrica do Corpo de Prova .....	101
4.1.2	Velocidade de Avanço Real de Usinagem.....	103
4.1.3	Estimativa do Tempo de Usinagem .....	104
4.1.4	Estimativa da área de contato .....	107
4.1.5	Tempo de resposta da máquina ferramenta.....	108
4.1.6	Desempenho da Interpolação Spline nos Sistemas CAM .....	111
4.2	Ensaios de Usinagem.....	112
4.2.1	Corpo de prova.....	113
4.2.2	Descrição dos corpos de prova .....	114
4.2.3	Ferramental utilizado nos ensaios .....	114
4.2.4	Descrição das operações .....	115
4.2.5	Centro de Usinagem utilizado nos ensaios.....	118
4.3	Medição dos corpos de prova .....	118
4.3.1	Análise do tempo de usinagem .....	119
4.3.2	Análise da velocidade de avanço .....	119
4.3.3	Análise da exatidão geométrica do corpo de prova.....	119
4.3.4	Análise das forças de corte .....	122
5	Análise dos Resultados .....	123
5.1.1	Análise da Trajetória da Ferramenta .....	123
5.1.2	Interpolação Linear .....	123
5.1.3	Tempo de Usinagem .....	129
5.1.4	Análise da Velocidade de Avanço .....	132
5.1.5	Força de corte .....	153
5.1.6	Exatidão Geométrica .....	158
6	Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros.....	169
7	Referência Bibliográfica.....	175
	Anexo A - Programa de Monitoramento da Velocidade de Avanço.....	183
	Anexo B - Programas de usinagem do Corpo de Prova .....	185
	Anexo C - Modelo CAD do Corpo de Prova .....	187
	Anexo D - Informações técnica da base de medição de forças.....	189

---

Anexo E - Trajetórias Simplificadas - Interpolação Linear.....	191
Anexo F - Trajetórias Simplificadas - Spline CAM A 5C.....	193
Anexo G - Trajetórias Simplificadas -Spline CAM A 5M.....	197
Anexo H - Trajetórias Simplificadas -Spline CAM B 5C .....	201
Anexo I - Trajetórias Simplificadas - Spline CAM B 5M .....	203
Anexo J - Característica das Trajetórias com Interpolação Spline .....	207
Anexo K - Força de corte - Eixos X e Z.....	219
Anexo L - Exatidão Geométrica - Tol. Ajuste = 0,0025 mm .....	225



## Lista de Figuras

Figura 1.1: Evolução de máquina ferramenta no processo de fresamento [4].	2
Figura 3.1: Ensaio realizado por C. Salomon [5].	11
Figura 3.2 : Histórico do desenvolvimento da Tecnologia HSC [36, 38].	12
Figura 3.3: Definição da Tecnologia HSC [5].	13
Figura 3.4: Forças de corte no torneamento com altas velocidades [44].	14
Figura 3.5: Comportamento das forças de corte no processo de torneamento [45].	15
Figura 3.6: Áreas de aplicação da Tecnologia HSC [36, 43].	15
Figura 3.7: Manufatura de uma matriz de estampo [48].	16
Figura 3.8 : Manufatura de um molde de injeção [48, 49].	17
Figura 3.9: Tecnologias relacionadas à Tecnologia HSC [5].	17
Figura 3.10: Desenvolvimento de eixos árvore com altas velocidades [52].	18
Figura 3.11: Evolução dos eixos árvores comerciais [53].	19
Figura 3.12: Classificação de máquinas ferramentas [43,54].	19
Figura 3.13: Representação do acionamento por fuso de esfera [18].	21
Figura 3.14: Soluções integradas em máquinas ferramentas [56].	22
Figura 3.15: Representação do acionamento por motor linear [55].	22
Figura 3.16: Capacidade de aceleração em função do acionamento [54].	23
Figura 3.17: Eficiência do acionamento por motor linear [57].	24
Figura 3.18: Estrutura do comando Siemens 810D.	25
Figura 3.19: Segmento mínimo a ser programado em função do TRM [62].	27
Figura 3.20: Influência do TRM sobre a velocidade de avanço [54].	27
Figura 3.21: Ilustração do efeito da função Look Ahead [65].	28
Figura 3.22: Influência da função Look Ahead sobre o avanço programado [66].	29
Figura 3.23: Comportamento das funções Brisk e Soft [66].	30
Figura 3.24: Fontes de erros relacionadas com a máquina ferramenta [30].	31
Figura 3.25: Mecanismo de formação do cavaco [1].	32
Figura 3.26: Força de usinagem e suas componentes no fresamento [67, 68].	34
Figura 3.27: Área de corte no processo de torneamento [67, 68].	36
Figura 3.28: Área de corte no processo de fresamento [1].	37
Figura 3.29: $K_s$ em função da espessura de corte [67].	40
Figura 3.30: Parâmetros relacionados às características do processo de usinagem.	42
Figura 3.31: Espessura de corte para superfícies complexas [1].	43
Figura 3.32: Representação gráfica da área de contato para fresa topo reto [1].	44
Figura 3.33: Representação gráfica da área de contato para fresa esférica [1].	44

---

Figura 3.34: Área de contato em função da estratégia de usinagem [31].	45
Figura 3.35: Flexão da ferramenta de corte [1].	47
Figura 3.36: Efeito da flexão da ferramenta na exatidão geométrica [81].	48
Figura 3.37: Flexão X Erro dimensional da ferramenta de corte [15, 82, 83].	49
Figura 3.38: Representação gráfica da Equação da reta.	51
Figura 3.39: Representação Paramétrica de um círculo e um segmento de reta.	52
Figura 3.40: Representação paramétrica de curvas e superfícies.	53
Figura 3.41: Representação de uma Curva por Lagrange.	54
Figura 3.42: Representação de Curva por Hermite.	55
Figura 3.43: Função suavização da Curva Hermite.	56
Figura 3.44: Manipulação de superfícies complexas.	57
Figura 3.45: Representação de uma curva de Bézier.	57
Figura 3.46: Função de Suavização Bézier.	59
Figura 3.47: Modificação da Curva Bézier.	59
Figura 3.48: Área de abrangência da Curva Bézier.	59
Figura 3.49: Modificação da Curva B-Spline.	61
Figura 3.50: Área de atuação da Curva B-Spline [85].	62
Figura 3.51: Efeito de vértices colineares a Curva B-Spline [84, 85].	63
Figura 3.52: Segmento de Curvas Polinomiais na Curva B Spline [84].	63
Figura 3.53: Efeito da Continuidade sobre a junção de segmentos de curvas [85].	64
Figura 3.54: Função de Suavização com Uniform Periodic Vectors.	66
Figura 3.55: Limite da Função de Suavização com Periodic Uniform Vectors.	69
Figura 3.56: Curva B-Spline com Periodic Knots Vectors [85].	70
Figura 3.57: Função de Suavização com Open Uniform Vectors [85].	71
Figura 3.58: Distribuição dos vetores da Curva (Knots Vectors).	71
Figura 3.59: Função de Suavização com Open Non Uniform Knots Vectors.	72
Figura 3.60: Variação da ordem em uma Curva B-Spline.	72
Figura 3.61: Variação da distribuição dos vetores internos da Curva B-Spline.	74
Figura 3.62: Repetição de vértices do polígono de controle da Curva B-Spline [85].	74
Figura 3.63: Derivada de primeira ordem de uma Curva B-Spline.	75
Figura 3.64: Derivada de segunda ordem de uma Curva B-Spline.	75
Figura 3.65: Função de Suavização NURBS com peso (weight) 0 no vértice central.	78
Figura 3.66: Função de Suavização NURBS com peso (weight) 0,3 no vértice central.	78
Figura 3.67: Função de Suavização NURBS com peso (weight) 1 no vértice central.	79
Figura 3.68: Função de Suavização NURBS com peso (weight) 3 no vértice central.	79

---

Figura 3.69: Curva NURBS definida com diferentes pesos (weight). .....	80
Figura 3.70: Integração CAD/CAM/CNC na manufatura de superfícies complexas. ....	81
Figura 3.71: Ciclo CAD/CAM/CNC na manufatura de superfícies complexas. ....	81
Figura 3.72: Trajetória da ferramenta em função da Tolerância CAM. ....	82
Figura 3.73: Erro na Trajetória da ferramenta em função da Tolerância CAM [88]. ....	83
Figura 3.74: Influência da Tolerância CAM no Programa NC [20]. ....	84
Figura 3.75: Descentralização do tempo de Processamento [99]. ....	87
Figura 3.76: Comportamento dinâmico da máquina ferramenta [49, 61]. ....	87
Figura 3.77: Efeito da interpolação linear sobre a velocidade de avanço [19]. ....	88
Figura 3.78: Representação da interpolação por curvas. ....	88
Figura 3.79: Exemplos de interpolações Spline [63, 66]. ....	89
Figura 3.80: Manipulação de curvas através da interpolação polinomial [66]. ....	92
Figura 3.81: Pós processamento da interpolação polinomial. ....	93
Figura 3.82: Processo de geração de uma interpolação indireta. ....	97
Figura 3.83: Ciclo 832 comando Siemens 810/840D [65]. ....	99
Figura 4.1: Corpo de prova utilizado nos ensaios. ....	101
Figura 4.2: Característica geométrica do Corpo de Prova. ....	102
Figura 4.3: Comportamento dos Eixos X, Z e XZ do Corpo de Prova. ....	103
Figura 4.4: Interface de aquisição de dados através de funções síncronas. ....	104
Figura 4.5: Problemática da estimativa do comportamento do tempo de usinagem. ....	105
Figura 4.6: Critérios para estimativa do comportamento do tempo de usinagem. ....	106
Figura 4.7: Erro obtido no tempo de usinado estimado - Hermle C30U. ....	107
Figura 4.8: Erro obtido no tempo de usinado estimado - HiDyn. ....	107
Figura 4.9: Modelo geométrico para estimativa da área de contato. ....	108
Figura 4.10: Estimativa da área de contato. ....	108
Figura 4.11: Tempo de resposta dos centros de usinagem - Método Reta. ....	109
Figura 4.12: Tempo de resposta do centro de usinagem Hermle - Método Círculo. ....	110
Figura 4.13: Tempo de resposta do centro de usinagem HiDyn - Método Círculo. ....	110
Figura 4.14: Influência dos comandos G64 e G642 no TRM. ....	111
Figura 4.15: Comportamento da Interpolação Spline com Tolerância CAM 0,05 mm. ....	112
Figura 4.16: Comportamento da Interpolação Spline com Tolerância CAM 0,005 mm. ....	112
Figura 4.17: Posicionamento do corpo de prova no Sistema CAM. ....	113
Figura 4.18: Fixação do corpo de prova utilizado nos ensaios. ....	113
Figura 4.19: Simulação da operação de desbaste. ....	116
Figura 4.20: Simulação da operação de pré-acabamento. ....	117

---

Figura 4.21: Simulação da operação de acabamento. ....	117
Figura 4.22: Centro de usinagem HiDyn desenvolvido pelo PTW.....	118
Figura 4.23: Centro de usinagem Hermle C30U Dynamic.....	118
Figura 4.24: Procedimento de medição do corpo de prova. ....	119
Figura 4.25: Faces de referência do corpo de prova. ....	120
Figura 4.26: Plano de medição do corpo de prova. ....	121
Figura 4.27: Procedimento de ajuste dos pontos medidos.....	121
Figura 4.28: Base de medição de forças de corte. ....	122
Figura 5.1: Característica da trajetória da ferramenta com Interpolação Linear.....	124
Figura 5.2: Característica da Interpolação Spline CAM A Tol. CAM 0,05 mm.....	125
Figura 5.3: Característica da Interpolação Spline CAM A Tol. CAM 0,005 mm.....	125
Figura 5.4: Característica Interpolação Spline CAM B Tol. CAM 0,05 mm.....	126
Figura 5.5: Característica Interpolação Spline CAM B Tol. CAM 0,005 mm.....	126
Figura 5.6: Efeito da Interpolação Spline CAM A nos eixos (Tol. CAM 0,05 mm). ....	127
Figura 5.7: Efeito da Interpolação Spline CAM A nos eixos (Tol. CAM 0,005 mm). ....	127
Figura 5.8: Efeito da Interpolação Spline CAM B nos eixos (Tol. CAM 0,05 mm). ....	128
Figura 5.9: Efeito da Interpolação Spline CAM B nos eixos (Tol. CAM 0,005 mm). ....	128
Figura 5.10: Tempo de usinagem com velocidade de avanço 2.500 mm/min.....	129
Figura 5.11: Tempo de usinagem com velocidade de avanço 8.000 mm/min.....	130
Figura 5.12: Tempo de usinagem com velocidade de avanço 15.000 mm/min.....	130
Figura 5.13: Efeito da tolerância CAM no centro de usinagem HiDyn.....	131
Figura 5.14: Efeito da tolerância CAM no centro de usinagem Hermle. ....	131
Figura 5.15: Comportamento da velocidade - HiDyn ( $V_f = 2.500$ mm/min).....	132
Figura 5.16: Comportamento da velocidade - HiDyn ( $V_f = 8.000$ mm/min).....	133
Figura 5.17: Comportamento da velocidade - HiDyn ( $V_f = 15.000$ mm/min).....	133
Figura 5.18: Comportamento da velocidade - Hermle ( $V_f = 2.500$ mm/min).....	134
Figura 5.19: Comportamento da velocidade - Hermle ( $V_f = 8.000$ mm/min).....	135
Figura 5.20: Comportamento da velocidade - Hermle ( $V_f = 15.000$ mm/min).....	135
Figura 5.21: Interpolação Linear com tolerância CAM 0,05 - Hermle. ....	136
Figura 5.22: Interpolação Linear com Tolerância CAM 0,005 - Hermle.....	137
Figura 5.23: Interpolação Linear com Tolerância CAM 0,05 - HiDyn. ....	138
Figura 5.24: Interpolação Linear com Tolerância CAM 0,005 - HiDyn. ....	139
Figura 5.25: Efeito da Interpolação Linear na aceleração ( $V_f = 2.500$ Hermle). ....	140
Figura 5.26: Efeito da Interpolação Linear na aceleração ( $V_f = 15.000$ Hermle). ....	141
Figura 5.27: Efeito da Interpolação Linear na aceleração ( $V_f = 2.500$ Hi Dyn).....	142

---

Figura 5.28: Efeito da Interpolação Linear na aceleração ( $V_f = 15.000$ Hi Dyn).....	143
Figura 5.29: Interpolação Spline CAM A (Hermle).....	144
Figura 5.30: Interpolação Spline CAM A (HiDyn).....	144
Figura 5.31: Efeito da Interpolação Spline CAM A na aceleração ( $V_f = 2.500$ Hermle)...	145
Figura 5.32: Efeito da Interpolação CAM A na aceleração ( $V_f = 15.000$ Hermle).....	146
Figura 5.33: Efeito da Interpolação Spline CAM A na aceleração ( $V_f = 2.500$ HiDyn)....	147
Figura 5.34: Efeito da Interpolação Spline CAM A na aceleração ( $V_f = 15.000$ HiDyn)...	148
Figura 5.35: Interpolação Spline CAM B (Hermle).....	149
Figura 5.36: Interpolação Spline CAM B (HiDyn).....	149
Figura 5.37: Efeito da Interpolação Spline CAM B na aceleração ( $V_f = 2.500$ Hermle)...	150
Figura 5.38: Efeito da Interpolação Spline CAM B na aceleração ( $V_f = 15.000$ Hermle).	151
Figura 5.39: Efeito da Interpolação Spline CAM B na aceleração ( $V_f = 2.500$ HiDyn)....	152
Figura 5.40: Efeito da Interpolação Spline CAM B na aceleração ( $V_f = 15.000$ HiDyn)...	153
Figura 5.41: Força de corte no Eixo XYZ ( $V_f = 2.500$ mm/min Hermle).....	154
Figura 5.42: Força de corte no Eixo XYZ ( $V_f = 8.000$ mm/min Hermle).....	155
Figura 5.43: Força de corte no Eixo XYZ ( $V_f = 15.000$ mm/min Hermle).....	155
Figura 5.44: Força de corte no Eixo XYZ ( $V_f = 2.500$ mm/min HiDyn).....	156
Figura 5.45: Força de corte no Eixo XYZ ( $V_f = 8.000$ mm/min HiDyn).....	157
Figura 5.46: Força de corte no Eixo XYZ ( $V_f = 15.000$ mm/min HiDyn).....	157
Figura 5.47: Exatidão geométrica do corpo de prova 1.....	159
Figura 5.48: Exatidão geométrica do corpo de prova 2.....	159
Figura 5.49: Exatidão geométrica do corpo de prova 3.....	160
Figura 5.50: Exatidão geométrica do corpo de prova 4.....	161
Figura 5.51: Exatidão geométrica do corpo de prova 5.....	161
Figura 5.52: Exatidão geométrica do corpo de prova 6.....	162
Figura 5.53: Exatidão geométrica dos eixos no corpo de prova 1.....	163
Figura 5.54: Exatidão geométrica dos eixos no corpo de prova 2.....	164
Figura 5.55: Exatidão geométrica dos eixos no corpo de prova 3.....	164
Figura 5.56: Exatidão geométrica dos eixos no corpo de prova 4.....	166
Figura 5.57: Exatidão geométrica dos eixos no corpo de prova 5.....	166
Figura 5.58: Exatidão geométrica dos eixos no corpo de prova 6.....	167



**Lista de Tabelas**

Tabela 1: Flexão da ferramenta experimental versus Teórica [15].....	50
Tabela 2: Características dos Sistemas CAM e CNC.....	96



## Lista de Siglas

<i>B-Spline</i>	<i>Basis - Spline</i>
CAD	<i>Computer Aided Design</i>
CAM	<i>Computer Aided Manufacturing</i>
CNC	Comando Numérico Computadorizado
HSC	<i>High Speed Cutting</i>
<i>NUBS</i>	<i>Non Uniform B-Spline</i>
<i>NURBS</i>	<i>Non Uniform Rational B-Spline</i>
TRM	Tempo de Resposta da Máquina ferramenta [s]



## Lista de notações e símbolos

$a_2, a_3$	Coeficientes da interpolação polinomial
$a_e$	Penetração de trabalho
$B_i$	Vértices do Polígono de Controle;
$d$	Diâmetro da ferramenta [mm];
$D_{c2}$	Diâmetro da ferramenta com raio [mm]
$D_e$	Diâmetro efetivo ferramenta [mm]
$E$	Módulo de Elasticidade do material
$F_{ap}$	Força de apoio
$F_f$	Força de avanço
$F_p$	Força passiva
$F_u$	Força de usinagem
$f_z$	Avanço por dente
$h$	Espessura de corte
$I$	Momento de inércia
$k$	Ordem da Curva B-Spline
$L$	Comprimento útil da ferramenta
$n+1$	Quantidade de pontos do Polígono de Controle
$N_{i,k}(t)$	Função de Suavização (Basis Spline)
$N'_{i,k}(t)$	Derivada de primeira ordem da Função de Suavização $N_{i,k}(t)$
$N''_{i,k}(t)$	Derivada de segunda ordem da Função de Suavização $N_{i,k}(t)$
$P(t)$	Função de uma determinada Curva
$PL$	Distância entre os pontos do polígono de controle ( <i>distance between nodes</i> ) para a Interpolação B-Spline ou amplitude da Interpolação Polinomial
$PO[?]$	Define a interpolação polinomial
$POLY$	Ativa a interpolação polinomial
$PW$	Intensidade de um ponto do polígono de controle ( <i>point weight</i> )
$t$	Parâmetro da curva que varia de $t_{min}$ à $t_{max}$
$V_c$	Velocidade de corte [m/min];
$V_e$	Velocidade de efetiva de corte
$V_f$	Velocidade de avanço [mm/min]
$X_e$	Ponto final no Eixo X da interpolação polinomial
$Y_e$	Ponto final no Eixo X da interpolação polinomial
$Z_e$	Ponto final no Eixo X da interpolação polinomial
$\eta$	Rotação da ferramenta [rpm]

$\Delta_L$  tamanho do segmento programado [mm]

$\delta$  Flexão da ferramenta de corte

**Lista de Institutos de Pesquisa**

DiK	<i>Institut für Datenverarbeitung in der Konstruktion</i>
EESC-USP	Escola de Engenharia de São Carlos - USP
ITA	Instituto Técnico da Aeronáutica
LOPF	Laboratório de Otimização de Processos de Fabricação
PTW	<i>Institut für Produktionsmanagement, Technologie und Werkzeugmaschinen</i>
SCPM	Laboratório de Sistemas Computacionais para Projeto e Manufatura



**Resumo**

**HELLENO, André Luís. *Contribuição para a manufatura de superfícies complexas com altas velocidades baseada em novos métodos de interpolação da trajetória da ferramenta*. 2008. 217p. Tese de Doutorado - Faculdade de Engenharia, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Metodista de Piracicaba, Santa Bárbara d'Oeste.**

Apesar da crescente utilização de superfícies complexas na representação geométrica de novos produtos, a etapa de manufatura desse tipo de superfície apresenta inúmeras limitações com relação ao tempo de usinagem e à qualidade superficial do produto. Isso faz com que haja uma busca constante para a otimização do processo de manufatura através da evolução das inúmeras tecnologias envolvidas, tais como: máquina ferramenta, comando numérico, ferramenta de corte, Sistemas CAD/CAM, etc.. No entanto, como esse processo de manufatura envolve a utilização conjunta dessas tecnologias que, por serem distintas, apresentam diferentes estágios de desenvolvimento tecnológico, têm-se naturalmente uma limitação tecnológica representada pela tecnologia com o menor grau de evolução. Em virtude disso, esse trabalho visa analisar e desenvolver suporte à substituição da representação da trajetória da ferramenta por segmentos de retas (Interpolação Linear) por modelos matemáticos capazes de representar curvas (Interpolação *Spline*), evoluindo assim a tecnologia de representação da trajetória da ferramenta. Esse novo processo será avaliado quanto ao seu tempo de usinagem, exatidão geométrica e forças de corte atuantes no processo em máquinas ferramentas com distintas configurações dinâmicas, e em diferentes condições de velocidade de avanço, permitindo assim, uma compreensão plena da contribuição desse novo processo na manufatura de superfícies complexas.

**Palavras-chave:** Superfícies Complexas, Interpolações da Trajetória da Ferramenta, Sistemas CAD/CAM, Forças de Corte.



**Abstract**

**HELLENO, André Luís. Contribution for the sculptured surfaces manufacturing with high-speeds based on new methods of tool path interpolation 2008. 217p. Tese de Doutorado - Faculdade de Engenharia, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Metodista de Piracicaba, Santa Bárbara d'Oeste.**

In spite of the growing use of sculptured surfaces in the geometric representation of new products, the manufacture of this surface type presents countless limitations related to machine time and the product superficial quality. Because of this, there is a constant search for the manufacturing process optimization through the evolution of the countless involved technologies, such as: toll machine, numeric control, cutting tool, CAD/CAM Systems, etc. However, as this manufacturing process involves the use of all those technologies and, for being different technologies, it presents different apprenticeships of technological development, there is a natural technological limitation represented by the technology with smaller evolution degree. With that, this thesis has the purpose of analyzing and developing support to the substitution of the tool path representation for segments of straight line (Linear Interpolation) for mathematical models capable to represent curves (*Spline* Interpolation), developing thus, the technology of the tool path representation. This new process will be evaluated as its machine time, geometric accuracy and its cutting forces that there are in the toll machines with different dynamic configurations, and in different conditions of cutting speed, allowing so, an understanding of that new process in the sculptured surfaces manufacturing.

Key words: Sculptured Surfaces, Tool Path Interpolations, CAD/CAM Systems, Cutting Forces.



## 1 Introdução

As novas exigências funcionais e estéticas no desenvolvimento do produto, associado à evolução dos Sistemas CAD (*Computer Aided Design*) na direção do modelamento e manipulação de superfícies complexas, impulsionam a inserção cada vez maior da representação geométrica através de superfícies complexas.

Atualmente, tais superfícies podem ser encontradas em produtos com requisitos funcionais, tais como, por exemplo, componentes aerodinâmicos aplicados na indústria aeronáutica, próteses cirúrgicas e componentes com características ópticas [1,2], ou produtos com requisitos estéticos para a satisfação do cliente, como os produtos do setor automobilístico e eletroeletrônico. Para esses, a representação geométrica através de superfícies complexas é utilizada como fator determinante no lançamento de novos produtos.

Como resultado desse novo cenário, tem-se novos paradigmas para a área de manufatura de superfícies complexas com relação ao tempo de fabricação, custo e qualidade final da superfície usinada. Como exemplo, pode-se citar a manufatura de componentes do interior de um automóvel, no qual eram usados complexos moldes que demoravam cerca de 6 a 9 meses para serem fabricados. Atualmente, esse é o período usado pela indústria automobilística no desenvolvimento total desse componente para um novo modelo de automóvel [3].

Em função disso, há uma busca por avanços tecnológicos na manufatura de superfícies complexas capazes de aumentar a eficiência do processo, principalmente com relação ao fresamento de moldes e matrizes. Esse processo apresenta grande demanda pelas indústrias automobilística, aeronáutica e eletroeletrônica.

A Figura 1.1 ilustra a evolução da máquina ferramenta no processo de manufatura de superfícies, na qual pode-se observar a crescente substituição da fresadora copiadora por centros de usinagem de 3 e 5 eixos. Essa substituição resulta em impulso ou em influências para o avanço de diversas tecnologias nesse processo de manufatura.

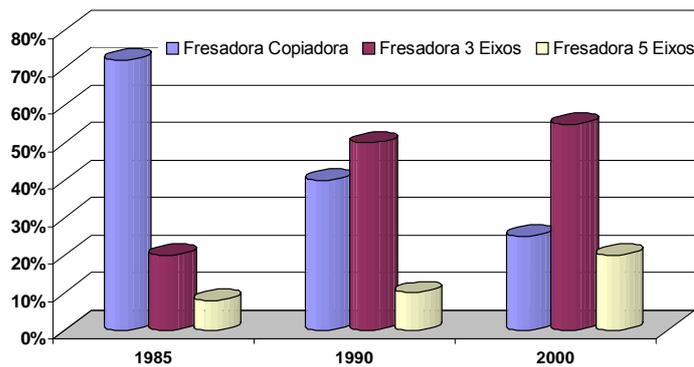


Figura 1.1: Evolução de máquina ferramenta no processo de fresamento [4].

Dentre tais avanços tecnológicos, a Tecnologia HSC (*High Speed Cutting*) tem apresentado as maiores contribuições para a melhora da eficiência desse processo de manufatura, principalmente pelo fato de apresentar como características a grande taxa de remoção de material, redução do tempo de fabricação e alta qualidade superficial, além da busca contínua pelo aumento da velocidade atuante no processo [5].

Na década de 90, a maior parte da indústria de moldes e matrizes da Alemanha, Japão e USA pretendia investir no desenvolvimento da aplicação da Tecnologia HSC em seus processos de manufatura [6].

Como consequência, o relatório estatístico da indústria Alemã de máquinas ferramentas em 2005 [7], maior produtor mundial, destaca, dentre outras coisas, a Tecnologia HSC como uma tendência nos processos fabricação, assim como, no desenvolvimento de máquinas ferramentas. Além disso, o relatório também aponta como uma tendência o desenvolvimento de tecnologias que servem de suporte e impulsionam a Tecnologia HSC, tais como: comandos numéricos com alto desempenho, integração da cadeia CAD/CAM/CNC no processo de fabricação, sistemas diretos de acionamento (motores lineares), etc..

O fato da Tecnologia HSC ser suportada e impulsionada por outras tecnologias envolvidas no processo de manufatura [5] faz com que sua aplicação plena esteja diretamente relacionada com o nível de evolução dessas tecnologias. A tecnologia com o menor grau de evolução gera limitações tecnológicas na aplicação da Tecnologia HSC.

Baseado nisso, pode-se afirmar que a implantação da Tecnologia HSC não terá sucesso com a aquisição de apenas uma das tecnologias envolvidas no processo, tais como, por exemplo, a compra de um centro de usinagem HSC sem a aquisição da ferramenta de corte ou treinamento em novas estratégias de usinagem.

No entanto, a constante evolução das tecnologias envolvidas no processo de fabricação impossibilita que a indústria, de forma independente, realize o seu desenvolvimento e aplicação no ambiente industrial, fazendo com que as instituições de pesquisa nacionais auxiliem nesse importante papel.

Como exemplo pode-se citar a evolução de cabeçotes com altas rotações (*Motorspindle*) obtida na década de 90 pelos projetos MSP1, MSP2 e MSP3 financiados pelo Ministério de Pesquisa e Tecnologia Alemão BMFT (*Bundesministerium für Forschung und Technologie*) e desenvolvido pelo Instituto de pesquisa PTW (*Institut für Produktionsmanagement, Technologie und Werkzeugmaschine*) da TU-Darmstadt (*Technische Universität Darmstadt*) [5].

No Brasil, uma iniciativa semelhante pode ser observada na área de desenvolvimento e aplicação da Tecnologia HSC no âmbito estadual pelos Projetos Temáticos da Fundação ao Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), 00/02962-4 - Tecnologia de Usinagem com Altas Velocidades de Corte, aprovado em 2001, com duração de quatro anos e, sua renovação, com o Projeto 2004/16031-3, aprovada em 2005. Esses projetos reúnem professores pesquisadores de diferentes instituições do Estado de São Paulo e contam com a infra-estrutura de seis laboratórios de pesquisa [8, 9].

No âmbito nacional, pode-se citar como exemplo o Projeto ProBrAI CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) de Cooperação Internacional Brasil-Alemanha #195/04 - Otimização da Cadeia Produtiva com a Utilização de Fresamento com Altíssima Velocidade (Tecnologia HSC) e da Tecnologia de *Form Features*, do qual esse trabalho faz parte.

Esse projeto tem a participação, pelo lado brasileiro, da Universidade Metodista de Piracicaba - UNIMEP - e da Escola de Engenharia de São Carlos - EESC-USP - e seus respectivos laboratórios de pesquisa: Laboratório de Sistemas Computacionais para Projeto e Manufatura (**SCPM**) e o Laboratório de Otimização de Processos de Fabricação (**LOPF**). Pelo lado alemão, participa a *Technische Universität Darmstadt* (Universidade Técnica de Darmstadt) e os institutos de Pesquisa *Institut für Produktionsmanagement, Technologie und Werkzeugmaschinen* (**PTW**) e o *Institut für Datenverarbeitung in der Konstruktion* (**DiK**).

## 1.1 A importância do trabalho

Dentre as diversas tecnologias envolvidas na Tecnologia HSC, a trajetória da ferramenta gerada pelo Sistema CAM proporciona ao processo de fabricação características relacionadas diretamente com o tempo de usinagem e qualidade final. Através da

trajetória da ferramenta pode-se impulsionar ou limitar a aplicação da Tecnologia HSC na manufatura de moldes e matrizes com altas velocidades.

Reflexo da importância da trajetória da ferramenta na Tecnologia HSC, em 1996, as empresas de moldes e matrizes do Japão, Alemanha e EUA que estavam iniciando a aplicação e desenvolvimento da Tecnologia HSC, destacavam a geração da trajetória da ferramenta em Sistemas CAM como a tecnologia mais importante a ser desenvolvida no futuro [6].

Normalmente, devido à simplicidade matemática e facilidade de uso pelo programador, a trajetória da ferramenta representada por segmentos de reta (Interpolação Linear) tornou-se um padrão no ambiente industrial [11,12].

No entanto, as exigências dinâmicas no processo resultante da aplicação da Tecnologia HSC resultam em diversas limitações dinâmicas na execução da trajetória da ferramenta com Interpolação Linear, principalmente quanto ao avanço de usinagem e à exatidão do modelo geométrico [13,14,15,16,17].

Han et al [14] destacam a limitação da velocidade de avanço em função da capacidade de processamento do comando numérico em interpretar e processar a grande quantidade de blocos de informação (*Look ahead*) resultantes da aplicação da Interpolação Linear em superfícies complexas.

Arnone [18] aborda esse mesmo problema relacionando o tempo de processamento do Comando Numérico e o tamanho do segmento da trajetória da ferramenta. Regalbuno [17] e Stroh [19] destacam, em seus estudos, a limitação da velocidade de avanço em função da variação da aceleração decorrente do ângulo de inclinação entre os segmentos de retas.

Helleno [20] e Souza [15], através de ensaios práticos em centro de usinagem com três eixos, evidenciam, além da limitação da velocidade de avanço, os problemas com a exatidão geométrica, a baixa qualidade da superfícies e, principalmente, a característica de “facetamento” das superfícies complexas decorrente da aplicação da Interpolação Linear.

Lartigue et al [11], abordando a temática de fresamento de superfícies complexas em centros de usinagem com 5 eixos, verificaram esses mesmos problemas na utilização da Interpolação Linear para representar a trajetória da ferramenta em superfícies complexas.

A variação da velocidade de avanço, observada nesses casos, influenciará de forma negativa no tempo de usinagem e na qualidade superficial do produto, resultando numa

limitação tecnológica na manufatura de superfícies complexas com altas velocidades. Em virtude disso, o estudo de novas metodologias de interpolação da trajetória da ferramenta se torna fundamental.

Conseqüentemente, os métodos de interpolação da trajetória da ferramenta voltam a ser considerados na geração do Programa NC e seus estudos têm sido abordados por diversos autores, através da pesquisa de novos métodos de interpolação da trajetória da ferramenta [13, 21-25].

Dentre essas novas metodologias, a Interpolação *Spline*, na qual a trajetória da ferramenta é representada por segmentos de curvas baseadas em modelos matemáticos [26, 27, 28], possibilita uma trajetória da ferramenta suave e precisa, tornando uma solução na usinagem com a Tecnologia HSC [13, 25, 29].

Além dos métodos de interpolação da trajetória da ferramenta, as forças de corte atuantes têm sido objeto de pesquisa na manufatura de superfícies complexas, principalmente, em virtude dos erros geométricos decorrentes da flexão da ferramenta de corte [1, 30].

Nesta linha de pesquisa, diversos trabalhos têm procurado determinar modelos matemáticos capazes de representar as forças de corte com base na área de contato do cavaco gerado pela interação geométrica entre o par ferramenta-peça e os movimentos da ferramenta de corte (estratégias de usinagem) [31, 32, 33, 34, 35].

Esta abordagem é fundamental na manufatura de superfícies complexas em virtude da utilização freqüente de peças com geometrias complexas e fresas esféricas, assim como, a utilização de uma gama enorme de recursos de estratégias de corte.

Apesar do sucesso desses modelos matemáticos na representação das forças de cortes, a sua aplicação prática deve ser ponderada, uma vez que tais estudos abordam movimentos de corte com velocidade de avanço constante, o que não ocorre na manufatura de superfícies complexas.

Baseado nisso, esse trabalho irá analisar e desenvolver o suporte para a implementação da Interpolação *Spline* na manufatura de superfícies complexas com Tecnologia HSC e contribuir para a compreensão das forças de corte atuantes no processo de manufatura de superfícies complexas com fresas esféricas; principalmente, com variação de velocidade de avanço.

## 1.2 Estrutura do Trabalho

Esse trabalho está dividido em sete capítulos, conforme descritos a seguir.

**Capítulo 1 - Introdução**

**Capítulo 2 - Objetivos e Metodologia** - Detalhamento dos objetivos desse trabalho e da metodologia utilizada para a realização dos ensaios de usinagem.

**Capítulo 3 - Manufatura de superfícies complexas com altas velocidades - Estado da Arte** - Revisão bibliográfica sobre a Manufatura de superfícies complexas com altas velocidades, abordando modelos matemáticos de representação de superfícies complexas, a Tecnologia HSC, as forças de corte atuantes no processo, a importância da cadeia CAD/CAM/CNC e seus fatores que influenciam na manufatura de superfícies complexas.

**Capítulo 4 - Desenvolvimento dos ensaios** - Descrição dos ensaios de usinagem e medições realizadas nos corpos de prova, a fim de avaliar a influência das interpolações de trajetória da ferramenta utilizadas e dos ensaios dinâmicos realizados no centro de usinagem para avaliação do desempenho das máquinas ferramentas.

**Capítulo 5 - Análise dos resultados** - Neste capítulo são analisados os resultados obtidos com os ensaios de usinagem e medição dos corpos de prova.

**Capítulo 6 - Conclusões e sugestões para futuros trabalhos** - Conclusões obtidas através dos ensaios de usinagem e medição dos corpos de prova, dos ensaios dinâmicos e das pesquisas bibliográficas, assim como, as sugestões para futuros trabalhos.

**Capítulo 7 - Referência Bibliográfica** - Referência bibliográfica utilizada na apropriação do conhecimento necessária para o desenvolvimento deste trabalho.

## 2 Objetivos e Metodologia

A seguir serão detalhados os objetivos que direcionam esta tese, sendo que, para um melhor esclarecimento, foram separados entre objetivos gerais e específicos.

Além dos objetivos, este capítulo traz a metodologia utilizada para que esses objetivos fossem alcançados.

### 2.1 Objetivos Gerais

O objetivo geral dessa tese é avançar a fronteira de conhecimento sobre a aplicação de curvas *Spline* (Interpolação *Spline*) na representação da trajetória da ferramenta na manufatura de superfícies complexas, contribuindo assim para a substituição da representação da trajetória da ferramenta usando segmentos de retas (Interpolação Linear).

Com isso, esse trabalho visa compreender os modelos matemáticos utilizados na representação da trajetória da ferramenta e confrontá-los com os modelos matemáticos utilizados pelos Sistemas CAD/CAM voltados para a representação e manufatura de superfícies complexas.

O estudo do efeito da trajetória da ferramenta baseada em curvas *Spline* na manufatura de superfícies complexas com diferentes níveis de inserção da Tecnologia HSC (máquinas ferramentas com capacidades dinâmicas distintas) também faz parte dos objetivos desse trabalho, sendo que para isso, serão adotados como parâmetros de comparação as características de tempo de fabricação, exatidão geométrica e força de corte atuante no processo.

### 2.2 Objetivos Específicos

O objetivo específico desse trabalho é aplicar a representação da trajetória da ferramenta através de Interpolações *Spline* na manufatura de superfícies complexas com altas velocidades, comprovando seus benefícios com relação ao método de Interpolação Linear.

Para alcançar esse objetivo propõem-se:

- analisar os diferentes modelos matemáticos existentes para a representação de curvas, tais como: *B-Spline* e *NURBS*;
- analisar a influência da tolerância CAM na utilização da Interpolação *Spline*;
- analisar a Interpolação *Spline* gerada por diferentes Sistema CAM amplamente aplicados na indústria;

- realizar os ensaios práticos em dois centros de usinagem com diferentes configurações dinâmicas, Hermle e HiDyn (ver item 4.2.5), de forma a avaliar a influência da Interpolação *Spline* em diferentes níveis de Tecnologia HSC (velocidade de avanço);
- comparar a Interpolação *Spline* e a Interpolação Linear, através dos parâmetros: o tempo de usinagem, a exatidão geométrica e as forças de cortes atuantes no processo;
- compreender o efeito da trajetória da ferramenta no comportamento das forças de cortes e velocidade de avanço atuantes na manufatura de superfícies complexas.

### 2.3 Metodologia

As metodologias de interpolação da ferramenta a serem investigadas foram distribuídas no corpo de prova através de faixas de usinagem. Estes corpos de prova foram usinados em dois centros de usinagem com distintas características dinâmicas e em três condições diferentes de velocidade de avanço, totalizando um número de seis corpos de prova.

Para atingir os objetivos foi realizada uma pesquisa bibliográfica abordando Tecnologia HSC, representação matemática de curvas, Sistemas CAD/CAM, recursos do comando numérico voltados para a manufatura de superfícies com altas velocidades, métodos de interpolação da trajetória da ferramenta e forças de corte atuante no processo.

Essa pesquisa foi realizada através de livros sobre esses temas, artigos de revistas especializadas (nacionais e internacionais), artigos de congressos e seminários e artigos disponíveis na internet.

Foram realizados ensaios dinâmicos em vazio para avaliar o sistema de coleta de dados sobre o avanço real de usinagem ao longo do corpo de prova, assim como, as características dinâmicas dos centros de usinagem envolvidos nos ensaios.

A análise dessas metodologias será realizada através da operação de acabamento, mantendo, assim, as operações de desbaste e semi-acabamento dos corpos de prova iguais. Essa escolha é justificada por ser uma operação crítica na manufatura de superfícies complexas quanto ao tempo de usinagem e ao acabamento final, além de ser a operação na qual são aplicadas as maiores velocidades de corte.

Como parte do objetivo desse trabalho é avaliar a inserção da Interpolação *Spline* em diferentes níveis de aplicação da Tecnologia HSC (velocidade de avanço), para cada centro de usinagem foi realizada a manufatura com três diferentes velocidades de avanço, 2.500, 8.000 e 15.000 mm/min.

As análises das trajetórias da ferramenta estudadas foram realizadas através das seguintes características:

- tempo de usinagem obtido durante a usinagem do corpo de prova;
- comportamento da velocidade de avanço de usinagem ao longo do corpo de prova obtido através de um monitoramento com intervalos de 1 mm durante a execução em vazio do Programa NC;
- exatidão da geometria final através da varredura em intervalos de 0,5mm por máquina de medição por coordenadas e comparação com o modelo CAD;
- forças de cortes atuantes no processo através de uma base de medição de forças XYZ Kistler.

No Capítulo 4 é possível observar o detalhamento dos ensaios preliminares e de usinagem.



### 3 Manufatura de superfícies complexas com altas velocidades

Os tópicos a seguir abordam o estado da arte da manufatura de superfícies complexas com altas velocidades por meio do estudo da Tecnologia HSC; das forças de cortes atuantes no processo de fresamento, da representação matemáticas de curvas e do ciclo CAD/CAM/CNC.

#### 3.1 Tecnologia HSC

O conceito de Tecnologia HSC teve seu desenvolvimento nos trabalhos de C. Salomon para a empresa alemã Friedrich Krupp AG, dando origem à Patente Alemã nº. 523594 em 27/04/1931 [5].

Salomon, através da usinagem de diversos materiais com variação da velocidade de corte, notou que a temperatura de usinagem aumentava à medida que se aumentava a velocidade de corte, até atingir uma determinada faixa de velocidade de corte, na qual a temperatura começava a reduzir-se à medida que se aumentava a velocidade de corte (ver Figura 3.1).

Com tal descoberta, define-se a Tecnologia HSC como sendo uma tecnologia de usinagem realizada com velocidades de corte que ultrapassam a faixa de alta temperatura.

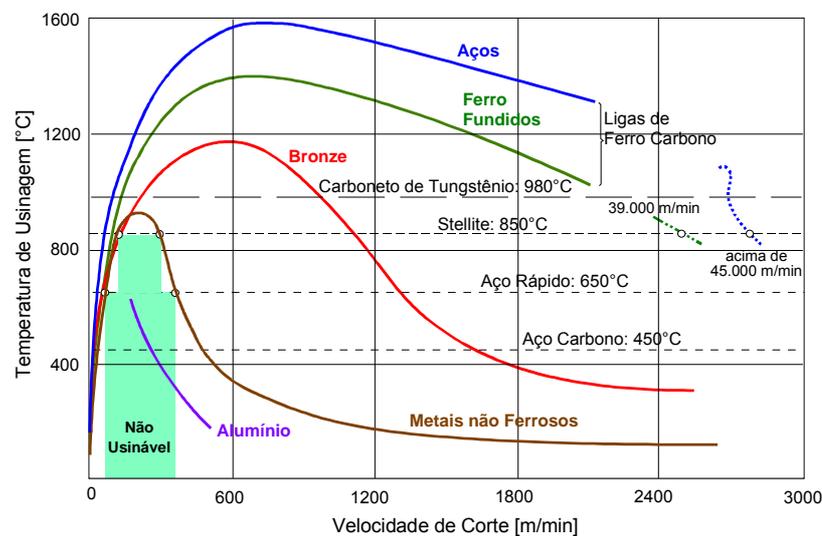


Figura 3.1: Ensaio realizado por C. Salomon [5].

Para atingir altas velocidades de corte exigidas nesses ensaios, Salomon tinha como recurso aumentar o diâmetro da ferramenta ou a sua rotação, conforme ilustrado na Equação 1.

$$V_c = \frac{\pi \times d \times n}{1000} \quad [m/min] \quad (1)$$

Em que:

$V_c$  - Velocidade de corte (m/min)

$d$  - Diâmetro da ferramenta (mm)

$n$  - Rotação da ferramenta ( $\text{min}^{-1}$ )

A inexistência de equipamentos capazes de atingir altas rotações obrigou Salomon utilizar serras circulares, de grandes diâmetros, para atingir as altas velocidades de corte, o que limitou o uso prático de seus estudos e o avanço das pesquisas nessa área.

A Figura 3.2 ilustra as etapas históricas do desenvolvimento da Tecnologia HSC.

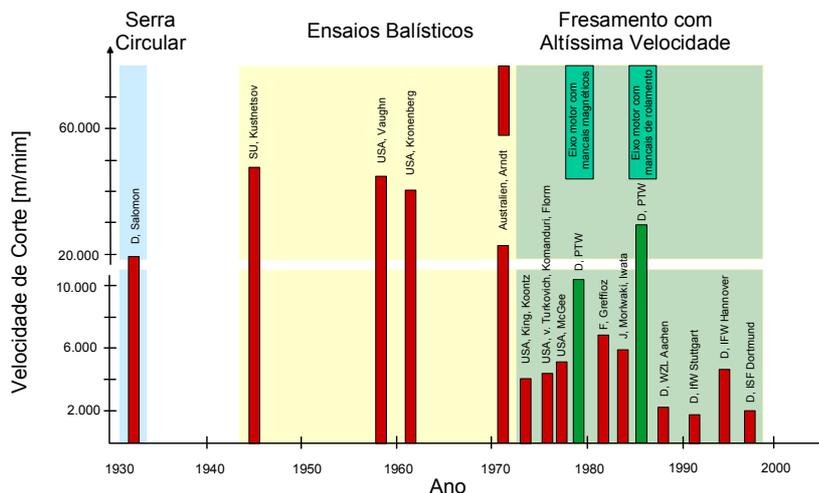


Figura 3.2 : Histórico do desenvolvimento da Tecnologia HSC [36, 38].

Conforme pode ser observado, as pesquisas somente voltam a se intensificar na década de 50 com a utilização de ensaios balísticos, uma vez que a tecnologia das máquinas ferramentas e seus componentes não eram capazes de gerar as velocidades desejadas [38].

Ensaio balísticos utilizam o princípio de projéteis para disparar o corpo de prova contra a ferramenta de corte, ou seja, o corpo de prova é impulsionado, sobre um trilho, contra um conjunto fixo no qual a ferramenta de corte está posicionada.

Apesar da limitação na aplicação industrial de ensaios balísticos, os estudos serviram de base para a formulação do cálculo da pressão específica de corte e das forças de corte

atuante no processo de usinagem e utilizadas atualmente [Kronenberg, 1961-1962, apud 38].

Com isso, verificou-se cientificamente, pela primeira vez, o comportamento da força de corte na usinagem com altas velocidades, comprovando, assim, que a partir de uma determinada velocidade de corte as forças de corte reduzem gradativamente com o aumento da velocidade, para posteriormente voltarem a crescer. Característica extremamente importante para a inserção da Tecnologia HSC na manufatura de superfícies complexas.

Ainda nesta fase, alguns estudos de Vaught [39, 40] e Willianson [41] nos EUA sinalizavam tanto para o aumento da produtividade quanto para a redução dos custos com a aplicação dessa tecnologia, desde que os problemas com o intenso desgaste da ferramenta e as vibrações nas máquinas ferramentas fossem solucionados.

No final da década de 70, McGee [42] demonstra resultados satisfatórios com o aumento da produtividade e redução dos custos na aplicação da Tecnologia HSC na usinagem de alumínio com velocidades de corte acima de 6.500 mm/min.

Porém, somente no início da década de 80, com o desenvolvimento da tecnologia das máquinas ferramentas, foi possível prosseguir com os estudos fundamentais e aplicá-los na indústria, iniciando desta forma, os primeiros trabalhos na usinagem de superfícies complexas [5].

Apesar da definição da Tecnologia HSC de Salomon ser considerada até os dias atuais, Schulz [5] formulou outra definição baseada em sua aplicação industrial, tendo como referência a velocidade de corte no processo de usinagem convencional.

Tem-se então que a Tecnologia HSC é uma tecnologia de usinagem realizada com velocidades de corte que ultrapassam de 5 a 10 vezes as convencionais para um determinado material [5, 36, 43]. A Figura 3.3 ilustra essa definição.

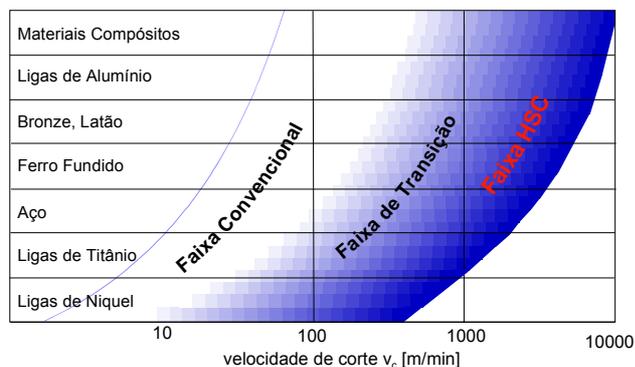


Figura 3.3: Definição da Tecnologia HSC [5].

### 3.1.1 Característica e Aplicações

A Tecnologia HSC tem como objetivo inicial reduzir o tempo de fabricação em virtude do aumento das velocidades de corte. No entanto, durante o seu desenvolvimento novas características surgiram, tais como:

- baixas forças de corte;
- grande remoção de material;
- alta qualidade superficial;
- elevada frequência de excitação;
- grande dissipação do calor da usinagem pelo cavaco.

A redução da força de corte na usinagem com altas velocidades pode ser vista em inúmeros trabalhos, dentre os quais Tönshoff et al [44]. Nesse trabalho, através de estudos com o processo de torneamento em aço CK45N (AISI 1045) observou-se há uma redução das forças de corte e de avanço em função do aumento da velocidade de corte, conforme ilustrado na Figura 3.4.

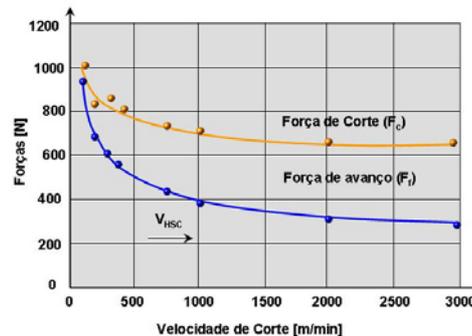


Figura 3.4: Forças de corte no torneamento com altas velocidades [44].

Klocke e Hoppe [45] observaram também essa característica no processo de torneamento em alumínio AA 7075 e aço AISI 1045. No entanto, conforme se observa na Figura 3.5, a partir de uma determinada velocidade de corte, a força de corte volta a aumentar em função da velocidade de corte.

Apesar desse resultado não ser comum na literatura voltada para a Tecnologia HSC, ele vai ao encontro da teoria do pesquisador Arndt [46], na qual, a força de corte volta a aumentar a partir de uma determinada magnitude de velocidade de corte (Ultra Velocidade de Corte). Esse efeito ocorre em função do aumento das forças dinâmicas e do aumento da resistência de cisalhamento do material, ocasionado pela ação das altas velocidades de corte no processo [46].

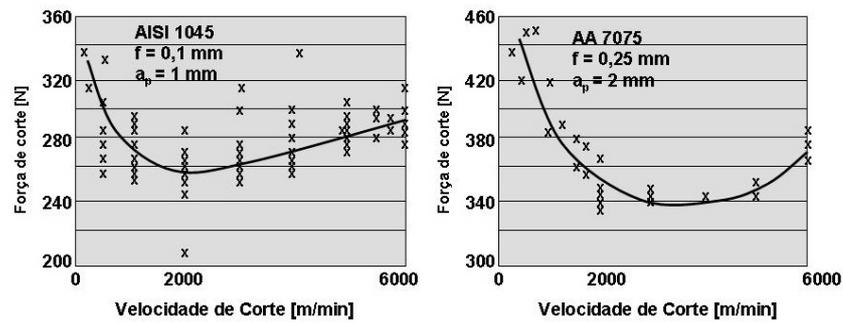


Figura 3.5: Comportamento das forças de corte no processo de torneamento [45].

Em virtude de suas características, a aplicação da Tecnologia HSC traz vantagens significativas quanto ao aumento da qualidade, redução do lead time de produção e redução dos custos na maioria dos processos de fabricação [47, 48], sendo inclusive destacada, pelo relatório estatístico da indústria Alemã de máquinas ferramentas [7], em 2005, como uma tendência nos processos fabricação e no desenvolvimento de máquinas ferramentas.

A Figura 3.6 correlaciona as características dessa tecnologia às respectivas áreas de aplicação e exemplos de aplicação.

Vantagens HSC	Áreas de Aplicação	Exemplos de Aplicação
grande remoção de material	ligas metálicas leves	indústria aeroespacial
	aço e ferro fundido	moldes e matrizes
alta qualidade superficial	usinagem de precisão	peças óticas e mecânica fina
	peças especiais	compressores espirais
baixas forças de corte	peças de paredes finas	indústria aeroespacial; indústria automotiva equipamentos domésticos
elevada frequência de excitação	usinagem sem vibração de peças complexas	peças de alta precisão; indústria ótica
dissipação de calor através do cavaco	usinagem sem empenamento	peças de alta precisão
	baixa temperatura de processo	ligas de magnésio

Figura 3.6: Áreas de aplicação da Tecnologia HSC [36, 43].

Dentre as áreas de aplicação dessa tecnologia, a manufatura de superfícies complexas representada principalmente pelas indústrias de moldes e matrizes, é uma das mais beneficiadas, pois as características de grande remoção de cavaco e alta qualidade superficial atuam diretamente na redução do tempo de usinagem e no melhoramento do acabamento do produto.

Na literatura técnica [48, 49] existem inúmeros exemplos de sucesso de aplicação da Tecnologia HSC na manufatura de moldes e matrizes, os quais destacam as reduções do tempo de manufatura e de suas etapas subseqüentes, polimento e ajuste geométricos. A redução dos tempos das etapas subseqüentes é resultado do incremento de qualidade superficial e exatidão geométrica. A Figura 3.7 e Figura 3.8 ilustram alguns exemplos de aplicação da Tecnologia HSC na manufatura de moldes e matrizes.

Na Figura 3.7 utiliza-se a manufatura de uma matriz de estampo da porta de um automóvel, na qual, a aplicação da Tecnologia HSC não resultou diretamente na redução do tempo de usinagem. Pelo contrário, esse tempo sofreu um incremento decorrente da necessidade de uma operação adicional de pré-acabamento. Entretanto, os ganhos com a qualidade superficial e geométrica do produto final fizeram com que as fases seguintes do processo produtivo, como acabamento manual e ajustes (*try out*), fossem reduzidas significativamente, resultando numa redução do *lead time* em 49% [5, 48].

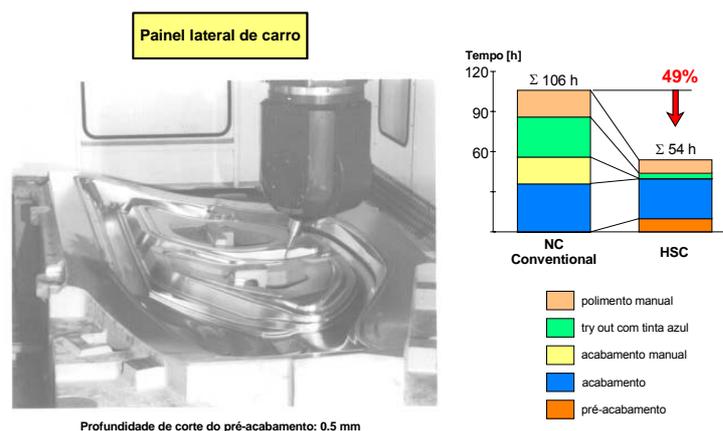


Figura 3.7: Manufatura de uma matriz de estampo [48].

Na Figura 3.8, em que, a Tecnologia HSC é aplicada na manufatura de um molde de injeção, observa-se, além da redução do tempo de usinagem referente às operações de desbaste e pré-acabamento e do tempo na operação de acabamento manual, a substituição, por completo, do processo Eletroerosão (EDM - *Electrical Discharge Machining*) e, conseqüentemente, a usinagem de seu eletrodo: a redução do processo final foi da ordem de 54%.

No entanto, a grande exigência técnica na aplicação da Tecnologia HSC faz com que os benefícios estejam diretamente relacionados ao comportamento das demais tecnologias envolvidas num processo de manufatura, ou seja, os benefícios plenos somente podem ser alcançados através da compreensão e interação dos diversos fatores e tecnologias que influenciam na determinação do melhor processo de manufatura, sendo que, alguns deles até então, estavam ocultos nos processos de usinagem tradicionais.

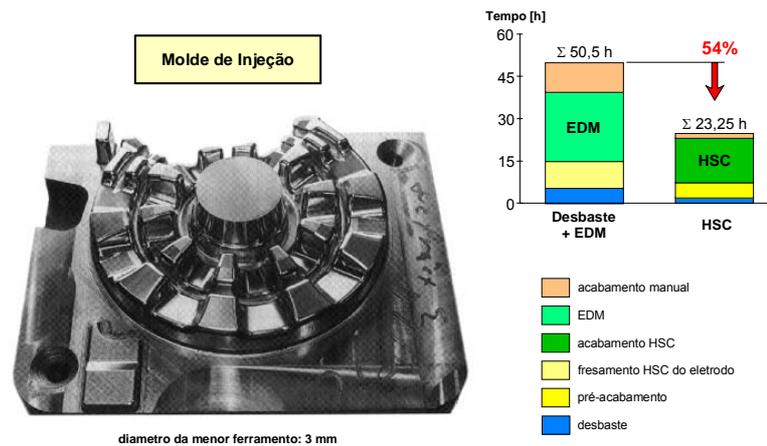


Figura 3.8 : Manufatura de um molde de injeção [48, 49].

Schulz [5] representa a interação da Tecnologia HSC, de forma holística, com as demais tecnologias envolvidas num processo, conforme pode ser observado na Figura 3.9.

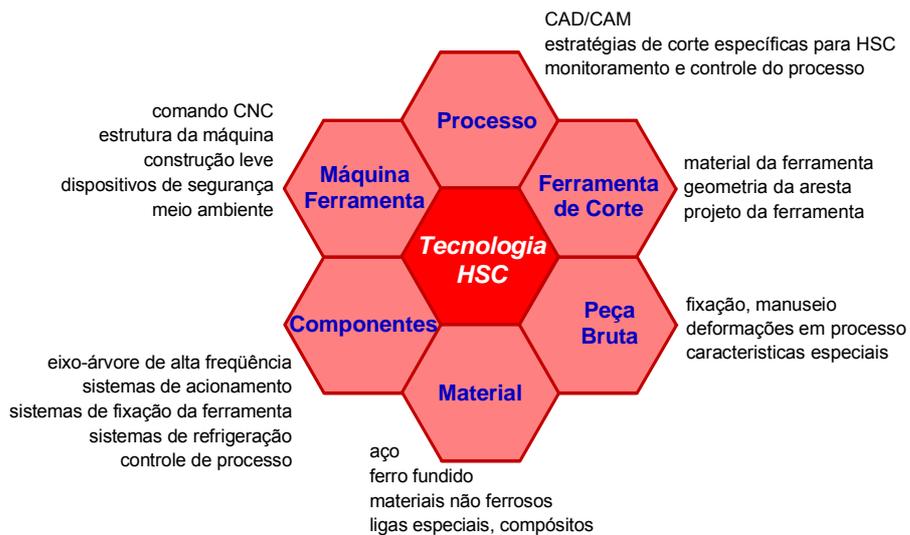


Figura 3.9: Tecnologias relacionadas à Tecnologia HSC [5].

Horning [50], abordando uma perspectiva para o futuro da indústria de moldes e matrizes da Alemanha, destaca como desafio para essa indústria o surgimento de novos mercados produtores com custos de mão de obra inferiores e com fácil acesso às tecnologias envolvidas no processo de manufatura.

A inovação em tecnologia e, principalmente, a inovação do processo de manufatura em direção à melhor eficiência e exatidão, são os principais caminhos apontados por Horning [50] para as indústrias de moldes e matrizes manterem-se competitivas. Nota-se que esses caminhos estão diretamente relacionados com o aumento de profissionais especializados nessa área.

Como efeito disso, destaca-se o surgimento de prêmios de competência na manufatura de moldes e matrizes voltados para profissionais dessas indústrias, impulsionando, assim, o seu aprendizado e evolução [51].

### 3.1.2 Características de máquinas ferramentas HSC

Apesar da grande evolução do conceito HSC até meados de 80, somente com o desenvolvimento tecnológico das máquinas ferramentas e de seus componentes é que foi possível desenvolver sua aplicação na indústria.

Basicamente, as máquinas ferramentas de alto desempenho diferem das convencionais pela evolução de seus módulos construtivos, que envolvem desde um eixo árvore de alta rotação, acionamentos de alto desempenho dinâmico, comando numérico, projetos de construção leve e sistemas de segurança [18].

Na Tecnologia HSC, dentre todos esses módulos construtivos, o eixo árvore ganha fundamental importância por ser responsável pela geração de velocidade de corte e da potência de trabalho da máquina ferramenta.

O eixo árvore ideal deve ter como características uma alta rotação e uma alta potência, com as quais, as exigências de altas velocidades para as operações de acabamento e de alta potência de trabalho para as operações de desbaste em aços endurecidos sejam satisfeitas. No entanto, na prática, essas duas características, em função da limitação das tecnologias envolvidas, são conflitantes [52].

Schulz, através da Figura 3.10, ilustra os estágios teórico (a) e prático (b) no desenvolvimento de um eixo árvore de alta rotação.

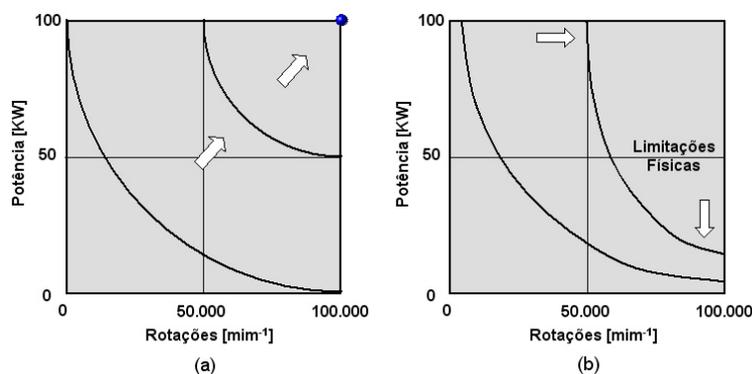


Figura 3.10: Desenvolvimento de eixos árvore com altas velocidades [52].

No estudo realizado por Abele [53] sobre a evolução dos eixos árvores comerciais no período de 1997 e 2002 (Figura 3.11), pode-se observar que geralmente a rotação do eixo árvore é inversamente proporcional à potência de trabalho.

No entanto, nesse mesmo estudo, observa-se que mesmo tendo a tecnologia para desenvolver eixos árvores com rotações acima de  $50.000 \text{ mim}^{-1}$  ou com potência acima de 80 KW, nos últimos anos o desenvolvimento de novos eixos árvores versáteis, que alcançam rotações entre 20.000 a  $40.000 \text{ mim}^{-1}$  e potência entre 30 a 80 kW, têm obtido maior ênfase.

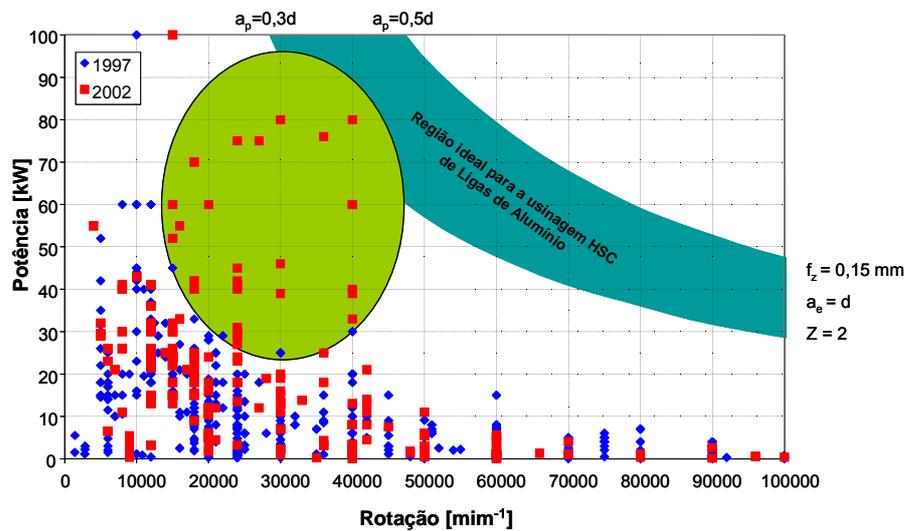


Figura 3.11: Evolução dos eixos árvores comerciais [53].

Associando a rotação dos eixos árvores à velocidade de avanço, Schulz [43] cria uma classificação para as máquinas ferramentas, de acordo com a Figura 3.12.

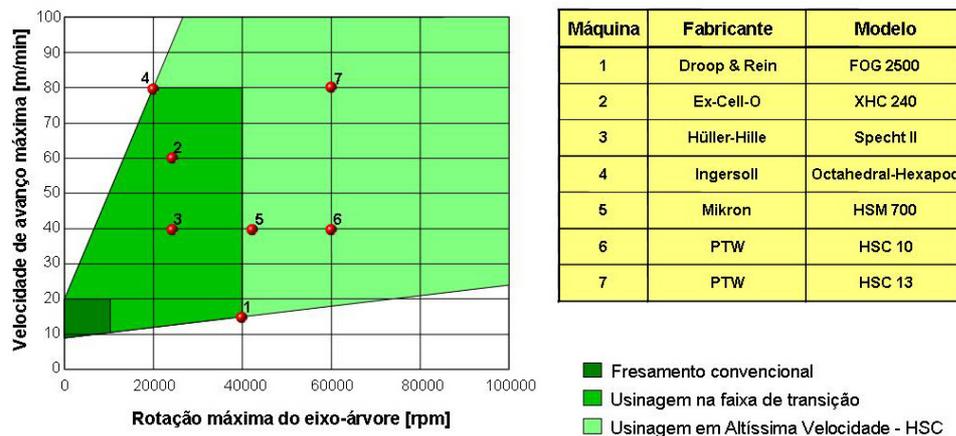


Figura 3.12: Classificação de máquinas ferramentas [43,54].

Através dessa classificação tem-se:

- Fresamento convencional: usinagem realizada com máquinas ferramentas que não atingem nem altas velocidades de corte (*High Speed Cutting* - HSC) e nem altas velocidades de avanço (*High Velocity Machining* - HVM);
- *High Velocity Machining*: usinagem realizada com máquinas ferramentas que apresentam rotações na faixa de transição para HSC, porém, com uma potência de corte superior. Essa característica associada às altas taxas de velocidades de avanço possibilitam um alto desempenho nas operações de desbaste de materiais ferrosos [43];
- *High Speed Cutting*: usinagem realizada com máquinas ferramentas que apresentam rotações na faixa HSC. A falta de potência de corte do eixo árvore faz com que este tipo de máquina ferramenta seja aplicado normalmente nas operações de acabamentos de materiais ferrosos e em operações de desbaste e acabamento de materiais não ferrosos que não exigem grandes potências de corte [43].

Nessa classificação, observa-se que as máquinas ferramentas comerciais, devido à necessidade de versatilidade da indústria, tendem a atuar na região de transição, enquanto, que as máquinas ferramentas protótipos de institutos de pesquisas tendem a atuar na região de usinagem com altíssima velocidade.

Essa tendência de máquinas ferramentas apresentada na Figura 3.12, mesmo sendo obtida em 1996, ainda hoje se mantém atualizada. A exemplo disso pode-se considerar as máquinas ferramentas utilizadas nos ensaios de usinagem deste trabalho (Ver item 4.2.5). O centro de usinagem de última geração, modelo C30 U do fabricante Hermle ( $V_{fmax} = 50.000 \text{ mm/min}$  e  $n = 28.000 \text{ min}^{-1}$ ) localiza-se na região de transição, enquanto, o protótipo HiDyn ( $V_{fmax} = 100.000 \text{ mm/min}$  e  $n = 40.000 \text{ min}^{-1}$ ), do instituto de pesquisa PTW, atua na região de usinagem com altíssimas velocidades.

Outra característica extremamente importante na concepção de uma máquina ferramenta HSC está relacionada com o tipo de acionamento utilizado para realizar a movimentação dos eixos.

A utilização de fusos de esferas recirculantes para converter movimentos rotacionais em movimentos lineares apresenta excelentes vantagens mecânicas, sendo, por isso, amplamente aplicada em máquinas ferramentas com alto desempenho [18].

Conforme pode ser observado na Figura 3.13, o acionamento do fuso de esfera pode ser realizado de forma direta, através de uma união fuso-motor com um acoplamento flexível, ou de forma indireta através da união fuso-motor com o auxílio de uma transmissão por correia. Máquinas ferramentas de alto desempenho devem evitar a utilização de

transmissão por correia, por esta apresentar sérios problemas com relação ao controle dos movimentos e rigidez do sistema [18].

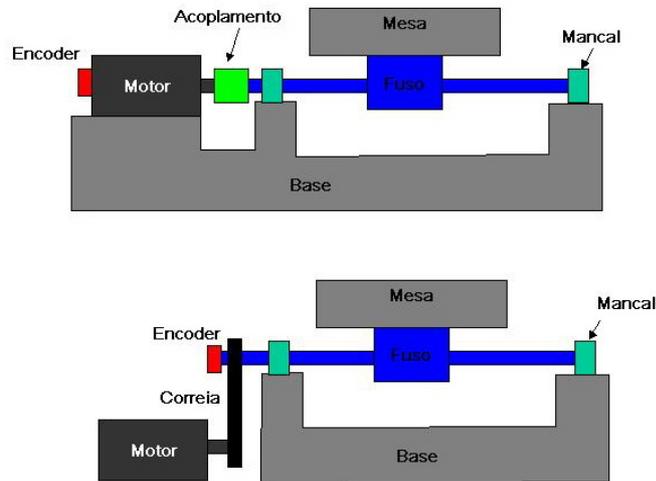


Figura 3.13: Representação do acionamento por fuso de esfera [18].

Na Figura 3.13, além do tipo de acionamento entre o motor e o fuso de esfera, pode-se observar o elemento encoder no sistema de acionamento. O encoder é um componente eletrônico composto de um sistema de localização fotoelétrico sobre um disco graduado que gera sinais de localização para a máquina ferramenta à medida que é rotacionado.

A exatidão e resolução do encoder estão diretamente relacionadas com o intervalo de graduação de seu disco interno e com o passo do fuso de esfera. A utilização de um encoder com baixa resolução resulta em baixo desempenho dinâmico nas máquinas ferramentas e, conseqüentemente, em problemas de usinagem, tais como: baixas velocidades de avanço e qualidade superficial ruim [18].

Além disso, sistemas controlados por encoder não levam em consideração as variações térmicas do passo do fuso, assim como, suas folgas de inversão de movimento (*backlash*).

A substituição do encoder pela régua ótica é freqüentemente realizada em máquinas ferramentas com alto desempenho dinâmico. Nesse caso o controle de posição é realizado diretamente em relação ao movimento real da mesa, com exatidão na ordem de 0,2 a 3  $\mu\text{m}$  [18].

A Figura 3.14 ilustra a evolução das soluções integradas para o acionamento e eixos árvores aplicados em máquinas ferramentas.

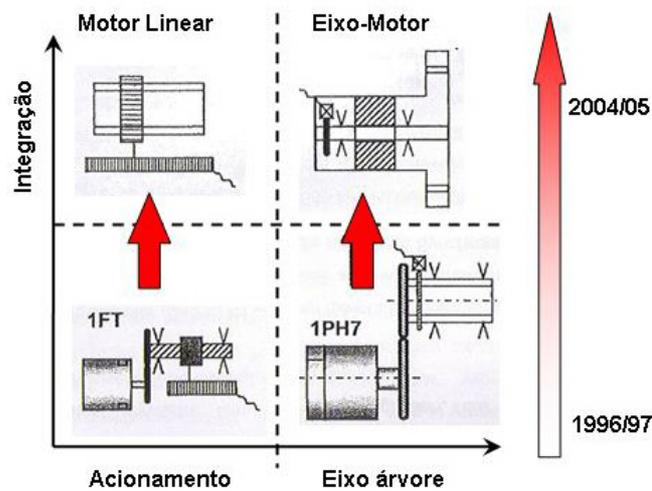


Figura 3.14: Soluções integradas em máquinas ferramentas [56].

Dentre essas soluções integradas, o acionamento por fuso de esfera pode ser substituído por um acionamento baseado em motores lineares, no qual, o movimento ocorre através de um sistema integrado e direto, sem o auxílio de acoplamentos, conforme pode ser observado na Figura 3.15.

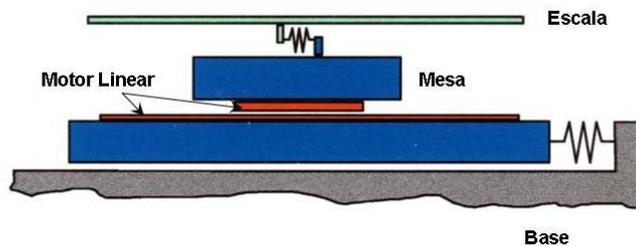


Figura 3.15: Representação do acionamento por motor linear [55].

Os ganhos com relação à exatidão dos movimentos e à capacidade de aceleração fazem com que o acionamento por motor linear seja atualmente uma característica importante em uma máquina ferramenta com alto desempenho [56].

Schmitt [54] destaca que enquanto no acionamento por fusos de esfera as taxas de aceleração estão entre 5 a 10  $m/s^2$  e de velocidade de avanço em 40.000 mm/min, no acionamento por motor linear tem-se taxas de aceleração até 30  $m/s^2$  e de velocidade de avanço acima de 100m/min. A Figura 3.16 compara o potencial de aceleração em ambos os acionamentos.

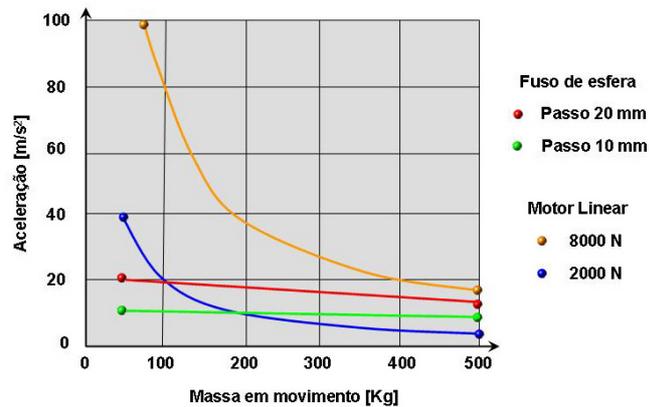


Figura 3.16: Capacidade de aceleração em função do acionamento [54].

Na Figura 3.16 pode-se observar que:

- quanto menor a massa em movimento, maior será a capacidade de aceleração dos motores lineares em relação ao fusos de esferas;
- com o aumento da massa em movimento, os motores lineares perdem drasticamente a sua capacidade de aceleração;
- a capacidade de aceleração dos fusos de esferas não sofre forte variação em relação a massa em movimento.

A característica da capacidade de aceleração em função da massa em movimento é um fator impulsionador à aplicação de novos materiais e conceitos nas estruturas dinâmicas das máquinas ferramentas de alto desempenho.

O aumento da exatidão dos movimentos em máquinas ferramentas com motores lineares é evidenciado pelo estudo de Walz [55], no qual, comparando a aplicação de acionamentos por fuso de esfera e por motor linear em máquina ferramenta, obteve respectivamente erros de posicionamento na ordem de 5  $\mu\text{m}$  e 0,4  $\mu\text{m}$ . Os ensaios foram realizados com movimentos descrevendo um círculo com diâmetro de 300 mm e com velocidade de avanço de 4.000 mm/min.

Para a manufatura de superfícies complexas essas características do acionamento por motor linear resultam em reduções drásticas do tempo de manufatura, conforme ilustrado na Figura 3.17.

As reduções do tempo de manufatura na ordem de 50% permitem a substituição de até duas máquinas ferramentas convencional por uma de alto desempenho. Essa característica já pode ser evidenciada na Daimlerchrysler Alemã com a substituição de 11 centros de usinagem com acionamento por fuso de esfera por apenas 6 centros de usinagem com acionamento por motor linear [58].

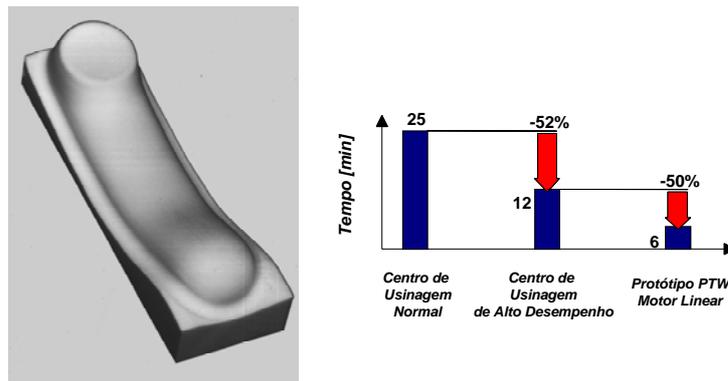


Figura 3.17: Eficiência do acionamento por motor linear [57].

Apesar disso, os custos relacionados com a aplicação do acionamento de motor linear em máquinas ferramentas é atualmente um fator limitante para a maior inserção dessa tecnologia na indústria. Esse custo relaciona-se principalmente aos sistemas especiais de proteção e refrigeração necessários para essa aplicação, assim como, suas manutenções.

### 3.1.3 Característica do comando numérico

Na manufatura de superfícies complexas através do ciclo CAD/CAM/CNC, o comando numérico será responsável pela interpretação da trajetória da ferramenta, gerada pelo Sistema CAM, e pela conversão dessa trajetória em informações de movimento para os motores, assim como gerenciar todo o comportamento dinâmico da máquina ferramenta.

Nos CNCs mais antigos todas essas ações eram processadas através de uma central única de processamento, ou seja, tanto uma edição manual do operador quanto o processamento de um Programa NC eram processados juntos.

Com o desenvolvimento das máquinas ferramentas e com o aumento das exigências dinâmicas na manufatura de superfícies complexas com HSC, o CNC evoluiu na direção do aumento da capacidade de processamento [59].

Nesse novo contexto, os CNCs necessitam reduzir o tempo de resposta, para, de forma eficiente, comandar e gerenciar a nova dinâmica destas máquinas ferramentas. Isto faz com que, a maioria dos fabricantes reestruture internamente o fluxo de processamento de seus comandos numéricos, a fim de desmembrar a central de processamento em várias centrais projetadas e dimensionadas para um processamento específico [60].

A Figura 3.18 ilustra a estrutura do comando numérico Siemens 810/840D voltada para essas novas exigências.

Nota-se neste comando que existem duas unidades de processamentos, a MMC (*Man Machine Communication*) responsável pela interface entre o comando e o operador e a CCU (*Compact Control Unit*), responsável pela interface entre o comando e os motores.

Além da reestruturação do fluxo de processamento das informações, os CNCs voltados para a Tecnologia HSC apresentam, na busca contínua da otimização, funções especiais para a usinagem com altas velocidades. Essas funções envolvem a análise de blocos subseqüentes do Programa NC (Função *Look ahead*), controle da velocidade de avanço real, controle da curva de aceleração da máquina ferramenta e funções de interpolação indireta da trajetória da ferramenta (Ver item 3.4.2.3).

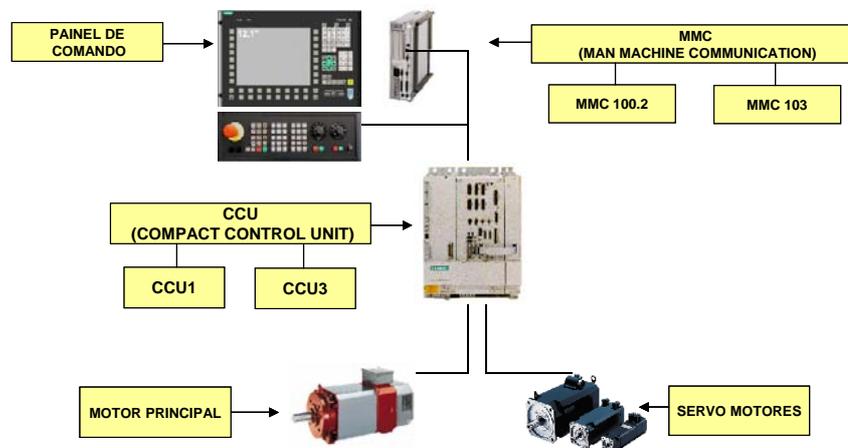


Figura 3.18: Estrutura do comando Siemens 810D.

### 3.1.3.1 Tempo de Resposta da Máquina Ferramenta

O tempo de resposta da máquina ferramenta é uma característica que envolve o CNC e as suas estruturas mecânicas e eletroeletrônicas. Esse é o tempo que o CNC leva para ler um bloco de informação, processar e transmitir estas informações para a máquina ferramenta executar o movimento [18].

Essa característica, também conhecida, com ressalvas, como tempo de processamento de bloco, é normalmente utilizada pelos fabricantes do CNC como um parâmetro de desempenho. As ressalvas referem-se ao fato de alguns fabricantes de CNC não levarem em consideração o conjunto máquina ferramenta na sua determinação.

Caso o tempo de resposta da máquina ferramenta seja maior que o tempo execução do segmento da trajetória da ferramenta, a ferramenta irá atingir o ponto de destino e a informação para o próximo movimento ainda não estará disponível.

Para evitar essa condição, os CNC mais modernos reduzem automaticamente a velocidade de avanço programada para uma velocidade de avanço compatível com a sua velocidade de processamento, reduzindo a velocidade de avanço real e, conseqüentemente, aumentando o tempo de usinagem.

Isto faz com que o tempo de resposta seja uma característica extremamente importante na manufatura de superfícies complexas com alta velocidade, principalmente, em função da segmentação da trajetória da ferramenta relacionada com as Interpolações Linear e *Spline*.

A Equação 2 fornece a estimativa do valor máximo de velocidade de avanço em função do tempo de resposta e do tamanho do segmento de movimento [18, 61].

$$V_f \leq \frac{\Delta_L}{TRM / 60} \quad (2)$$

Em que:

- $V_f$  = velocidade de avanço [mm/min];
- $\Delta_L$  = tamanho do segmento programado [mm];
- TRM = Tempo de Resposta da Máquina Ferramenta [s].

Mantendo o valor do tempo de resposta da máquina ferramenta como uma constante na Equação 2 pode-se determinar o tamanho do segmento mínimo em função da velocidade de avanço. Essa condição, para tempos de resposta na ordem de 1, 10 e 20 ms está ilustrada na Figura 3.19.

Observa-se que o segmento mínimo a ser utilizado para representar a trajetória da ferramenta aumenta de forma progressiva conforme o aumento da velocidade de avanço e do tempo de resposta.

Com isso, uma máquina ferramenta com um TRM na ordem de 10 ms, somente executará, de forma eficaz, uma trajetória de ferramenta com uma velocidade de avanço de 4.000 mm/min, se essa for representada por segmentos maiores que 0,667 mm. O tamanho desses segmentos irá prejudicar a exatidão da geometria final do produto.

Outra evidência desta relação pode ser observada na Figura 3.20, na qual foi determinada a influência do tempo de resposta em função da velocidade de avanço.

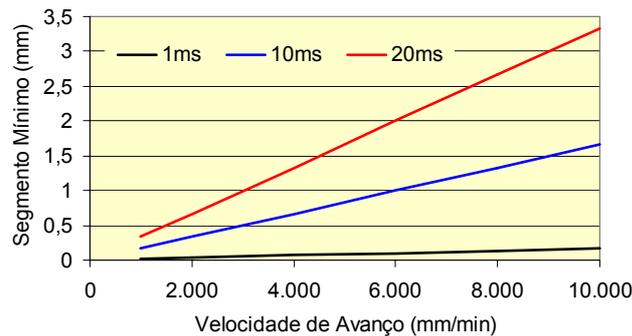


Figura 3.19: Segmento mínimo a ser programado em função do TRM [62].

Para este teste foram utilizados dois Programas NC gerados a partir de círculos com diferentes raios e com diferentes tolerâncias no Sistema CAM [54].

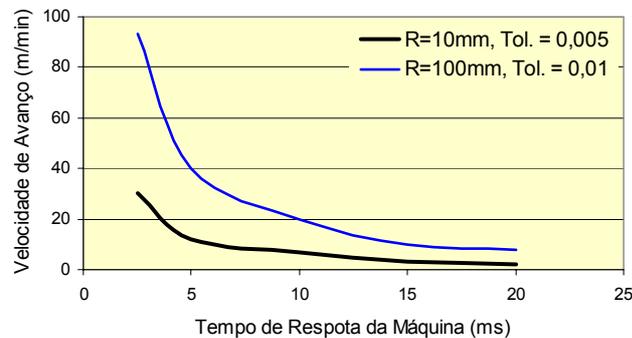


Figura 3.20: Influência do TRM sobre a velocidade de avanço [54].

Observa-se que quanto menor o tempo de resposta da máquina ferramenta, maior poderá ser a velocidade de avanço programada. Além disso, o percurso gerado com um menor raio de curvatura e uma menor tolerância do Sistema CAM será representado por segmentos menores, justificando assim, sua menor velocidade de avanço para um mesmo tempo de resposta.

### 3.1.3.2 Look ahead

Na manufatura de moldes e matrizes com altas velocidades é comum à associação de altas velocidades de avanços e pequenos segmentos de movimento, o que resulta num tempo de execução do bloco muito pequeno. Muitas vezes, até menor que o tempo de resposta da máquina ferramenta [14].

Com isso, a função *Look ahead* (“olhar adiante”) se torna essencial para o CNC, uma vez que essa função irá ler e checar centenas de blocos antecipadamente e em tempo real, para identificar aqueles em que a velocidade de avanço precisa ser modificada.

O CNC analisa a geometria durante a operação e otimiza a velocidade de avanço de acordo com as mudanças de curvatura, além de controlar o percurso da ferramenta de modo que fique dentro da faixa de tolerâncias permitida [14, 63, 64].

Han et al. [14], em estudo em um centro de usinagem equipado com comando Samsung SNC, relatam incrementos significativos da velocidade de avanço em função do aumento da quantidade de linhas analisadas antecipadamente pela função *Look ahead*. Esse aumento de linhas analisadas possibilita um melhor ajuste da velocidade ao longo da trajetória da ferramenta.

A Figura 3.21 ilustra, de forma representativa, a função *Look ahead* sobre a trajetória da ferramenta.

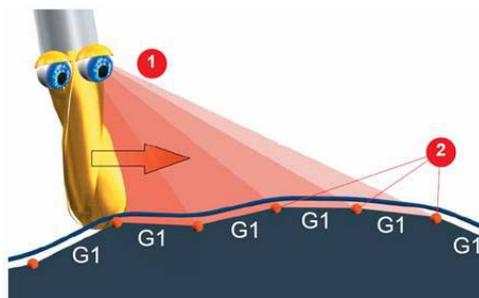


Figura 3.21: Ilustração do efeito da função *Look Ahead* [65].

Dentro do comando Siemens 810/840D a interpretação dos blocos de informações pode ocorrer por dois métodos: método do posicionamento exato G60 (não utiliza a função *Look ahead*) e o método de controle contínuo, habilitado pelas funções G64, G641 e G642 (utilizam a função *Look ahead*) [66].

O método de posicionamento exato anula a velocidade de transição entre os blocos, ou seja, a máquina ferramenta somente executa o bloco seguinte após ter finalizado totalmente o posicionamento do bloco anterior. Com isso, os programas NC executados com este método possuem as seguintes características:

- maior tempo de usinagem;
- maior exatidão geométrica do contorno;
- causa “*Backing off*”, ou seja, interrupções de movimento entre os blocos.

Este método não é recomendado para a execução de programas NC de superfícies complexas, ou operações em que a velocidade constante da trajetória da ferramenta é requerida, principalmente pelo fato de prejudicar o acabamento superficial.

O método de controle contínuo da trajetória faz com que a velocidade de execução de um bloco não diminua durante transição dos blocos de informações. Ou seja, a ferramenta move-se com transições de contorno tangenciais e, com velocidade constante ao longo da trajetória (sem frenagem nos limites de bloco).

A função *Look ahead* ativa o método de controle contínuo, fazendo com que o comando determine antecipadamente para vários blocos o controle da velocidade de avanço. Através deste método é possível produzir cadeias de movimento compostas por percursos curtos e com avanços elevados ao longo da trajetória.

Cada uma das funções que ativam o método de controle contínuo apresentam características próprias com relação ao movimento de transição entre os segmentos programados, conforme descritas a seguir:

- G64: Função *Look ahead* que gera pequenas quebras de canto (chanfros) como movimentos de transição entre blocos.
- G641: Função *look ahead* que gera arcos (arredondamentos) como movimentos de transição entre blocos.
- G642: Função *look ahead* que gera curvas como movimentos de transição entre blocos.

A Figura 3.22 ilustra o efeito dos métodos de posicionamento exato (G60) e de controle contínuo (G64) sobre a velocidade de avanço.

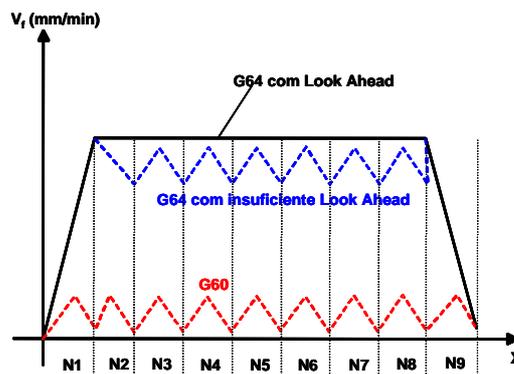


Figura 3.22: Influência da função *Look Ahead* sobre o avanço programado [66].

### 3.1.3.3 Controle da curva de aceleração

Estas funções têm como objetivo controlar a curva de aceleração da máquina ferramenta, influenciando assim seu comportamento dinâmico durante toda a trajetória da ferramenta.

Dentro do comando Siemens 810/840D esse controle é realizado através das funções BRISK e SOFT.

A função *Brisk* faz com que os eixos tenham uma aceleração máxima até atingirem a velocidade de avanço programada, resultando assim numa usinagem com tempo otimizado, porém, com alterações bruscas na aceleração.

Com a função *Soft* os eixos movem-se com uma curva suavizada de aceleração até atingirem a velocidade de avanço programada. Isto possibilita uma exatidão mais elevada da trajetória e uma menor carga dinâmica para a máquina ferramenta.

A Figura 3.23 ilustra o comportamento da velocidade de avanço de uma trajetória sobre influências das funções *Brisk* e *Soft*.

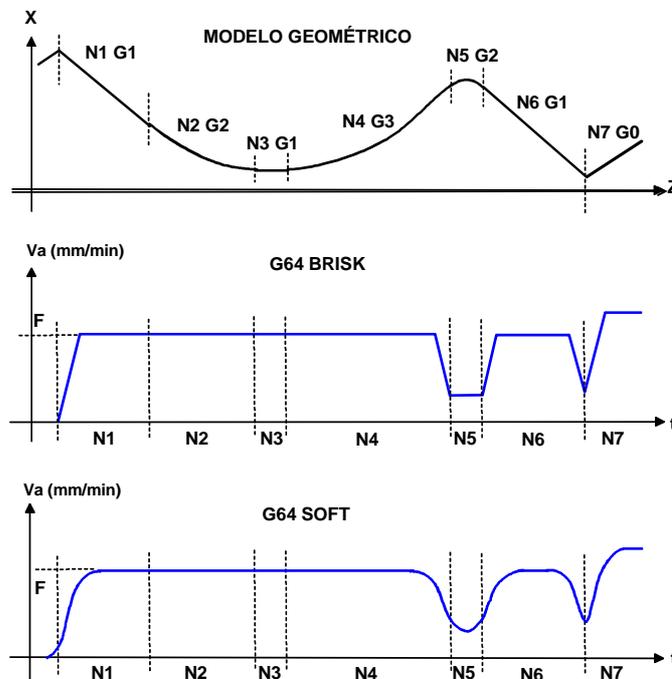


Figura 3.23: Comportamento das funções *Brisk* e *Soft* [66].

### 3.2 Forças atuantes no processo

A busca contínua por um processo de manufatura de superfícies complexas com a máxima otimização do tempo de execução, paralelamente com alta qualidade superficial, impulsiona o aumento das velocidades no processo e a aplicação da Tecnologia HSC.

A aplicação de maiores velocidades de corte e de avanço na manufatura, seja ela representada por geometrias simples ou superfícies complexas, interage diretamente com diversas grandezas envolvidas no processo. Dentre elas, esse tópico destaca a força de corte.

A força de corte, está diretamente relacionada com um processo de manufatura eficiente que envolva a otimização do tempo de execução com qualidade satisfatória, estabilidade e segurança.

O conhecimento das forças de corte atuantes no processo de manufatura permite verificar que [1]:

- a potência do eixo árvore suporte a potência consumida no processo;
- os esforços na ferramenta (*stress*) não causarão sua quebra;
- o efeito da flexão da ferramenta nos desvios geométricos e dimensionais.

Essas informações associadas às novas exigências na manufatura de superfícies complexas com relação à qualidade final e exatidão geométrica, transformam as forças de corte em uma característica importante a ser verificada e analisada, tanto dentro do processo de manufatura quanto no desenvolvimento de máquinas ferramentas para esse processo.

Ramesh [30] aborda, numa visão de desenvolvimento de máquinas ferramentas, a importância das forças de corte como uma das principais fontes dos erros volumétricos de uma máquina ferramenta. Esses erros podem ser causados pela deformação na interface ferramenta - peça em virtude da ação das forças de corte, assim como, pela deformação da estrutura da máquina ferramenta em função do calor gerado pelo processo de corte.

A Figura 3.24 ilustra as fontes de erros a serem consideradas no desenvolvimento de uma máquina ferramenta.

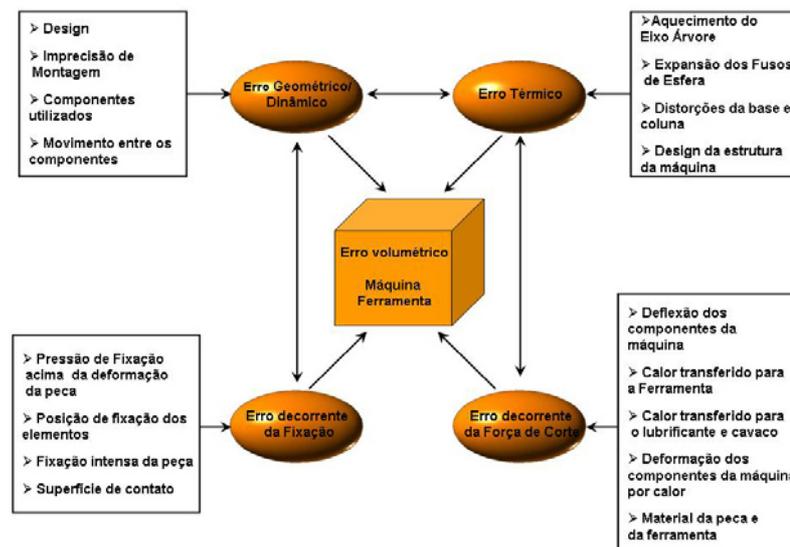


Figura 3.24: Fontes de erros relacionadas com a máquina ferramenta [30].

Como esse trabalho relaciona as forças de corte e os desvios geométricos na manufatura de superfícies complexas, esse tópico irá abordar as características básicas das forças de corte no processo de fresamento. Informações mais detalhadas podem ser obtidas através de literatura específica dessa área [1, 67 - 70].

Previamente à análise das forças de corte no processo de usinagem, necessita-se compreender o mecanismo de formação do cavaco decorrente da atuação dessas forças no processo.

A Figura 3.25 ilustra o mecanismo de formação do cavaco.

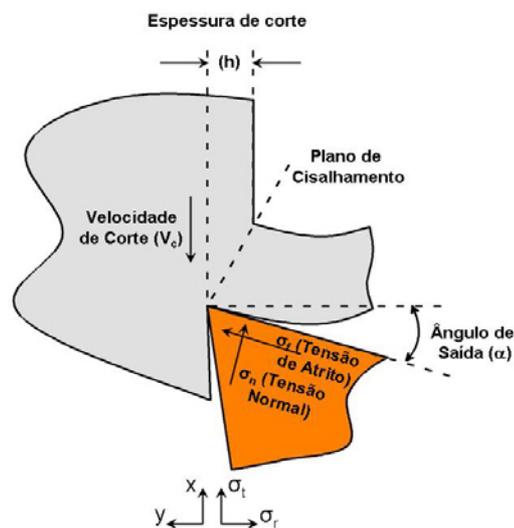


Figura 3.25: Mecanismo de formação do cavaco [1].

Nesse caso, a força de corte aplicada em uma determinada região do material induz uma tensão maior que a tensão de cisalhamento do material, resultando, assim, numa deformação plástica e, conseqüentemente, em sua ruptura ao longo do plano de cisalhamento [71].

A tensão de corte surge em função da tensão normal ( $\sigma_n$ ), aplicada ao material pela ação da ferramenta, e a tensão de atrito ( $\sigma_f$ ) entre a ferramenta e o material. A decomposição da tensão de corte em relação ao seu movimento, resulta nas seguintes tensões:

- $\sigma_t$  - tensão na direção do movimento de corte;
- $\sigma_r$  - tensão perpendicular ao movimento de corte.

Ferraresi [67] e Diniz [68] descrevem o mesmo mecanismo de formação de cavaco através de 4 etapas:

- recalque - pequena porção de material, solidária à peça, é recalçada contra a superfície da mesma pela ação da penetração da ferramenta de corte;
- deformação plástica - material recalçado sofre deformação plástica em função do aumento progressivo das tensões de cisalhamento;
- ruptura - o aumento progressivo das tensões de cisalhamento, decorrentes da penetração da ferramenta de corte, resulta na ruptura parcial ou total do material recalçado (cavaco);
- escoamento - movimento relativo entre a ferramenta e a peça resulta no escoamento do cavaco sobre a superfície de saída da ferramenta.

Durante a etapa de escoamento, inicia-se a formação de um novo recalque, fechando um ciclo de formação do cavaco [67, 68].

Observando ainda a Figura 3.25, nota-se a forte relação entre a força de corte e os demais parâmetros inseridos no processo, tais como:

- as tensões  $\sigma_t$  e  $\sigma_r$  estão diretamente relacionadas em função da magnitude e direção das tensões normal ( $\sigma_n$ ) e de atrito ( $\sigma_f$ );
- a tensão normal ( $\sigma_n$ ) está diretamente relacionada à espessura de corte ( $h$ ) e a tensão do material;
- a direção das tensões normal ( $\sigma_n$ ) e de atrito ( $\sigma_f$ ) depende do ângulo de saída da ferramenta ( $\alpha$ );
- a tensão de atrito ( $\sigma_f$ ) depende do coeficiente de atrito entre a ferramenta e a peça, podendo ser afetado tanto pelo uso de refrigerante de corte ou revestimento da ferramenta.

Uma vez compreendido o mecanismo de formação do cavaco, pode-se iniciar a abordagem da força de usinagem ( $F_u$ ) atuante no processo de fresamento. Segundo Ferraresi [67] e Diniz [68], essa força é analisada com base em suas componentes no plano ortogonal, conforme norma DIN 6584.

A decomposição da força de usinagem é realizada em relação ao plano de trabalho e a seu plano perpendicular. As componentes da força de usinagem que atuam no plano de trabalho são consideradas forças ativas, por atuarem diretamente na potência de corte da operação, enquanto que as componentes do plano perpendicular ao plano de trabalho, por não atuarem na potência de corte, são consideradas forças passivas [67,68].

A Figura 3.26 ilustra a força de usinagem e suas componentes com base na operação de fresamento.

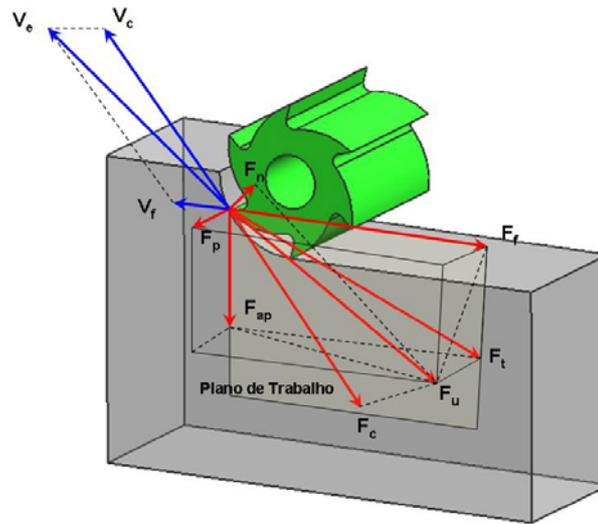


Figura 3.26: Força de usinagem e suas componentes no fresamento [67, 68].

Com base nessa figura, pode-se observar as seguintes forças atuando na operação de fresamento:

- forças ativas ( $F_t$ ) - projeção da força de usinagem ( $F_u$ ) no plano de trabalho;
  - força de corte ( $F_c$ ) - projeção da força de usinagem ( $F_u$ ) na direção de corte;
  - força de avanço ( $F_f$ ) - projeção da força de usinagem ( $F_u$ ) na direção de avanço;
  - força de apoio ( $F_{ap}$ ) - projeção da força de usinagem ( $F_u$ ) na direção perpendicular à direção de avanço;
  - força efetiva de corte ( $F_e$ ) - projeção da força de usinagem ( $F_u$ ) na direção efetiva de corte;
- força passiva ( $F_p$ ) - projeção da força de usinagem ( $F_u$ ) no plano perpendicular ao plano de trabalho;
- força de compressão ( $F_n$ ) - projeção da força de usinagem ( $F_u$ ) na direção perpendicular à superfície principal de corte.

Matematicamente, as forças de avanço ( $F_f$ ), apoio ( $F_{ap}$ ) e de usinagem ( $F_u$ ) podem ser descritas, respectivamente, através das Equações 3, 4, 5 [67,68].

$$F_t = \sqrt{F_{ap}^2 + F_f^2} \quad (3)$$

$$F_{ap} = \sqrt{F_t^2 + F_f^2} \quad (4)$$

$$F_u = \sqrt{F_p^2 + F_t^2} \quad (5)$$

Diniz e Neves [75], através de um estudo no processo de fresamento em material endurecido com fresa esférica, deduzem, conforme a Equação 6, a força de usinagem ( $F_u$ ) em função de suas componentes vetoriais no plano de usinagem (X,Y,Z).

$$F_u = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \quad (6)$$

Baseado na Figura 3.26 e na Equação 6 pode-se deduzir que:

- a componente da força de usinagem no eixo X ( $F_x$ ) equivale à força de avanço ( $F_f$ ) atuante no processo;
- a componente da força de usinagem no eixo Y ( $F_y$ ) equivale à força de apoio ( $F_{ap}$ ) atuante no processo;
- a componente da força de usinagem no eixo Z ( $F_z$ ) equivale à força passiva ( $F_p$ ) atuante no processo.

Além das forças de corte, na Figura 3.26 pode-se observar a atuação de determinadas velocidades no processo de fresamento. Essas velocidades estão distribuídas em:

- velocidade de corte ( $V_c$ ) - velocidade tangencial instantânea resultante da rotação da ferramenta em torno da peça;
- velocidade de avanço ( $V_f$ ) - velocidade instantânea da ferramenta segundo a direção e sentido de avanço;
- velocidade de efetiva de corte ( $V_e$ ) - velocidade instantânea do ponto de referência da aresta de corte em torno da direção efetiva de corte.

Matematicamente, as velocidades de corte ( $V_c$ ) e avanço ( $V_f$ ) podem ser descritas, respectivamente através das Equações 1 (ver item 3.1) e 7:

$$V_f = f \times n \quad (7)$$

Em que:

n - rotação da ferramenta [ $\text{min}^{-1}$ ];

f - avanço [mm/volta].

Em função do uso freqüente de ferramentas de corte com geometrias esféricas na manufatura de superfícies complexas (Fresas esféricas), na Equação 1 deve-se aplicar o diâmetro efetivo da ferramenta, representado matematicamente pela Equação 8.

$$D_e = 2 \times \sqrt{a_p} \times (D_{c2} - a_p) \quad (8)$$

Em que:

- $D_e$  - diâmetro efetivo ferramenta [mm];
- $D_{c2}$  - diâmetro da ferramenta com raio [mm].

### 3.2.1 Aspectos relevantes sobre a força de corte

A força de corte ( $F_c$ ) está diretamente relacionada à pressão específica de corte ( $K_s$ ) e a área da secção de corte ( $A$ ), podendo ser representada matematicamente pela Equação 9.

$$F_c = K_s \times A \quad (9)$$

A área da secção de corte ( $A$ ), de forma geral, relaciona-se diretamente à profundidade ( $A_p$ ) e avanço ( $f$ ) de corte, cuja equivalência pode também ser obtida pelo produto da largura de corte ( $b$ ) e a espessura de corte ( $h$ ), conforme descrito na Equação 10.

$$A = A_s \times f = b \times h \quad (10)$$

Graficamente, considerando os processos de torneamento e fresamento, a área de secção de corte pode ser representada respectivamente pelas Figura 3.27 e Figura 3.28. Na operação de fresamento considerou-se uma fresa de topo reto.

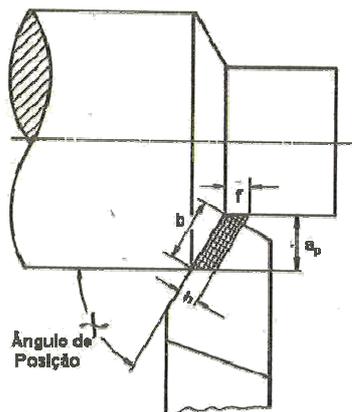


Figura 3.27: Área de corte no processo de torneamento [67, 68].

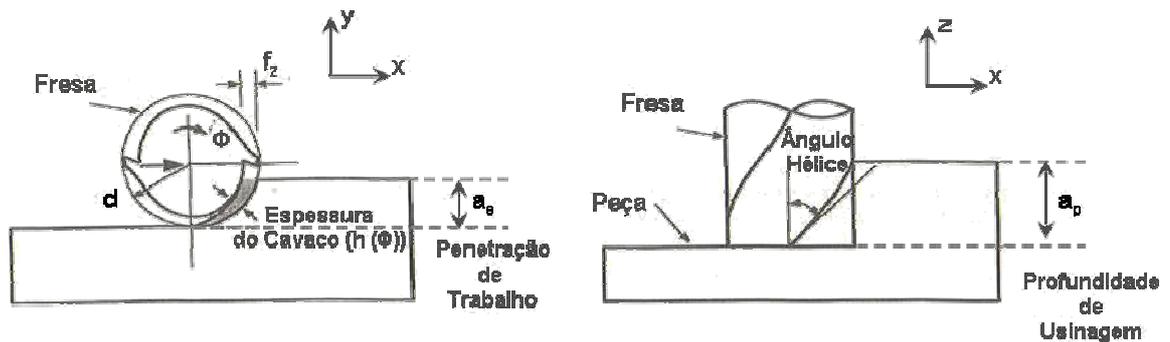


Figura 3.28: Área de corte no processo de fresamento [1].

Através da Figura 3.27 e Figura 3.28, observa-se que a determinação da espessura de corte ( $h$ ) no processo de fresamento, em função de maiores variações geométricas entre o par ferramenta - peça, apresenta características específicas em relação à operação de torneamento.

Na manufatura de superfícies complexas, com a maior utilização de diferentes geometrias de ferramentas de corte (fresas com ponta esférica e toroidal) e as peças sendo representadas por geometrias complexas, a determinação da espessura de corte será de extrema importância para a compreensão da força de corte atuante no processo e, principalmente, um desafio na implantação de modelos matemáticos para a sua representação.

Outro parâmetro envolvido com a força de corte (Ver Equação 9) é a pressão específica de corte ( $K_s$ ). Esta é uma característica do processo de usinagem que varia conforme o tipo de processo adotado e os parâmetros de usinagem internos desse processo.

Dentre os parâmetros gerais de um processo de usinagem que influenciam diretamente no valor da pressão específica de corte destacam-se na literatura [67, 68, 70]:

- material da peça;
- material e geometria da ferramenta;
- secção de corte ( $A$ );
- velocidade de corte ( $V_c$ );
- condições de lubrificação e refrigeração;
- estado de afiação da ferramenta.

Em função do alto nível de interação com os parâmetros de usinagem inseridos no processo, a obtenção da pressão específica de corte baseia-se em fórmulas obtidas em experimentos práticos para um determinado tipo de processo de usinagem.

Taylor, um dos pioneiros nesta área, em 1908, determinou a pressão específica de corte de forma analítica, através das Equações 11, 12 e 13 [67]:

$$K_s = \frac{88}{f^{0,25} \times A_p^{0,07}} \rightarrow \text{para fofo cinzento} \quad (11)$$

$$K_s = \frac{138}{f^{0,25} \times A_p^{0,07}} \rightarrow \text{para fofo branco} \quad (12)$$

$$K_s = \frac{200}{f^{0,07}} \rightarrow \text{para aço semidoce} \quad (13)$$

A seguir será descrita uma breve evolução da formulação do parâmetro  $K_s$  realizada por outros pesquisadores e utilizada atualmente.

Através de um manual específico dessa área (*Manual on Cutting of Metals*), a ASME (*American Society of Mechanical Engineers*), em 1952, apresentou em forma de tabelas estudos envolvendo a velocidade de corte e potência de usinagem para diferentes materiais e geometrias de ferramenta [72 apud 67].

A partir desses estudos, formulou-se a Equação 14, cuja pressão específica de corte ( $K_s$ ) está determinada em função da variável “avanço” ( $f$ ) e das constantes “ $C_a$ ” e “ $n$ ”. A constante “ $C_a$ ” está relacionada com o tipo de material e pode ser obtida em tabelas, enquanto que a constante “ $n$ ” varia entre 0,2 (aços) e 0,3 (ferro fundido).

$$K_s = \frac{C_a}{f^n} \quad (14)$$

Seguindo a mesma direção, a Associação de Produção Econômica da Alemanha (*AWF - Ausschuss für Wirtschaftliche Fertigung*) formulou a Equação 15 baseada em tabelas obtidas em ensaios práticos, nas quais a pressão específica de corte ( $K_s$ ) está determinada em função da variável avanço ( $f$ ) e da constante do material “ $C_w$ ”. As constantes “ $C_w$ ” estão envolvidas com o tipo de material e podem ser obtidas através dessas tabelas [73 apud 67].

$$K_s = \frac{C_w}{f^{0,477}} \quad (15)$$

Observa-se que em ambos os casos, ASME e AWF, a pressão específica de corte ( $K_s$ ) está determinada em função da variável “avanço” ( $f$ ).

Kronenberg [69 apud 67], através de seus ensaios, ampliou os parâmetros de usinagem envolvidos na obtenção da pressão específica de corte, deduzindo a Equação 16.

$$K_s = \frac{C}{f^{ps}} = \frac{C_{ks} \times \left(\frac{G}{5}\right)^{qs}}{A^{fs}} \quad (16)$$

Nesta equação,  $K_s$  é obtida em função das variáveis “avanço” ( $f$ ), profundidade de corte ( $a_p$ ), área da secção de corte ( $A$ ) e do índice de esbeltez ( $G$ ) obtido pela divisão da “profundidade de corte” pelo quociente “avanço” ( $G=a_p/f$ ). Além dessas variáveis, Kronenberg determinou as constantes “ $C$ ”, “ $C_{ks}$ ”, “ $ps$ ”, “ $qs$ ” e “ $fs$ ” em função do material da peça e da ferramenta.

Krienzle, em 1951, apresenta sua formulação da pressão específica de corte ( $K_s$ ) de forma simples e suficientemente precisa [74 apud 67]. Nesse modelo, conforme Equação 17,  $K_s$  está deduzida em função da variável “espessura de corte” ( $h$ ) ao invés da variável “avanço”. Tal característica permite aplicar esse modelo para todas as operações de usinagem.

$$K_s = \frac{K_{s1}}{h^z} = K_{s1} \times h^{-z} \quad (17)$$

A Figura 3.29 ilustra a variação da pressão específica de corte em função da espessura de corte para diferentes operações de usinagem.

Através dessa figura, pode-se deduzir que a variação de  $K_s$  é inversamente proporcional a variação da espessura de corte para todas as operações de usinagem. Esta característica será extremamente importante na análise da força de corte na manufatura de superfícies complexas, uma vez que, em função da variação da geometria do par ferramenta - peça, a espessura de corte sofre variações.

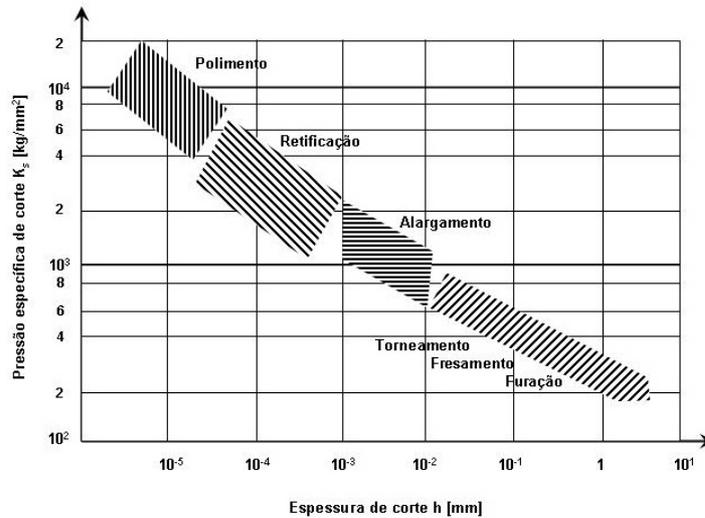


Figura 3.29:  $K_s$  em função da espessura de corte [67].

Aplicando a Equação 17 na Equação 9, pode-se obter a formulação da força de corte em função de  $K_s$  obtido por Kienzle, conforme ilustrado na Equação 18.

$$F_c = K_{s1} \times h^{1-z} \times b \quad (18)$$

Atualmente, a Equação 18 é amplamente utilizada na indústria, sendo que valores para as “ $K_{s1}$ ” e “ $1-z$ ” são encontrados em tabelas conforme o tipo de material. Sandvik Coromant, ao invés de tabelar os valores dessas constantes, preferiu gerar suas tabelas com base em  $K_s$  para uma espessura de cavaco com 0,4 mm ( $h=0,4$ ) e um ângulo de saída da ferramenta de  $6^\circ$  [68]. A partir disso, pode-se utilizar a Equação 19 para corrigir o valor de  $K_s$  para outra situação de usinagem.

$$K_{scorrigido} = K_{stabelado} \times \left( \frac{0,4}{h} \right)^{0,29} \quad (19)$$

Da mesma forma que os parâmetros envolvidos no processo de usinagem influenciam na pressão específica de corte e, conseqüentemente, na força de corte, Diniz e Neves [75] abordam, em seus experimentos com fresas esféricas, a influência direta desses parâmetros na Força de Usinagem e suas componentes no plano de usinagem (Eixos X, Y, Z).

Nesses experimentos são destacados os seguintes fatores relacionados à força de usinagem:

- sentido de corte discordante apresenta maior influência nas forças de usinagem em relação ao sentido de corte concordante;

- o parâmetro de penetração de trabalho ( $a_e$ ) influencia diretamente as forças de apoio ( $F_{ap}$ ), passiva ( $F_p$ ) e força de usinagem ( $F_u$ );
- o parâmetro avanço por dente ( $f_z$ ) influencia fortemente a força de avanço ( $F_f$ );
- a força de corte cresce numa proporção inferior à taxa de remoção de cavaco;
- as irregularidades na superfície têm pouca influência na força de corte;

Com relação à manufatura de superfícies complexas com altas velocidades, em que a preparação das superfícies para o acabamento (operação de pré-acabamento) é fundamental para a integridade dessas superfícies, a pequena influência das irregularidades na força de corte [75] deve ser ponderada em função dessas irregularidades estarem diretamente relacionadas à geometria a ser usinada, estratégias adotadas no Sistema CAM e com os parâmetros de corte ( $a_e$  e  $a_p$ ).

Choi e Jerrad [1] também destacam a influência dos parâmetros do processo de usinagem na obtenção da força de corte. Cada um desses parâmetros apresenta variáveis internas independentes que interagem dentro do processo de fabricação. Essas interações influenciam, além das forças de corte, em outras características extremamente importantes para o processo de manufatura de superfícies complexas tais como: flexão da ferramenta, qualidade superficial e economia do processo.

Adotando o mesmo conceito de interação entre tecnologias no âmbito da Tecnologia HSC da Figura 3.9, pode-se obter uma interdependência das características do processo de usinagem com os parâmetros envolvidos e suas variáveis independentes, conforme ilustrado na Figura 3.30.

Dentro da manufatura de superfícies complexas, existem três fatores relacionados à força de corte que apresentam grande particularidade e, em função disso serão analisados a seguir:

- espessura de corte ( $h$ );
- área de contato;
- flexão da ferramenta.

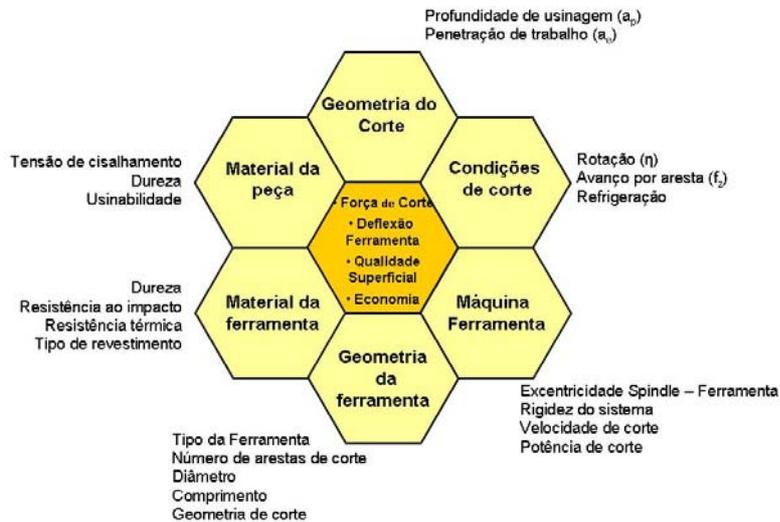


Figura 3.30: Parâmetros relacionados às características do processo de usinagem.

### 3.2.2 Espessura de corte

Conforme visto anteriormente, a espessura de corte está diretamente relacionada à área da secção transversal e, conseqüentemente, com a força de corte. A Equação 20 ilustra a espessura de corte para um fresamento prismático ( $2 \frac{1}{2}$  Eixo) com uma fresa de topo reto [1].

$$h(\phi) = f_z \times \sin \phi = \frac{V_f \times \sin \phi}{Z \times n} \quad (20)$$

Baseado na equação acima, tem-se que a espessura de corte é diretamente proporcional à velocidade de avanço ( $V_f$ ) e inversamente proporcional às variáveis “número de arestas de corte” ( $Z$ ) e a “rotação do eixo árvore” ( $n$ ). O termo “ $\sin \phi$ ” é resultado do efeito causado pelo ângulo da superfície de corte relativo à direção de avanço.

Levando em consideração a manufatura de superfícies complexas, Choi e Jerrad [1] propõem através da Equação 21, um outro modelo de cálculo da espessura de cavaco considerando a utilização de fresas com ponta esférica e movimentos de usinagem com 3 e 5 Eixos.

$$h(\phi, z) = \frac{V_f(\phi, z) \cdot N_s(\phi, z)}{Z \times n} \quad (21)$$

Nesse caso, a espessura de corte é determinada pelo produto escalar da velocidade de avanço ( $V_f(\phi, z)$ ) e da superfície normal de corte ( $N_s(\phi, z)$ ). Enquanto o fresamento com 3

Eixos apresenta uma velocidade de avanço linear ao longo do percurso da ferramenta, para o fresamento com 5 Eixos esta velocidade varia conforme as componentes lineares e angulares do movimento de usinagem.

A Figura 3.31 ilustra a dependência da espessura de corte em relação à direção do vetor normal ao corte da ferramenta ( $N_s$ ) e a velocidade de avanço local ( $V_f(\Phi, z)$ ).

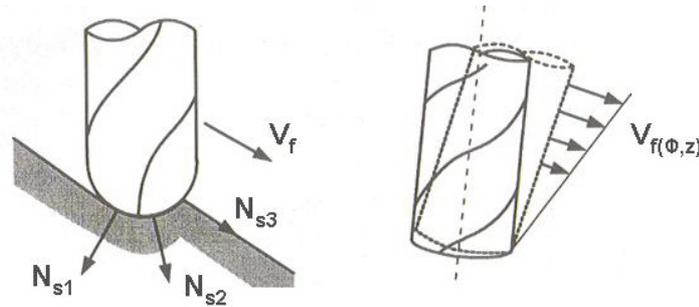


Figura 3.31: Espessura de corte para superfícies complexas [1].

### 3.2.3 Área de contato

O conceito da área de contato é resultante direto das interações geométricas entre a ferramenta de corte e a peça, impulsionadas pelos movimentos de corte do processo de usinagem. Sua influência está diretamente relacionada com a obtenção da área de secção do cavaco ( $A$ ) e, conseqüentemente à força de corte.

Em função disso, essa característica torna-se extremamente importante na manufatura de superfícies complexas, em que a utilização de fresas com diferentes geometrias (fresas de ponta esférica e toroidal) associadas à representação geométrica complexa da peça intensifica essas interações geométricas.

Além disso, a variedade de estratégias de corte fornecidas atualmente pelos Sistemas CAM para a geração de movimentos de usinagem entra como fator determinante nessas interações geométricas [31].

Diversos pesquisadores voltados para a obtenção de um modelo matemático capaz de representar a força de corte atuante no processo de fresamento têm constantemente esbarrado na dificuldade de determinar e aplicar em seus modelos a área de contato de corte. Isso faz com que a área de contato seja objeto de estudo em diversos trabalhos dessa área [31- 35].

Choi e Jerard [1] analisam o efeito da área de contato em movimentos simples (fresamento reto) para o processo de fresamento com fresas de topo reto e ponta esférica, respectivamente através das Figura 3.32 e Figura 3.33.

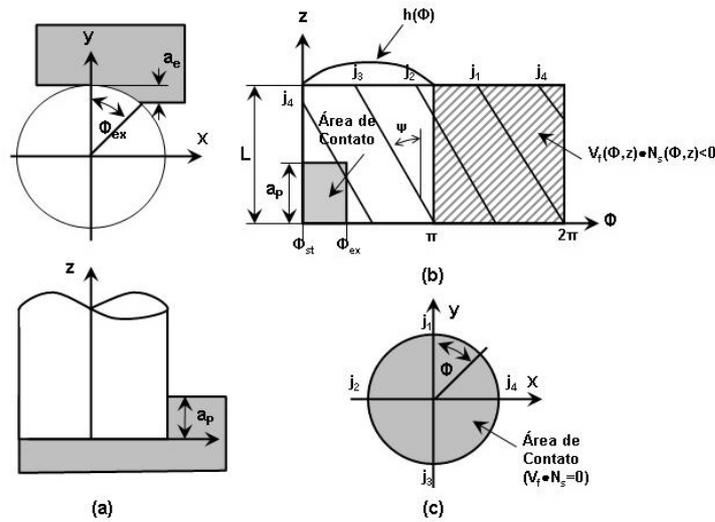


Figura 3.32: Representação gráfica da área de contato para fresa topo reto [1].

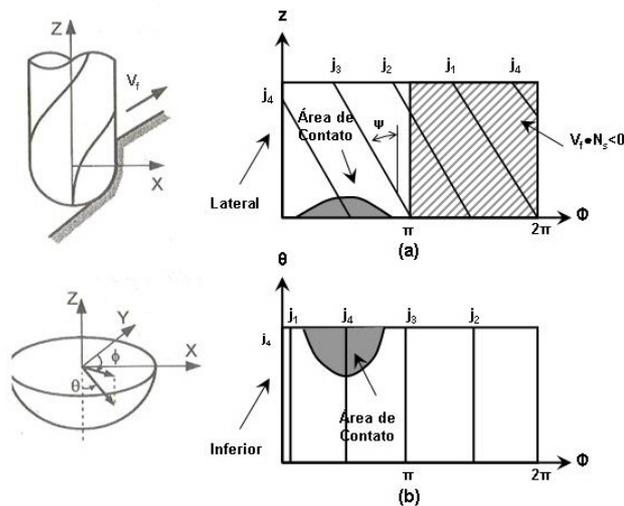


Figura 3.33: Representação gráfica da área de contato para fresa esférica [1].

Através dessas figuras pode-se observar que:

- em ambos os casos, as ferramentas apresentam 4 arestas de cortes ( $j_1-j_4$ ), sendo que a hélice de cada aresta é representada por linhas inclinadas com ângulo  $\Psi$ ;
- na Figura 3.32b a região hachurada representa o lado de trás da ferramenta em que  $f \bullet N_s < 0$ ;
- na Figura 3.32c, na qual a vista inferior da fresa de topo reto é ilustrada, para um movimento no sentido horizontal não existe área de contato às arestas de corte uma vez que a velocidade de avanço na direção do Eixo Z é nula ( $V_f \bullet N_s = 0$ ). Para uma velocidade de avanço na direção negativa do Eixo Z, a

área de contato da ferramenta deve ser considerada conforme ilustrado na nesta figura.

- na Figura 3.33, em função da geometria esférica da fresa e do movimento de corte nas direções dos Eixos X e Z, a área de contato é composta por uma área na região cilíndrica (Figura 3.33a) e na região esférica (Figura 3.33b).

Lamikiz [31], na determinação de um modelo de representação das forças de usinagem atuantes no processo de fresamento de superfícies complexas com fresas esféricas, observa através de experimentos práticos a variação da área de contato em função da inclinação geométrica da peça e da estratégia de usinagem.

A Figura 3.34 ilustra a representação gráfica dos ensaios obtidos, na qual foram considerados os parâmetros de usinagem:  $d = 8 \text{ mm}$ ;  $a_p = 2 \text{ mm}$  e  $a_e = 4 \text{ mm}$ .

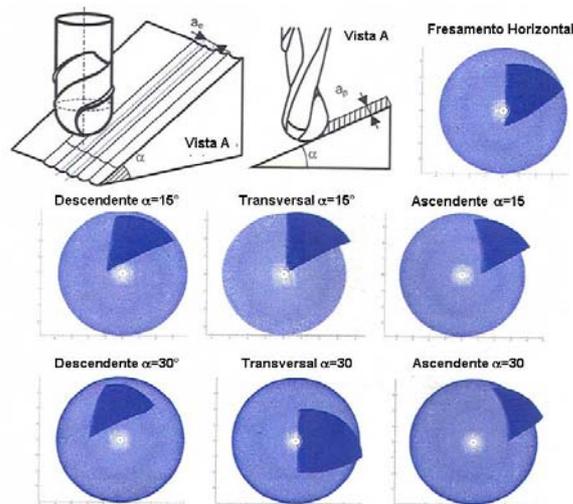


Figura 3.34: Área de contato em função da estratégia de usinagem [31].

Com a aplicação desse conceito de área de contato em seu modelo, Lamikiz, utilizando corpos de prova prismáticos com 3 faces inclinadas, obteve erros na medição as forças de corte atuante no processo ( $F_x$ ,  $F_y$  e  $F_z$ ) na ordem de 10% em relação aos ensaios práticos com liga de alumínio Al 7075-T6 e aço ferramenta AISI H13 [31].

Boujakis [34], em seu modelo matemático voltado para a determinação da geometria do cavaco, força de corte e rugosidade superficial no fresamento de superfícies complexas com fresas esféricas, descreve quatro etapas de desenvolvimento, nas quais demonstra a importância da área de contato no desenvolvimento de um modelo matemático:

- descrição dos movimentos das operações de usinagem;
- topologia superficial;

- geometria do cavaco;
- componentes de corte.

Nesses estudos, Boujakis analisou os possíveis movimentos de usinagem de operação de fresamento em um centro de usinagem com quatro eixos (*multi-axis*) e abordou o sentido de corte concordante e discordante.

Esse modelo matemático, em sua validação, obteve valores satisfatórios servindo de base para o desenvolvimento de um sistema computacional capaz de analisar a rugosidade superficial da peça final em função dos parâmetros de corte adotados no processo de usinagem.

Lazoglu [32] e Engin [33] também, em seus modelos matemáticos para representação de forças de corte baseados na espessura de corte e área de contato, apresentam valores satisfatórios com relação aos experimentos práticos. Enquanto o modelo matemático de Lazoglu considera fresa esférica, Engin amplia a análise para as demais geometrias de ferramentas de corte as quais podem ser utilizadas na operação de fresamento.

Apesar do sucesso desses modelos matemáticos na representação das forças de cortes, sendo inclusive alguns voltados diretamente para o estudo do fresamento de superfícies complexas com fresas esféricas, a sua aplicação prática deve ser ponderada, uma vez que esses estudos abordam movimentos de corte independentes e com velocidade de avanço constante. Situações estas ausentes na manufatura de superfícies complexas.

Em virtudes dessa complexidade, inúmeros pesquisadores [76 - 80] têm focado seus estudos na simulação do processo de usinagem através da análise de elementos finitos em Sistemas CAE (*Computer Aided Engineering*).

No entanto, em virtude dessa área de pesquisa ser recente, a maioria dos trabalhos está direcionado na simulação do mecanismo de formação do cavaco e, em alguns casos, nas forças de corte para movimentos independentes.

Com relação à manufatura de superfícies complexas, o grande desafio na simulação do processo de usinagem, através da análise de elementos finitos, está em sua integração com os Sistemas CAD/CAM que possuem as informações geométricas do par ferramenta-peça e, principalmente, dos movimentos de usinagem com variações de velocidade e aceleração decorrentes do processo de usinagem nas máquinas ferramentas.

### 3.2.4 Flexão da Ferramenta

Conforme ilustrado na Figura 3.24, as forças de corte atuantes no processo de usinagem podem causar flexões que irão influenciar de forma negativa na exatidão geométrica do produto final. Dependendo da rigidez da ferramenta de corte e do porta-ferramenta a flexão pode induzir a erros dimensionais acima de 100  $\mu\text{m}$  [31].

A consideração dessa influência na geometria final é fundamental na análise dos erros geométricos na manufatura de superfícies complexas, uma vez que os erros dimensionais podem ser superiores aos erros gerados pelos demais parâmetros definidos na geração da cadeia CAD/CAM/CNC e erros envolvidos com os movimentos dinâmicos da máquina ferramenta.

Segundo Choi e Jerard [1], a flexão da ferramenta de corte, considerando uma área de contato simples, pode ser obtida através da Equação 22 e ilustrada através da Figura 3.35. Esta equação está baseada no conceito de uma viga engastada sob a ação de uma força radial.

$$\delta_x = \frac{F_x \times L^3}{3 \times E \times I} \quad \delta_y = \frac{F_y \times L^3}{3 \times E \times I} \quad (22)$$

Em que:

- $\delta$  - Flexão da ferramenta de corte;
- L - Comprimento útil da ferramenta;
- E - Módulo de Elasticidade do material;
- I - Momento de inércia.

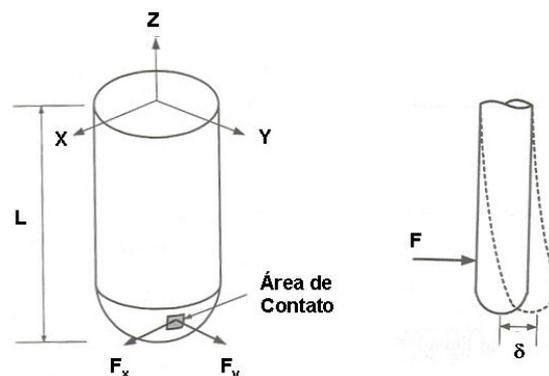


Figura 3.35: Flexão da ferramenta de corte [1].

López de Lacalle [82] substituiu o momento de inércia (I) na Equação 22 e define a flexão da ferramenta conforme a Equação 23.

$$\delta = \frac{64 \times F}{3 \times \pi \times E} \times \frac{L^3}{D^4} \quad (23)$$

Em que:

F - Força de corte perpendicular ao eixo da ferramenta;

$L^3/D^4$  - Parâmetro de esbelteza da ferramenta em função do seu comprimento L e diâmetro D.

Yang e Sim [81], através de ensaios com fresas esféricas, ilustram a variação da exatidão geométrica ao longo da geometria do corpo de prova, assim como, a variação da área de contato. Para esses ensaios foram mantidas as velocidades de avanço ( $V_f$ ) e corte ( $V_c$ ) constante. A Figura 3.36 ilustra os ensaios obtidos com Yang.

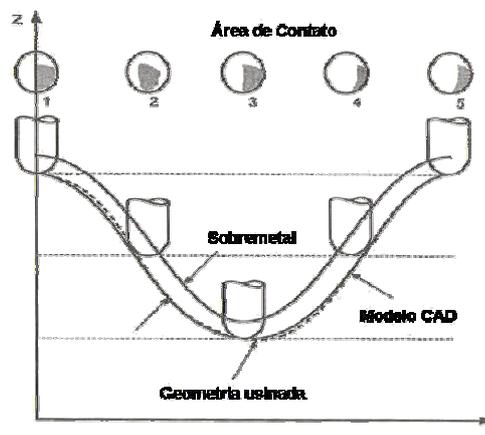


Figura 3.36: Efeito da flexão da ferramenta na exatidão geométrica [81].

A variação da velocidade de avanço, mesmo com a programação de velocidade de avanço constante no Programa NC, na manufatura de superfícies complexas, faz com que qualquer regra sobre flexão da ferramenta deva ser ponderada.

López de Lacalle [82] em seus estudos com corpos de prova representados geometricamente por 3 planos inclinados ( $15^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $45^\circ$ ) e constituído de aços com dureza de 30 e 50 HRc pôde observar que:

- a flexão da ferramenta e, conseqüentemente o erro dimensional do produto, aumenta em função do aumento da dureza do material;
- a estratégia de usinagem está diretamente relacionada com a flexão da ferramenta;
- a usinagem do plano com inclinação de  $15^\circ$  apresentou uma maior flexão da ferramenta em relação à usinagem do plano inclinado de  $45^\circ$ .

Essa maior flexão da ferramenta é resultado do aumento da força transversal no plano inclinado de  $15^\circ$  na proporção de três vezes em relação ao plano inclinado de  $45^\circ$ . O aumento da força transversal explica-se em função do aumento do comprimento de contato da ferramenta e da redução do ângulo de hélice em contato com o plano do corpo de prova [82].

Para Choi e Jerard [1], as deflexões resultantes na ferramenta de corte fazem com que a geometria final seja violada em movimentos de corte descendentes e deixe um excesso de material em movimentos ascendentes.

No entanto, uma alta flexão da ferramenta não necessariamente resulta em aumento do desvio geométrico do produto final, pois a mesma pode não estar no sentido normal às superfícies usinadas. Esta característica pode ser observada através da Figura 3.37.

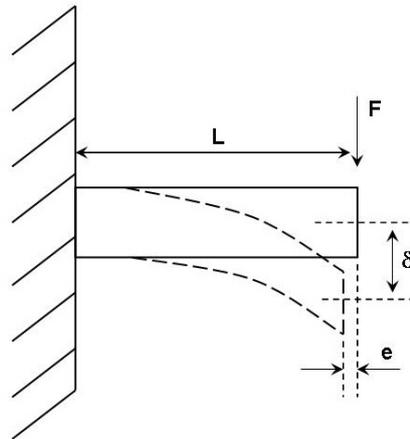


Figura 3.37: Flexão X Erro dimensional da ferramenta de corte [15, 82, 83].

Aplicando conceitos trigonométricos ao modelo representado na Figura 3.37, pode-se formular os erros dimensionais para um fresamento de uma superfície plana e inclinada, respectivamente pelas Equações 24 e 25 [15].

$$e = L \times [1 - \cos(\arcsen \delta / L)] \quad (24)$$

$$e' = \text{sen} \alpha \times [\delta - \text{Tg} \alpha \times e] + (\cos \alpha \times e) \quad (25)$$

Souza [15], através de ensaios experimentais com diferentes diâmetros de ferramenta e comprimentos úteis, obteve valores superiores com relação aos valores obtidos pela Equação 22. A Tabela 1 ilustra os valores obtidos.

*Tabela 1: Flexão da ferramenta experimental versus Teórica [15].*

Ferramenta	Fy [N]	Flexão viga engastada [mm]	Flexão experimental [mm]
T 12 m - L 75 mm	-100	0,008	0,033
T 12 mm - L 45 mm	-200	0,020	0,190
T 6 mm - L 45 mm	-15	0,026	0,040
T 6 mm - L 75 mm	-30	0,180	0,270

Nesse ensaio experimental, a flexão da ferramenta foi obtida através da aplicação da força em uma ferramenta estática, fazendo com que haja uma ponderação na análise da alta variação entre os valores obtidos e calculados quando aplicado na manufatura.

A determinação teórica da força de corte deve também ser ponderada em função da particularidade na determinação do módulo de elasticidade (E) para uma ferramenta de metal duro formada por micro grãos. López de Lacalle [82] aborda esta particularidade através de sua determinação através de dois métodos distintos: Análise da frequência natural e teste de compressão da ferramenta de corte. Nesses ensaios chegou-se a valores de  $600 \text{ KN/mm}^2$ , enquanto que Fagali [15] considerou a  $360 \text{ KN/mm}^2$ .

Apesar do desenvolvimento de um modelo capaz de determinar as forças de corte e, conseqüentemente, deflexões da ferramenta, numa taxa de erro inferior a 20% nos ensaios realizados em superfícies inclinadas, López de Lacalle [82] observou em ensaios práticos na manufatura de moldes industriais, constituídos em alumínio e aço endurecido, erros dimensionais na ordem de 100 e 110  $\mu\text{m}$  respectivamente. Valores esses, bem superiores aos previstos pelo seu modelo (25  $\mu\text{m}$ ).

Refazendo os ensaios da manufatura dos moldes de aço endurecido em alumínio, nos quais as forças de corte e deflexões da ferramenta são extremamente inferiores, López de Lacalle [82] obteve erros dimensionais na ordem de 90  $\mu\text{m}$ , concluindo com isso, que parte desses erros está atribuída ao comportamento dinâmico da máquina ferramenta de seu CNC.

Essa propriedade, associada à complexidade geométrica, faz com que a determinação das forças de corte e a sua correlação com a flexão da ferramenta tenham um efeito totalmente particular na manufatura de superfícies complexas.

### 3.3 Representação matemática de curvas

Matematicamente, as curvas e superfícies podem ser representadas de forma explícitas, implícitas ou paramétricas, sendo que o tipo de representação adotado proporcionará características próprias na representação de superfícies complexas.

A representação explícita é obtida através da representação de um parâmetro em função dos demais, na forma de  $y=f(x)$ . Na Equação 26, pode-se observar a representação explícita de uma reta.

$$y = mx + c \quad (26)$$

A Figura 3.38 ilustra a representação gráfica da Equação 26, na qual podem ser observadas as características da representação explícita de uma reta, tais como [26]:

- não permite a representação adequada de funções com multi-valores;
- representa a geometria sem limitações, de forma infinita;
- eixos são dependentes.

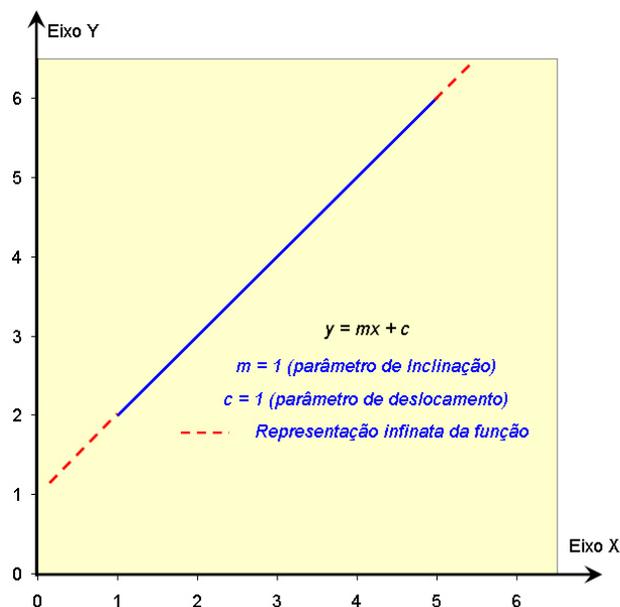


Figura 3.38: Representação gráfica da Equação da reta.

A representação implícita, descrita na forma  $f(x,y) = 0$ , permite representar funções com multi-valores, mas as geometrias continuam não tendo limitações, e os eixos apresentam-se dependentes. Nas Equações 27 e 28 pode-se observar, respectivamente, a representação implícita da uma linha e uma curva de secção cônica.

$$ax + by + c = 0 \quad (27)$$

$$ax^2 + by^2 + 2kxy + 2fx + 2gy + d = 0 \quad (28)$$

Na representação das superfícies complexas nos Sistemas CAD (*Computer Aided Design*), através de geometrias com limites, como uma linha entre dois pontos ou frequentemente uma região de uma elipse, arco ou círculo, assim como apresentarem multi-valores, as representações explícita e implícita não são adequadas [26].

A representação paramétrica, descrita na forma  $x=f(t)$  e  $y=g(t)$ , tem como característica expressar as relações geométricas em função de uma ou mais variáveis independentes, conhecidas como parâmetros. Tal fato proporciona uma representação geométrica flexível com eixos geométricos independentes e capaz de representar funções com multi-variáveis, além de limitar as geometrias.

A Figura 3.39 ilustra a representação paramétrica de um círculo e uma reta no plano XY.

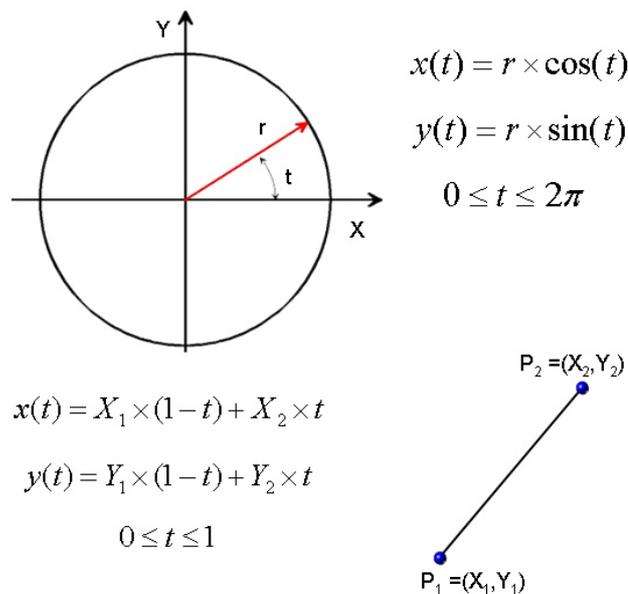


Figura 3.39: Representação Paramétrica de um círculo e um segmento de reta.

Pode-se observar que tanto para o círculo quanto para a reta, a geometria é descrita através de uma série de pontos obtidos pela variação do parâmetro “t”, variação esta, que permite limitar a geometria.

Além disso, a representação paramétrica permite adicionais graus de liberdade comparada às representações explícitas e implícitas. Isso pode ser observado através da representação explícita de uma Equação polinomial de grau 3, representada na Equação 29.

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (29)$$

Nessa Equação, em função da existência de quatro coeficientes (a,b,c,d), existem quatro graus de liberdade.

Representando a Equação 29 de forma paramétrica, em função do parâmetro “t”, pode-se deduzir as Equações 30 e 31.

$$x(t) = \alpha t^3 + \beta t^2 + \gamma t + \delta \quad (30)$$

$$y(t) = \alpha' t^3 + \beta' t^2 + \gamma' t + \delta' \quad (31)$$

Nesse caso, existem agora oito coeficientes nas equações ( $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \alpha', \beta', \gamma', \delta'$ ), resultando assim, em oito graus de liberdade.

Da mesma forma que ocorre a representação paramétrica no plano XY, a representação de uma curva tridimensional ocorre com o auxílio de apenas um parâmetro “u”, conforme ilustrada na Figura 3.40a.

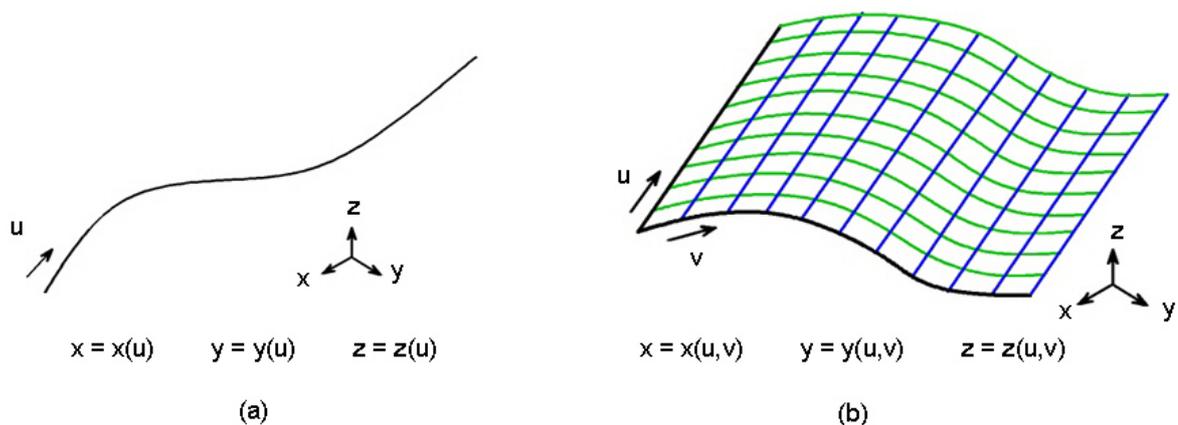


Figura 3.40: Representação paramétrica de curvas e superfícies.

Na Figura 3.40b, pode-se observar a evolução da representação paramétrica de uma curva para uma superfície, na qual são necessários dois parâmetros, “u” e “v”.

Em função dessas características, curvas e superfícies serão representadas de forma paramétrica.

No modelamento tridimensional, uma representação geométrica capaz de descrever curvas não planares é necessária, fazendo com que a utilização de polinômios de grau 3, menor ordem de um polinômio capaz de descrever uma curva não planar, seja amplamente utilizada [26].

Nesse caso, uma curva não planar é representada de forma paramétrica, como se verifica nas Equações 32, 33 e 34.

$$x(u) = a_1 + b_1u + c_1u^2 + d_1u^3 \quad (32)$$

$$y(u) = a_2 + b_2u + c_2u^2 + d_2u^3 \quad (33)$$

$$z(u) = a_3 + b_3u + c_3u^2 + d_3u^3 \quad (34)$$

Baseado nessas Equações, pode-se observar que existem doze graus de liberdades a serem definidos para a manipulação desse tipo de curva, dificultando com isso a sua utilização no modelamento geométrico.

Em função disso, surgem modelos matemáticos capazes de reduzir os graus de liberdade na representação de uma curva, a fim de facilitar a sua manipulação.

A Figura 3.41 ilustra a representação de curvas através de Lagrange, na qual os doze graus de liberdade observados anteriormente são reduzidos em quatro pontos pertencentes a esta curva. A curva é obtida através do ajuste a esses quatro pontos.

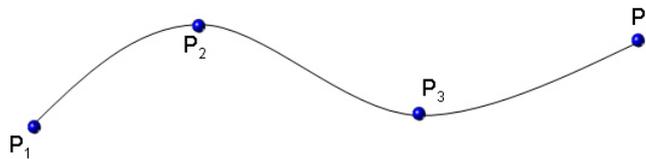


Figura 3.41: Representação de uma Curva por Lagrange.

Além de Lagrange, existem outros modelos matemáticos, tais como, *Hermite*, *Bézier*, *B-Spline* e *NURBS (Non Uniforme Rational B-Spline)*, capazes de representar curvas não planares, difundidos no modelamento de superfícies complexas através de Sistemas CAD.

O tópico seguinte irá abordar de forma mais detalhada esses modelos matemáticos.

### 3.3.1 Curva *Hermite*

A Curva *Hermite*, também conhecida como *Ferguson* ou *Coons* [26, 84, 85], em virtude do pioneirismo desses homens na sua aplicação na década de 60, permite a representação de uma curva através dos pontos de início e fim e, respectivamente, seus vetores de inclinação. Esse tipo de representação pode ser observado na Figura 3.42.

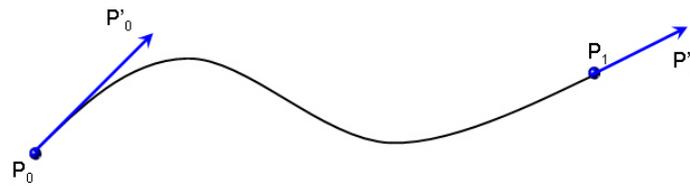


Figura 3.42: Representação de Curva por Hermite.

Para uma melhor compreensão dos modelos matemáticos usados na representação de curvas, a seguir pode ser observada uma descrição matemática para a obtenção da Curva Hermite.

Redefinindo as Equações 32, 33 e 34 na forma vetorial, obtém-se a Equação 35, em que  $k_0$ - $k_3$  são vetores desconhecidos correspondentes às variáveis  $a_1$ - $a_3$ ,  $b_1$ - $b_3$ ,  $c_1$ - $c_3$  e  $d_1$ - $d_3$ .

$$p = p(u) = k_0 + k_1u + k_2u^2 + k_3u^3 \quad (35)$$

A inclinação da curva pode ser obtida pela derivada  $dp/du$  e expressa pela Equação 36.

$$p' = p'(u) = k_1 + 2k_2u + 3k_3u^2 \quad (36)$$

Com isso, considerando o parâmetro “ $u$ ” no intervalo  $0 \leq u \leq 1$ , os valores dos pontos inicial ( $p_0$ ) e final ( $p_1$ ), assim como os vetores inicial ( $p'_0$ ) e final ( $p'_1$ ), podem ser obtidos através do uso de  $u=0$  e  $u=1$  nas Equações 35 e 36. O resultado dessa substituição pode ser observado através da Equação 37.

$$p_0 = k_0$$

$$p_1 = k_0 + k_1 + k_2 + k_3$$

$$p'_0 = k_1 \quad (37)$$

$$p'_1 = k_1 + 2k_2 + 3k_3$$

Resolvendo a Equação 37, pode-se obter os valores dos vetores  $k_0$ - $k_3$  em função das variáveis  $p_0$ ,  $p_1$ ,  $p'_0$  e  $p'_1$ , conforme expresso na Equação 38.

$$k_0 = p_0$$

$$k_1 = p'_0$$

$$k_2 = 3(p_1 - p_0) - 2p'_0 - p'_1 \quad (38)$$

$$k_3 = 2(p_0 - p_1) + p'_0 + p'_1$$

Substituindo os valores dos vetores  $k$  obtidos nas Equação 38 e Equação 35, obtem-se a equação da Curva *Hermite*, expressa na Equação 39.

$$p = p(u) = p_0(1 - 3u^2 + 2u^3) + p_1(3u^2 - 2u^3) + p'_0(u - 2u^2 + u^3) + p'_1(-u^2 + u^3) \quad (39)$$

Conforme pode ser observado na equação da Curva *Hermite*, paralelamente à variação do parâmetro “ $u$ ”, existe uma função de suavização (*Blending Function*) atuando sobre os pontos inicial e final da curva e em seus vetores de inclinação, criando a representação geométrica da curva.

A Figura 3.43 ilustra a função de suavização de uma Curva *Hermite* sobre um polinômio de grau 3.

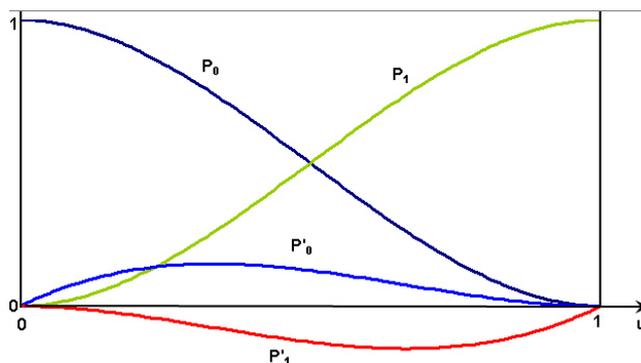


Figura 3.43: Função suavização da Curva Hermite.

Apesar da simplificação da representação de curvas não paramétricas, obtida à utilização da Curva *Hermite*, a sua aplicação no modelamento de superfícies complexas não é atrativo em função da falta de sensibilidade na definição dos vetores de inclinação ( $p'_0$ ,  $p'_1$ ) e os pontos pertencentes à curva ( $p_0$ ,  $p_1$ ) [26].

Com isso, novos modelos matemáticos são desenvolvidos baseados na determinação de uma curva a partir de funções de suavização aplicadas nos vértices do polígono de controle, permitindo melhores características no desenvolvimento e manipulação de curvas e superfícies.

Nesse caso, a manipulação da superfície é realizada através da movimentação de qualquer ponto do polígono de controle da superfície, conforme se observa na Figura 3.44.

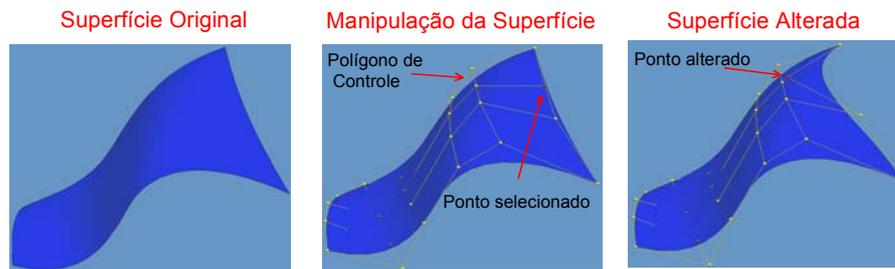


Figura 3.44: Manipulação de superfícies complexas.

A aplicação de novos modelos matemáticos na representação de superfícies complexas com apoio de um Sistema CAD iniciou-se em 1972, com o francês Pierre Bézier. Bézier utilizou seu modelo matemático no sistema CAD *Unisurf* para representar formas complexas de um painel de carro produzido pela empresa onde trabalhava, a companhia francesa de automóveis *Renault* [84,85].

O modelo inicialmente proposto por Bézier sofreu algumas evoluções durante os anos, dando origem a outros modelos matemáticos como *B-Spline* e mais recentemente *NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline)*. Essas evoluções proporcionaram a esses modelos um melhor controle e manipulação da curva, permitindo com isso, uma melhor representação de superfícies complexas.

### 3.3.2 Curva Bézier

No modelo matemático proposto por Bézier as curvas são representadas através de uma interpolação polinomial do polígono de controle da curva, conforme podem ser observadas na Figura 3.45.

O grau dessa interpolação polinomial é determinado pelo número de vértices do polígono de controle, ou seja, a Curva *Bézier*, representada na Figura 3.45, foi obtida através de um polinômio de grau 3, por apresentar um polígono de controle com 4 vértices [26].

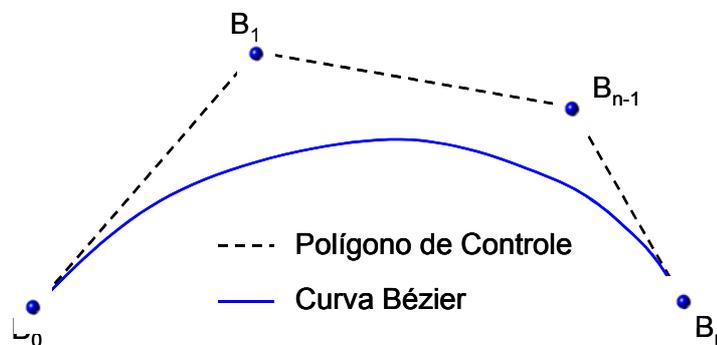


Figura 3.45: Representação de uma curva de Bézier.

Essa característica é de extrema importância, pois quanto maior o grau do polinômio, maior será as exigências para o cálculo computacional e, conseqüentemente, maiores serão as dificuldades de sua implantação no ambiente industrial.

Outra característica está no fato da Curva *Bézier* passar pelo primeiro ponto ( $B_0$ ) e pelo último ponto ( $B_n$ ) do polígono de controle e ser tangente aos vetores formados pelos segmentos  $B_0B_1$  e  $B_{n-1}B_n$  [26,85].

Matematicamente, Rogers [85] define a Curva *Bézier* através das Equações 40 e 41.

$$P(t) = \sum_{i=0}^n B_i J_{n,i}(t) \quad (40)$$

Em que:

$P(t)$  = Curva *Bézier*;

$B_i$  = Pontos do Polígono de Controle;

$n$  = Grau do Polígono de Controle ( $N-1$ );

$t$  = Parâmetro da curva que varia de 0 a 1;

$J_{n,i}(t)$  = Função de Suavização (*Blending Function*).

A Equação 41 define a função de suavização (*Blending Function*) para a Curva *Bézier*.

$$J_{n,i}(t) = \left[ \frac{n!}{i!(n-i)!} \right] t^i (1-t)^{n-i} \quad (41)$$

Lês Piegel [84] aborda a mesma representação matemática com outras nomenclaturas dos parâmetros, de acordo com as Equações 42 e 43. No entanto, No decorrer deste trabalho será utilizada a nomenclatura definida por Rogers [85].

$$C(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(u) P_i \quad (42)$$

$$J_{i,n}(u) = \left[ \frac{n!}{i!(n-i)!} \right] u^i (1-u)^{n-i} \quad (43)$$

Baseado na representação matemática na Curva *Bézier* (Equações 40 e 41), pode-se afirmar que a função suavização (*Blending Function*) determina todas as características da curva a ser criada a partir dos vértices do polígono de controle.

A Figura 3.46 ilustra o efeito da variação da quantidade de vértices do polígono de controle sobre a função de suavização. Observe que em toda a variação do parâmetro “t” a função de suavização apresenta um valor não nulo.

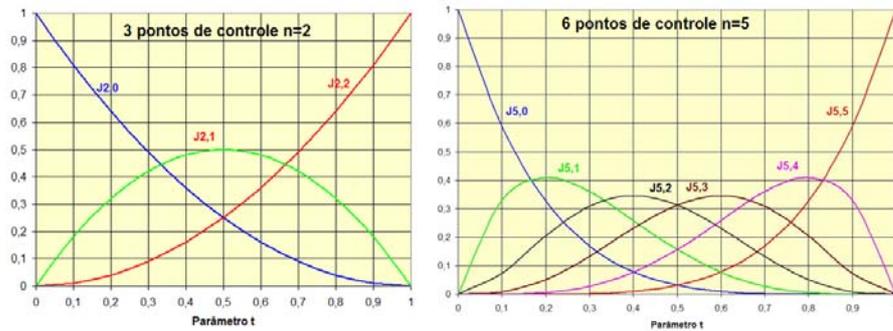


Figura 3.46: Função de Suavização Bézier.

Esse efeito faz com que a curva seja obtida pela influência de todos os vértices do polígono de controle, fazendo com que a alteração de um vértice resulte numa alteração global na curva, conforme pode ser observado na Figura 3.47.

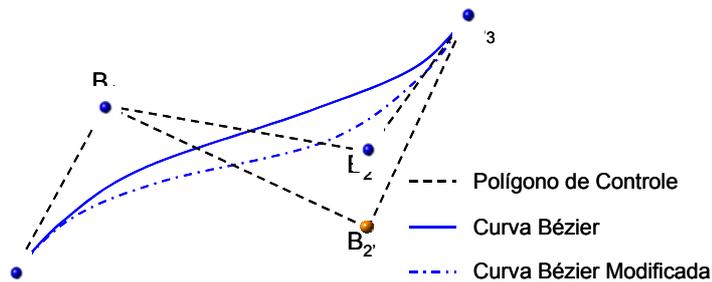


Figura 3.47: Modificação da Curva Bézier.

Outra característica da Curva Bézier está relacionada à área de abrangência da curva (*Convex Hull*), na qual a curva gerada a partir de um polígono de controle sempre estará contida dentro da área delimitada por esse polígono [84, 85]. A Figura 3.48 ilustra a característica *Convex Hull* para uma Curva Bézier.

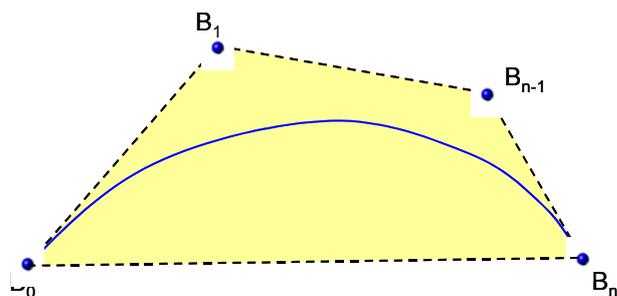


Figura 3.48: Área de abrangência da Curva Bézier.

### 3.3.3 Curva B-Spline

Do ponto de vista matemático, a curva obtida através dos vértices de um polígono de controle está diretamente relacionada à função de suavização (*Blending Function*). Conforme observado no tópico 3.3.2, a Curva de Bézier utiliza a função de suavização *Bernstein* ou *Bézier Basis*, o que proporciona todas as suas características.

A Curva *B-Spline* utiliza, em sua representação, um modelo matemático baseado na função de suavização *Basis Spline*, a qual apresenta a *Bernstein Basis* como um caso especial. A representação matemática de uma Curva *B-Spline* pode ser observada na Equação 44.

$$P(t) = \sum_{i=1}^{n+1} B_i N_{i,k}(t) \quad (44)$$

Em que:

$P(t)$  = Curva B-Spline;

$B_i$  = Vértices do Polígono de Controle;

$n+1$  = quantidade de pontos do Polígono de Controle;

$t$  = Parâmetro da curva que varia de  $t_{\min}$  à  $t_{\max}$ ;

$k$  = Ordem da Curva B-Spline, podendo ser definida no intervalo  $2 \leq k \leq n+1$ ;

$N_{i,k}(t)$  = Função de Suavização (*Basis Spline*).

As Equações 45 e 46 definem a função de suavização (*Basis Spline*) para a Curva *B-Spline*.

$$N_{i,1}(t) = \begin{cases} 1 & \text{para } x_i \leq t \leq x_{i+1} \\ 0 & \text{para demais casos} \end{cases} \quad (45)$$

$$N_{i,k}(t) = \frac{(t - x_i)N_{i,k-1}(t)}{x_{i+k-1} - x_i} + \frac{(x_{i+k} - t)N_{i+1,k-1}(t)}{x_{i+k} - x_{i+1}} \quad (46)$$

Em que:

$x_i$  = vetores internos do parâmetro “t” que respeitam a relação  $x_i \leq x_{i+1}$ .

Com a utilização da função de suavização *Bases Spline*, diferentemente do que ocorre à Curva *Bézier*, na qual, a função polinomial é determinada de forma fixa em relação à quantidade vértices do polígono de controle, a Curva *B-Spline* permite a variação do grau da função polinomial através do parâmetro “k”.

Esse parâmetro pode variar entre um valor mínimo igual a dois ( $k=2$ ), resultando na representação da curva *B-Spline* através de polinômios de grau 1 (retas), até o limite do número de vértices do polígono de controle (Curva *Bézier*). Observe que o grau do polinômio a ser utilizado na obtenção da curva está relacionado à ordem ( $k$ ) da Curva *B-Spline*, na relação de  $k-1$  [26, 85].

Tal propriedade faz com que a função de suavização *Basis Spline* atue de forma localizada sobre os vértices do polígono de controle da curva, permitindo um maior controle no desenvolvimento e manipulação de curvas.

A Figura 3.49 ilustra o efeito localizado obtido através da modificação da posição de um vértice do polígono de controle da Curva *B-Spline*.

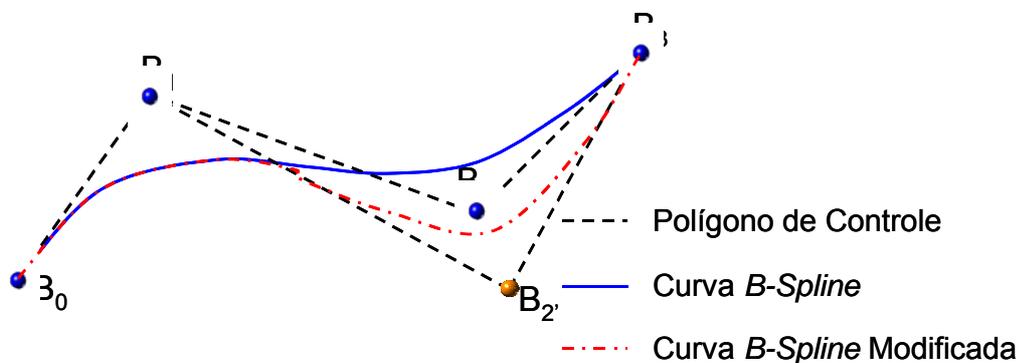


Figura 3.49: Modificação da Curva *B-Spline*.

Nota-se que a alteração do vértice  $B_2$  no polígono de controle para a posição  $B_2'$  implica apenas em uma alteração local na curva.

Além disso, a função de suavização para representar uma Curva *B-Spline* necessita que a somatória de todos os parâmetros com valor “ $t$ ” seja aproximadamente igual a 1, conforme Equação 47 [85].

$$\sum_{i=1}^{n+1} N_{i,k}(t) \equiv 1 \quad (47)$$

Com relação à propriedade da curva sobre a sua área de atuação no polígono de controle (*Convex Hull*), da mesma forma que ocorre com a Curva *Bézier*, a Curva *B-Spline* está contida na área formada pelo polígono de controle. Nesse caso, ao invés de considerar a área de todos os vértices do polígono de controle, a Curva *B-Spline* considera apenas os “ $k$ ” (ordem da curva) vértices vizinhos do polígono de controle.

A Figura 3.50 ilustra o efeito do grau da curva *B-Spline* sobre a sua área de atuação.

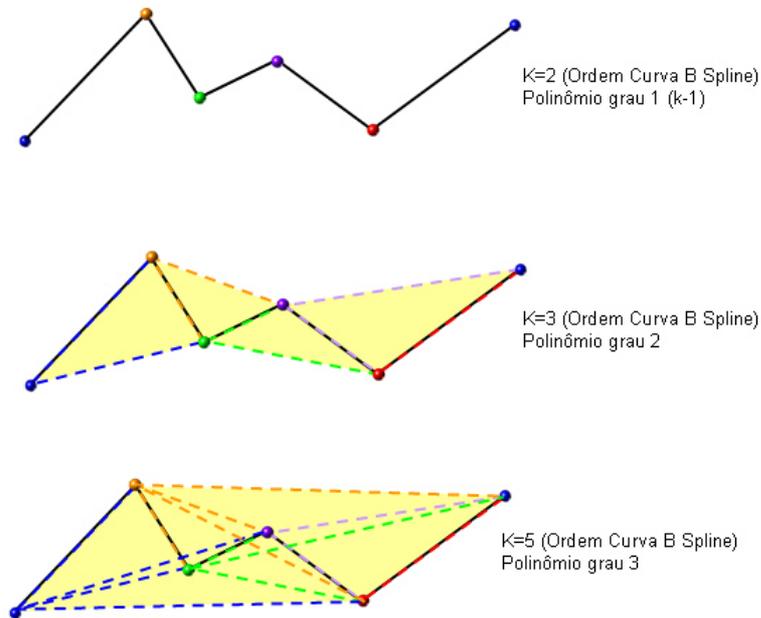


Figura 3.50: Área de atuação da Curva B-Spline [85].

A partir dessa característica, é possível deduzir que um polígono de controle formado por vértices colineares resulta em uma linha reta, independentemente do grau da Curva B-Spline.

Fazendo a mesma analogia, é possível observar que [84,85]:

- em um polígono de controle não colinear que apresenta uma série de vértices colinear, obtém-se uma Curva B-Spline representada por segmentos de curvas e retas, sendo que o segmento de reta inicia e termina na proporção de  $k-2$  em relação ao início e fim da série dos vértices colineares (Ver Figura 3.51);
- sendo  $L$  a quantidade de vértices da série colinear do polígono de controle, a quantidade de segmentos de retas inseridas na representação da Curva B-Spline está relacionada na proporção  $L-2k+3$  para um polígono de controle que contenha internamente essa série, e na proporção de  $L-k+1$  para um polígono de controle que contenha essa série em seu início ou fim (Ver Figura 3.51).

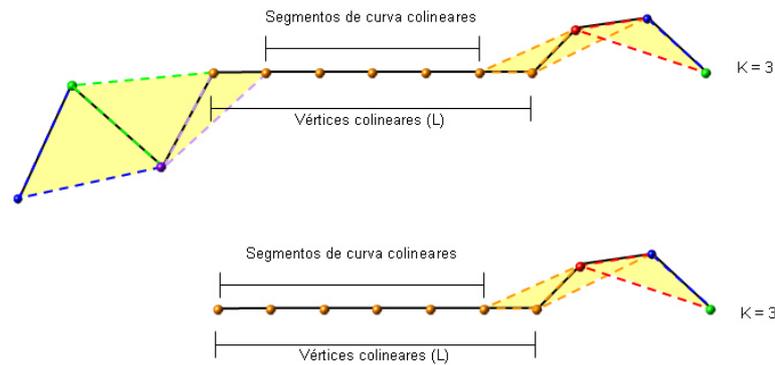


Figura 3.51: Efeito de vértices colineares a Curva B-Spline [84, 85].

A liberdade na escolha do grau da Curva *B-Spline* (Parâmetro “ $k$ ”) faz com que uma Curva *B-Spline* seja obrigatoriamente representada por segmentos de curvas polinomiais de grau  $k-1$ , dentro de cada intervalo do parâmetro da curva  $x_i \leq t < x_{i+1}$ .

A Figura 3.52 ilustra a representação de uma Curva *B-Spline* por segmentos de curvas Polinomiais.

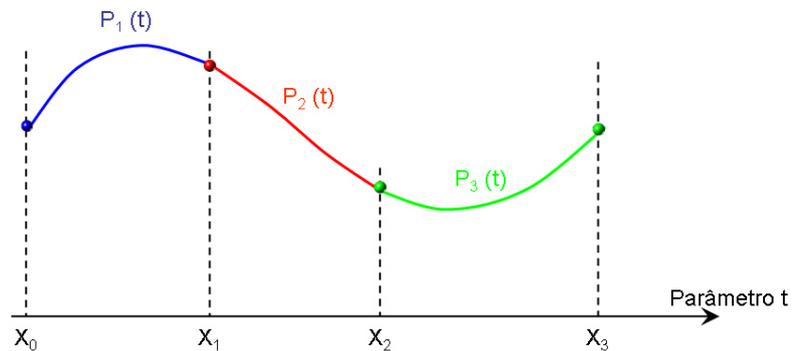


Figura 3.52: Segmento de Curvas Polinomiais na Curva B Spline [84].

Na Cadeia CAD/CAM/CNC, esta propriedade permite que um Programa NC, gerado por um Sistema CAM, contendo o caminho da ferramenta representado por curvas *B-Spline* (Interpolação *Spline*) seja interpretado e executado por um CNC que não apresenta recursos de Interpolação *B-Spline*, mas possui recursos de Interpolação Polinomial.

Dentro desse conceito de segmentação da curva, a propriedade geométrica responsável pela união desses segmentos torna-se extremamente importante. Rogers [85] aborda a importância dessa propriedade na transição suave e uniforme entre os segmentos e a chama como Continuidade da Curva.

A continuidade pode ser do tipo geométrica ou paramétrica, sendo representada respectivamente pela nomenclatura  $G^n$  e  $C^n$ , em que “n” é a ordem da derivada da continuidade [26].

Segmentos de curvas unidos pelo mesmo ponto apresentam uma continuidade geométrica de ordem zero ( $G^0$ ) e, em caso dos vetores tangentes sobre esses pontos de junção apresentarem a mesma direção, tem-se a continuidade de ordem um ( $G^1$ ).

Na continuidade paramétrica utiliza-se a mesma analogia, na qual, a continuidade de ordem zero ( $C^0$ ) representa segmentos de curvas unidos pelo mesmo ponto. Com isso, tem-se que a continuidade paramétrica  $C^0$  implica em uma continuidade geométrica  $G^0$ . A continuidade paramétrica  $C^1$  ocorre no caso dos vetores tangentes na junção dos segmentos de curva terem a mesma direção e magnitude [85].

Na Figura 3.53, nota-se que a Continuidades  $G^1$  apresenta uma maior inversão na transição entre os segmentos de curva, enquanto que a Continuidade  $C^1$  apresenta uma maior suavização nesta transição.

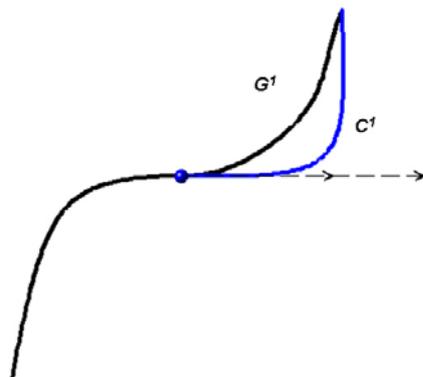


Figura 3.53: Efeito da Continuidade sobre a junção de segmentos de curvas [85].

Essas características fazem com que a continuidade  $C^1$  seja adequada para aplicações na indústria automobilística que dependem de curvas e superfícies suaves e principalmente de suaves transições dos reflexos da luz.

Boujelbene et al [86] demonstram em seus estudos o incremento da produtividade na manufaturas de moldes e matrizes com superfícies complexas através da utilização da continuidade  $C^1$  na trajetória da ferramenta. Esse aumento da produtividade relaciona-se com o aumento da qualidade superficial e, conseqüentemente à redução do tempo de polimento dessa superfície.

Outra característica importante na representação de Curvas *B-Spline* está relacionada com os vetores internos ( $x_i$ ) (*Knot Vectors*) do parâmetro “t” da curva. Esses vetores

influenciam diretamente na função de suavização *Basis Spline* e, conseqüentemente, na característica da curva *B-Spline*.

Esses vetores são determinados mantendo a relação  $x_i \leq x_{i+1}$ , no qual, o incremento ocorre com números reais e podem ser descritos como vetores periódicos (*Periodic Knots Vectors*) e vetores abertos (*Open Knots Vectors*), sendo que esses últimos ainda podem ser uniforme e não uniforme. Conseqüentemente, Curvas *B-Spline* representadas por vetores internos periódicos são conhecidas como Curvas *B-Spline* periódicas (*Periodic B-Spline Curve*), sendo que, da mesma forma existem Curvas *B-Spline* Abertas (*Open B-Spline Curve*).

Em virtude desse trabalho basear-se na representação da trajetória da ferramenta no processo de manufatura de superfícies complexas através de Curvas *B-Spline*, os tópicos a seguir procuram determinar de forma clara as diferentes características obtidas por uma curva *B-Spline* gerada com diferentes definições dos vetores internos do parâmetro “ $t$ ” da curva (*Knots Vectors*).

### 3.3.3.1 Curvas *B-Spline* Periódicas (*Periodic B-Spline Curve*)

Nas Curvas *B-Spline* Periódica, a função de suavização utiliza vetores internos ( $x_i$ ) (*Knot Vectors*) com intervalos constantes (períodos) como por exemplo  $[X] = [0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4]$ . Na prática, esses vetores podem ser representados dentro do intervalo entre 0 e 1 com espaçamentos decimais  $[X] = [0 \ 0,25 \ 0,5 \ 0,75 \ 1]$ .

Em ambos os casos, os vetores apresentam espaçamentos uniformes representando vetores periódicos uniformes (*Uniform Knot Vectors*). O limite superior do intervalo desses vetores periódicos é definido por  $n+k$ . Com isso, uma Curva *B-Spline* com 4 vértices no polígono de controle ( $n+1=4$ ) e ordem de grau 3 ( $k=3$ ) pode apresentar as seguintes representações de vetores periódicos uniformes:

$$[X] = [0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6]$$

$$[X] = [0 \ 0,17 \ 0,33 \ 0,5 \ 0,67 \ 0,83 \ 1]$$

A obtenção da representação dos vetores periódicos dentro do intervalo entre 0 e 1 é resultado da divisão da representação dos vetores periódicos inteiros pelo quociente  $n+k$ .

A utilização desses vetores na função de suavização da curva *B-Spline* resulta numa curva de suavização representada por períodos uniformes, de acordo com a Figura 3.54.

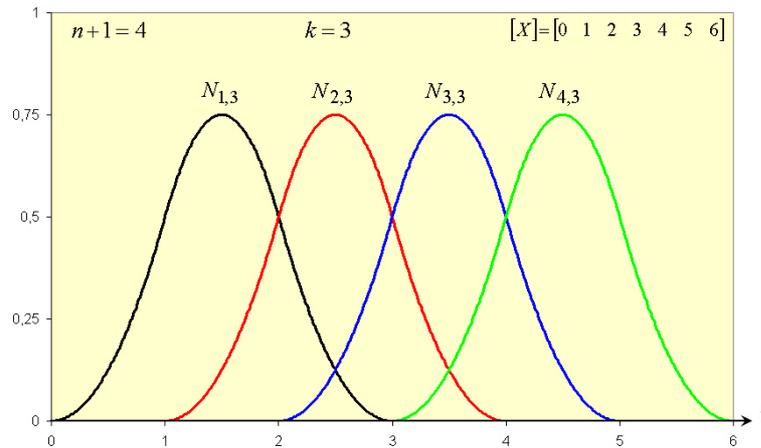


Figura 3.54: Função de Suavização com Uniform Periodic Vectors.

Matematicamente, a Curva de suavização representada na Figura 3.54, pode ser obtida utilizando as informações da curva *B-Spline* ( $n+1=4$ ,  $K=3$ ) e a seqüência de vetores nas Equações 45 e 46.

Através da Equação 46 é possível observar que a solução da função de suavização que, para um determinado vértice do polígono de controle ( $i$ ) e ordem ( $k$ ) da Curva *B-Spline* ( $N_{i,k}(t)$ ), é necessário à determinação da função de suavização do mesmo vértice com uma ordem inferior da Curva *B-Spline* ( $N_{i,k-1}(t)$ ), assim como, do próximo vértice na mesma ordem inferior ( $N_{i+1,k-1}(t)$ ).

Isso faz com que a resolução das funções de suavização da Figura 3.54,  $N_{1,3}$ ,  $N_{2,3}$ ,  $N_{3,3}$  e  $N_{4,3}$  resulte na resolução de suas funções dependentes, conforme ilustrado a seguir:

$$\begin{array}{cccc}
 N_{1,3} & N_{2,3} & N_{3,3} & N_{4,3} \\
 N_{1,2} & N_{2,2} & N_{3,2} & N_{4,2} & N_{5,2} \\
 N_{1,1} & N_{2,1} & N_{3,1} & N_{4,1} & N_{5,1} & N_{6,1}
 \end{array}$$

Como exemplo, tem-se que a solução da função de suavização  $N_{1,3}$  depende da solução das funções  $N_{1,2}$  e  $N_{2,2}$ , sendo que estas dependem respectivamente da solução das funções  $N_{1,1}$ ,  $N_{2,1}$  e  $N_{2,1}$ ,  $N_{3,1}$ .

A solução das funções de suavização de ordem um ocorre analisando a condição da Equação [45] dentro de um determinado intervalo entre os vetores internos do parâmetro “ $t$ ”.

Observando novamente a Equação 46, tem-se que a determinação das funções de suavização  $N_{1,1}$  e  $N_{6,1}$  requer a utilização respectiva dos vetores  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_6$ ,  $x_7$ . Com isso, pode-se deduzir que a quantidade de vetores é determinada por  $n + k + 1$ .

A resolução matemática da função de suavização representada na Figura 3.54 ocorre por meios de etapas definidas pelos intervalos dos vetores e aplicadas nas Equações 45 e 46.

Aplicando a Equação 45 para o intervalo  $0 \leq t < 1$ , podem-se eliminar as funções de suavização que não fazem parte desse intervalo, conforme ilustrado abaixo:

$$\begin{array}{cccccc} N_{1,3} & 0 & 0 & 0 & & \\ N_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Com isso, para esse caso, a determinação da função de suavização  $N_{1,3}$  está relacionada às funções de suavização  $N_{1,2}$  e  $N_{1,1}$ , sendo que esta assume o valor 1 para esse intervalo de vetores. As funções  $N_{2,2}$  e  $N_{1,2}$ , para esse intervalo, assumem o valor zero.

Através da Equação 46, podem-se determinar as funções de suavização  $N_{1,2}$  e  $N_{1,3}$  como sendo:

$$N_{1,2} = t$$

$$N_{1,3} = \frac{t^2}{2}$$

Aplicando a Equação 45 para o intervalo seguinte,  $1 \leq t < 2$ , podem-se eliminar as funções de suavização que não fazem parte desse intervalo, conforme abaixo:

$$\begin{array}{cccccc} N_{1,3} & N_{2,3} & 0 & 0 & & \\ N_{1,2} & N_{2,2} & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Através da Equação 46 têm-se para as funções de suavização restantes:

$$N_{1,2} = (2 - t)$$

$$N_{2,2} = (1 - t)$$

$$N_{1,3} = \frac{(2t - t^2)}{2} + \frac{(3 - t)(t - 1)}{2}$$

$$N_{2,3} = \frac{(t - 1)^2}{2}$$

Adotando a mesma seqüência para os demais intervalos têm-se as seguintes funções de suavização:

- Intervalo  $2 \leq t < 3$

$$N_{3,1} = 1$$

$$N_{2,2} = (3 - t)$$

$$N_{3,2} = (t - 2)$$

$$N_{1,3} = \frac{(3 - t)^2}{2}$$

$$N_{2,3} = \frac{(t - 1)(3 - t)}{2} + \frac{(4 - t)(t - 2)}{2}$$

$$N_{3,3} = \frac{(t - 2)^2}{2}$$

- Intervalo  $3 \leq t < 4$

$$N_{4,1} = 1$$

$$N_{3,2} = (4 - t)$$

$$N_{4,2} = (t - 3)$$

$$N_{2,3} = \frac{(4 - t)^2}{2}$$

$$N_{3,3} = \frac{(t - 2)(4 - t)}{2} + \frac{(5 - t)(t - 3)}{2}$$

- Intervalo  $4 \leq t < 5$

$$N_{5,1} = 1$$

$$N_{4,2} = (5 - t)$$

$$N_{5,2} = (t - 4)$$

$$N_{3,3} = \frac{(5 - t)^2}{2}$$

$$N_{4,3} = \frac{(t - 3)(5 - t)}{2} + \frac{(6 - t)(t - 4)}{2}$$

- Intervalo  $5 \leq t < 6$

$$N_{6,1} = 1$$

$$N_{5,2} = (6-t)$$

$$N_{4,3} = \frac{(6-t)^2}{2}$$

Aplicando as funções de suavização de  $N_{1,3}$ ,  $N_{2,3}$ ,  $N_{3,3}$  e  $N_{4,3}$  obtidas no intervalo  $0 \leq t < 6$  obtem-se a função de suavização com *Periodic Knot Vectors*, conforme ilustrada na Figura 3.54.

Apesar dessa função de suavização apresentar valores em toda a extensão do parâmetro “ $t$ ”, propriedade da função de suavização de uma Curva *B-Spline* em apresentar a somatória das funções de suavização igual a 1 (Ver Equação 47), faz com que a utilização de vetores periódicos limite o campo de utilização da função de suavização. A limitação está diretamente relacionada à ordem da Curva *B-Spline* e é obtida pela relação  $k - 1 \leq t \leq n + 1$ , conforme Figura 3.55.

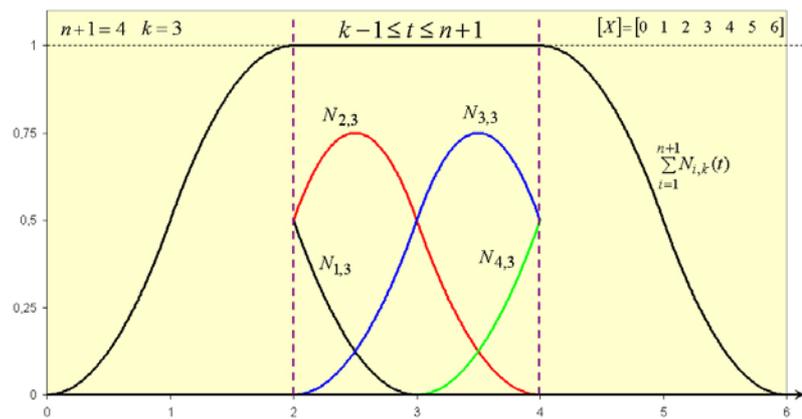


Figura 3.55: Limite da Função de Suavização com Periodic Uniform Vectors.

Esta característica da função de suavização com *Periodic Uniform Vectors* aplicada em uma Curva *B-Spline* faz com que a curva, diferentemente da Curva *Bézier*, não passe pelo primeiro e pelo último vértice do polígono de controle e seja tangente com seus segmentos inicial e final.

A Figura 3.56 ilustra o efeito da limitação da função de suavização sobre uma curva *B-Spline* definida por um polígono de controle com 4 vértices. Nesta, pode-se observar que:

- a Curva *B-Spline* de ordem 2 ( $k=2$ ) coincide com o polígono de controle;
- as Curvas *B-Spline* de ordem 3 ( $k=3$ ) e ordem 4 ( $k=4$ ) apresentam limitações em suas áreas de atuação. Essa limitação aumenta conforme o incremento da ordem da curva *B-Spline*.

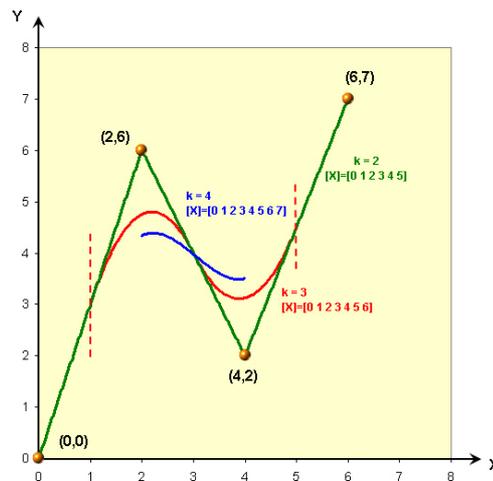


Figura 3.56: Curva B-Spline com Periodic Knots Vectors [85].

Apesar da característica verificada com a utilização de *Periodic Knots Vectors*, as curvas B-Spline podem passar pelos vértices de início e fim do polígono de controle e serem tangentes com seus respectivos segmentos. Para isso é necessária a utilização de uma diferente seqüência dos vetores internos no parâmetro “t”. Essa seqüência de vetores define uma Curva B-Spline Aberta (*Open B-Spline Curve*).

### 3.3.3.2 Curvas B-Spline Aberta (*Open B-Spline Curves*)

Nas Curvas B-Spline Abertas, a função de suavização aplica repetidos valores de vetores internos ( $x_i$ ) (*Knot Vectors*) na proporção da ordem ( $k$ ) da Curva B-Spline no início e fim do intervalo do parâmetros “t”, como, por exemplo:

$$\begin{aligned} k = 2 \quad [X] &= [0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 4] \\ k = 3 \quad [X] &= [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 3 \ 3] \\ k = 4 \quad [X] &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2] \end{aligned}$$

Essa propriedade faz com que a curva B-Spline passe através do primeiro e último vértice do polígono de controle e seja tangente com seus respectivos segmentos, tornando a semelhante à Curva Bézier. Além disso, a distribuição dos vetores internos (*Knots Vectors*) é regida pela Equação 48 [84, 85].

$$\begin{aligned} x_i &= 0 & 1 \leq i \leq k \\ x_i &= i - k & k + 1 \leq i \leq n + 1 \\ x_i &= n - k + 2 & n + 2 \leq i \leq n + k + 1 \end{aligned} \tag{48}$$

Considerando uma curva definida por um polinômio de grau 3 (ordem  $k=4$ ) com 6 vértices no polígono de controle ( $n+1=6$ ), têm-se seus respectivos vetores internos definidos da seguinte forma:

$$[X] = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3]$$

A função de suavização da Curva *B-Spline* com a utilização desses vetores pode ser observada na Figura 3.57. Essa função de suavização apresenta valores em toda a extensão do parâmetro “t”, sendo que a somatória das funções de suavização apresenta um valor igual a 1, respeitando a propriedade de uma Curva *B-Spline* (Ver Equação 47).

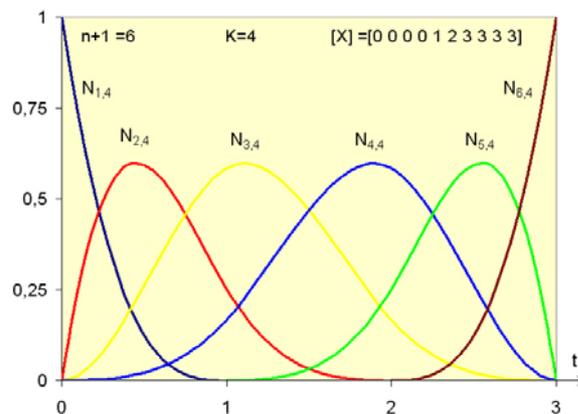


Figura 3.57: Função de Suavização com Open Uniform Vectors [85].

A distribuição aberta dos vetores internos do parâmetro “t” pode ser uniforme e não uniforme, resultando, respectivamente numa Curva *B-Spline* Uniforme e Não Uniforme. Tal uniformidade está relacionada com o intervalo entre os vetores, excluindo os vetores repetidos, conforme a Figura 3.58. Nessa figura considerou-se uma curva definida por um polinômio de grau 3 (ordem  $k=4$ ) com 6 vértices no polígono de controle ( $n+1=6$ ).

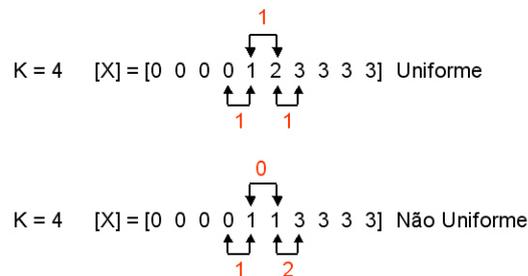


Figura 3.58: Distribuição dos vetores da Curva (Knots Vectors).

Conseqüentemente, a utilização de uma distribuição de vetores não uniforme resulta numa função de suavização não uniforme, (Ver Figura 3.59). Esta falta de uniformidade resulta em características especiais na geração da Curva *B-Spline*.

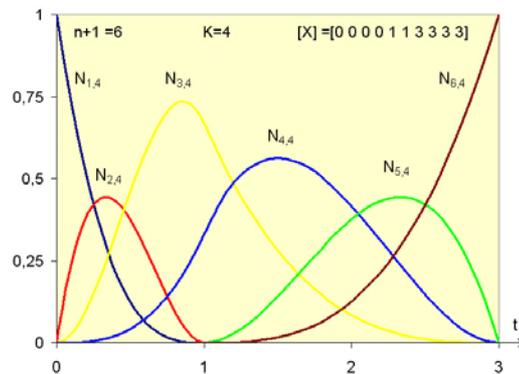


Figura 3.59: Função de Suavização com Open Non Uniform Knots Vectors.

Com isso, a utilização de uma distribuição aberta de vetores (*Open Knots Vectors*) proporciona uma maior flexibilidade no desenvolvimento de Curvas *B-Spline*, sendo que essa flexibilidade pode ser obtida através das seguintes formas [84, 85]:

- alteração do grau da curva *B-Spline*;
- alteração do tipo da distribuição dos vetores, entre uniforme e não uniforme;
- utilização de repetidos vértices do polígono de controle.

Cada uma dessas formas de flexibilização proporcionará características especiais na obtenção da Curva *B-Spline*, de forma que esta satisfaça as necessidades na representação de superfícies complexas e seja, utilizada no ambiente industrial.

A alteração da ordem da Curva *B-Spline* e, conseqüentemente, do grau do polinômio utilizado na representação matemática está diretamente relacionada com a suavização da Curva *B-Spline*. A

Figura 3.60 ilustra uma Curva *B-Spline* obtida através de um polígono de controle com 4 vértices e com diferentes ordens.

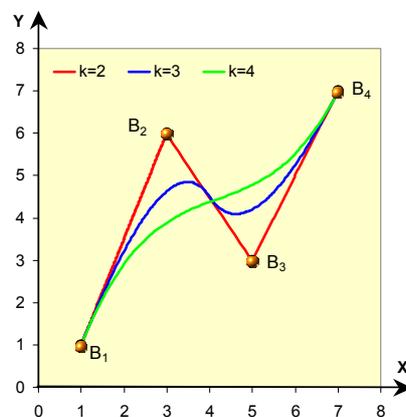


Figura 3.60: Variação da ordem em uma Curva *B-Spline*.

Pode-se observar que em todos os casos as curvas passam através do primeiro e último vértice do polígono de controle e são tangentes com seus respectivos segmentos. No entanto, a descrição da Curva *B-Spline* altera-se conforme a sua ordem, da seguinte maneira:

- a curva *B-Spline* de ordem 2 ( $k=2$ ) é representada matematicamente por um polinômio de grau 1, o que resulta numa curva definida exatamente por segmentos de retas que pertencem ao polígono de controle e estão unidos por uma continuidade  $C^0$ .
- a curva *B-Spline* de ordem 3 ( $k=3$ ) é representada matematicamente por um polinômio de grau 2, o que resulta numa curva definida por 2 segmentos de parábolas unidos por uma continuidade  $C^1$ .
- a curva *B-Spline* de ordem 4 ( $k=4$ ) é representada matematicamente por um polinômio de grau 3, o que resulta em um único segmento de curva.

Pode-se observar também que o aumento do grau da Curva *B-Spline* resulta num maior distanciamento da curva em relação ao polígono de controle.

A definição do tipo de distribuição a ser aplicada nos vetores da função de suavização, conforme visto anteriormente, é outro recurso de flexibilização que pode ser utilizado na manipulação de uma Curva *B-Spline*. A utilização de uma distribuição não uniforme permite que a suavização da curva seja mais ou menos atraída em direção ao vértice do polígono de controle, permitindo, um maior controle sobre essa curva.

A Figura 3.61 ilustra, para um mesmo polígono de controle, a obtenção de diferentes Curvas *B-Spline* em relação à distribuição dos vetores da Função de suavização. A Curva *B-Spline* obtida com uma distribuição uniforme de vetores (*Uniform B-Spline*), baseia-se na função de suavização ilustrada na Figura 3.57, enquanto que a Curva *B-Spline*, obtida com uma distribuição não uniforme de vetores (*Non Uniform B-Spline*), baseia-se na função de suavização ilustrada na Figura 3.59.

A repetição de vértices do polígono de controle também pode ser utilizada como uma forma de aumentar o controle na obtenção de uma curva *B-Spline*. Da mesma forma que ocorre com a utilização da distribuição não uniforme dos vetores internos, podem-se utilizar repetidos vértices no polígono de controle para causar uma maior atração da curva por esses vértices. A Figura 3.62 ilustra o efeito da repetição de vértices do polígono de controle sobre a suavização da curva *B-Spline*.

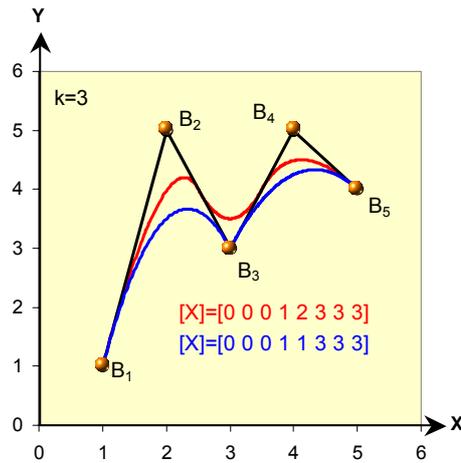


Figura 3.61: Variação da distribuição dos vetores internos da Curva B-Spline.

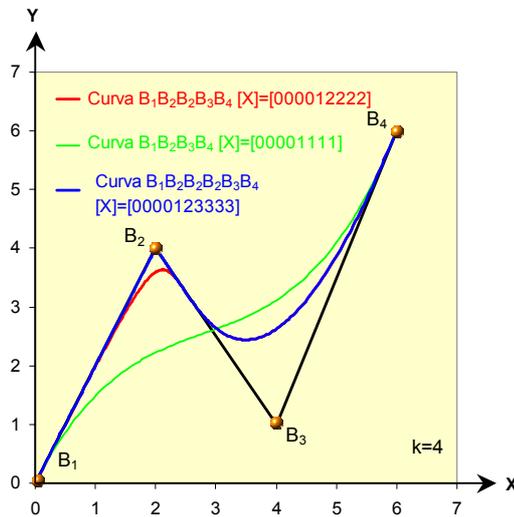


Figura 3.62: Repetição de vértices do polígono de controle da Curva B-Spline [85].

Outra característica importante da Curva B-Spline, e diretamente relacionada com este trabalho, são as suas derivadas de primeira e segunda ordem ilustradas respectivamente nas equações 49 e 50.

$$P(t) = \sum_{i=1}^{n+1} B_i N'_{i,k}(t) \tag{49}$$

$$P(t) = \sum_{i=1}^{n+1} B_i N''_{i,k}(t) \tag{50}$$

Em que:

$P(t)$  = Curva B-Spline;

$B_i$  = Vértices do Polígono de Controle;

$n+1$  = quantidade de pontos do Polígono de Controle;

$t$  = Parâmetro da curva que varia de  $t_{\min}$  à  $t_{\max}$ ;

$k$  = Ordem da Curva B-Spline, podendo ser definida no intervalo  $2 \leq k \leq n + 1$  ;

$N'_{i,k}(t)$  = Derivada de primeira ordem da função de Suavização  $N_{i,k}(t)$ .

$N''_{i,k}(t)$  = Derivada de primeira ordem da função de Suavização  $N_{i,k}(t)$ .

Considerando que uma Curva B-Spline represente o deslocamento da trajetória da ferramenta em função de um determinado período de tempo, pode-se deduzir que o comportamento de sua velocidade e aceleração está relacionado diretamente com a derivada de primeira e segunda ordem.

A Figura 3.63 e Figura 3.64 ilustram respectivamente a derivada de primeira e segunda ordem da Curva B-Spline definida por um polinômio de grau 3 (ordem  $k=4$ ) com 6 vértices no polígono de controle ( $n+1=6$ ) e ilustrada nas Figura 3.57 e Figura 3.59.

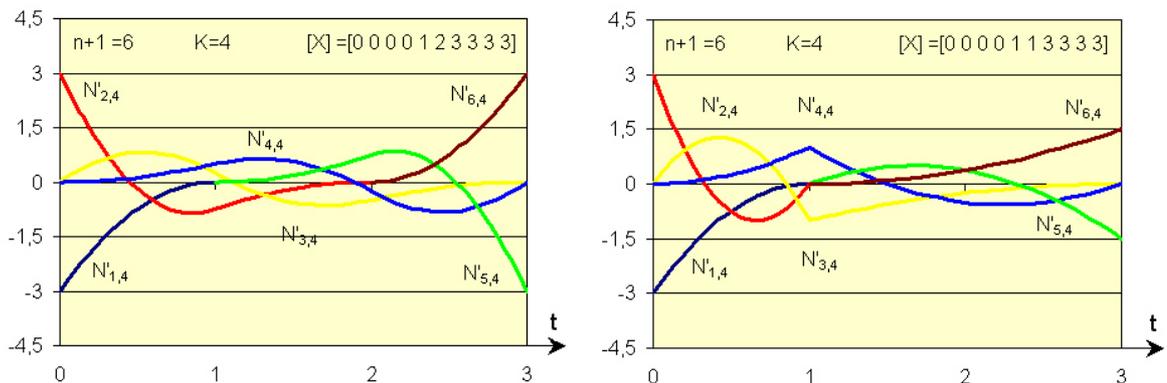


Figura 3.63: Derivada de primeira ordem de uma Curva B-Spline.

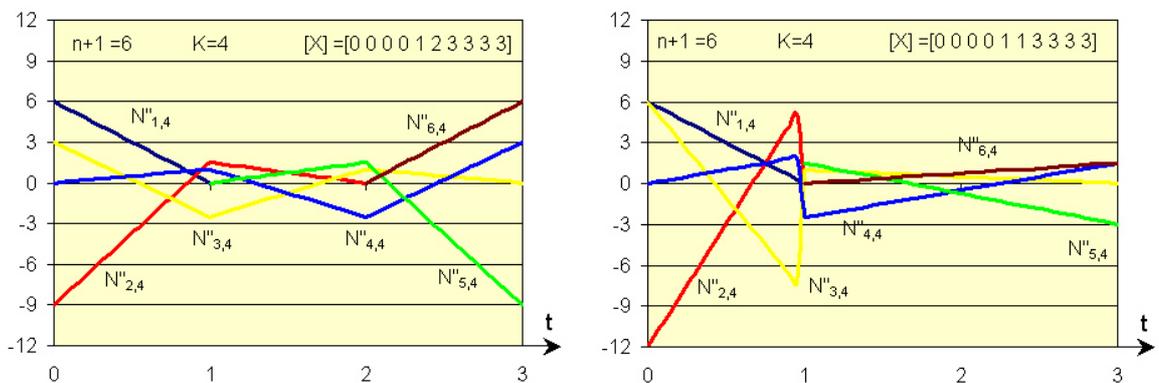


Figura 3.64: Derivada de segunda ordem de uma Curva B-Spline.

Através da Figura 3.63 e Figura 3.64 pode-se observar que:

- as derivadas de primeira e segunda ordem são representadas respectivamente por curvas de grau 2 (parábolas) e grau 1 (retas);
- a distribuição dos vetores internos da curva influencia diretamente no comportamento das derivadas da Curva B-Spline.

### 3.3.4 Curva Non Uniform Rational B-Spline (NURBS)

Apesar dos recursos voltados para a manipulação das Curvas *B-Spline*, a sua utilização na representação de aplicações para superfícies complexas na área de engenharia e Sistemas CAD, na qual, envolve além de curvas complexas, a associação de outros elementos geométricos, tais como: cilindros, cones, linhas, planos e principalmente formas cônicas e quadráticas, resulta em algumas limitações [26, 84, 85].

Em função disso, o tipo de Curva *B-Spline* pode-se adicionar mais um parâmetro de manipulação definido como peso (*weight*) sobre os vértices do polígono de controle. Esses pesos, associados às demais propriedades de manipulados vistas anteriormente permitem obter uma total flexibilização da Curva *B-Spline*, satisfazendo plenamente as necessidades na representação de superfícies complexas.

Esta propriedade proporciona à curva uma propriedade chamada *Rational*, que, quando implantada numa Curva *B-Spline*, resulta numa *Rational B-Spline*. Dentre as inúmeras opções dentro dessa família de curvas, a Curva *NURBS* (*Non Uniform Rational B-Spline*), baseada, conforme sua própria descrição, em uma Curva *B-Spline* com uma distribuição dos vetores internos de forma aberta e não uniforme (*Non Uniform Open Knot Vectors*), apresenta a maior inserção na representação de superfícies complexas em virtude de sua total flexibilidade.

Atualmente, esse tipo de curva está amplamente implantado nos Sistemas CAD e nas normas padronizadas de conversão geométrica *STEP* e *IGES* [26, 84], isso faz com que a Curva *NURBS* seja objeto de estudo desse tópico.

As Curvas *NURBS* estão baseadas em toda fundamentação teórica de uma Curva *B-Spline* obtida através de uma distribuição aberta e não uniforme dos vetores internos do parâmetro "*t*" (ver item 3.3.3.2) com a adição da propriedade *Rational*.

Essa propriedade, obtida através da adição de um parâmetro de peso sobre os vértices do polígono de controle, permite um total controle sobre a atração da curva sobre os vértices do polígono de controle. Esse total controle proporciona uma extrema flexibilidade de manipulação e adaptação desse tipo de curva.

Matematicamente, Rogers [85] define a Curva *NURBS* através das Equações 51 e 52.

$$P(t) = \sum_{i=1}^{n+1} B_i R_{i,k}(t) \quad (51)$$

Em que:

$P(t)$  = Curva *NURBS*;

$B_i$  = Pontos do Polígono de Controle;

$n$  = Grau do Polígono de Controle ( $N-1$ );

$t$  = Parâmetro da curva que varia de 0 a 1;

$R_{i,k}(t)$  = Função de Suavização.

A Equação 52 define a função de suavização (*Rational Blending Function*) para a curva *B-Spline*. Nessa Equação pode-se observar a inserção do parâmetro de peso do vértice do polígono de controle ( $h_i$ ), de forma a obter a propriedade *Rational* nessa função de suavização.

$$R_{i,k} = \frac{h_i N_{i,k}(t)}{\sum_{i=1}^{n+1} h_i N_{i,k}(t)} \quad (52)$$

Em que:

$h_i$  = Peso de atração do vértices do polígono de controle (*weight*);

$N_{i,k}$  = Função de Suavização baseada em *Non Uniform Knot Vectors*.

Da mesma forma que ocorre a representação matemática da Curva *Bézier* (Ver item 3.3.2), Lês Piegel [84] aborda a representação matemática da Curva *NURBS* com outras nomenclaturas dos parâmetros, conforme as Equações 53 e 54.

$$C(u) = \sum_{i=0}^n R_{i,p}(u) P_i \quad (53)$$

$$R_{i,p}(u) = \frac{N_{i,p}(t) w_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(t) w_i} \quad (54)$$

No decorrer do trabalho será padronizada a nomenclatura utilizada por Rogers [85].

Através da característica *Rational*, é possível obter, para uma mesma distribuição de vetores internos do parâmetro “ $t$ ” de uma Curva *B-Spline*, diferentes funções de suavização. Tal fato permite um pleno controle sobre a atração dos pontos dos vértices do polígono de controle sobre a curva obtida.

As Figura 3.65, Figura 3.66, Figura 3.67 e Figura 3.68 ilustram respectivamente, o efeito da aplicação de diferentes pesos ( $W=0, 0.3, 1$  e  $3$ ) sobre um dos vértices do polígono de controle. Nesse caso, as funções de suavização foram obtidas através da Equação 52, com base numa curva *B-Spline* formada por um polígono de controle com 5 vértices ( $n+1=5$ ), ordem 3 e uma distribuição não uniforme dos vetores dada por  $X [0 0 0 1 2 3 3 3]$ .

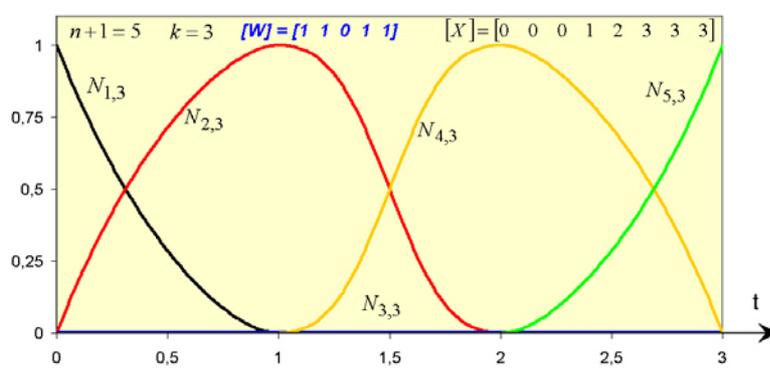


Figura 3.65: Função de Suavização NURBS com peso (weight) 0 no vértice central.

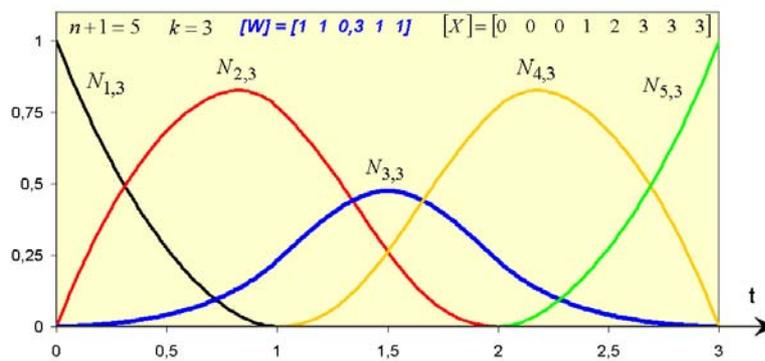


Figura 3.66: Função de Suavização NURBS com peso (weight) 0,3 no vértice central.

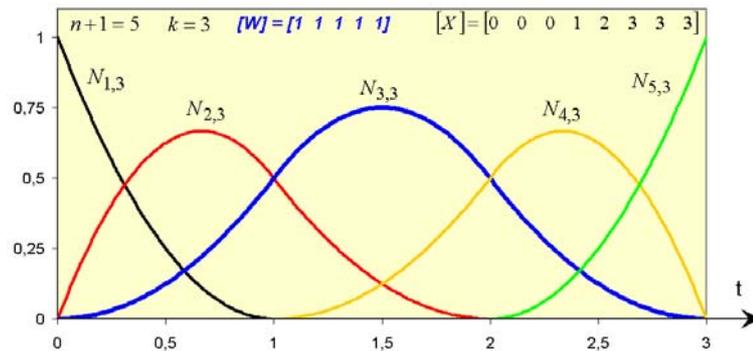


Figura 3.67: Função de Suavização NURBS com peso (weight) 1 no vértice central.

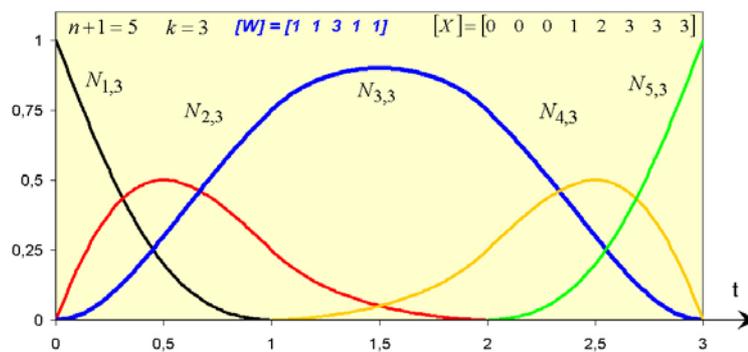


Figura 3.68: Função de Suavização NURBS com peso (weight) 3 no vértice central.

Pode-se observar que a Função de suavização representada pela Figura 3.67 é idêntica à função de suavização representada pela Figura 3.57. Isso ocorre principalmente em função dos parâmetros peso estarem configurados com o valor 1, o que acaba eliminando a função desses parâmetros.

Além disso, pode-se observar que a curva obtida pela função de suavização  $N_{3,3}$  sofre um aumento de tamanho em decorrência do aumento do parâmetro peso (weight) sobre o vértice 3 ( $i=3$ ) do polígono de controle. Da mesma forma, para manter equilibrado esse aumento da curva  $N_{3,3}$ , conforme regra da somatória das funções de suavização (ver Equação 47), ocorre um decremento do tamanho das demais curvas de suavização.

Aplicando essas funções de suavização, juntamente à Equação 51, é possível obter, para um mesmo polígono de controle, diversas Curvas NURBS, de acordo com a Figura 3.69.

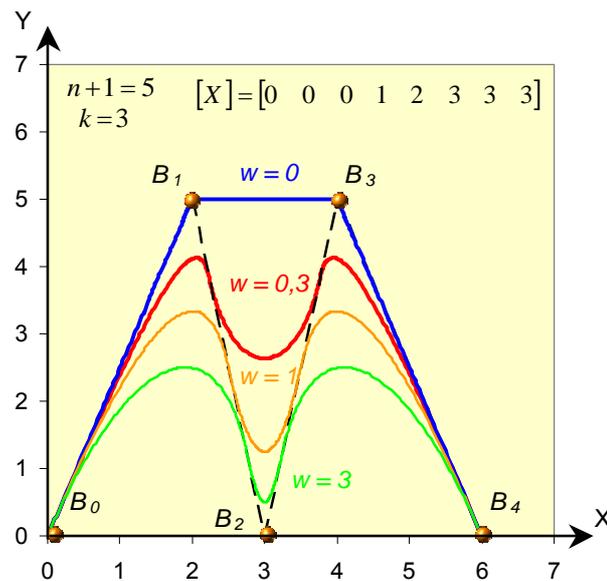


Figura 3.69: Curva NURBS definida com diferentes pesos (weight).

Observando a Figura 3.69. pode-se deduzir que:

- o aumento do parâmetro peso (weight) sobre um determinado vértice do polígono de controle resulta numa acentuação da curva em direção ao mesmo;
- da mesma forma que ocorre à função de suavização, a utilização de todos os parâmetros de peso iguais a 1 transforma automaticamente uma Curva NURBS (Non Uniform Rational B-Spline) em uma Curva NUBS (Non Uniform B-Spline).

### 3.4 Descrição do ciclo CAD/CAM/CNC na Manufatura

O processo de manufatura de superfícies complexas está baseado na utilização do ciclo CAD/CAM/CNC. Através de um Sistema CAD, um modelo geométrico contendo a concepção e o projeto de fabricação de um produto é obtido.

Posteriormente, transfere-se esse modelo geométrico ao Sistema CAM, no qual, será inserido os dados da manufatura, tais como: as dimensões da matéria prima, estratégias de usinagem e parâmetros tecnológicos, para que a trajetória da ferramenta seja calculada e simulada. Nesse momento, a trajetória da ferramenta será representada por um arquivo nativo, conhecido como CLDATA (*cutter location data file*) [1, 26]. Esse arquivo contém as coordenadas no plano cartesiano da trajetória da ferramenta.

Esse arquivo nativo pode ser reconhecido apenas pelo Sistema CAM, no qual foi gerado, e, por não estar na linguagem de programação ISO 6983, não é interpretado pelo CNC, [1, 87]. Na maioria dos casos, um módulo adicional integrado ao Sistema CAM,

conhecido como pós-processador será o responsável por transformar o arquivo nativo em Programa NC, com a linguagem apropriada para o CNC.

A Figura 3.70 exemplifica, através de um exemplo da indústria de moldes e matrizes, a integração do ciclo CAD/CAM/CAM na manufatura de superfícies complexas.

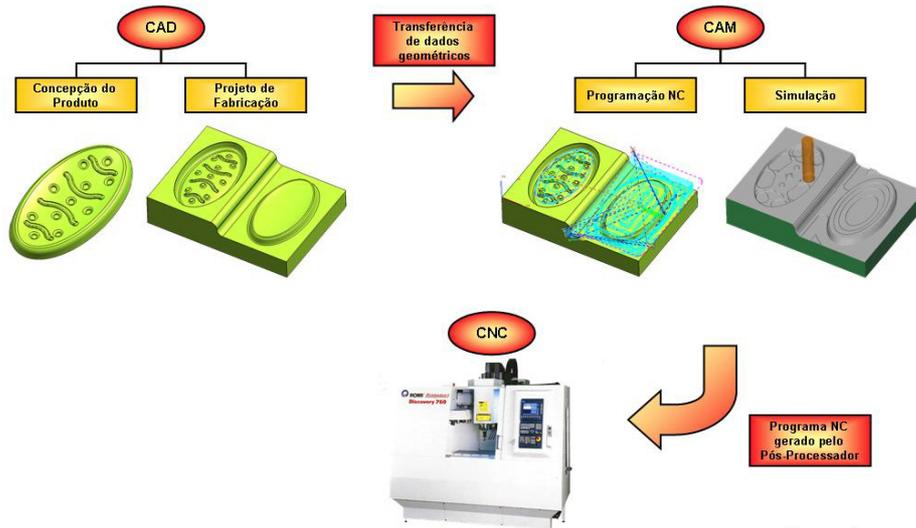


Figura 3.70: Integração CAD/CAM/CNC na manufatura de superfícies complexas.

Considerando nesse ciclo os recursos dos Sistemas CAM, com relação aos métodos de interpolação da trajetória da ferramenta, obtém-se a Figura 3.71, na qual há a inserção das variáveis Tolerância do Sistema CAM e tipos de interpolação da trajetória da ferramenta.

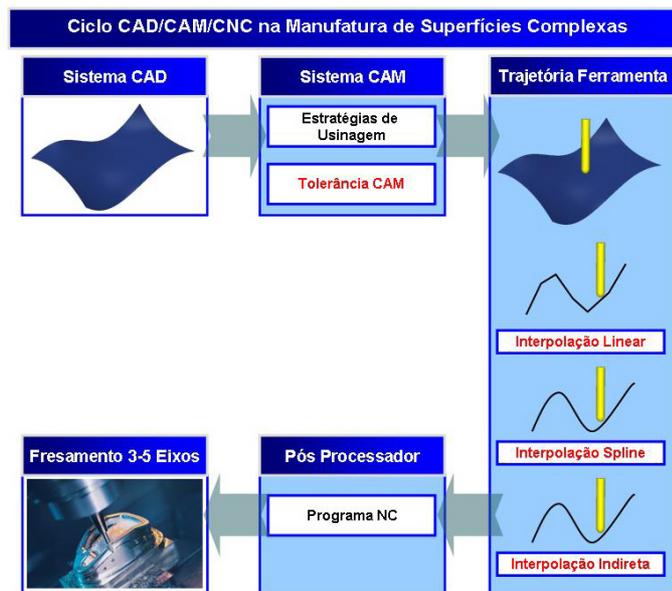


Figura 3.71: Ciclo CAD/CAM/CNC na manufatura de superfícies complexas.

### 3.4.1 Tolerância CAM

Após a transferência do modelo geométrico do Sistema CAD para o Sistema CAM, a trajetória da ferramenta é determinada com o auxílio de uma faixa de tolerância aplicada nesse modelo geométrico. O Sistema CAM calcula a trajetória da ferramenta que melhor adapta-se a essa faixa de tolerância [1, 89].

A Figura 3.72 ilustra um exemplo de determinação da trajetória da ferramenta através da interpolação linear para um mesmo modelo geométrico, com valores diferentes de tolerâncias fornecidas ao Sistema CAM.

Nessa figura observa-se que:

- o aumento ou redução da Tolerância CAM resulta, respectivamente, em um aumento ou redução do tamanho do segmento ( $\Delta L$ ) utilizado para representar a trajetória da ferramenta;
- o aumento ou redução da Tolerância CAM resulta, respectivamente, em um aumento ou redução da inclinação entre os segmentos ( $\Delta\alpha$ ) da trajetória da ferramenta. Essa característica, assim como sua influência na manufatura de superfícies complexas, está evidenciada nos estudos realizados por Stroh [19] e Regalbuno [17] e serão destacados no item 3.4.2.1;

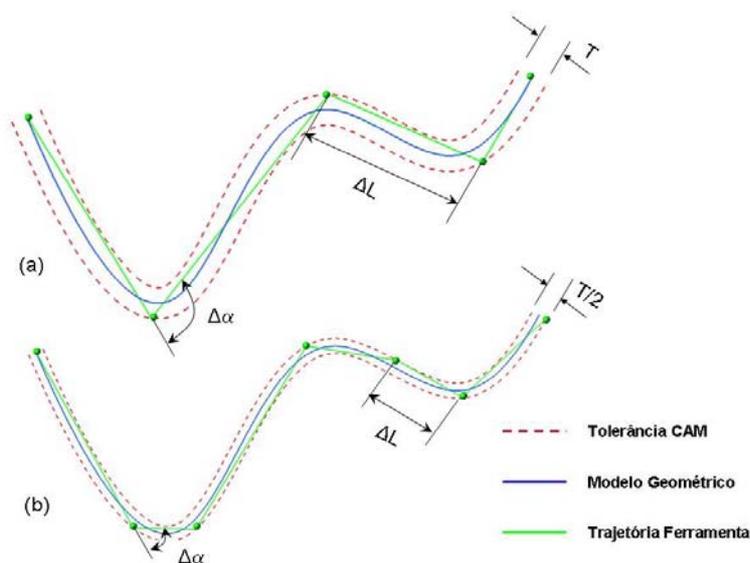


Figura 3.72: Trajetória da ferramenta em função da Tolerância CAM.

Adicionalmente, Yeh e Hsu [88], assim como, Choi e Banerjee [89], abordam em seus estudos, o aumento dos desvios geométricos da trajetória da ferramenta em relação ao

aumento da Tolerância do Sistema CAM. Com a utilização dessa Tolerância, surge, na trajetória da ferramenta, os erros radiais e de corda ilustrados na Figura 3.73.

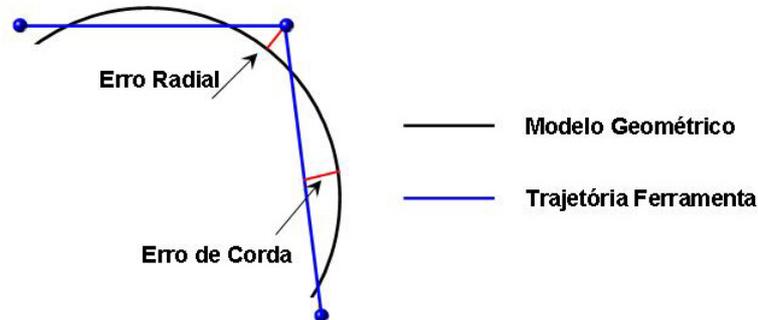


Figura 3.73: Erro na Trajetória da ferramenta em função da Tolerância CAM [88].

Além disso, a relação direta entre a Tolerância CAM e o tamanho do segmento utilizado para a representação da trajetória da ferramenta, influenciará no tamanho do Programa NC, uma vez que o tamanho do segmento programado relaciona-se diretamente com a quantidade de segmentos utilizados na representação da trajetória da ferramenta e, conseqüentemente, com a quantidade de blocos de informações.

Outra propriedade, inserida no ciclo CAD/CAM/CNC, relacionada com a Tolerância CAM está no tempo de cálculo para a geração do Programa NC pelo Sistema CAM. A tolerância está diretamente relacionada com esse tempo, ou seja, o aumento da tolerância permite que o Sistema CAM encontre de forma mais rápida os segmentos a serem utilizados na representação da trajetória da ferramenta.

Essas características, tamanho do segmento e tempo de cálculo, foram comprovadas através de testes realizados no SCPM para determinar o tamanho e o tempo de cálculo do Programa NC em função da Tolerância CAM e da curvatura do modelo geométrico.

Nestes testes, os programas NC contendo a operação de acabamento em dois modelos geométricos, foram gerados pelo sistema CAD/CAM *Unigraphics V18* em uma *Workstation Silicon Graphics* com dois processadores Pentium III 1GHz (bi-processamento) e com 1GB de memória RAM.

O modelo 1 é uma parte de um corpo de prova criado pela associação alemã *NC-Gesellschaft* (NCG) [90] para homologação de centros de usinagem e o modelo 2 foi desenvolvido no SCPM com base num modelo geométrico desenvolvido em um projeto na Alemanha para homologação de centros de usinagem HSC [91].

A Figura 3.74 ilustra os valores obtidos com estes ensaios.

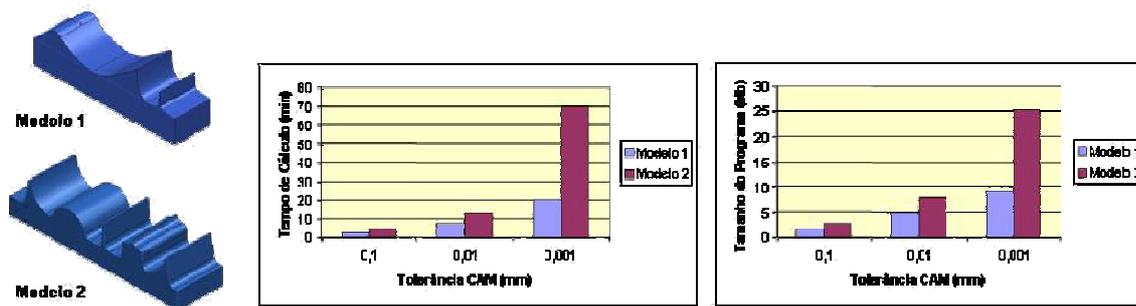


Figura 3.74: Influência da Tolerância CAM no Programa NC [20].

Nota-se que a redução da tolerância resulta num aumento exponencial do tamanho do Programa NC e no seu tempo de cálculo.

Além disso, o corpo de prova 2 por apresentar uma geometria com um maior número de arcos (raios de curvatura), sofre uma influência maior da redução da faixa de tolerância no Sistema CAM, fazendo com a diferença do tamanho e do tempo de cálculo entre os modelos cresça também de forma exponencial.

### 3.4.2 Métodos de Interpolação da trajetória da ferramenta

Na determinação da trajetória da ferramenta que melhor se adapte à faixa de Tolerância CAM, os Sistemas CAM apresentam diversos métodos de interpolação para representar essa trajetória. Cada método de interpolação proporcionará características próprias à trajetória da ferramenta e, conseqüentemente, desempenhos distintos na manufatura de superfícies complexas com a Tecnologia HSC.

Na manufatura tradicional de superfícies complexas, a baixa de exigência dinâmica na operação de usinagem fez com que os métodos de interpolação da trajetória da ferramenta fossem desprezados como recursos do Sistema CAM. Dessa forma, a simplicidade matemática e a facilidade na integração CAM/CNC, tornaram a interpolação linear, representação da trajetória da ferramenta por segmentos de retas, um padrão na indústria.

No entanto, a evolução do processo de fabricação na direção da Tecnologia HSC resultou no aumento exponencial das exigências dinâmicas nesse processo, transformando a representação da trajetória da ferramenta por segmentos de retas em uma limitação dinâmica e geométrica [13, 23, 25, 92].

Conseqüentemente, essas limitações fazem com que os métodos de interpolação da trajetória da ferramenta, como recursos do Sistema CAM, voltassem a ser considerados na representação da trajetória da ferramenta.

Dentre esses métodos de interpolação, a Interpolação *Spline*, representação da trajetória da ferramenta por segmentos de curvas orientadas por um determinado modelo matemático, tem sido objeto de estudo de inúmeros pesquisadores e, inclusive deste trabalho, em virtude do melhor desempenho dinâmico decorrente de uma trajetória da ferramenta mais suave em relação à interpolação Linear [13, 24, 93, 94].

Apesar da interpolação Circular, em que a trajetória da ferramenta é representado por um conjunto formado por segmentos de retas e arcos, ser uma opção nos Sistemas CAM e, inclusive existir algumas pesquisas demonstrando seus benefícios, com a redução do tempo de usinagem e a melhorar da qualidade superficial (eliminação de facetas) com relação à Interpolação Linear [95], sua limitação na representação de superfícies complexas elimina-a dessa discussão [96].

Na busca da solução às limitações impostas pela representação da trajetória da ferramenta através de segmentos de retas, além dos estudos de novos métodos de interpolação (Interpolação *Spline*), há a evolução dos recursos dos comandos numéricos em direção da otimização dinâmica de uma trajetória da ferramenta representada por uma Interpolação Linear.

Nesse caso, a partir de segmentos de retas (Interpolação Linear), o CNC, através de comandos específicos, transforma essa representação, em uma Interpolação *Spline*.

Em virtude dessa Interpolação *Spline* não ser obtida diretamente do modelo geométrico no Sistema CAM, mas, através de uma trajetória previamente calculada, esse trabalho aborda esse método de interpolação *Spline* de forma distinta e nomeando-a como Interpolação Indireta (ver Figura 3.82).

A seguir serão detalhados esses métodos de interpolação da trajetória da ferramenta.

#### **3.4.2.1 Interpolação linear**

Na Interpolação Linear, a trajetória da ferramenta é representada por um conjunto de segmentos de retas que melhor se adaptam à faixa de tolerância do Sistema CAM (Ver Figura 3.72). Esses segmentos de retas são descritos pelo comando G01 da linguagem de programação ISO 6983.

A utilização de segmentos de retas faz com que a Interpolação Linear tenha uma representação matemática mais simples em relação aos demais métodos, não exigindo características especiais do CNC e do Sistema CAM.

Essa característica facilitou a inserção do ciclo CAD/CAM/CNC no ambiente industrial e tornou a Interpolação Linear um padrão de representação.

Dentre as características deste método pode-se ressaltar [18, 49]:

- programas NC extensos;
- trajetória da ferramenta representada por segmentos de retas, ocasionando baixa qualidade de acabamento devido ao “facetamento” da superfície usinada, principalmente para grandes tolerâncias no Sistema CAM;
- pequena tolerância no Sistema CAM aplicadas em modelos geométricos com superfícies complexas resultam numa trajetória da ferramenta representada por um número excessivo de pequenos segmentos de retas.

Essa segmentação da trajetória da ferramenta, associada às altas taxas de velocidade de avanço, resultará em significativos problemas de desempenho dinâmico na manufatura em máquinas ferramentas de 3 e 5 Eixos [13, 93].

Dentre as causas desses problemas, destaca-se o tempo de resposta e as características de aceleração.

O tempo de resposta da máquina ferramenta é uma característica do CNC, normalmente utilizado por seus fabricantes como um parâmetro de desempenho, e pode ser definido como sendo o tempo que o CNC leva para ler e processar um bloco de informação do Programa NC [18].

Na maioria dos comandos numéricos comerciais o tempo de processamento de bloco varia entre 1 a 10 ms [61, 63].

Quando o tempo de processamento do bloco for maior que o tempo de usinagem do percurso do segmento, a máquina irá atingir o ponto de destino e a informação para o próximo movimento ainda não estará disponível.

Nesse caso, os CNC modernos reduzem a velocidade de avanço programada para uma velocidade de avanço compatível à sua velocidade de processamento, resultando em uma menor velocidade de avanço real e, conseqüentemente um maior tempo de usinagem [97].

Isso faz com que o tempo de processamento de bloco seja uma característica extremamente importante na manufatura de moldes e matrizes com alta velocidade, principalmente na execução de Programas NC gerados através da interpolação Linear.

Em função dessa limitação, Boucher et al. [98] e Pritschow et al. [99], desenvolveram trabalhos na linha de otimizar o fluxo de informações CNC, de forma a reduzir o tempo de

processamento da máquina ferramenta de 4 a 8 vezes, conforme ilustrado na Figura 3.75.

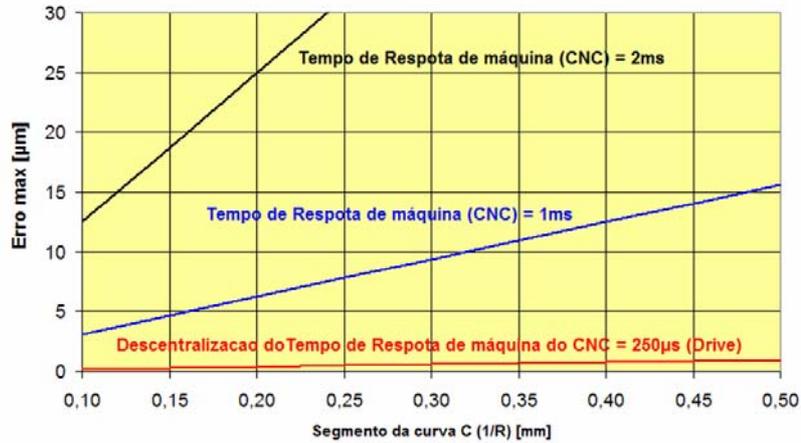


Figura 3.75: Descentralização do tempo de Processamento [99].

Outro fator a ser considerado relaciona-se com a exatidão da trajetória da ferramenta nas regiões de passagem entre os segmentos programados. Essa passagem, de forma precisa, exige grandes picos de aceleração e desaceleração da máquina ferramenta [100].

A Figura 3.76 analisa, para as regiões de transição entre os segmentos nos Eixos X e Y, o comportamento da velocidade de avanço. Para esta análise a trajetória de ferramenta é representada pelos pontos P1, P2, P3 e P4 e pelos blocos de comando N10, N20, N30 e N40.

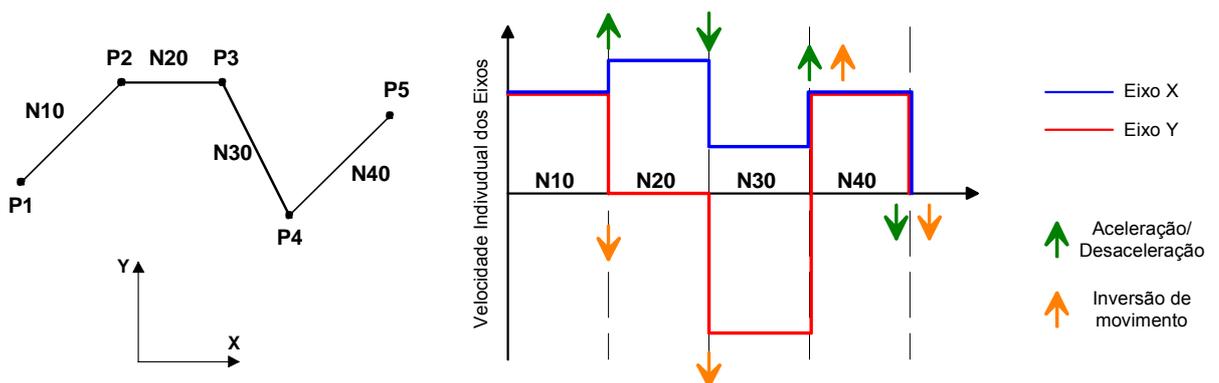


Figura 3.76: Comportamento dinâmico da máquina ferramenta [49, 61].

Além disso, apesar da maioria dos estudos normalmente relacionar a variação da aceleração à quantidade de segmentos da interpolação linear, os estudos realizados pelo PTW [17,19] ilustram a relação direta entre o ângulo de inclinação e a variação da velocidade de avanço, conforme ilustrado na Figura 3.77.

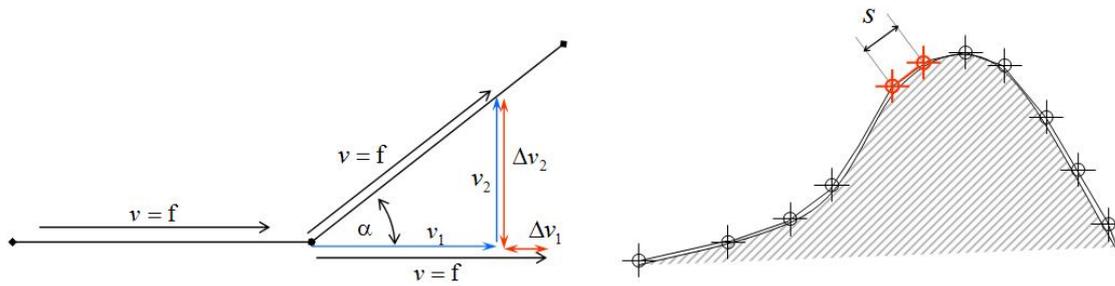


Figura 3.77: Efeito da interpolação linear sobre a velocidade de avanço [19].

### 3.4.2.2 Interpolação Spline

Na interpolação *Spline*, diferentemente do que ocorre com a Interpolação Linear, a trajetória da ferramenta é representada por um conjunto de segmentos de curvas ( $C_0, C_1, \dots, C_n$ ) e retas. Esses segmentos de curvas estão baseados em modelos matemáticos, normalmente gerados pelos Sistemas CAD (Ver item 3.3).

Com isso, na manufatura de superfícies complexas, o Sistema CAM pode determinar uma trajetória para a ferramenta mais suave, dentro dos limites da faixa de Tolerância CAM, conforme ilustrado na Figura 3.78 [25, 29].

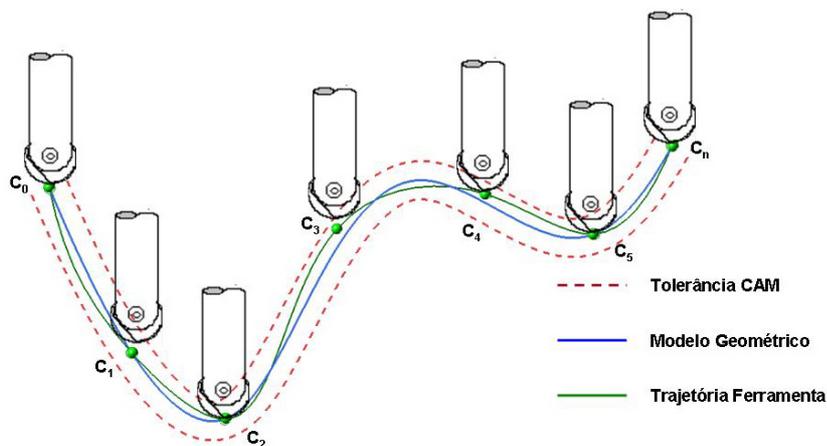


Figura 3.78: Representação da interpolação por curvas.

A representação da trajetória da ferramenta por esse método, apresenta as seguintes características [49,101]:

- programas NC menores em relação aos da interpolação linear, em virtude da necessidade de uma menor quantidade de pontos para representar a mesma trajetória [11];

- substituição dos segmentos de retas por curvas, eliminando os problemas com o tempo de processamento de bloco e picos de aceleração e desaceleração;
- melhor acabamento superficial;
- redução do tempo de usinagem na manufatura de superfícies complexas, uma vez que, a velocidade de avanço real se aproxima à velocidade de avanço programada [25].

Por não estar incluída na norma de programação ISO 6983, a Interpolação *Spline* apresenta uma linguagem própria e diferente para cada fabricante de comando numérico. Mesmo, entre os Sistemas CAM, não existe uma padronização de representação desse tipo de interpolação.

Isso faz com que, a correta aplicação da Interpolação *Spline* no ambiente industrial, assim como seus benefícios sobre a Interpolação Linear, esteja diretamente relacionada com a sua plena compreensão e integração no ciclo CAD/CAM/CNC.

No grupo de Interpolações *Spline* comercialmente aplicado nos comandos numéricos, há diversos tipos de curvas, as quais, apresentam características e aplicações distintas. A Figura 3.79 apresenta exemplos de Interpolações *Spline* inseridas no comando numérico Siemens 810/840D [63, 66].

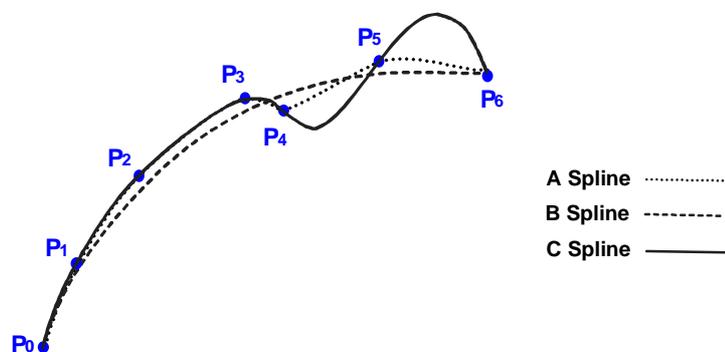


Figura 3.79: Exemplos de interpolações *Spline* [63, 66].

#### ◆A Spline

Na interpolação *A Spline*, a trajetória da ferramenta é definida por um conjunto de curvas baseadas numa interpolação polinomial de grau 3, que passam exatamente pelos pontos de controle, priorizando sempre o menor caminho entre eles, mesmo que não haja harmonia entre as curvas.

Essa característica acaba prejudicando a suavização do caminho da ferramenta e, conseqüentemente, o desempenho dinâmico da máquina ferramenta [63,66].

Este tipo de interpolação é, normalmente, aplicada em construções de peças a partir da digitalização do produto [63].

### ◆ *C Spline*

Da mesma forma que ocorre na interpolação *A Spline*, a trajetória da ferramenta será definida por um conjunto de curvas baseadas numa interpolação polinomial de grau 3, que passam exatamente pelos pontos de controle. No entanto, a interpolação *C Spline* irá priorizar a suavização do caminho da ferramenta [63,66].

### ◆ *B-Spline*

Na interpolação *B-Spline*, a trajetória da ferramenta será representada por uma curva baseada nos mesmos modelos matemáticos utilizados nos Sistemas CAD (ver item 3.3.3) e, definida a partir de um polígono de controle, sendo que, esta irá passar apenas pelo primeiro e último ponto do polígono de controle, buscando uma melhor suavização nos demais pontos.

Conforme visto anteriormente no item 3.3.3, a liberdade de manipulação desse tipo de curva, transforma-a no método mais eficaz na representação de superfícies complexas, sendo por isso, amplamente estudado para representar a trajetória da ferramenta na manufatura de moldes e matrizes com altas velocidades [18].

No comando Siemens 810/840D, este tipo de interpolação apresenta como linguagem de programação a seguinte sintaxe, a ser aplicada antes das coordenadas que representam o polígono de controle [66]:

*BSPLINE SD*

Em que:

*BSPLINE* - ativa a interpolação *B Spline*;

*SD* - define o grau da interpolação *B Spline*.

Além da programação básica da interpolação *B Spline*, o comando Siemens permite ao programador utilizar as seguintes variáveis no polígono de controle:

*PW (point weight)* - intensidade de um ponto do polígono de controle;

*PL (distance between nodes)* - distância entre os pontos do polígono de controle.

No comando FANUC, por ser um comando numérico de outro fabricante, esse tipo de interpolação apresenta como linguagem de programação a seguinte sintaxe [15,102]:

## G6.2 P K X Y Z R

Em que:

G6.2 - ativa a interpolação *NURBS*;

P - grau da equação polinomial;

K - vetor no ponto de controle (*Knot*);

X,Y,Z - coordenadas do ponto de controle;

R - peso do ponto de controle (*weight*);

Através destas variáveis, pode-se transformar a interpolação *B-Spline* numa interpolação *NUBS* ou *NURBS*, conforme descrito os itens 3.3.3 e 3.3.4. Isso possibilita gerar uma trajetória da ferramenta mais suavizada e com menor quantidade de curvas.

No entanto, em decorrência da aplicação da interpolação *B-Spline* nos sistemas CAM/CNC estar em fase de desenvolvimento, seu estudo aprofundado esbarra no desenvolvimento de pós-processadores capazes de interpretar fielmente a linguagem matemática utilizada pelos Sistemas CAM e transformá-las num Programa NC, respeitando a linguagem de programação do CNC.

Em virtude do modelo matemático de uma curva *B-Spline* poder ser representada por segmentos de curvas polinomiais, conforme descrito na Figura 3.52, a Interpolação Polinomial, também, tem sido implantada como recurso nos Sistemas CAM/CNC, principalmente, por apresentar um modelo matemático mais simples em relação à Interpolação *B-Spline*.

Nesse caso, a interpolação polinomial, é definida por uma função polinomial de grau 3 ou grau 5, conforme ilustrado nas Equações 55 e 56 [66].

$$f(p) = a_0 + a_1p + a_2p^2 + a_3p^3 \quad (55)$$

$$f(p) = a_0 + a_1p + a_2p^2 + a_3p^3 + a_4p^4 + a_5p^5 \quad (56)$$

Em que:

$a_n$  = coeficientes da função polinomial;

$p$  = parâmetros;

Da mesma forma que ocorre com a Interpolação *B-Spline*, a Interpolação Polinomial será representada por uma linguagem própria e diferente para cada comando numérico.

No comando Siemens 810/840D, a interpolação polinomial é representada por uma função polinomial de grau 3, através da seguinte sintaxe [66]:

$$\text{POLY PO}[X] = (X_e, a_2, a_3) \text{ PO}[Y] = (Y_e, b_2, b_3) \text{ PO}[Z] = (Z_e, c_2, c_3) \text{ PL}=n$$

Em que:

POLY = ativa a interpolação polinomial;

PO[?] = define a interpolação polinomial;

X, Y, Z = nome do eixo;

$X_e, Y_e, Z_e$  = ponto final da interpolação polinomial;

$a_2, a_3$  = coeficientes da interpolação polinomial;

PL = parâmetro interno que define a amplitude da interpolação polinomial.

Observando a Equação 55 e a sintaxe de programação do comando Siemens nota-se que as variáveis  $a_0$  e  $a_1$ , respectivamente, posição inicial da interpolação polinomial, não são fornecidas pelo programador, sendo então calculadas internamente.

A variável PL, que define a amplitude da interpolação, pode assumir valores de 0.0001 à 99999.9999, sendo que, sua omissão fará com que o comando assumira o valor 1 [66]. Através dela, o programador poderá manipular a curva, respeitando sempre sua posição inicial e final, conforme ilustrado na Figura 3.80.

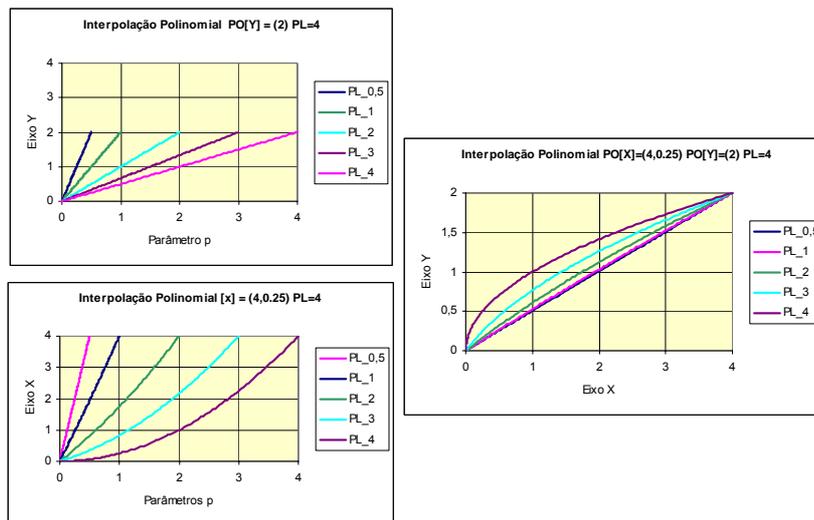


Figura 3.80: Manipulação de curvas através da interpolação polinomial [66].

Apesar desse recurso, o programador deve respeitar a trajetória da ferramenta gerada pelo Sistema CAM, pois, somente esta trajetória irá respeitar a tolerância CAM. Qualquer alteração por parte do usuário comprometerá a exatidão dimensional do produto.

No caso do Sistema CAM *Unigraphics NX*, o parâmetro PL é sempre considerado igual a 1. Os demais parâmetros da interpolação polinomial são calculados internamente pelo sistema e convertido na linguagem Siemens através de um pós processador próprio, conforme pode ser observado na Figura 3.81.

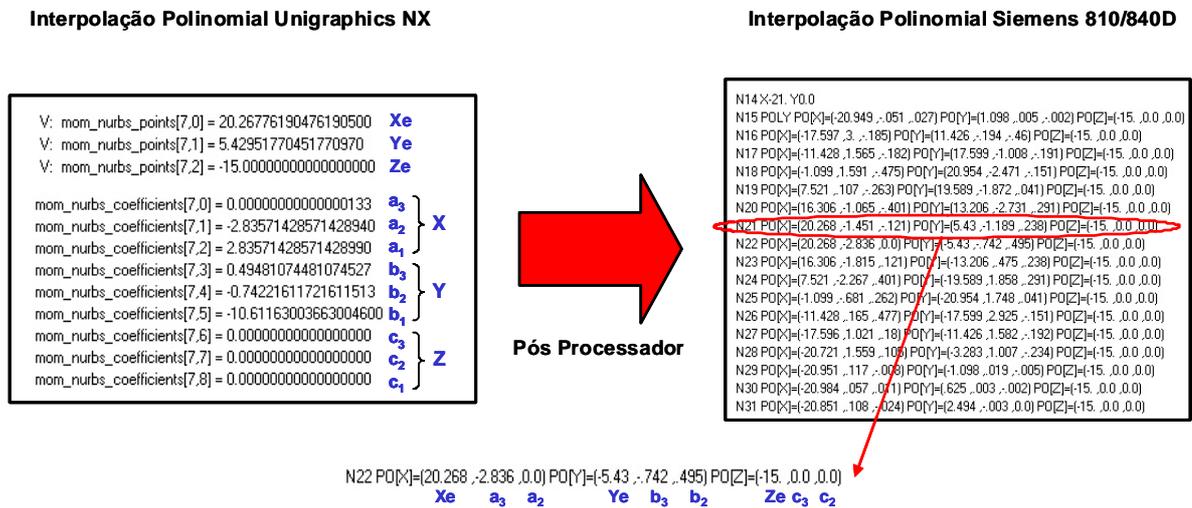


Figura 3.81: Pós processamento da interpolação polinomial.

No comando Heidenhain TNC 426/430, por ser um comando numérico de outro fabricante, esse tipo de interpolação apresenta como linguagem de programação a seguinte sintaxe [103]:

- ....
- N9 L X Y Z - Posição inicial da Interpolação Polinomial
- N10 SPL X Y Z - Posição Final da Interpolação Polinomial
- N11 K3X K2X K1X - Parâmetros da Interpolação Polinomial para o Eixo X
- N12 K3Y K2Y K1Y - Parâmetros da Interpolação Polinomial para o Eixo Y
- N13 K3Z K2Z K1Z - Parâmetros da Interpolação Polinomial para o Eixo Z
- ....

Em que:

- SPL - ativa a interpolação Polinomial;
- K3,K2,K1 - parâmetros  $a_3, a_2$  e  $a_1$  da Equação 55, respectivamente.

Além dos modelos matemáticos descritos acima, existem inúmeros trabalhos que tratam sobre a geração da trajetória da ferramenta através de novos modelos matemáticos ou de variações sobre o modelo matemático NURBS [104, 105]. No entanto, uma vez que,

ainda não estão integrados, de forma comercial, no ciclo CAD/CAM/CNC, são extremamente complexos de serem aplicados na indústria.

Em virtude disso, outros trabalhos procuram devolver a aplicação da Interpolação *Spline*, a qual já está implementada no ciclo CAD/CAM/CNC [19, 17, 13, 93]. Nestes trabalhos, é possível verificar os benefícios da interpolação NURBS sobre a Interpolação Linear com relação ao tempo de usinagem, velocidade de avanço e qualidade superficial na manufatura de superfícies complexas com 3 e 5 eixos.

Altintas e Erkorkmaz [23,29] abordam em seus estudos os problemas dinâmicos da trajetória da ferramenta representada por segmentos de curvas (Interpolação *Spline*). Estes problemas são similares aos apresentados pela Interpolação Linear e, ocorrem em virtude do tamanho do segmento de curva não estar relacionados com os parâmetros dinâmicos da máquina ferramenta.

Nesses estudos, propõem-se a variação do segmento de curva da Interpolação *Spline*, conforme a necessidade dinâmica da trajetória da ferramenta, a fim de se obter uma otimização da velocidade de avanço.

Langeron et al. [93], aplicam a Interpolação *Spline* do tipo *B-Spline* na manufatura de superfícies complexas em centros de usinagem com 5 eixos e equipados com comando Siemens 840D. O Sistema CAM CATIA V5 foi utilizado para gerar a trajetória da ferramenta.

Como resultado, a Interpolação *B-Spline*, obteve um resultado superior, com relação ao desempenho da velocidade real de avanço e à qualidade superficial, à Interpolação Linear e à Interpolação indireta, obtida com o auxílio da função COMPCAD.

Apesar da possibilidade de utilização da Interpolação *B-Spline* e do sucesso de implantação por alguns pesquisadores, a diversidade de Sistemas CAM e de comandos numéricos, cada qual adotando diferentes linguagens para representar a Interpolação *B-Spline* dificulta a aplicação desta metodologia e faz com que a integração entre os sistemas CAM/CNC seja o maior desafio na sua utilização no ambiente industrial.

Esta integração é realizada por um pós-processador que, a partir da representação da trajetória da ferramenta gerada pelos sistemas CAM, em formato APT ou CLF, realiza a conversão para a linguagem do CNC, considerando as suas características.

As características específicas do CNC e Sistema CAM, assim como, a comercialização dos pós-processadores, fazem com que estes não sejam tratados de forma normalizada e, por isso, são restritos a um par CNC-CAM.

Da mesma forma, os trabalhos desenvolvidos na área de aplicação da Interpolação *Spline* relacionam-se, sempre, a um determinado par CNC-CAM [13, 19, 93].

Através dos manuais do fabricante dos Sistemas CAM-CNC, foi possível levantar as características especiais para a geração e interpretação da interpolação B-*Spline* e, conseqüentemente, os desafios dessa integração [66,103, 106,107]. A Tabela 2 descreve as características de alguns sistemas CAD e CNC normalmente utilizados na manufatura de moldes e matrizes.

Através da Tabela 2 é possível observar que:

- a variação da intensidade dos Knots, assim como a diferença de quantidade em relação ao número de pontos dos polígonos de controle, tornam-os um desafio na integração entre os sistemas;
- a não utilização do parâmetro de intensidade para definir a curva NURBS faz com que, apesar de toda a literatura abordar o termo interpolação NURBS, esta seja uma interpolação NUBS (Non Uniforme B-*Spline*). A característica Rational não é utilizada (Ver item 3.3.4);
- a Interpolação *NURBS* para a manufatura de superfícies complexas de 5 eixos, apesar de já ter trabalhos significativos [108], ainda tem a sua aplicação como uma área nova [93], na qual alguns sistemas CAM não apresentam este recurso ainda implementado;
- alguns CNC utilizam uma interpolação Polinomial para representar uma interpolação *Spline*. Neste caso, apesar da diferença entre os modelos matemáticos NURBS e Polinomial, é possível representar uma interpolação NURBS por inúmeros segmentos de interpolações Polinomiais em virtude de limitações do modelo matemático NURBS utilizado pelos sistemas CAM (NUBS) [84, 85].

Com relação à aplicação da interpolação NURBS, é possível observar também que algumas regiões da superfície complexas apresentam limitações com relação à velocidade de avanço. Em função disto, inúmeros trabalhos procuram criar novos algoritmos internos no CNC para processar a interpolação NURBS [24,25, 100] ou novas estratégias de usinagem baseadas nas necessidades desta nova interpolação [81, 109].

Tabela 2: Características dos Sistemas CAM e CNC.

	Possibilidade de Interpolação <i>NURBS</i>	Características especiais
Sistema CAM Unigraphics NX	Interpolação <i>NURBS</i> somente para operações de 3 Eixos	Representa a curva somente através Knots variando de 0 a 1; Não utiliza o conceito de <i>NURBS</i> de variação da intensidade do Knots; Apresenta uma maior quantidade de Knots em relação à quantidade de vértices polígonos de controle da curva.
Sistema CAM CATIA V5	Interpolação <i>NURBS</i> para operações de 3 e 5 Eixos	Representa a curva somente através Knots variando conforme o tamanho da curva; Não utiliza o conceito de <i>NURBS</i> de variação da intensidade do Knots; Apresenta uma maior quantidade de Knots em relação à quantidade de vértices polígonos de controle da curva.
CNC Siemens 840D	Interpolação <i>NURBS</i> e Polinomial para 3 e 5 eixos	Definição da curva <i>NURBS</i> através da distância entre knots e sua intensidade; Definição da curva polinomial através dos pontos de início e fim e dos parâmetros de um polinômio de grau 3 ou 5.
CNC Heidenhain TNC 530	Interpolação Polinomial para 3 e 5 eixo	Definição da curva polinomial através dos pontos de início e fim e dos parâmetros de um polinômio de grau 3.

### 3.4.2.3 Interpolação Indireta

Além dos métodos de interpolação da trajetória da ferramenta gerados diretamente pelo Sistema CAM existem outros métodos de interpolação que são obtidos de forma indireta.

Estes métodos são baseados na transformação de uma Interpolação Linear, gerada através do Sistema CAM, para uma interpolação baseada em curvas, a partir de uma tolerância de conversão.

A Figura 3.82 ilustra esse processo de geração da interpolação indireta.



Figura 3.82: Processo de geração de uma interpolação indireta.

Este tipo de interpolação pode ser utilizado, principalmente, quando a trajetória da ferramenta está descrita através de segmentos de retas, ou quando o Sistema CAM não apresenta recurso de geração de algum tipo de interpolação *Spline*.

No entanto, a utilização da interpolação indireta está diretamente relacionada com as opções do comando numérico para esse tipo de interpolação.

Suas características serão praticamente as mesmas da interpolação Polinomial e *B-Spline*, porém, a adição de mais uma tolerância no sistema resultará numa menor exatidão dimensional do produto final.

Para o comando Siemens 810/840D, destacam-se os seguintes métodos de interpolação indireta:

#### ◆ **COMPCURV**

A função *COMPCURV* permite ao comando numérico, a partir de uma Interpolação Linear, calcular curvas baseadas num polinômio de grau 5, respeitando uma tolerância de conversão especificada para cada eixo através do parâmetro `$MA_COMPRESS_POS_TOL` [66].

Esse tipo de interpolação apresenta como restrição um agrupamento máximo de 10 blocos de segmentos de retas, e é programado através da seguinte sintaxe:

`COMPCURV` - *Ativa função COMPCURV*

```
G1 X0Y0
X10Y30
X20Y40
X40Y80
```

} *Interpolação Linear*

`COMPOF` - *Desativa função COMPCURV*

### ◆ **COMPCAD**

Esta função apresenta as mesmas características da função *COMPCURV*, porém, permite a compressão de mais de 10 blocos de Interpolação Linear, resultando com isso, uma trajetória de ferramenta mais suavizada em relação à função *COMPCURV*.

Apresenta a mesma sintaxe de programação da função *COMPCURV*, sendo ativada com o nome *COMPCAD*.

### ◆ **Ciclo 832**

Com objetivo de agrupar diversas características importantes na manufatura de superfícies complexas com a Tecnologia HSC e, principalmente, facilitar a sua utilização para o programador, a Siemens desenvolveu o Ciclo 832 voltado para essa aplicação.

Nesse ciclo, o programador, baseado em uma representação da trajetória da ferramenta por segmentos de retas, configura os parâmetros relacionados com a interpolação indireta, assim como, controle de aceleração dos eixos e interpretação dinâmica do Programa NC (Função Look Ahead). Esses recursos foram vistos individualmente no item 3.1.3.

Além desses parâmetros, no ciclo 832, para uma mesma operação, pode-se priorizar a velocidade de usinagem ou a qualidade final. Essa seleção ocorre através do parâmetro operação, o qual pode ser configurado como: desbaste, pré-acabamento ou acabamento.

Essa configuração fará com que o comando numérico altere seus parâmetros internos de movimentação dinâmica para atender a exigência da operação.

A Figura 3.83 ilustra a página de configuração do ciclo 832 num comando numérico Siemens 810/840D.

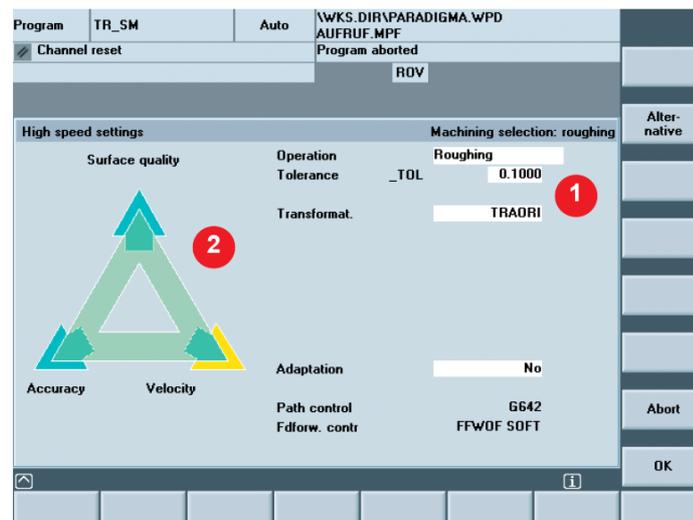


Figura 3.83: Ciclo 832 comando Siemens 810/840D [65].

Além do comando numérico Siemens, diversos outros comandos, voltados para a manufatura de superfícies complexas com altas velocidades, apresentam esses recursos de interpolação indireta, como por exemplo, o comando OKUMA OPS200, no qual, similar aos comandos COMPCURV e COMPCAD, utiliza-se o comando SUPER NURBS [110].



## 4 Detalhamento dos Ensaios

A seguir serão detalhados os ensaios realizados para atingir os objetivos propostos, que foram separados em ensaios preliminares e ensaios de usinagem. Os ensaios preliminares referem-se a alguns estudos específicos para a melhor compreensão dos fatores envolvidos com o ciclo CAD/CAM/CNC na manufatura de superfícies complexas. Os ensaios de usinagem referem-se aos estudos para a compreensão dos efeitos dos diferentes métodos de interpolação da trajetória da ferramenta.

### 4.1 Ensaios Preliminares

Os ensaios preliminares, detalhados a seguir, estão divididos em:

- característica geométrica do corpo de prova;
- velocidade de avanço real de usinagem;
- estimativa do tempo de usinagem;
- estimativa da área de contato;
- tempo de resposta da máquina ferramenta;
- desempenho da Interpolação Spline nos Sistemas CAM.

#### 4.1.1 Característica geométrica do Corpo de Prova

O corpo de prova utilizado nos ensaios de usinagem é representado geometricamente por uma curva B-Spline de ordem 4 ( $k=4$ ) formada por um polígono de controle com 11 vértices conhecidos ( $n+1=11$ ), conforme ilustrado na Figura 4.1.

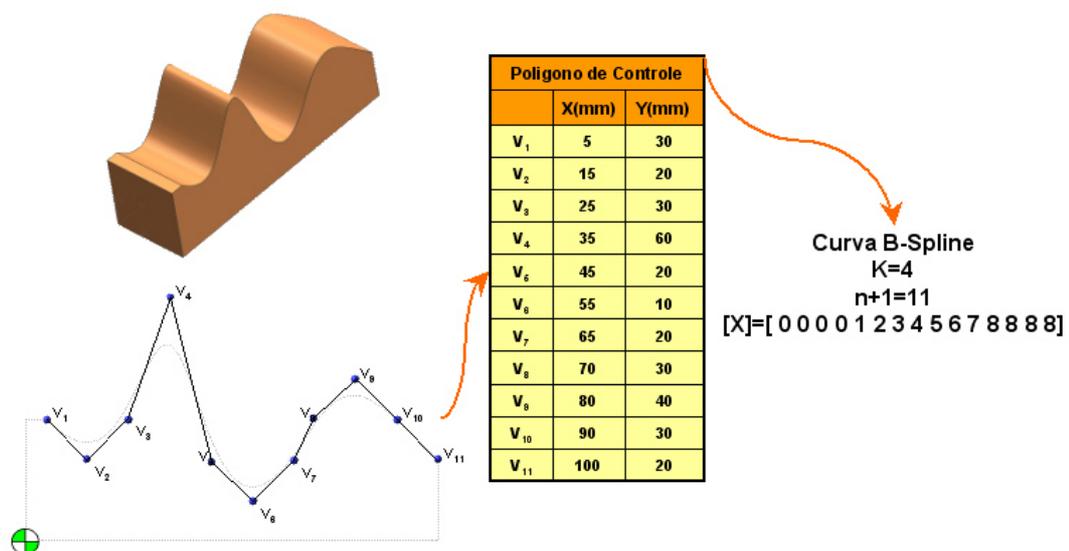


Figura 4.1: Corpo de prova utilizado nos ensaios.

Baseado nas informações matemáticas dessa curva ( $k=4$ ;  $n+1=11$ ;  $[X]=[0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 8\ 8\ 8]$ ) e na teoria de Curva B-Spline detalhada no item 3.3.3, pode-se obter as características da curva (função de suavização e derivadas de primeira e segunda ordem). A Figura 4.2 ilustra as características geométricas do corpo de prova.

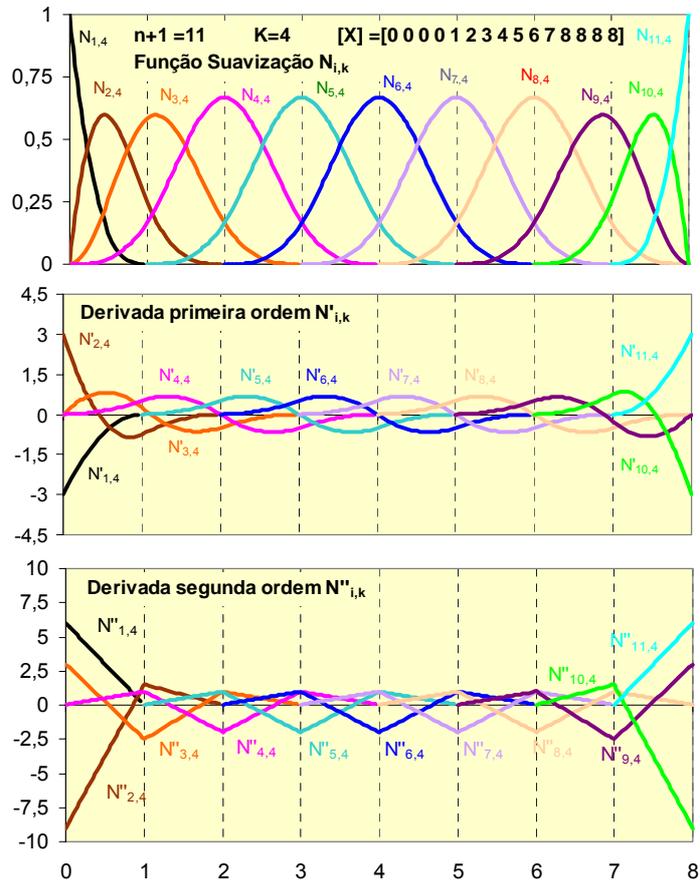


Figura 4.2: Característica geométrica do Corpo de Prova.

Aplicando essas características geométricas nos vértices do polígono de controle que definem a geometria do corpo de prova (ver Figura 4.1) obtém-se, conforme ilustrado na Figura 4.3, o comportamento individual dos Eixos X, Z e XZ.

Tanto as informações da geometria do corpo de prova quanto o comportamento dos eixos X, Z e XZ serão utilizadas no decorrer do trabalho para contribuir na melhor análise dos ensaios de usinagem (ver capítulo 5).

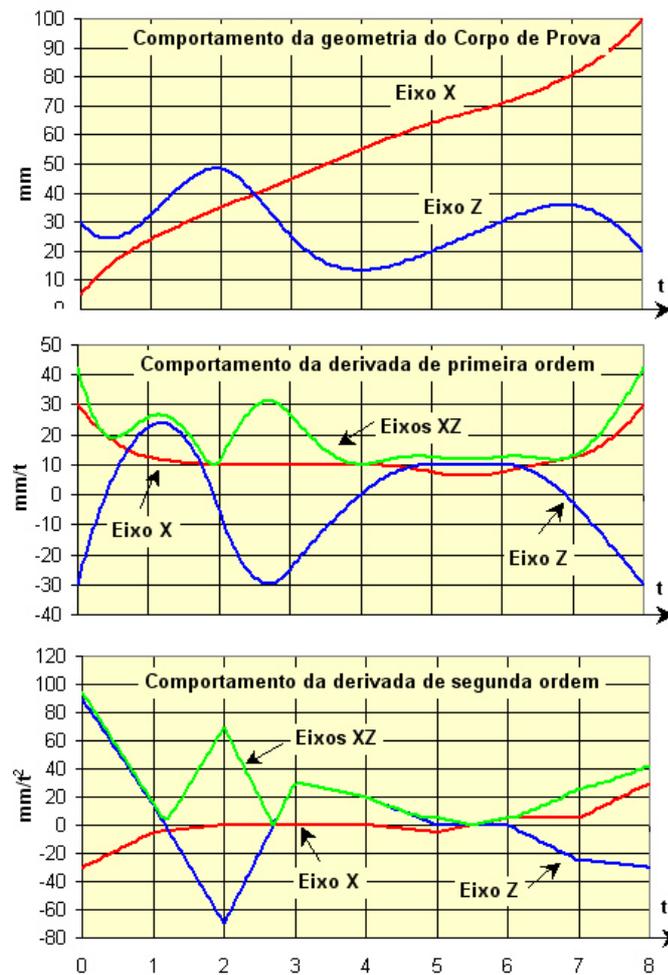


Figura 4.3: Comportamento dos Eixos X, Z e XZ do Corpo de Prova.

### 4.1.2 Velocidade de Avanço Real de Usinagem

A influência das metodologias de interpolação da ferramenta sobre o avanço real de usinagem pode ser verificada através do tempo de usinagem, porém, o resultado obtido terá apenas um valor qualitativo, não permitindo maiores conclusões.

O estudo aprofundado sobre essa influência, dando assim, mais dados para a análise das metodologias, somente é possível através do monitoramento do comportamento da velocidade de avanço real ao longo da geometria do corpo de prova.

Para isso foi desenvolvido em conjunto com o suporte técnico da Siemens, fornecedora do CNC da máquina ferramenta, um Programa NC com linguagem parametrizada e funções síncronas, conforme ilustrado no Anexo A.

A utilização de funções síncronas permitiu que este programa ficasse ativado no CNC, fazendo o mesmo monitorar a velocidade de avanço real da usinagem durante a execução do Programa NC principal [111].

Através da programação parametrizada foi possível armazenar os valores obtidos com o monitoramento em variáveis do CNC (Parâmetros R), que pudessem ser exportadas posteriormente em formato texto.

A Figura 4.4 ilustra a interface de aquisição de dados através das funções síncronas no comando numérico Siemens 810/840D.

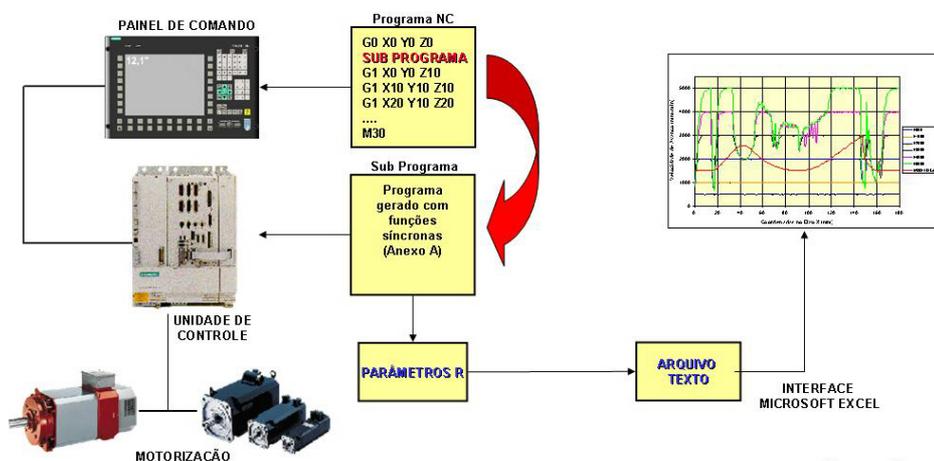


Figura 4.4: Interface de aquisição de dados através de funções síncronas.

Com isso, o próprio CNC monitora a velocidade de avanço real ao longo da geometria do corpo de prova em intervalos a serem definidos em seu programa.

O problema encontrado com este sistema está na quantidade de funções síncronas disponíveis no CNC. Por exemplo, o comando *Siemens* 810D suporta no máximo 12 chamadas de funções síncronas [111], fazendo com que apenas 12 mm (12 intervalos de 1 mm) sejam monitorados em cada execução do Programa NC. Para obter o monitoramento completo da geometria do corpo de prova (100 mm) o Programa NC foi repetido inúmeras vezes.

### 4.1.3 Estimativa do Tempo de Usinagem

Apesar dos parâmetros de posição e velocidade permitirem a análise da velocidade de avanço ao longo do corpo de prova, conforme detalhado no item anterior, uma análise mais detalhada envolvendo a aceleração e o impulso ( *jerk* ) ao longo do corpo de prova necessita do conhecimento sobre o tempo de usinagem.

Além disso, a ausência do conhecimento sobre o tempo de usinagem impede o confronto entre a velocidade de avanço, adquirida em função da posição e a força de usinagem, adquirida em função do tempo de usinagem.

A Figura 4.5 ilustra a problemática da obtenção do conhecimento sobre o tempo de usinagem.

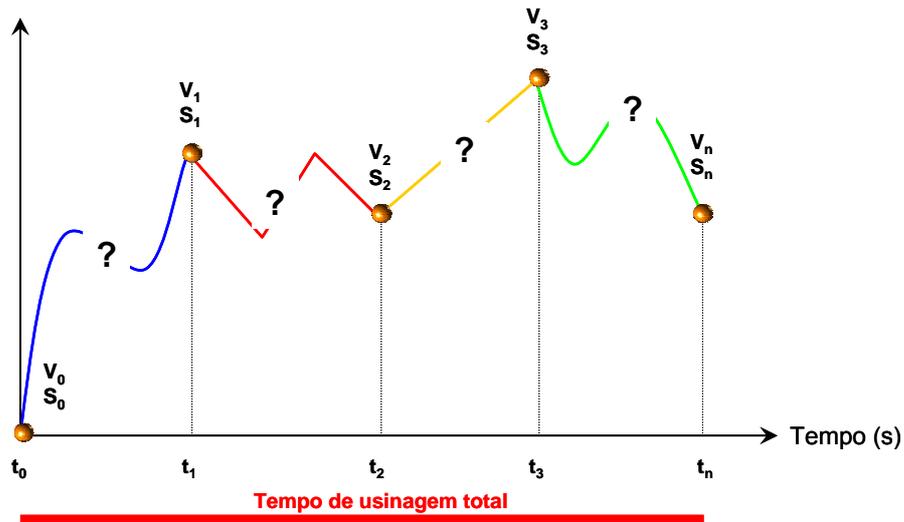


Figura 4.5: Problemática da estimativa do comportamento do tempo de usinagem.

Observa-se que a ausência de informação sobre o tempo entre os parâmetros conhecidos impossibilita uma dedução direta.

Em função disso, a estimativa do tempo de usinagem fundamentou-se nos seguintes critérios:

- grande quantidade de parâmetros conhecidos, velocidade de avanço e posição, ao longo do corpo de prova;
- a máquina ferramenta desloca-se entre os pontos conhecidos através de um movimento uniformemente variado (M.U.V.), ou seja, com uma velocidade variável em função do tempo e com uma aceleração constante;
- o erro obtido entre o tempo total estimado para a trajetória (soma do tempo estimado ao longo dos intervalos) e o tempo total medido foi inserido uniformemente nos intervalos.

A Figura 4.6 ilustra os critérios adotados na estimativa do tempo de usinagem.

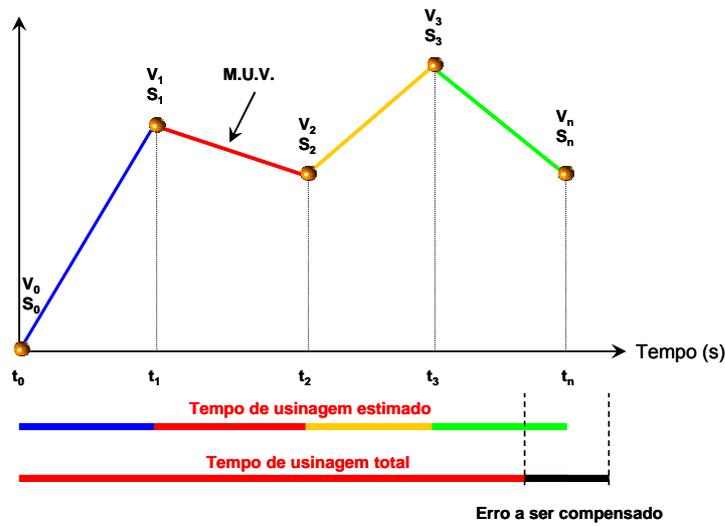


Figura 4.6: Critérios para estimativa do comportamento do tempo de usinagem.

A utilização desses critérios permitem a utilização da equação de Torricelle (Equação 57) para deduzir a equação do intervalo de tempo em cada intervalo conhecido, conforme indicado na Equação 58.

$$V^2 = V_0^2 + 2a\Delta s \quad (57)$$

$$\Delta t = \frac{2\Delta s}{V + V_0} \quad (58)$$

Em que:

$V$  = velocidade final (mm/s);

$V_0$  = velocidade inicial (mm/s);

$\Delta s$  = intervalo entre a posição final ( $S$ ) e posição inicial ( $S_0$ ) (mm).

Na prática, a utilização desses critérios significa considerar que entre o intervalo  $V_i S_i$  e  $V_{i+1} S_{i+1}$ , a máquina ferramenta desloca-se com uma velocidade média  $[(V_i + V_{i+1})/2]$ .

Comparando o tempo de usinagem estimado e o medido (ver Figura 4.7 e Figura 4.8), pode-se verificar que o tempo de usinagem estimado sempre se apresentou de forma inferior ao tempo de usinagem medido. Nos centros de usinagem Hermle C30U a variação foi entre 0,14 a 0,328 s, o que representa em relação ao tempo de usinagem medido, uma variação entre 4 a 15%. No centro de usinagem HiDyn essa variação foi entre 0,066 a 0,194 s, o que representa em relação o tempo de usinagem medido, uma variação entre 2 a 19%.

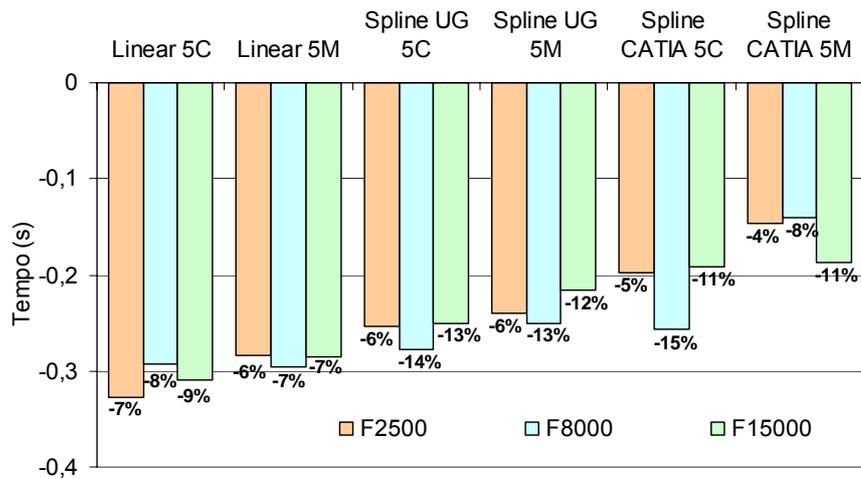


Figura 4.7: Erro obtido no tempo de usinado estimado - Hermle C30U.

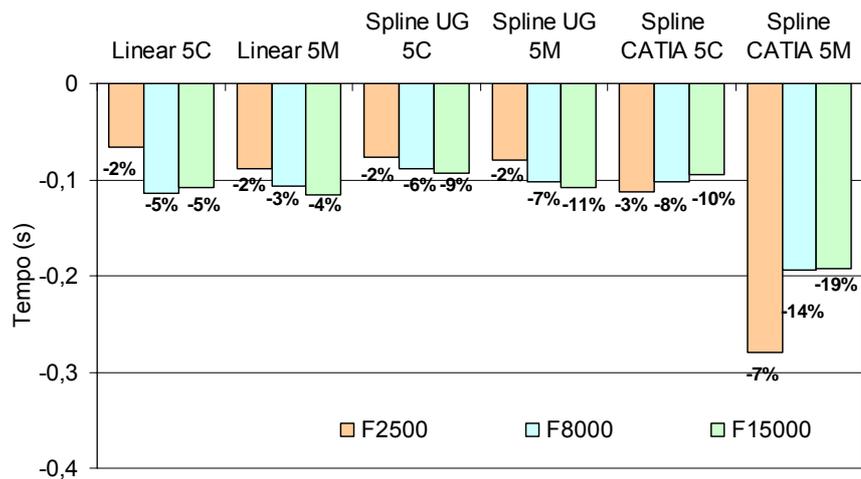


Figura 4.8: Erro obtido no tempo de usinado estimado - HiDyn.

#### 4.1.4 Estimativa da área de contato

Conforme descrito na revisão bibliográfica sobre força de corte (ver item 3.2.3), a área de contato entre a ferramenta de corte e a peça é um dos principais fatores que influenciam na determinação dos esforços de corte, tendo inclusive como característica uma grande variação na manufatura de superfícies complexas.

Considerando as condições adotadas nos ensaios de usinagem, procurou-se nesse tópico estimar, para algumas regiões da geometria do corpo de prova, a área de contato entre a fresa esférica com diâmetro de 8 mm e com parâmetros de corte  $A_e$  e  $A_p$  de 0,2 mm.

Para essa estimativa foram utilizados os recursos de modelamento do Sistema CAD Unigraphics NX, no qual foi determinada a geometria do corpo de prova com um sobremetal de 0,2 mm e a geometria da ferramenta de corte.

A área de contato é determinada através da operação booleana de subtração entre a ferramenta de corte posicionada na região de contato desejada e a geometria do corpo de prova com o sobremetal, conforme ilustrado na Figura 4.9.

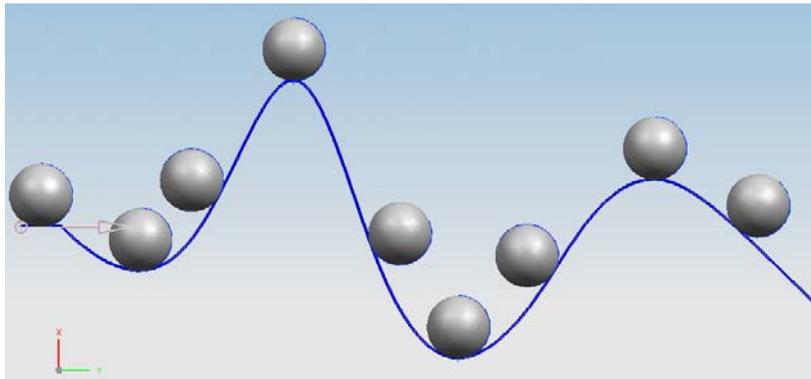


Figura 4.9: Modelo geométrico para estimativa da área de contato.

Usando os recursos de análise de faces do Sistema CAD, a área de contato foi determinada conforme ilustrado na Figura 4.10.

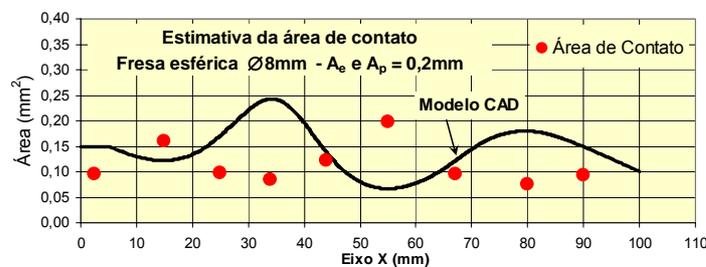


Figura 4.10: Estimativa da área de contato.

Nessa figura pode-se observar que a área de contato varia de acordo com a inclinação da geometria do corpo de prova, sendo que as regiões côncavas apresentam as maiores áreas de contato e as regiões convexas as menores.

#### 4.1.5 Tempo de resposta da máquina ferramenta

O tempo de resposta da máquina ferramenta foi determinado através de dois métodos distintos. Ambos os métodos levam em consideração a propriedade do comando numérico de adequar a velocidade de avanço (Ver Equação 2) em função ao tamanho de segmento programado e ao tempo de resposta.

O primeiro método, utilizado pela maioria dos trabalhos nacionais nessa área [20,95,62], baseia-se na execução de um Programa NC com uma trajetória de 20 mm, a qual representa, nos Eixos X,Y e Z, uma reta inclinada a 45°: Essa trajetória é composta por incrementos de 0,1 mm para cada eixo de movimento, o que resulta em um segmento programado na ordem de 0,173 mm.

Em seguida, executa-se esse programa com uma velocidade de avanço alta, de forma que o CNC não consiga trabalhar com este avanço. A velocidade real de trabalho será indicada na página de dados do CNC.

Aplicando a velocidade real de avanço e o tamanho do segmento programado na Equação 2, obtém-se o tempo de resposta da máquina ferramenta. A Figura 4.11 ilustra os valores obtidos para os centros de usinagem utilizados nos ensaios de usinagem.

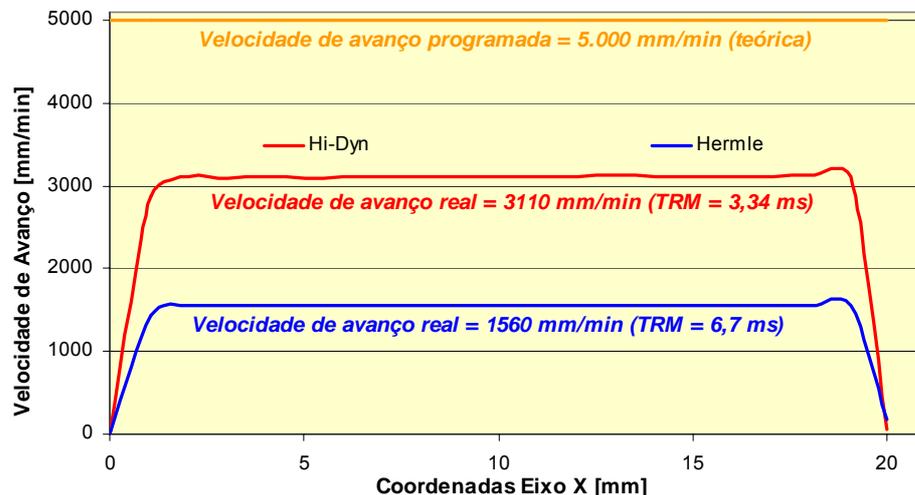


Figura 4.11: Tempo de resposta dos centros de usinagem - Método Reta.

Por esse método ser representado por uma reta, não há influência da inclinação entre os segmentos de retas no tempo de resposta de máquina. Isto fez com que o PTW adotasse um método composto por um círculo de raio 50 mm, o qual é representado por segmentos de retas conhecidos.

Considerando uma velocidade de avanço padrão,  $V_f = 5.000$  mm/min, obtém-se, através da Equação 2, diversos tamanhos de segmentos para tempos de resposta da máquina entre 2 a 8 ms. Cada um destes segmentos resulta em um Programa NC contendo a representação geométrica do círculo. Além disso, conhecendo a velocidade de avanço programada e a trajetória da ferramenta, obtém-se o tempo teórico desse percurso.

Em seguida, executam-se esses programas e o tempo real é comparado com o tempo teórico. A igualdade desses tempos representa que a máquina ferramenta está

trabalhando sem limitações. A partir do momento que ocorre a diferença entre esses tempos, obtém-se o tempo de resposta para o programa que está sendo executado.

A Figura 4.11 e Figura 4.12 ilustram os valores obtidos, respectivamente para os centros de usinagem Hermle e HiDyn.

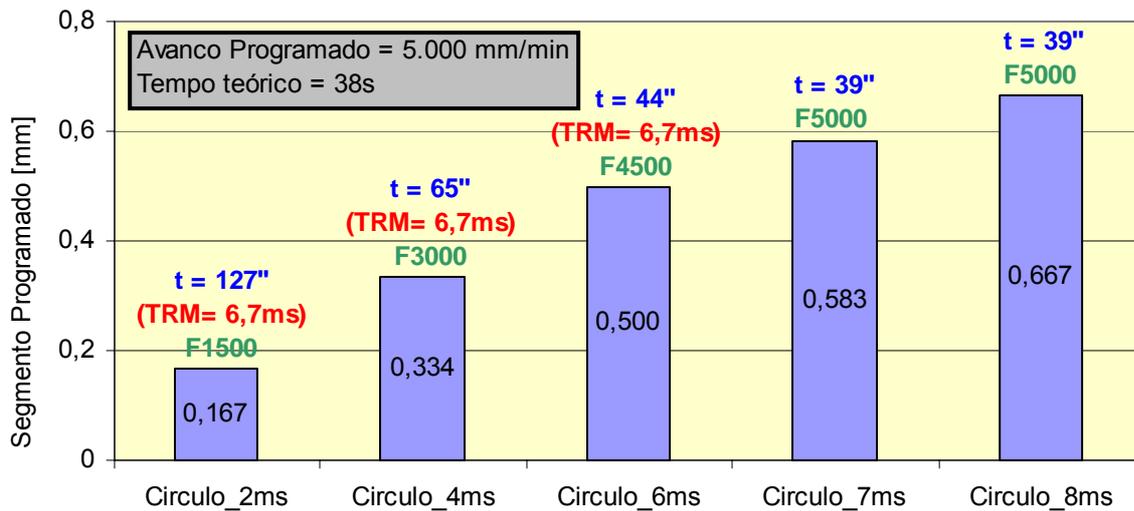


Figura 4.12: Tempo de resposta do centro de usinagem Hermle - Método Círculo.

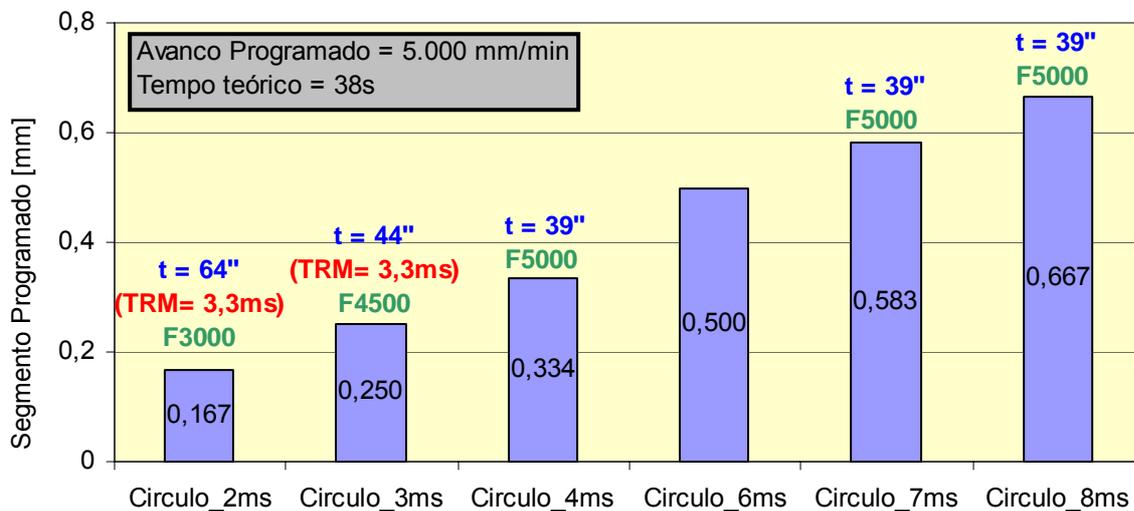


Figura 4.13: Tempo de resposta do centro de usinagem HiDyn - Método Círculo.

Comparando os resultados obtidos nas Figura 4.12 e Figura 4.13 com o resultado obtido na Figura 4.11, observa-se que os tempos de resposta dos centros de usinagem se apresentaram semelhantes em ambos os métodos de determinação.

Além disso, conforme Figura 4.14, verificou-se que as funções de controle contínuo da trajetória da ferramenta G64 e G642 (Funções Look Ahead) não interferem no tempo de resposta da máquina ferramenta. Nesse ensaio foi utilizado o centro de usinagem Hermle C30U.

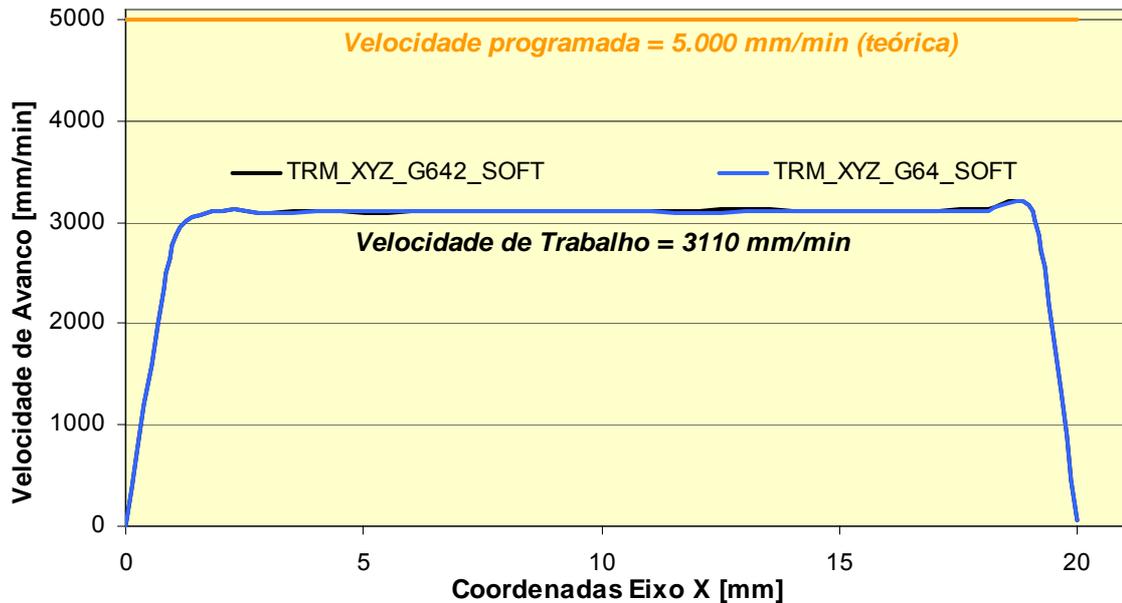


Figura 4.14: Influência dos comandos G64 e G642 no TRM.

#### 4.1.6 Desempenho da Interpolação Spline nos Sistemas CAM

Baseado no corpo de prova a ser utilizado nos ensaios de usinagem, foram realizados alguns ensaios com a interpolação *Spline* a fim de analisar características distintas desses sistemas na representação da trajetória da ferramenta. A geração da trajetória da ferramenta foi realizada por dois Sistemas CAM amplamente utilizados pela indústria na manufatura de superfícies complexas.

Para evitar comparações comerciais entre os sistemas CAM, o que não faz parte dos objetivos desse trabalho, ambos estão descritos no decorrer desse trabalho como Sistema CAM A e B.

As Figura 4.15 e Figura 4.16 ilustram o comportamento da velocidade de avanço real ao longo do corpo de prova, obtidos usando duas tolerâncias no Sistema CAM de 0,05 e 0,005 mm.

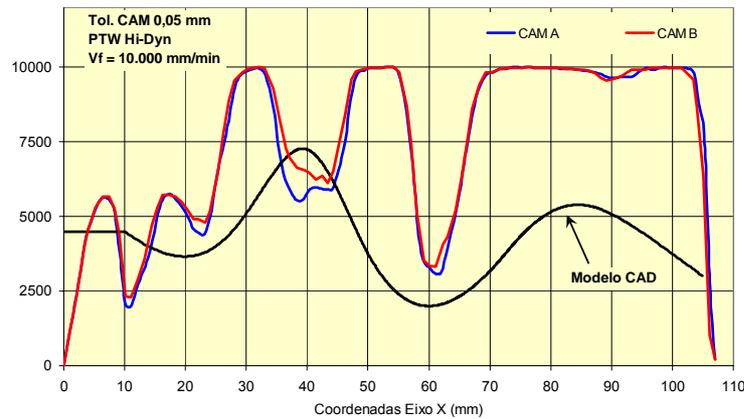


Figura 4.15: Comportamento da Interpolação Spline com Tolerância CAM 0,05 mm.

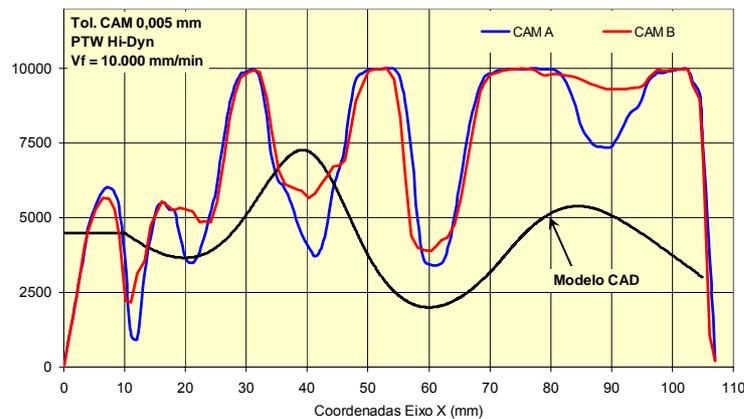


Figura 4.16: Comportamento da Interpolação Spline com Tolerância CAM 0,005 mm.

Através dessas figuras pode-se observar que:

- as Interpolações *Spline* apresentam comportamentos dinâmicos distintos para cada um dos Sistemas CAM;
- a Tolerância CAM influencia no comportamento dinâmico da Interpolação *Spline* em ambos Sistemas CAM.

Em função disso, ambos os Sistemas CAM, assim como, à variação da Tolerância CAM serão analisados nos ensaios de usinagem (Ver item 4.2.1).

## 4.2 Ensaios de Usinagem

Os ensaios de usinagem, detalhados a seguir, estão divididos em:

- corpo de prova;
- descrição dos corpos de prova;

- ferramental utilizado nos ensaios;
- descrição das operações;
- centro de usinagem utilizado nos ensaios;

### 4.2.1 Corpo de prova

O corpo de prova utilizado nos ensaios de usinagem, conforme ilustrado na Figura 4.1, é composto de um aço AISI P20 (DIN 1.2311) com dureza na ordem de 30 Rockwell C. Foi fixado à 45° em relação ao eixo X para assegurar que o movimento da ferramenta seja formado por um deslocamento simultâneo dos Eixos X, Y e Z.

A Figura 4.17 e Figura 4.18 ilustram, respectivamente, o posicionamento do corpo de prova no Sistema CAM e sua a fixação nos centros de usinagem utilizados nos ensaios de usinagem. A Figura 4.18a refere-se ao centro de usinagem Hermle C30U e a Figura 4.18b ao centro de usinagem PTW HiDyn.

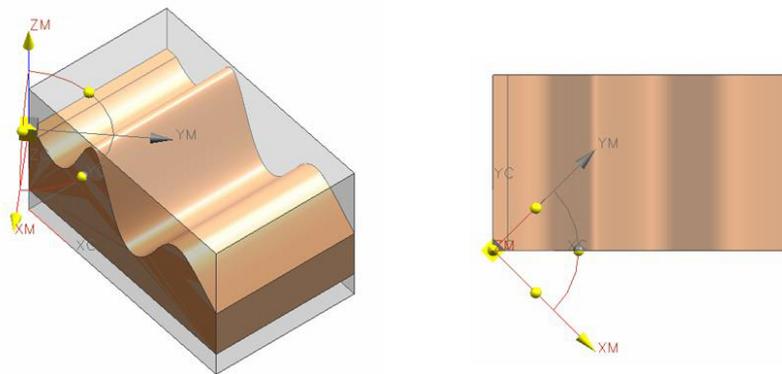


Figura 4.17: Posicionamento do corpo de prova no Sistema CAM.



Figura 4.18: Fixação do corpo de prova utilizado nos ensaios.

### 4.2.2 Descrição dos corpos de prova

As metodologias de interpolação da trajetória da ferramenta a serem analisadas durante a operação de acabamento foram distribuídas em faixas de usinagem ao longo do corpo de prova, nas seguintes configurações:

- Faixa 1 - Interpolação Linear - tolerância CAM de 0,05 mm;
- Faixa 2 - Interpolação Linear - tolerância CAM de 0,005 mm;
- Faixa 3 - Interpolação NURBS - tolerância CAM de 0,05 mm (Sistema CAM A);
- Faixa 4 - Interpolação NURBS - tolerância CAM de 0,005 mm (Sistema CAM A);
- Faixa 5 - Interpolação NURBS - tolerância CAM de 0,05 mm (Sistema CAM B);
- Faixa 6 - Interpolação NURBS - tolerância CAM de 0,005 mm (Sistema CAM B);

Com o objetivo de avaliar um padrão único de integração entre os sistemas CAM e CNC, a trajetória da ferramenta com interpolação NURBS foi gerada com diferentes tolerâncias CAM (0,05 e 0,005 mm) e Sistemas CAM (Sistema CAM A e Sistema CAM B).

Em virtude das máquinas ferramentas de altas velocidades estarem equipadas com o comando Siemens 840D, não será possível verificar a integração desses sistemas CAM com outros tipos de CNC.

Para a verificação da influência da interpolação NURBS sobre diferentes características de condições dinâmicas, os ensaios serão realizados em dois centros de usinagem, conforme descrito no item 2.6.5 e, com diversas três condições de velocidade de avanço.

Como a limitação da velocidade de avanço nesses tipos de máquinas é determinada pela ferramenta de corte, as curvas de comportamento da velocidade de avanço foram obtidas através de movimentos sem corte. Isso permitiu verificar o comportamento dos métodos de interpolação em condições de velocidades de avanço limite.

### 4.2.3 Ferramental utilizado nos ensaios

Os ensaios de usinagem foram realizados com ferramental composto pelas seguintes ferramentas:

- Operação de Desbaste: fresa de topo de metal duro de diâmetro 16 mm com cantos arredondados de 2 mm e com quatro arestas de cortes (F4BS1600AWX38R200);
- Operação de Pré-acabamento: fresa esférica de metal duro de diâmetro 6 mm com duas arestas de corte (F2AL0600AWL30);

- Operação de Acabamento: fresa esférica de metal duro de diâmetro 8 mm com duas arestas de corte (F2AL0800AWL30);

#### 4.2.4 Descrição das operações

Na usinagem dos corpos de prova foram utilizadas as operações de desbaste, pré-acabamento e acabamento, conforme descrito nos itens a seguir e documentado no Anexo B.

Para todos os corpos de prova foram utilizados os mesmos parâmetros tecnológicos para a realização das operações de desbaste e pré-acabamento tais como: velocidade de avanço programada, profundidade e espessura de corte e avanço por aresta de corte.

Os dados tecnológicos foram extraídos de catálogos do fornecedor das ferramentas e estão descritos a seguir.

##### 4.2.4.1 Desbaste

A operação de desbaste foi realizada no sentido transversal, com uma ferramenta toroidal contendo duas arestas de corte, utilizando os seguintes parâmetros de corte:

- desbaste paralelo ao eixo Y nos dois sentidos (zig zag);
- rotação do eixo árvore ( $\eta$ ): 3.980 rpm;
- velocidade de avanço ( $V_f$ ): 1120 mm/min;
- velocidade de corte ( $V_c$ ): 200 m/min;
- avanço por aresta ( $f_z$ ): 0,07 mm;
- profundidade de corte ( $a_p$ ): 1 mm;
- espessura de corte ( $a_e$ ): 14 mm;
- sobremetal: 0,5 mm;
- diâmetro da ferramenta: 16 mm;
- aresta de corte: 2.

A Figura 4.19, ilustra a simulação da operação de desbaste do corpo de prova realizada no Sistema CAM. Observa-se que, em função do diâmetro da ferramenta, as regiões côncavas do corpo de prova apresentam uma grande quantidade de sobremetal.

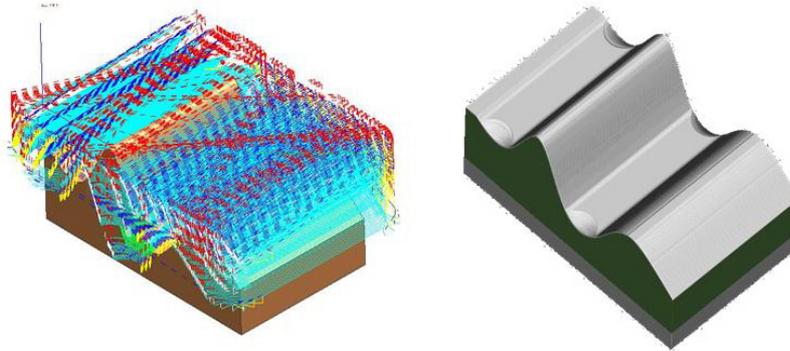


Figura 4.19: Simulação da operação de desbaste.

#### 4.2.4.2 Pré-acabamento

Esta operação tem como finalidade eliminar o excedente de material deixado pelo desbaste, procurando dessa forma, manter um sobremetal constante de 0,3 mm. Os parâmetros de corte utilizados foram:

- pré-acabamento paralelo ao eixo X nos dois sentidos (zig zag);
- rotação do eixo árvore ( $\eta$ ): 28.000 rpm;
- velocidade de avanço ( $V_f$ ): 2280mm/min;
- velocidade de corte ( $V_c$ ): 266 m/min;
- avanço por aresta ( $f_z$ ): 0,04 mm;
- espessura de corte ( $a_e$ ): 1 mm;
- sobremetal: 0,3 mm;
- diâmetro da ferramenta: 6 mm;
- aresta de corte: 2.

Em virtude do excesso de material, deixado pela operação de desbaste, a operação de pré-acabamento é realizada por duas fases: eliminação do excesso de material da operação de desbaste (Fase 1) e uniformização do sobremetal para a operação de acabamento (Fase 2), conforme Figura 4.20.

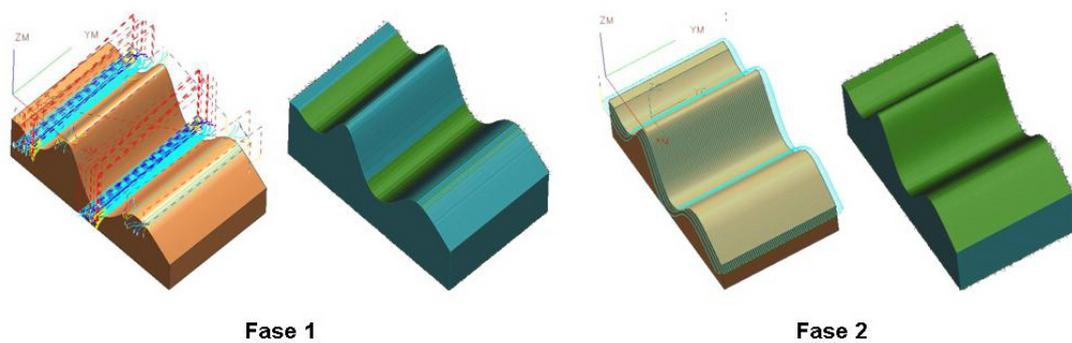


Figura 4.20: Simulação da operação de pré-acabamento.

#### 4.2.4.3 Acabamento

Esta operação tem por finalidade dar acabamento à peça, deixando-a conforme o modelo geométrico, sendo, por isso a operação utilizada para analisar as metodologias de interpolação da trajetória da ferramenta em que foram realizados todos os ensaios desse trabalho. Os parâmetros de corte utilizados foram:

- acabamento paralelo ao eixo X em único sentido (zig);
- rotação do eixo árvore ( $\eta$ ): 28.000 rpm;
- velocidade de avanço ( $V_f$ ): 2.500/ 8.000/ 15.000 mm/min;
- velocidade de corte ( $V_c$ ): 703 m/min;
- avanço por aresta ( $f_z$ ): 0,04/ 0,14/ 0,27 mm;
- espessura de corte ( $a_e$ ): 0,2 mm;
- diâmetro da ferramenta: 8 mm;
- aresta de corte: 2.

A Figura 4.21, ilustra a simulação da operação de acabamento do corpo de prova realizada no Sistema CAM.

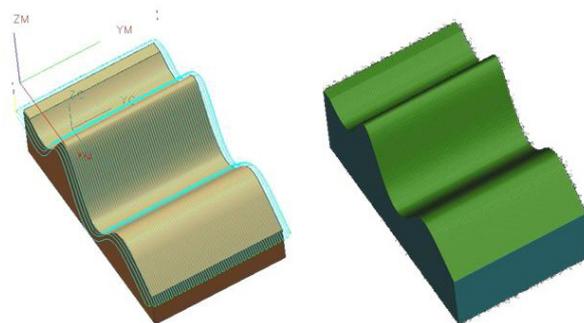


Figura 4.21: Simulação da operação de acabamento.

### 4.2.5 Centro de Usinagem utilizado nos ensaios

A usinagem foi realizada em centros de usinagem, conforme descrito na Figura 36 e Figura 37.



**CNC Siemens 840D**  
**Velocidade máxima de avanço ( $V_f$ ): 100m/min**  
**Aceleração máxima: 25 m/s<sup>2</sup>**  
**Rotação máxima: 40.000 min<sup>-1</sup>**

*Figura 4.22: Centro de usinagem HiDyn desenvolvido pelo PTW.*



**CNC Siemens 840D**  
**Velocidade máxima de avanço ( $V_a$ ): 50 m/min**  
**Aceleração máxima: 10 m/s<sup>2</sup>**  
**Rotação máxima 28.000 min<sup>-1</sup>**

*Figura 4.23: Centro de usinagem Hermle C30U Dynamic.*

O centro de usinagem HiDyn é uma máquina ferramenta de alto desempenho dinâmico (3 eixos com motores lineares) desenvolvida pelo laboratório de pesquisa PTW, e, em função disso, não se assemelha com nenhuma máquina comercial.

O centro de usinagem Hermle C30U é uma máquina ferramenta comercial de 5 Eixos (todos com fusos de esferas) amplamente utilizada na manufatura de superfícies complexas.

### 4.3 Medição dos corpos de prova

A análise comparativa das metodologias de interpolação da trajetória da ferramenta será realizada através das seguintes características:

- tempo de usinagem do corpo de prova;
- medição do avanço real de usinagem ao longo da geometria do corpo de prova;

- exatidão geométrica do corpo de prova em comparação com o modelo geométrico desenvolvido no sistema CAD;
- qualidade superficial das regiões críticas do corpo de prova;
- forças de corte atuantes no processo.

### 4.3.1 Análise do tempo de usinagem

Durante a usinagem serão medidos os tempos de usinagem de cada uma das metodologias de interpolação da trajetória da ferramenta, a fim de avaliar os seus desempenhos.

### 4.3.2 Análise da velocidade de avanço

Através do Programa NC desenvolvido com funções síncronas foi monitorado o comportamento do avanço real ao longo da geometria do corpo de prova em intervalos de 1 mm.

Com isso, foi possível avaliar o efeito da geometria do corpo de prova sobre o avanço real de usinagem para cada um dos métodos de interpolação em estudo.

### 4.3.3 Análise da exatidão geométrica do corpo de prova

A exatidão geométrica do corpo de prova será determinada através de uma máquina de medição por coordenadas, conforme procedimento ilustrado na Figura 4.24.

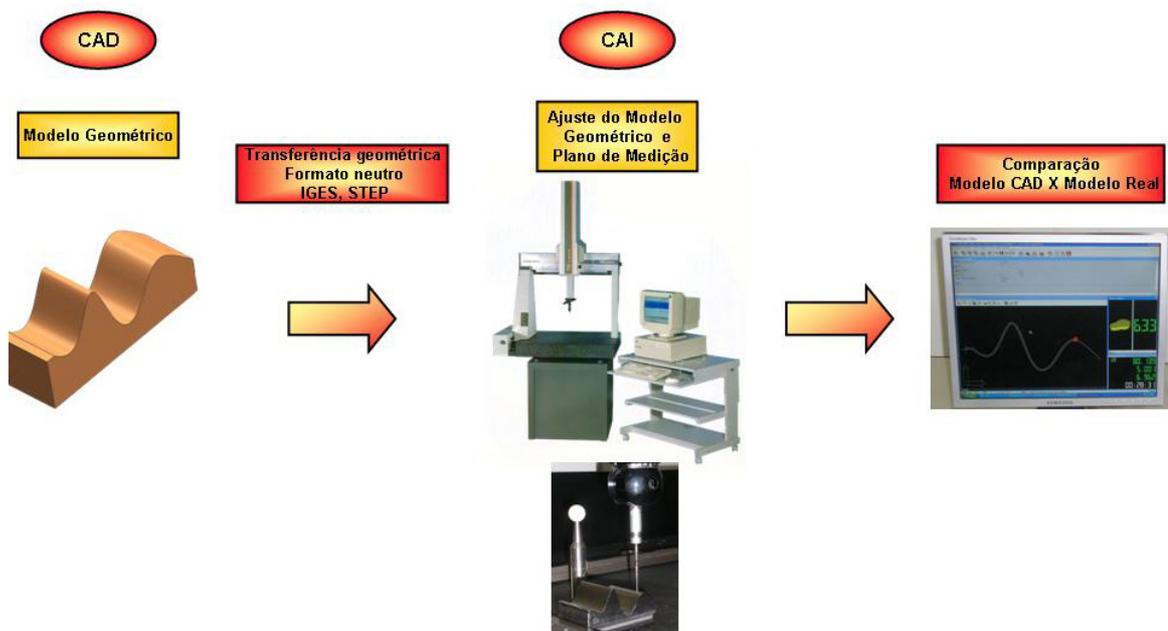


Figura 4.24: Procedimento de medição do corpo de prova.

O modelo geométrico, inicialmente desenvolvido no Sistema CAD, é transferido para o software da máquina de medição por coordenada, através de formatos neutros de conversão geométrica, tais como: IGES e STEP (Anexo C).

Baseado nesse modelo geométrico, o software de medição localizará o corpo de prova e a partir de um plano de medição faz a medição do corpo de prova, comparando as coordenadas teóricas, obtidas no modelo geométrico, com as coordenadas encontradas no corpo de prova usinado.

Nesse procedimento, o ajuste do modelo geométrico, desenvolvido no Sistema CAD, com o corpo de prova usinado é extremamente importante, uma vez que, os erros provenientes desse ajuste serão automaticamente transferidos para a comparação geométrica.

Em função disso foram usinadas nos corpos de provas uma face de referência para cada eixo do sistema de coordenadas (X,Y,Z). A Figura 4.25, ilustra em azul, essas faces de referência no modelo geométrico do Sistema CAD.

O plano de medição do corpo de prova foi baseado na varredura por pontos, em intervalos de 0,25 mm, ao longo de sua geometria. Esta varredura foi realizada em três posições em cada faixa de usinagem do corpo de prova. A Figura 4.26 ilustra o plano de medição adotado.

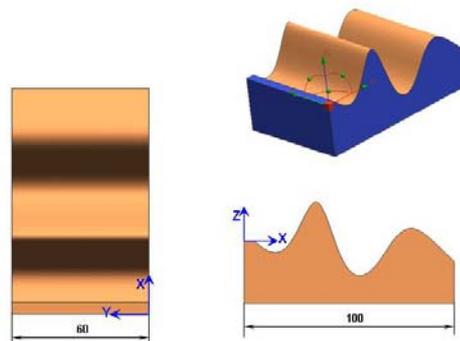


Figura 4.25: Faces de referência do corpo de prova.

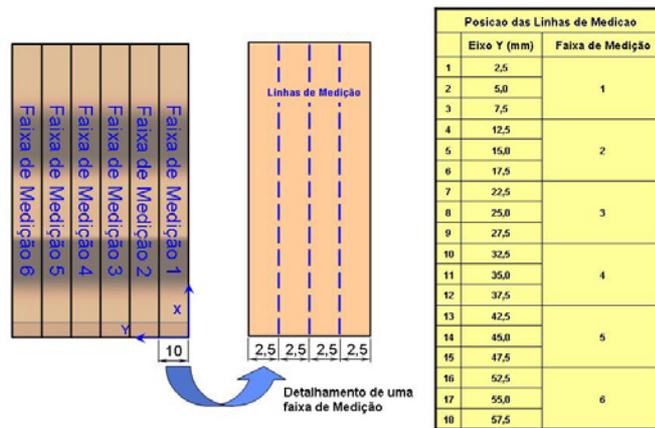


Figura 4.26: Plano de medição do corpo de prova.

Além desse procedimento de análise, na qual os desvios geométricos sofrem grande influência das faces de referência usinadas, a análise da exatidão geométrica estará fundamentada em um segundo procedimento de análise que desconsidera as faces de referências, comparando assim, diretamente a semelhança entre as geometrias projetada (Modelo CAD) e medida (corpo de prova).

Para isso, os pontos obtidos na medição do corpo de prova foram inseridos no sistema CAD Unigraphics NX e, através de recursos de modelamento, uma curva Spline de ordem 4 (grau 3) foi ajustada a esses pontos através de uma tolerância de ajuste na ordem de 0,0025 mm e 0,025 mm.

Considerando 100 pontos pertencentes ao modelo CAD com espaçamento uniforme de 1 mm e suas respectivas retas normais, o desvio de exatidão foi determinado pelo tamanho do segmento obtido entre o ponto do modelo CAD e o ponto da curva ajustada com intersecção à reta normal, conforme ilustrado na Figura 4.27.

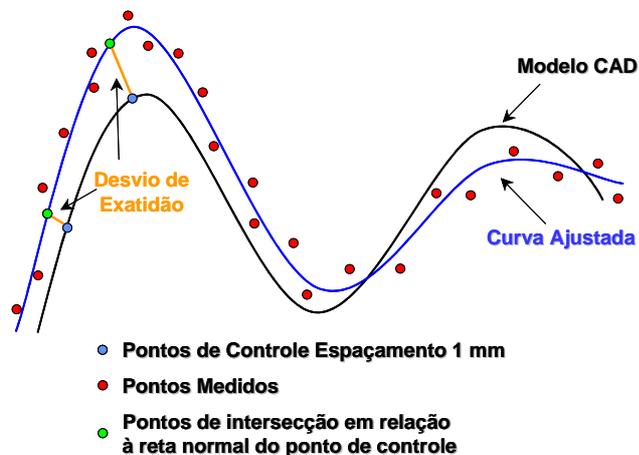


Figura 4.27: Procedimento de ajuste dos pontos medidos.

Nesse caso, a semelhança entre a curva ajustada e o modelo CAD é avaliada através da somatória dos desvios ao quadrado, sendo que quando maior o valor obtido menor a semelhança entre as geometrias e vice-versa.

#### 4.3.4 Análise das forças de corte

Durante a usinagem, foram medidas as forças de cortes atuando nos eixos X, Y e Z para cada uma das metodologias de interpolação da trajetória da ferramenta (Ver item 4.2.2) com o auxílio de uma base de medição (Dinamômetro Piezelétrico Kistler Modelo 9257) montada sobre a mesa da máquina ferramenta, conforme ilustrado na Figura 38.



Figura 4.28: Base de medição de forças de corte.

O Anexo D contém as informações técnicas relacionadas à calibração e à utilização da base de medição de forças.

A aquisição dos sinais de força de usinagem será efetuada por um conjunto composto da base de medição, um amplificador de carga Kistler Modelo 5807A e um computador com o software MATLAB.

## 5 Análise dos Resultados

Neste capítulo será descrita a análise das metodologias de interpolação da trajetória da ferramenta obtida através dos ensaios de medição realizados nos corpos de prova e descritos no item 4.3, assim como a análise das trajetórias da ferramenta utilizadas nos ensaios práticos.

### 5.1.1 Análise da Trajetória da Ferramenta

Apesar da geometria do corpo de prova ser única para todos os ensaios de usinagem, conforme detalhada no item 4.1.1, a geração da trajetória da ferramenta na cadeia CAD/CAM/CNC (ver Figura 3.71) proporciona trajetórias de ferramenta com características distintas de acordo com a metodologia adotada.

Em função disso, a seguir serão analisadas as características das trajetórias da ferramenta utilizadas nas operações de acabamento do corpo de prova, conforme descrito no item 4.2.2. Para essa análise foi utilizada uma trajetória de ferramenta simplificada que contém apenas um percurso sobre a geometria do corpo de prova.

Os programas contendo a trajetória simplificada estão documentados nos Anexos E - H.

### 5.1.2 Interpolação Linear

Em função da trajetória da ferramenta neste caso ser composta por segmentos de retas (ver item 3.4.2.1), sua análise está fundamentada na comparação dos parâmetros dos segmentos, especificamente o tamanho e a inclinação.

A Figura 5.1 ilustra as características das trajetórias da ferramenta com Interpolação Linear utilizadas no acabamento do corpo de prova (ver Anexo E ). O perfil do corpo de prova ilustrado nessa figura é ilustrativo e não contém valores identificáveis na escala do gráfico.

Através de sua análise evidencia-se que:

- a trajetória da ferramenta com Tolerância CAM de 0,05 mm apresenta segmentos de retas maiores em relação à Tolerância CAM de 0,005 mm;
- a trajetória da ferramenta com Tolerância CAM de 0,05 mm apresenta maior inclinação entre os segmentos de retas em relação a Tolerância CAM de 0,005 mm.

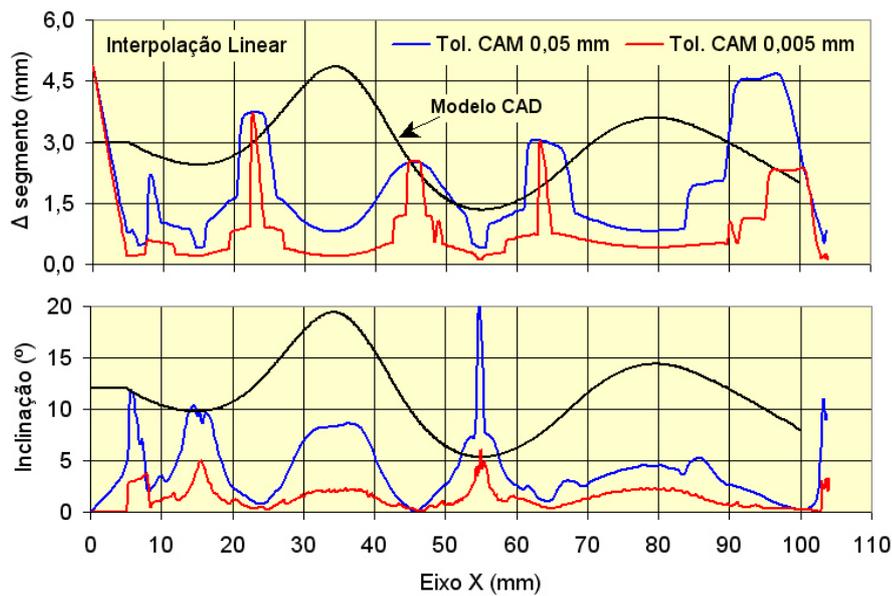


Figura 5.1: Característica da trajetória da ferramenta com Interpolação Linear.

### 5.1.2.1 Interpolação Spline

Em função da trajetória da ferramenta baseada em Interpolação Spline ser composta por segmentos de curvas (ver item 3.4.2.2), sua análise não pode ser fundamentada nos mesmos critérios utilizados na Interpolação Linear, mas sim nas características do modelo matemático de sua curva de origem, tais como: função de suavização, derivadas de primeira e segunda ordem (ver item 3.3.3.2).

Inicialmente, as características da trajetória da ferramenta são obtidas através da análise do Programa NC, o qual se pode extrair as informações de quantidade de curvas, quantidade de vértices do polígono de controle ( $n+1$ ), ordem da curva ( $k$ ) e distribuição interna dos vetores dos parâmetros da curva ( $[X]$ ).

No Sistema CAM A as características das trajetórias geradas com Tolerância CAM de 0,05 mm (Anexo F) e 0,005 mm (Anexo G) podem ser observadas respectivamente na Figura 5.2 e Figura 5.3.

Observa-se que em ambos os casos a trajetória da ferramenta é representada por segmentos de curvas com tamanhos e características distintas. A interpolação Spline com Tolerância CAM de 0,05 mm é representada por três curvas, enquanto que a Interpolação Spline com Tolerância CAM de 0,005 mm é representada por quatro curvas.

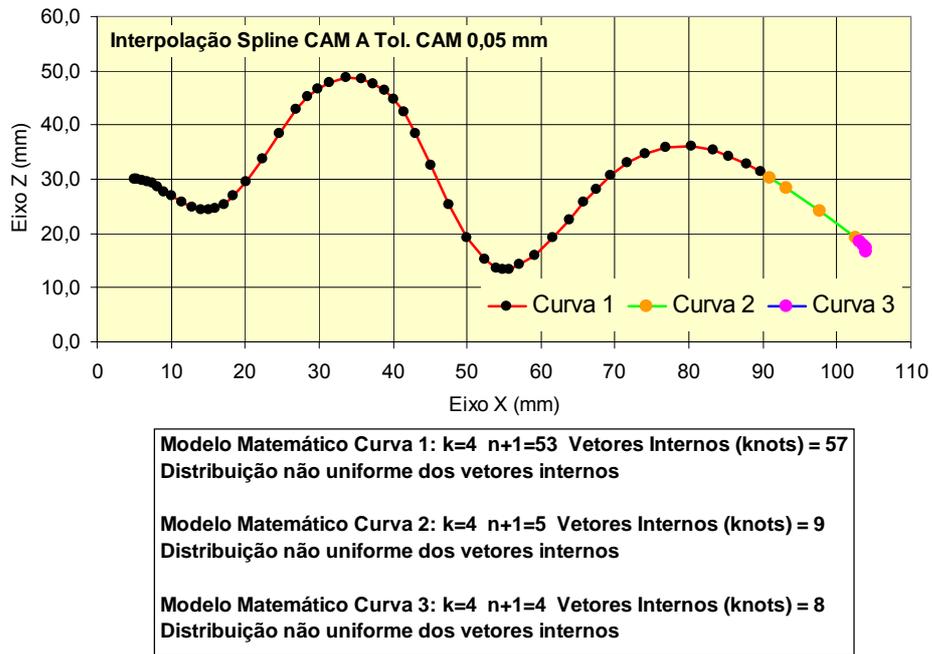


Figura 5.2: Característica da Interpolação Spline CAM A Tol. CAM 0,05 mm.

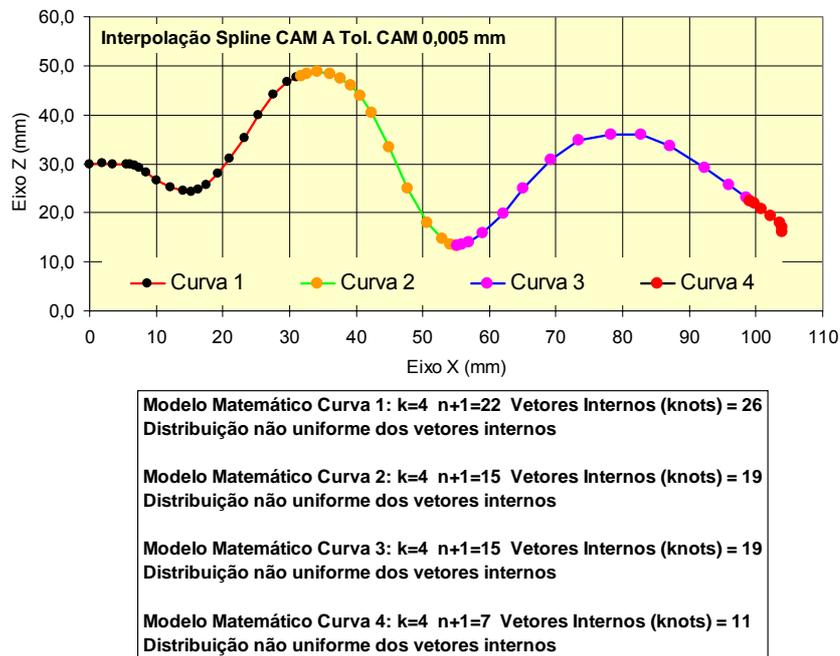


Figura 5.3: Característica da Interpolação Spline CAM A Tol. CAM 0,005 mm.

A Figura 5.4 e Figura 5.5 representam respectivamente a trajetória da ferramenta gerada no Sistema CAM B com Tolerâncias CAM de 0,05 (Anexo H ) e 0,005mm (Anexo I).

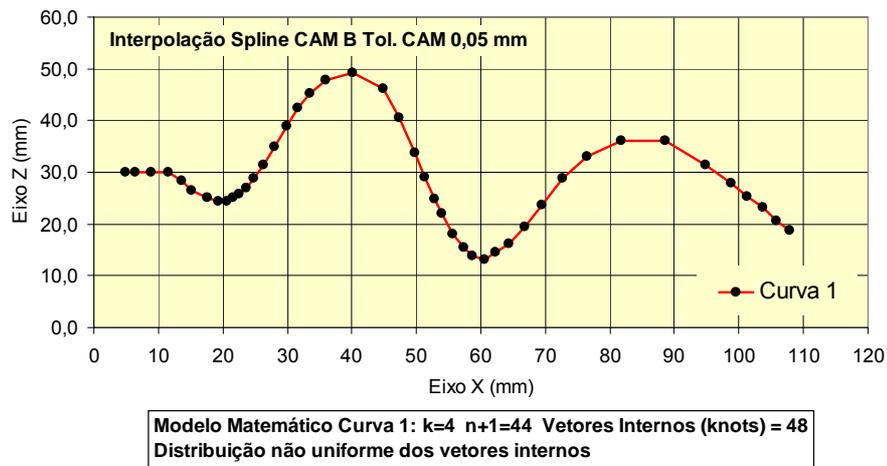


Figura 5.4: Característica Interpolação Spline CAM B Tol. CAM 0,05 mm.

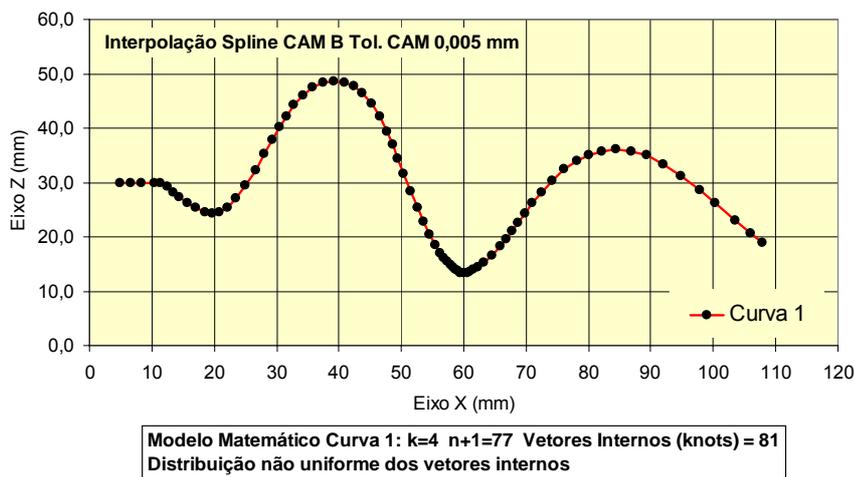


Figura 5.5: Característica Interpolação Spline CAM B Tol. CAM 0,005 mm.

Conforme pode ser observado nas Figura 5.4 e Figura 5.5, as trajetórias Spline representadas pelo Sistema CAM B são representadas por um único segmento de curva, enquanto que nas trajetórias Spline representadas pelo Sistema CAM A, ilustradas nas Figura 5.2 e Figura 5.3, são representadas respectivamente por 3 e 4 segmentos de curvas.

A partir dessas informações de trajetória da ferramenta pode-se realizar o desenvolvimento matemático desses segmentos de curva e, com isso, obter suas características geométricas. O Anexo J apresenta a função de suavização, derivadas de primeira e segunda ordem, vértices do polígono de controle e distribuição dos vetores internos das trajetórias da ferramenta com Interpolação Spline.

A associação das informações das características dos segmentos de curva com os vértices do polígono de controle da curva, ambos no Anexo J, permite avaliar o comportamento dos eixos X, Z e XZ. O comportamento das trajetórias geradas no Sistema CAM A pode ser observado respectivamente na Figura 5.6 e Figura 5.7.

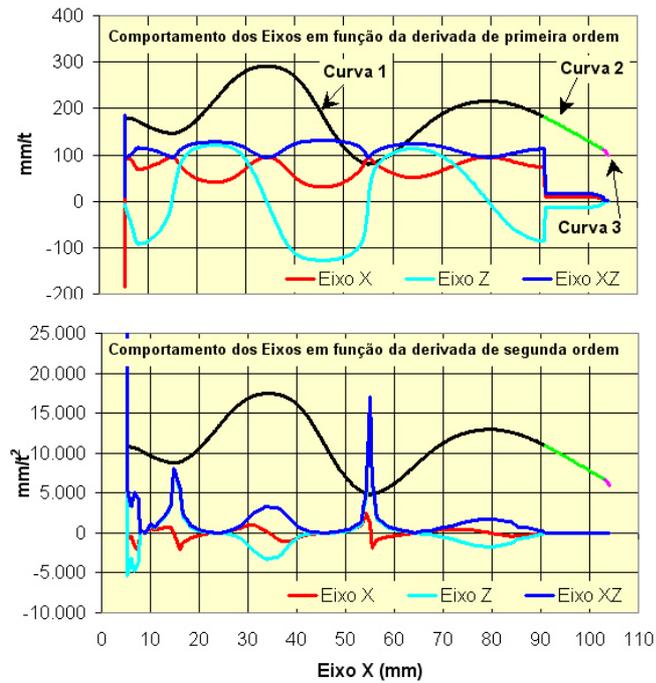


Figura 5.6: Efeito da Interpolação Spline CAM A nos eixos (Tol. CAM 0,05 mm).

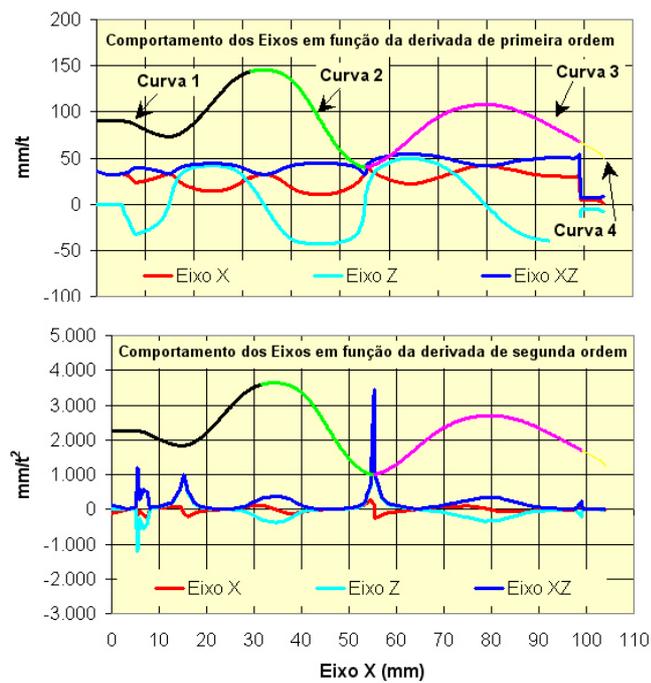


Figura 5.7: Efeito da Interpolação Spline CAM A nos eixos (Tol. CAM 0,005 mm).

A Figura 5.8 e Figura 5.9 representam respectivamente o comportamento dos eixos X, Z e XZ na trajetória da ferramenta gerada no Sistema CAM B.

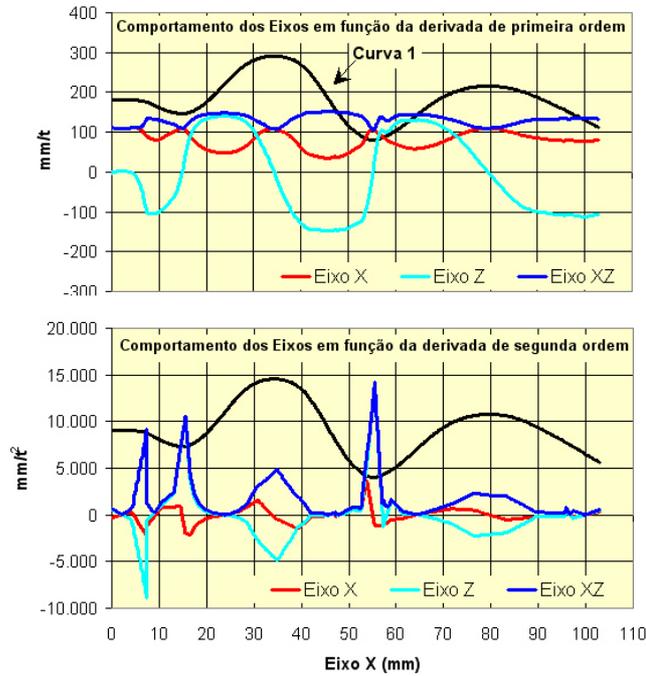


Figura 5.8: Efeito da Interpolação Spline CAM B nos eixos (Tol. CAM 0,05 mm).

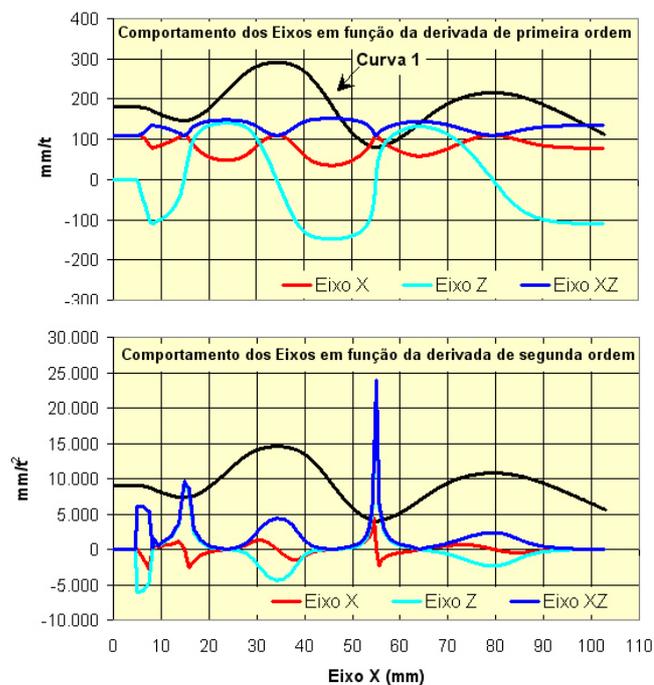


Figura 5.9: Efeito da Interpolação Spline CAM B nos eixos (Tol. CAM 0,005 mm).

O comportamento do eixo Y foi desprezado nessa análise por ser similar ao eixo x devido a fixação do corpo de prova (ver item 4.2.1).

Outra característica importante desse tipo de análise refere-se à unidade das derivadas de primeira e segunda ordem. Em virtude da função de suavização da curva tratar-se do deslocamento da trajetória da ferramenta (mm) sobre o parâmetro interno da curva (t), suas derivadas de primeira e segunda ordem apresentam respectivamente as unidades mm/t e mm/t<sup>2</sup>.

Tanto as informações da geometria da trajetória da ferramenta (Anexo J) quanto o comportamento dos eixos X, Z e XZ serão utilizadas no decorrer do trabalho para contribuir para uma melhor análise dos ensaios de usinagem (ver capítulo 5).

### 5.1.3 Tempo de Usinagem

Para efeito comparativo entre as metodologias de interpolação da trajetória da ferramenta, a Interpolação Linear foi utilizada para definir o tempo de usinagem de referência, sendo por isso indicada com o valor de 100% nas discussões a seguir.

Para os ensaios realizados com uma velocidade de avanço de 2.500 mm/min, ilustrados na Figura 5.10, as Interpolações *Spline* apresentaram um melhor desempenho em relação à Interpolação Linear (reduções entre 3 a 22%), principalmente para as interpolações geradas com uma tolerância no Sistema CAM de 0,005 mm.

Apesar da baixa velocidade de avanço utilizada nestes ensaios, pode-se observar que o melhor desempenho das Interpolações *Spline* está evidenciado nas aplicações com o centro de usinagem Hermle. Esse centro de usinagem apresenta características dinâmicas inferiores ao centro de usinagem HiDyn (ver item 4.2.5).

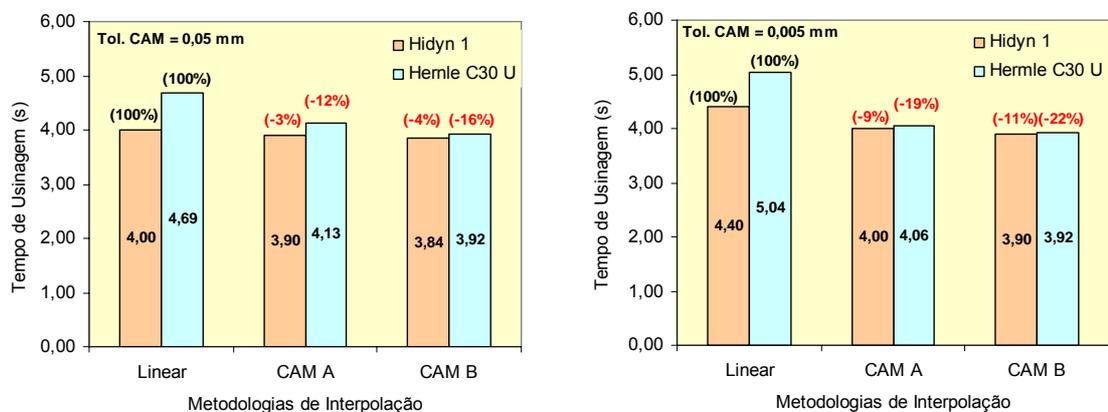


Figura 5.10: Tempo de usinagem com velocidade de avanço 2.500 mm/min.

Para os ensaios realizados com uma velocidade de avanço de 8.000 e 15.000 mm/min, ilustrados respectivamente nas Figura 5.11 e Figura 5.12, as Interpolações *Spline* também apresentaram um melhor desempenho em relação à Interpolação Linear (reduções entre 38 a 68%).

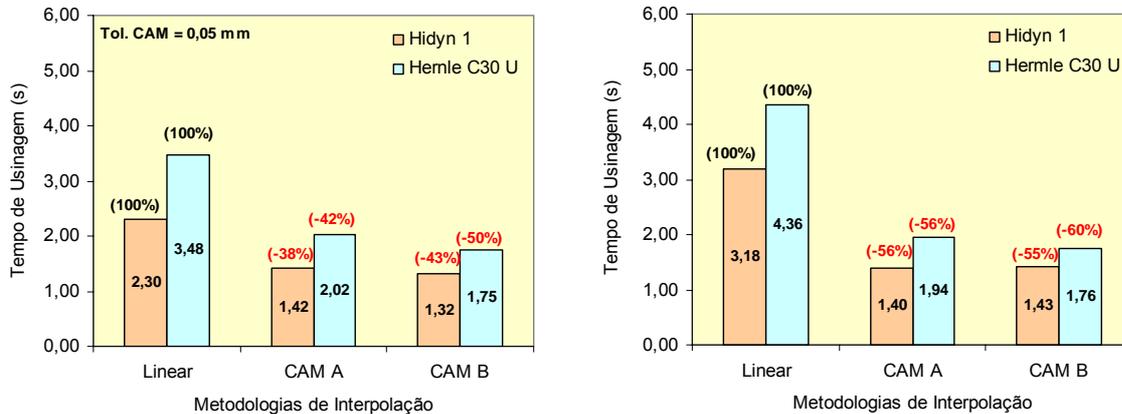


Figura 5.11: Tempo de usinagem com velocidade de avanço 8.000 mm/min.

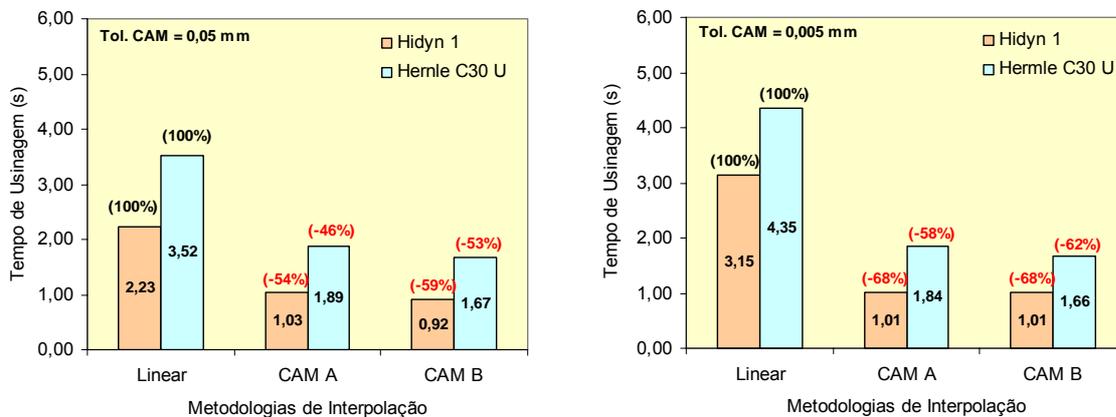


Figura 5.12: Tempo de usinagem com velocidade de avanço 15.000 mm/min.

Com a comparação entre a variação dos tempos de usinagem em relação à metodologia de interpolação da trajetória da ferramenta e ao centro de usinagem utilizado nos ensaios, pode se observar que:

- nas aplicações com baixas velocidades de avanço em que as exigências dinâmicas são inferiores, os benefícios da Interpolação *Spline* são mais evidentes no centro de usinagem com características dinâmicas inferiores, ou seja, as limitações da aplicação de Interpolação Linear para descrever trajetórias de superfícies complexas são menos evidentes num centro de usinagem com alto desempenho dinâmico;

- a utilização de maiores velocidades de avanço e, conseqüentemente, maiores exigências dinâmicas, evidenciam ainda mais o melhor desempenho das interpolações *Spline* sobre a Interpolação Linear;
- apesar do aumento significativo da velocidade de avanço entre os ensaios com 8.000 e 15.000 mm/min, observa-se que os tempos de usinagem para o centro de usinagem Hermle não se alteram de forma significativa, evidenciando assim a limitação dinâmica do sistema composto pela máquina ferramenta, comando numérico e trajetória da ferramenta.

Além disso, pode-se observar através da Figura 5.13 e Figura 5.14 o efeito da tolerância no Sistema CAM em diferentes velocidades de avanço e centros de usinagem. Nesse caso, a interpolação com tolerância CAM de 0,05 mm foi utilizada como tempo de usinagem de referência, sendo por isso indicada com o valor de 100%.

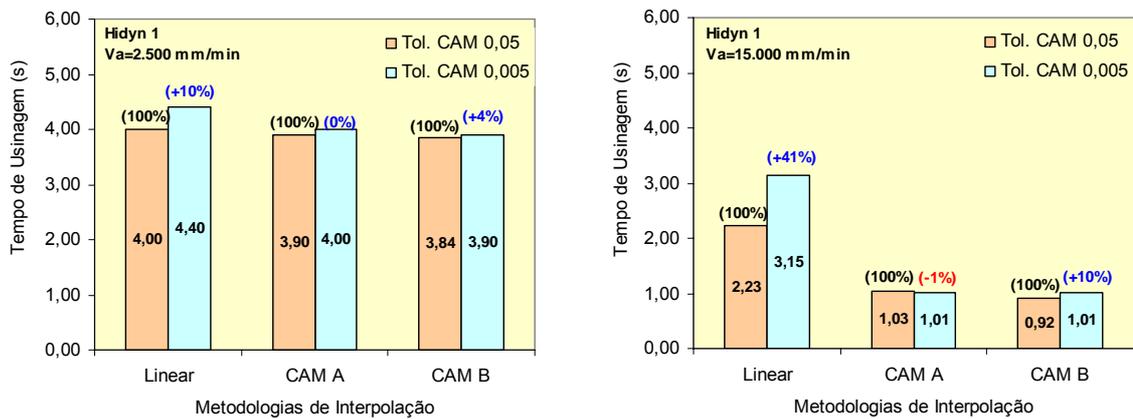


Figura 5.13: Efeito da tolerância CAM no centro de usinagem HiDyn.

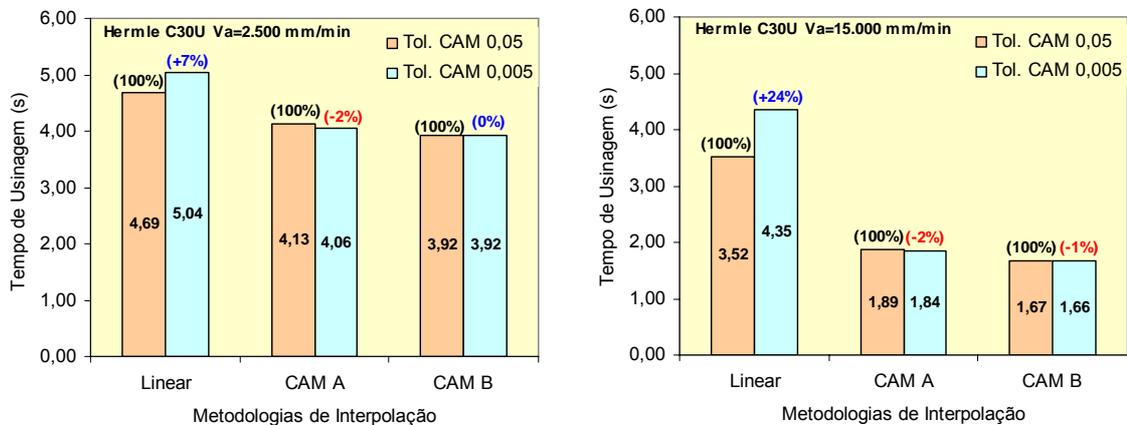


Figura 5.14: Efeito da tolerância CAM no centro de usinagem Hermle.

Nota-se que a variação da tolerância no Sistema CAM apresenta um efeito significativo para a Interpolação Linear em ambos os centros de usinagem. O tempo de usinagem aumenta com a redução da tolerância no Sistema CAM, ou seja, a maior segmentação da trajetória da ferramenta resulta num aumento do tempo de usinagem.

Com exceção da Interpolação *Spline* CAM B no centro de usinagem HiDyn, na qual se observa um aumento do tempo de usinagem com a redução da tolerância do Sistema CAM, as demais Interpolações *Spline* não apresentaram significativas variações no tempo de usinagem em função da redução da tolerância.

#### 5.1.4 Análise da Velocidade de Avanço

A análise da velocidade de avanço para as diferentes metodologias de interpolação da trajetória da ferramenta obtidas no centro de usinagem HiDyn está ilustrada na Figura 5.15, Figura 5.16 e Figura 5.17.

Conforme pode ser observado nessas figuras, a velocidade de avanço varia ao longo da geometria do corpo de prova com características diferentes entre as metodologias de interpolação da trajetória da ferramenta. Para todas as situações, a Interpolação Linear apresentou a maior variação de velocidade, sendo que esta variação se agrava com a tolerância no Sistema CAM de 0,005 mm.

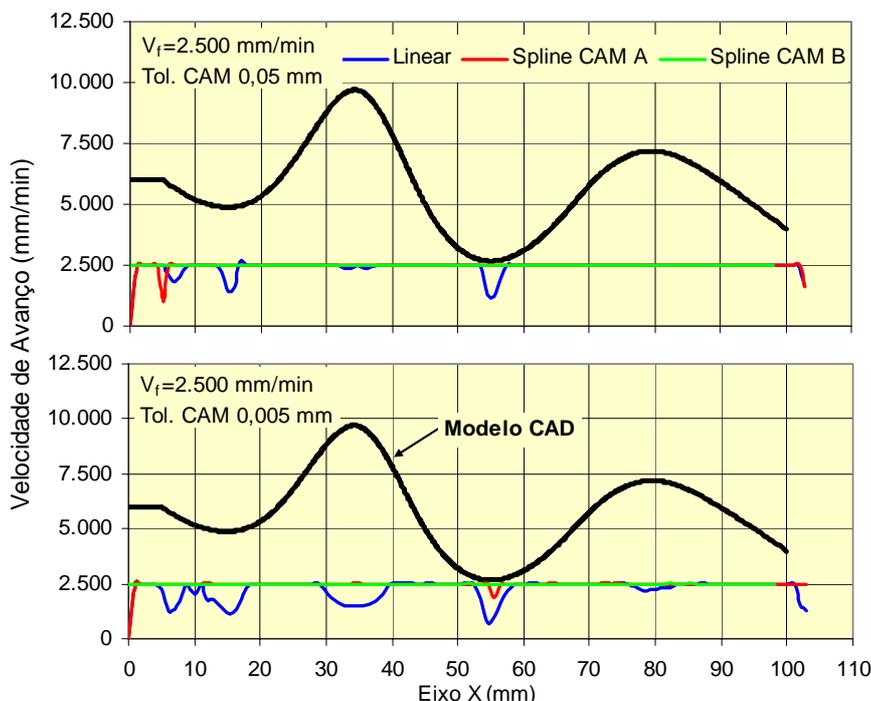


Figura 5.15: Comportamento da velocidade - HiDyn ( $V_f = 2.500$  mm/min).

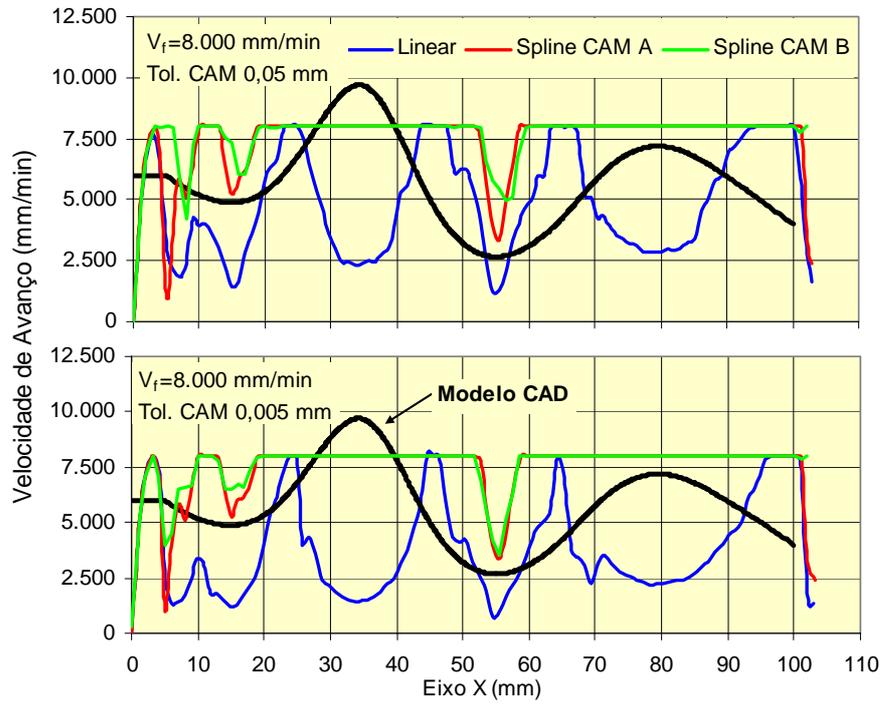


Figura 5.16: Comportamento da velocidade - HiDyn ( $V_f = 8.000 \text{ mm/min}$ ).

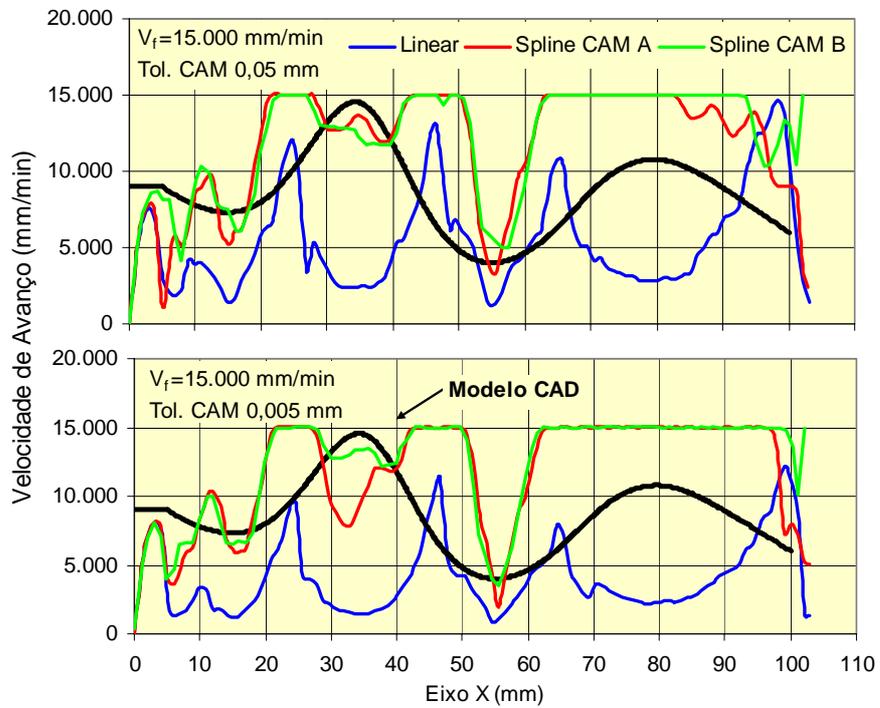


Figura 5.17: Comportamento da velocidade - HiDyn ( $V_f = 15.000 \text{ mm/min}$ ).

Para as Interpolações *Spline* (Spline CAM A e Spline CAM B) pode-se observar que a velocidade de avanço apresenta um desempenho superior à Interpolação Linear, principalmente em condições de altíssimas velocidades. Observa-se também que existem regiões críticas na geometria que resultam numa velocidade de avanço inferior a velocidade programada.

Além disso, pode-se observar que a Interpolação Spline gerada por diferentes sistemas CAM (Sistema CAM A e B) apresenta comportamento distinto em algumas regiões da geometria do corpo de prova.

A Figura 5.18, Figura 5.19 e Figura 5.20 ilustram a velocidade de avanço para as diferentes metodologias de interpolação da trajetória da ferramenta obtidas no centro de usinagem Hermle.

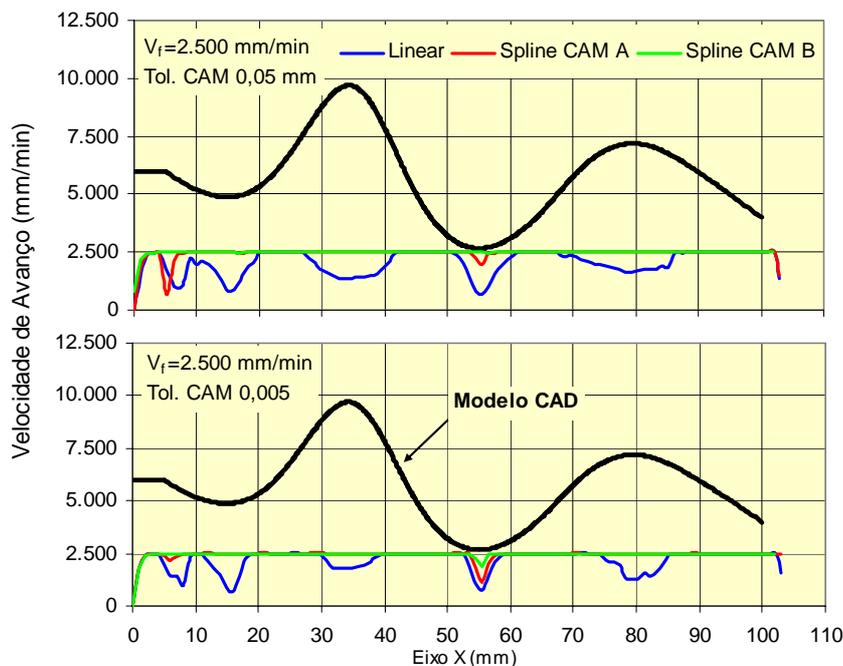


Figura 5.18: Comportamento da velocidade - Hermle ( $V_f = 2.500 \text{ mm/min}$ ).

Através destas figuras observa-se que os ensaios realizados com o centro de usinagem Hermle apresentam as mesmas características apresentadas pelo centro de usinagem HiDyn. No entanto, em função de características dinâmicas inferiores, as velocidades de avanço real apresentam uma maior variação.

Comparando os dois centro de usinagem com altas velocidades de avanço (ver Figura 5.17 e Figura 5.20) observa-se que no centro de usinagem HiDyn a velocidade de avanço atinge em alguns momentos os valores da velocidade programada. No centro de

usinagem Hermle a velocidade de avanço é sempre inferior em relação à velocidade de avanço programada.

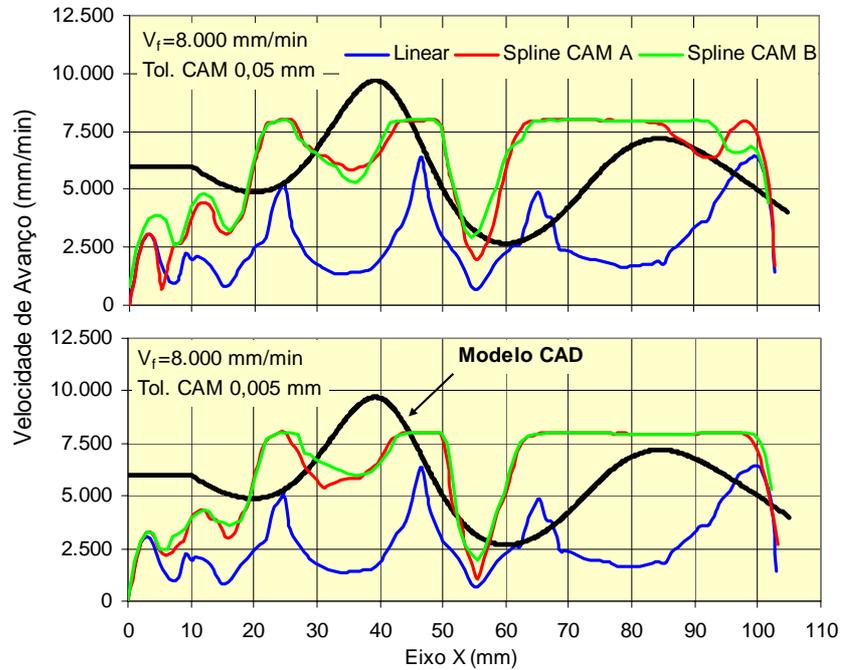


Figura 5.19: Comportamento da velocidade - Hermle ( $V_f = 8.000$  mm/min).

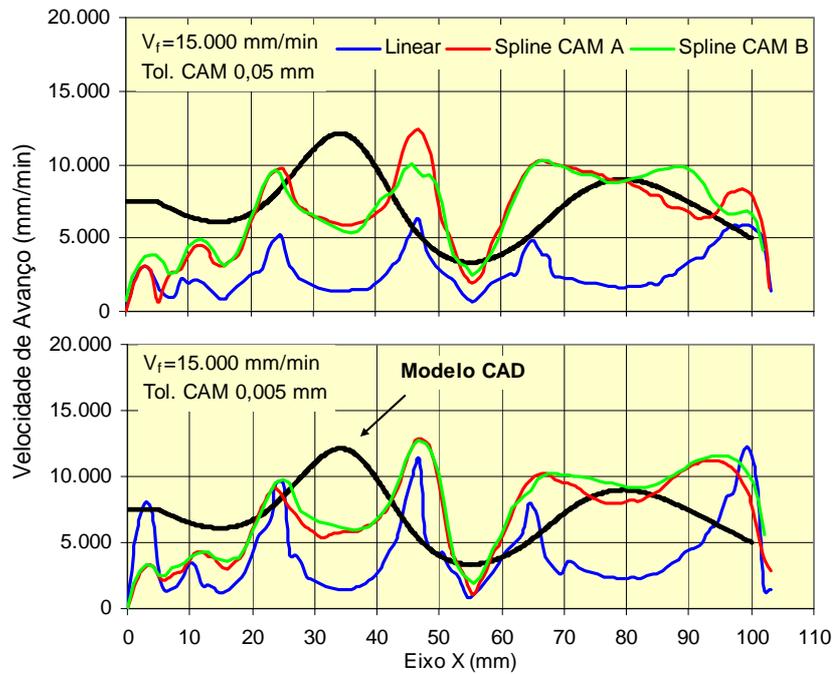


Figura 5.20: Comportamento da velocidade - Hermle ( $V_f = 15.000$  mm/min).

Com o objetivo de compreender plenamente o comportamento da velocidade de avanço, será apresentada nos próximos tópicos uma análise para cada tipo de trajetória de ferramenta utilizada nesse trabalho.

### 5.1.4.1 Interpolação Linear

A Figura 5.21, Figura 5.22, Figura 5.23 e Figura 5.24 ilustram respectivamente o comportamento da velocidade de avanço para as trajetórias geradas com Interpolação Linear com Tolerância CAM de 0,05 e 0,005 mm nos centros de usinagem Hermle e HiDyn.

Para melhor ilustrar o efeito do tamanho do segmento sobre a velocidade de avanço, utilizou-se uma velocidade de avanço estimada através da característica do tamanho do segmento da trajetória da ferramenta (ver Figura 5.1) e a teoria de tempo de resposta da máquina ferramenta - TRM (ver item 3.1.3.1).

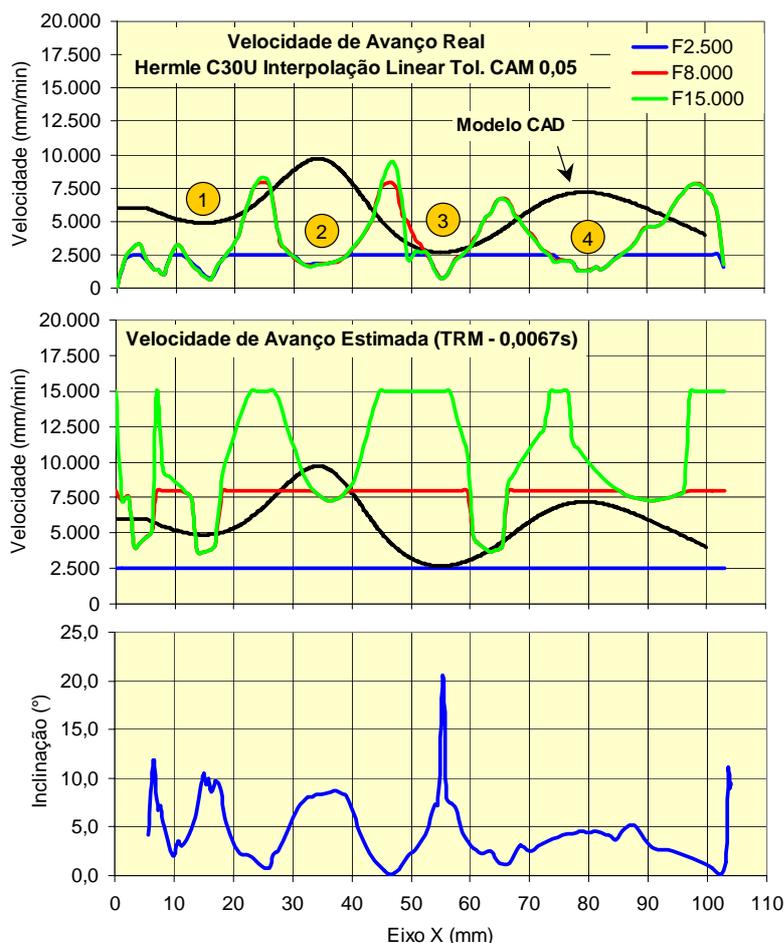


Figura 5.21: Interpolação Linear com tolerância CAM 0,05 - Hermle.

Através dessas figuras pode-se observar que em todas as trajetórias há regiões limitantes da velocidade de avanço, regiões essas que aparecem em maior quantidade com a redução da tolerância CAM. Apesar das reduções da velocidade de avanço, em todos os casos o centro de usinagem HiDyn (melhor característica dinâmica) apresenta melhor desempenho em relação ao centro de usinagem Hermle.

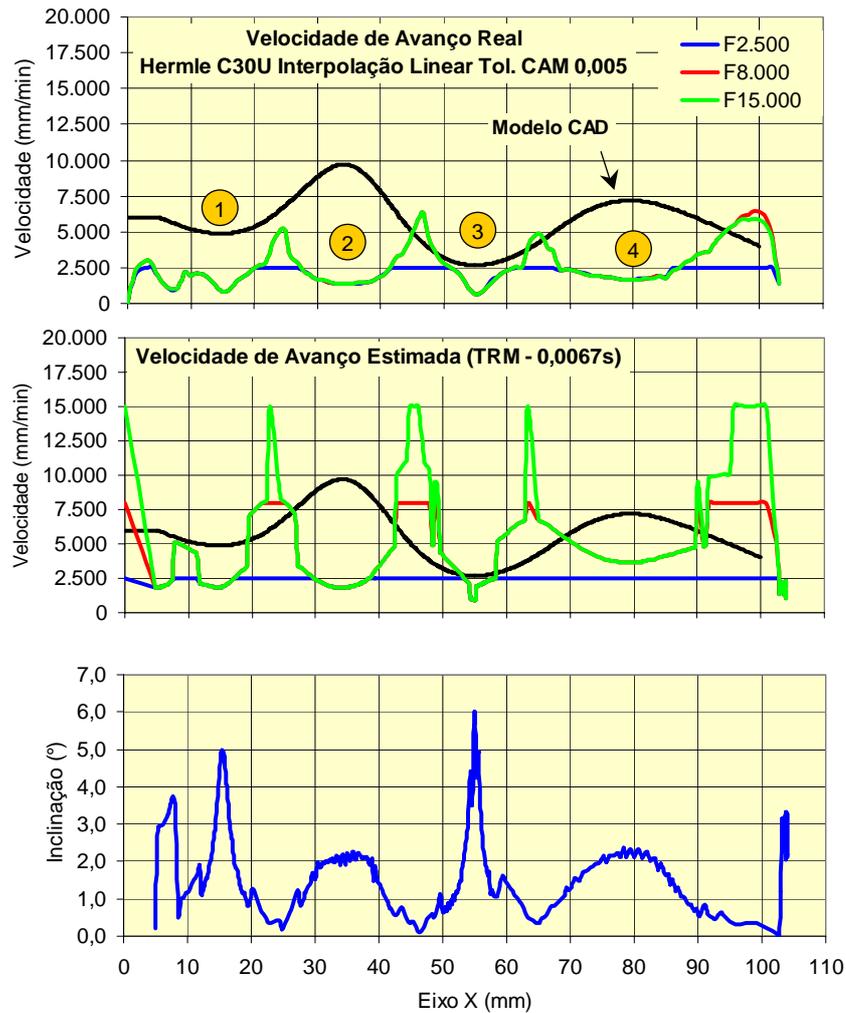


Figura 5.22: Interpolação Linear com Tolerância CAM 0,005 - Hermle.

Considerando apenas o comportamento da velocidade de avanço dessas figuras pode-se observar que:

- em ambas as trajetórias da ferramenta (Tol. CAM 0,05 e 0,005 mm) há regiões limitantes da velocidade de avanço, regiões essas que não sofrem alterações em função do aumento da velocidade de avanço programada;
- apesar de ser utilizada nos ensaios uma velocidade de avanço de 15.000 mm/min, em nenhum momento essa velocidade foi obtida no centro de

usinagem Hermle e, mesmo no centro de usinagem HiDyn, que apresenta melhores características dinâmicas, houve regiões de redução da velocidade de avanço (principalmente com a redução da tolerância CAM);

- apesar das reduções da velocidade de avanço, em todos os casos o centro de usinagem HiDyn apresentou um desempenho superior ao centro de usinagem Hermle.

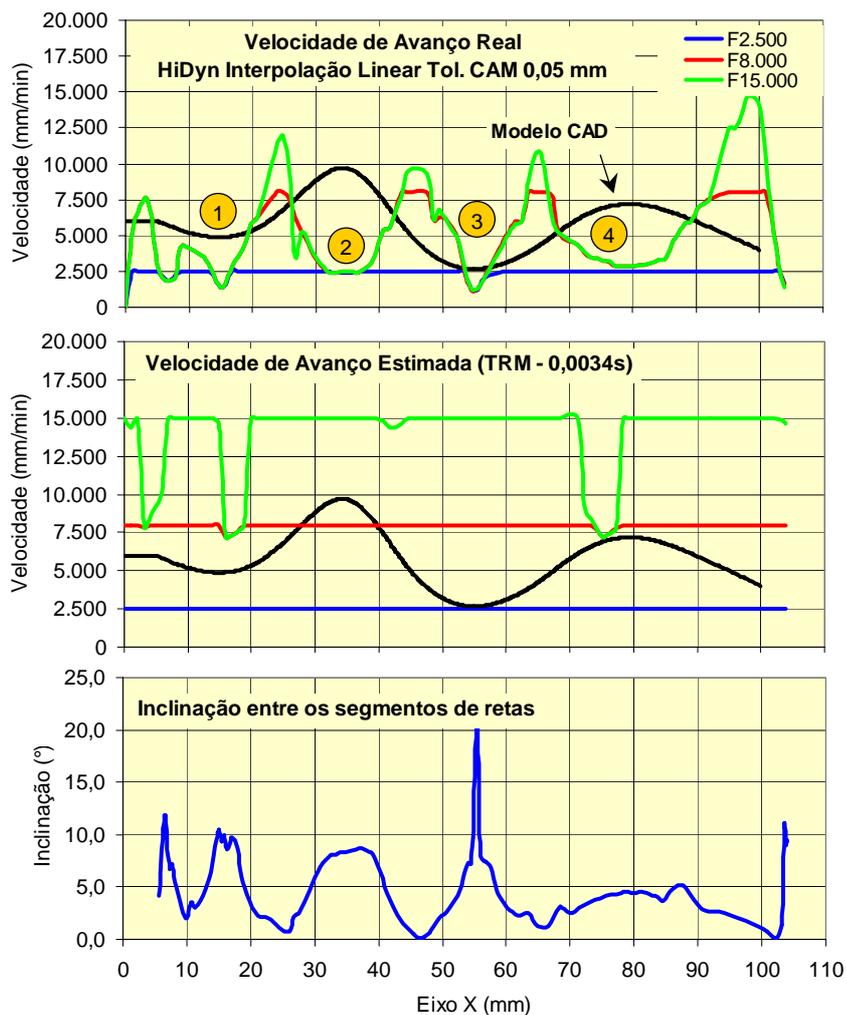


Figura 5.23: Interpolação Linear com Tolerância CAM 0,05 - HiDyn.

Associando na análise do comportamento da velocidade de avanço os parâmetros de velocidade de avanço estimada e a inclinação entre os segmentos de retas evidencia-se claramente a forte influência que o tamanho do segmento e o tempo de resposta da máquina ferramenta possuem sobre a velocidade de avanço. No entanto, há regiões em que a redução da velocidade de avanço não está relacionada com o tamanho do tamanho de segmento, mas sim com a inclinação do mesmo.

A análise das quatro regiões indicadas nas figuras, permite verificar que:

- nas região 1, 2, 3 e 4, com exceção da Interpolação Linear com Tolerância CAM de 0,005 mm no centro de usinagem Hermle (Figura 5.22), a limitação teórica do tamanho do segmento programado é superior em relação à limitação de velocidade encontrada na prática. Em todos esses casos a inclinação entre os segmentos programados apresenta um aumento.
- nas região 1, 2, 3 e 4 Interpolação Linear com Tolerância CAM de 0,005 mm no centro de usinagem Hermle, a limitação teórica da velocidade de avanço referente ao tamanho do segmento ocorre no mesmo nível do obtido na prática.

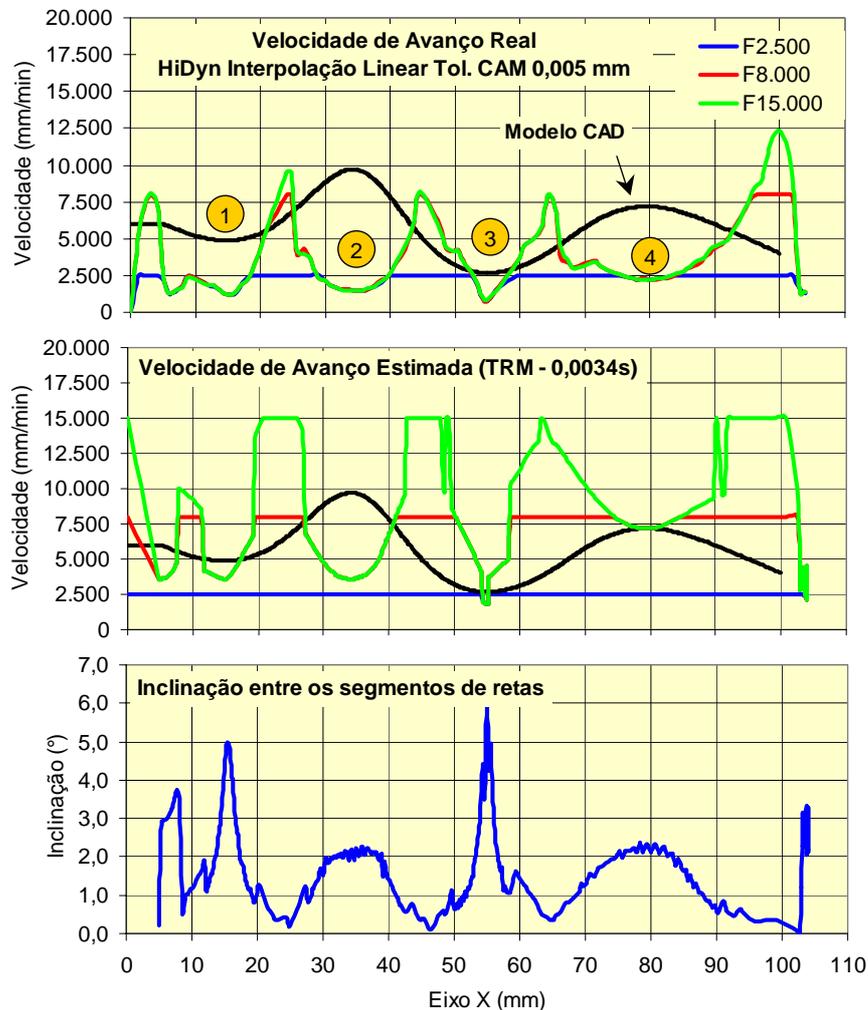


Figura 5.24: Interpolação Linear com Tolerância CAM 0,005 - HiDyn.

O conhecimento do comportamento da velocidade de avanço em função do tempo permite adicionar na análise da trajetória da ferramenta as características de aceleração média e variação da aceleração média em função do Tempo (*Jerk Médio*). A Figura 5.25,

Figura 5.26, Figura 5.27 e Figura 5.28 ilustram respectivamente o comportamento desses parâmetros para a Interpolação Linear com velocidade de avanço de 2.500 e 15.000 mm/min nos centros de usinagem Hermle e HiDyn.

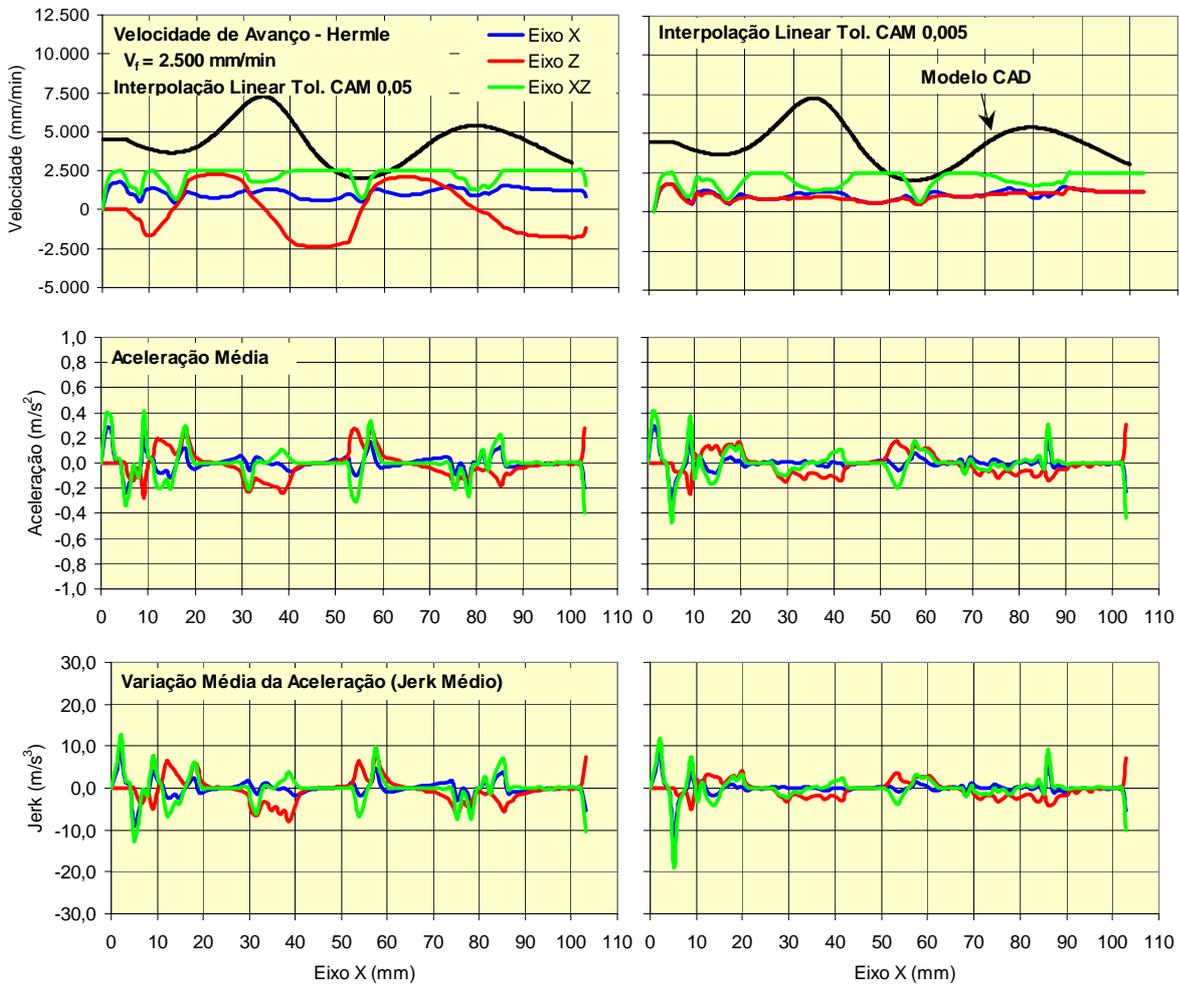


Figura 5.25: Efeito da Interpolação Linear na aceleração ( $V_f=2.500$  Hermle).

Através dessas figuras pode-se observar que:

- apesar dos centros de usinagem Hermle e HiDyn apresentarem respectivamente uma aceleração máxima de 10 e 20 m/s<sup>2</sup>, o valor máximo obtido no deslocamento da trajetória da ferramenta foi de 2 e 6 m/s<sup>2</sup>;
- o aumento da velocidade de avanço resultou automaticamente no aumento da aceleração média e do jerk médio;
- as trajetórias geradas com tolerância CAM de 0,005 mm, por terem menores variações de velocidade de avanço, apresentaram menores variações de

aceleração e jerk médio em relação às trajetórias geradas com tolerância CAM de 0,05 mm;

- o aumento da velocidade de avanço resultou em todos os casos num aumento da aceleração e do jerk médio;
- as regiões com maiores variações de aceleração e jerk médio estão diretamente relacionadas com o aumento da inclinação entre os segmentos de retas programas.

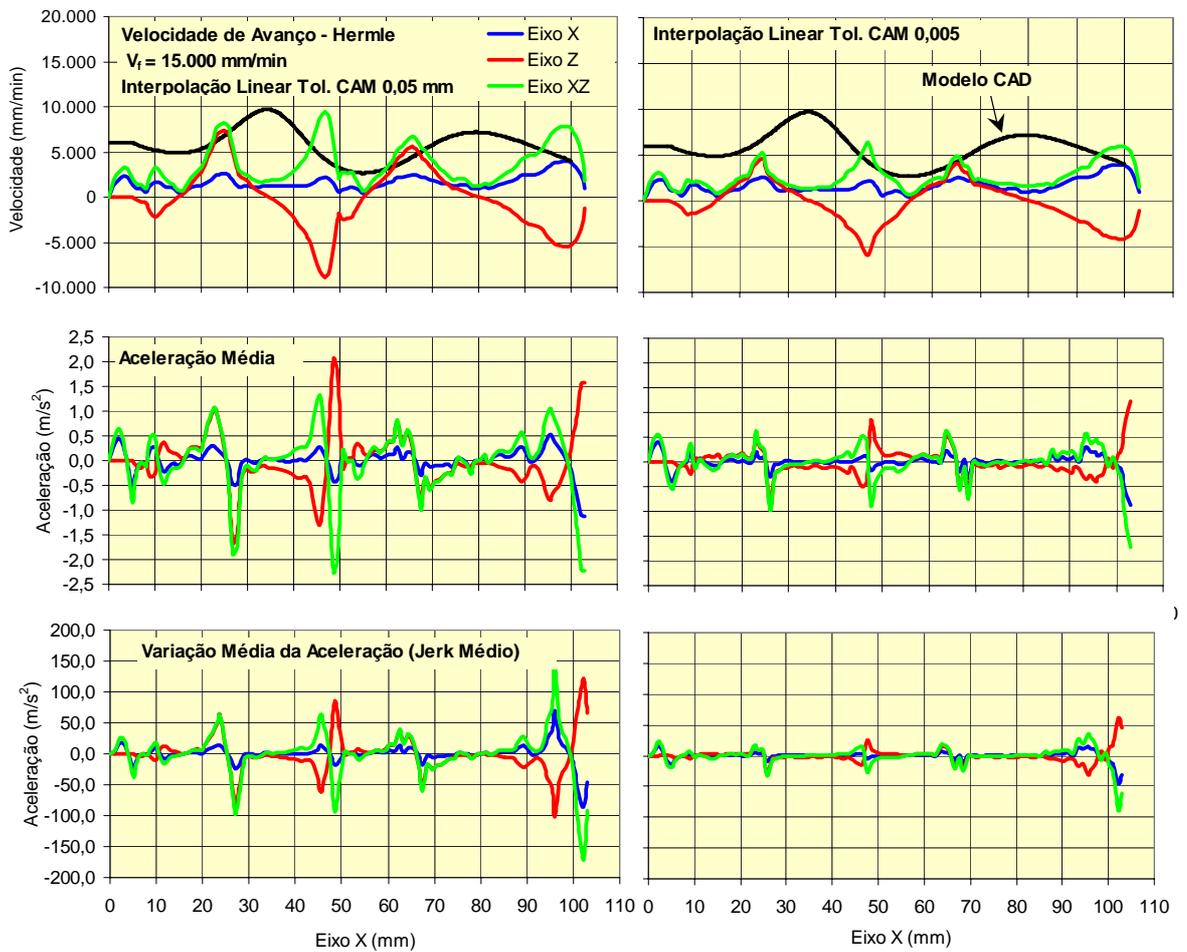


Figura 5.26: Efeito da Interpolação Linear na aceleração ( $V_f=15.000$  Hermle).

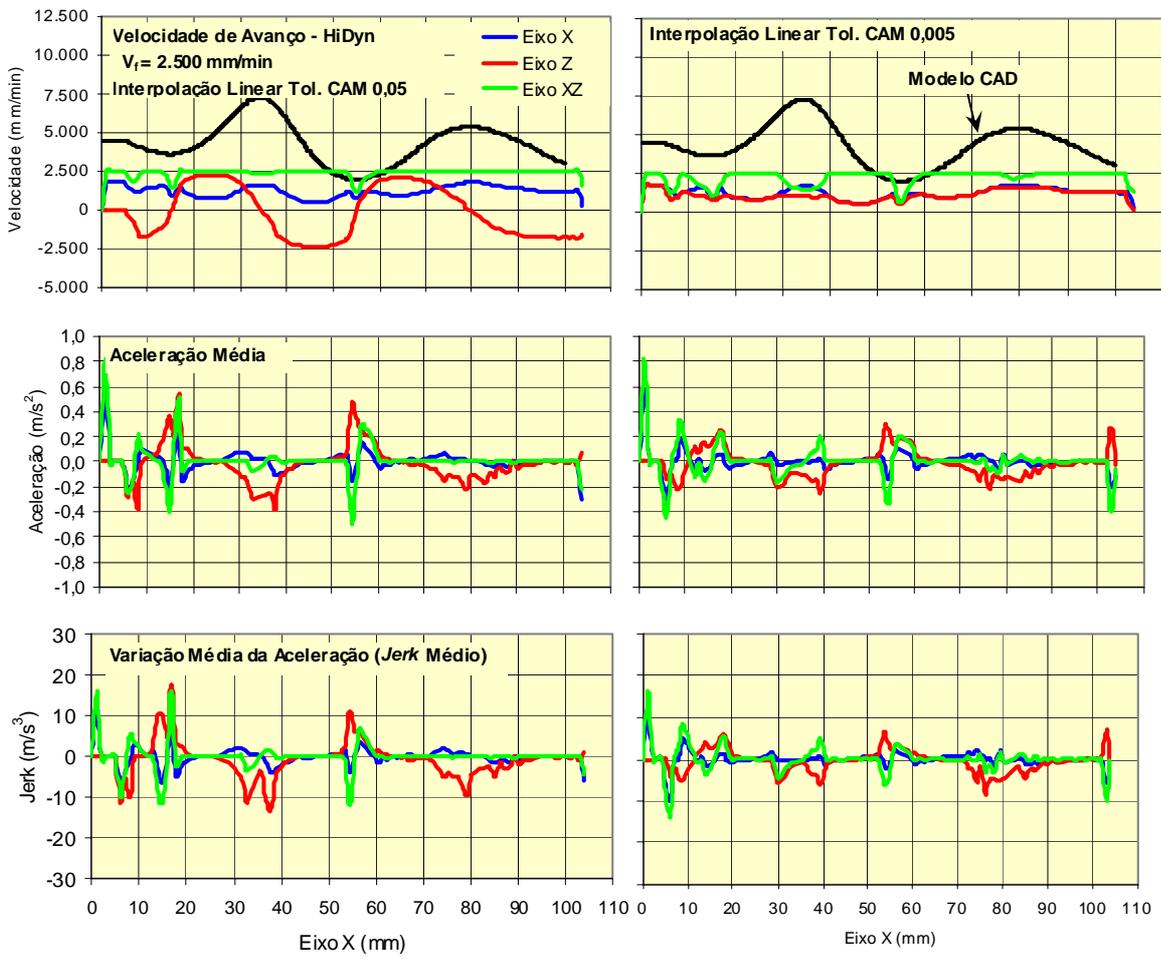


Figura 5.27: Efeito da Interpolação Linear na aceleração ( $V_f = 2.500$  Hi Dyn).

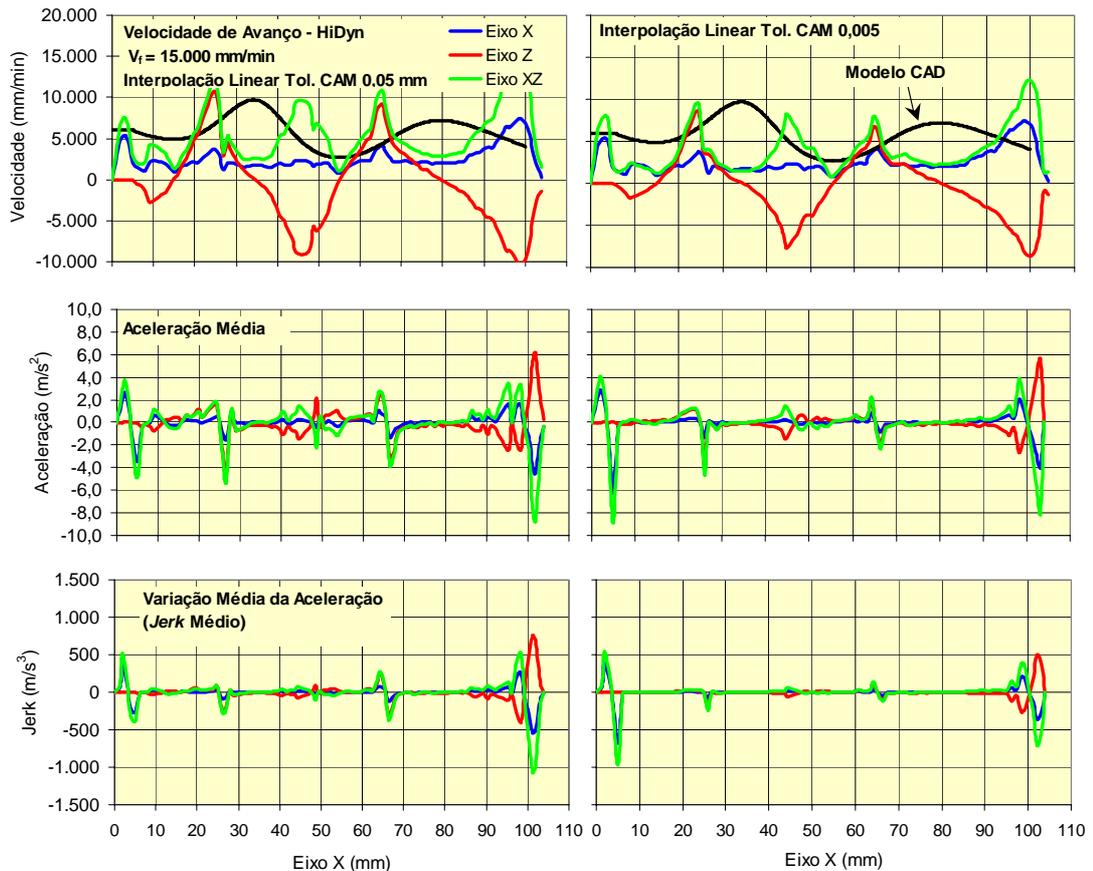


Figura 5.28: Efeito da Interpolação Linear na aceleração ( $V_f=15.000$  Hi Dyn).

#### 5.1.4.2 Interpolação Spline CAM A

A Figura 5.29 e Figura 5.30 ilustram respectivamente o comportamento da velocidade de avanço para as trajetórias geradas com Interpolação *Spline* no Sistema CAM A com Tolerância CAM de 0,05 e 0,005 mm nos centros de usinagem Hermle e HiDyn.

Associando a essas figuras a característica da trajetória gerada pelo Sistema CAM com tolerância CAM de 0,05 (dois segmentos de curvas - ver Figura 5.2) e 0,005 mm (quatro segmentos de curvas - Figura 5.3) pode-se evidenciar que:

- na região localizada aproximadamente na posição de 30 mm no eixo X, a trajetória com interpolação Spline com tolerância de 0,005 mm apresenta uma velocidade de avanço inferior. Nessa posição a sua trajetória é representada por uma junção de duas curvas;
- na região localizada aproximadamente na posição entre 90 a 100 mm no eixo X, a trajetória com interpolação Spline com tolerância de 0,05 mm apresenta uma

velocidade de avanço inferior. Nessa posição a sua trajetória é representada por uma junção de duas curvas.

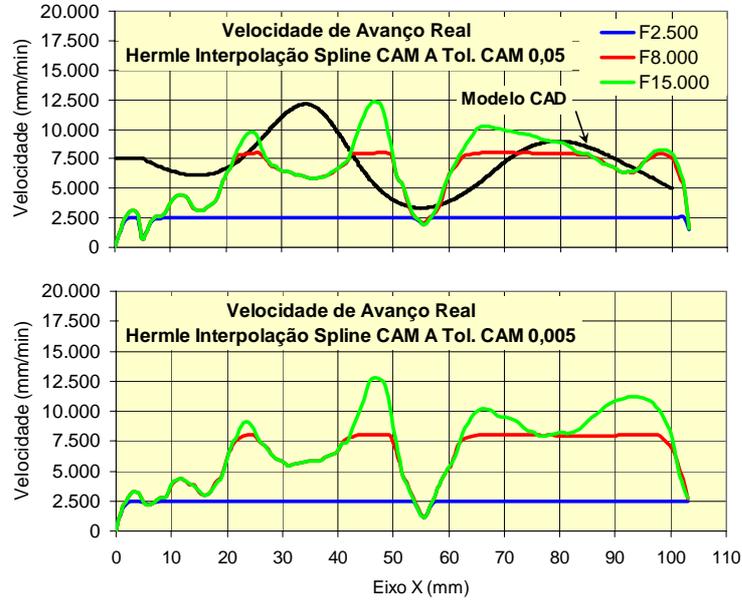


Figura 5.29: Interpolação Spline CAM A (Hermle).

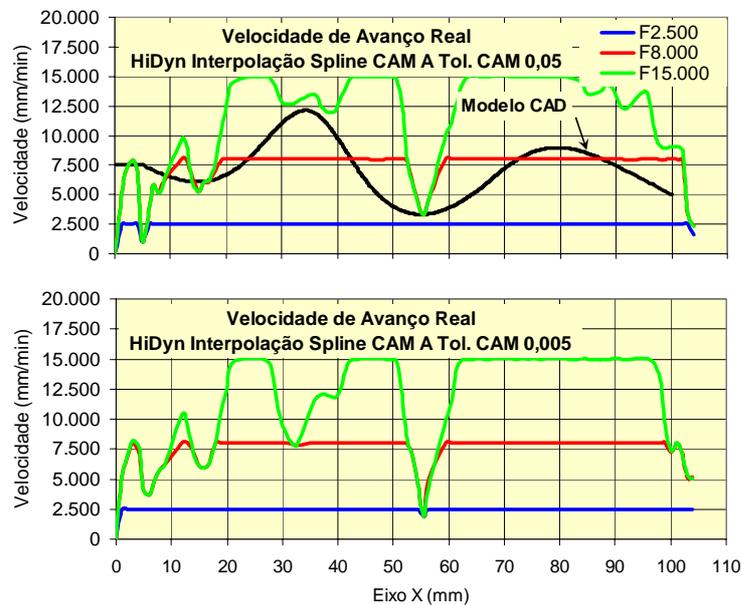


Figura 5.30: Interpolação Spline CAM A (HiDyn).

A Figura 5.31, Figura 5.32, Figura 5.33 e Figura 5.34 ilustram respectivamente o comportamento da aceleração média e variação da aceleração média em função do

Tempo (*Jerk* Médio) para a Interpolação Spline com velocidade de avanço de 2.500 e 15.000 mm/min nos centros de usinagem Hermle e HiDyn.

Através dessas figuras pode-se observar que:

- apesar dos centros de usinagem Hermle e HiDyn apresentarem respectivamente uma aceleração máxima de 10 e 20 m/s<sup>2</sup>, o valor máximo obtido no deslocamento da trajetória da ferramenta foi de 4 e 8 m/s<sup>2</sup>;
- o aumento da velocidade de avanço resultou automaticamente no aumento da aceleração média e do jerk médio;
- o comportamento da velocidade de avanço e da aceleração média está diretamente relacionada com as derivadas de primeira e segunda ordem obtidas através do modelo matemática da trajetória da ferramenta (ver Figura 5.6 e Figura 5.7).

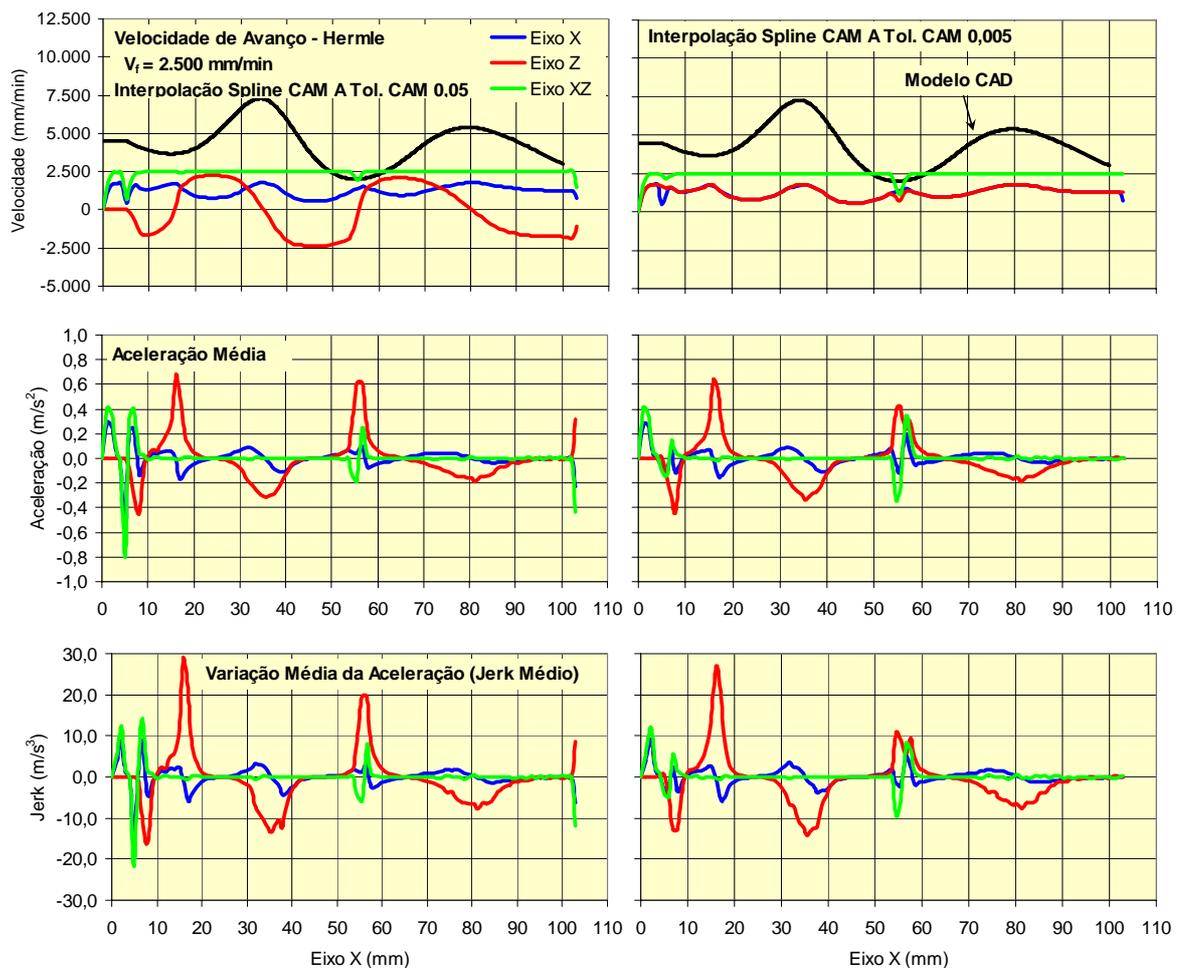


Figura 5.31: Efeito da Interpolação Spline CAM A na aceleração ( $V_f = 2.500$  Hermle).

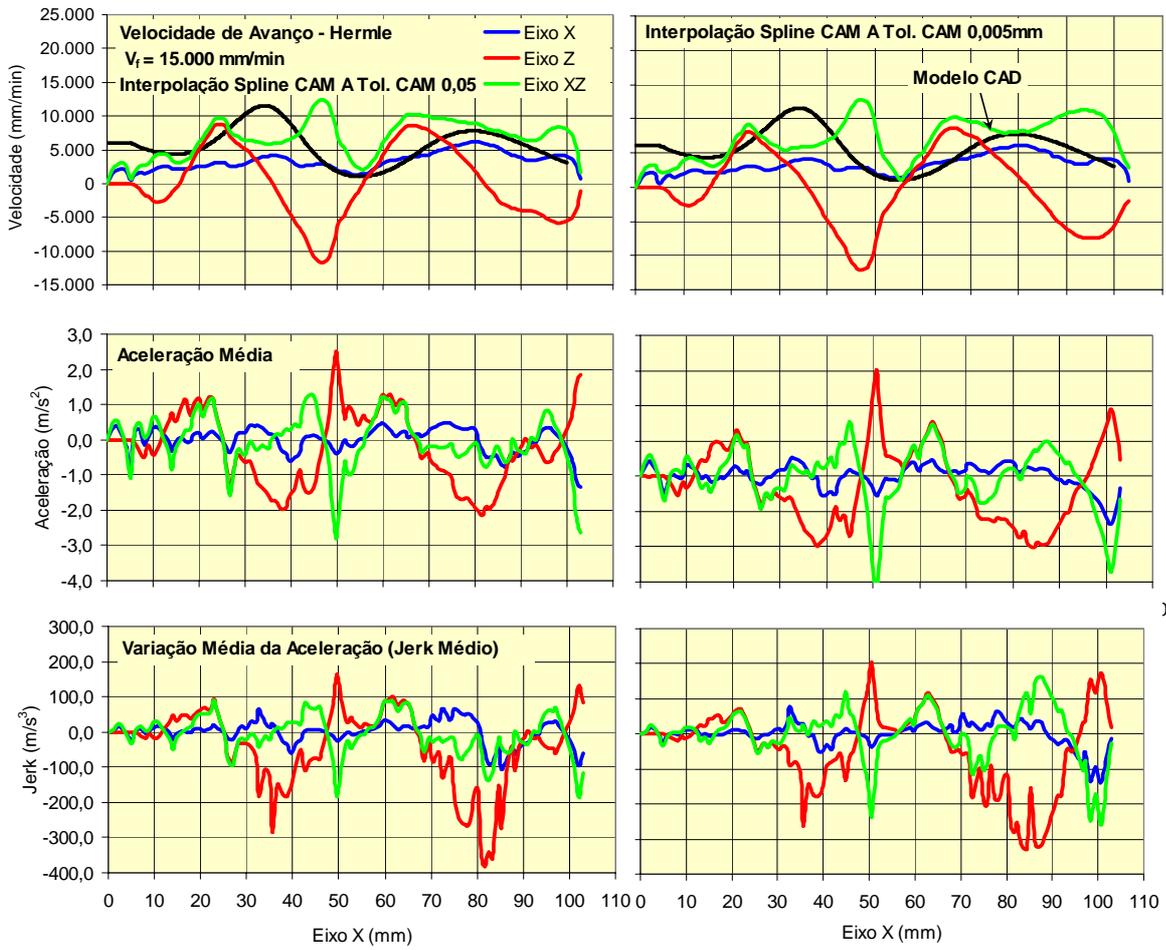


Figura 5.32: Efeito da Interpolação CAM A na aceleração ( $V_f = 15.000$  Hermle).

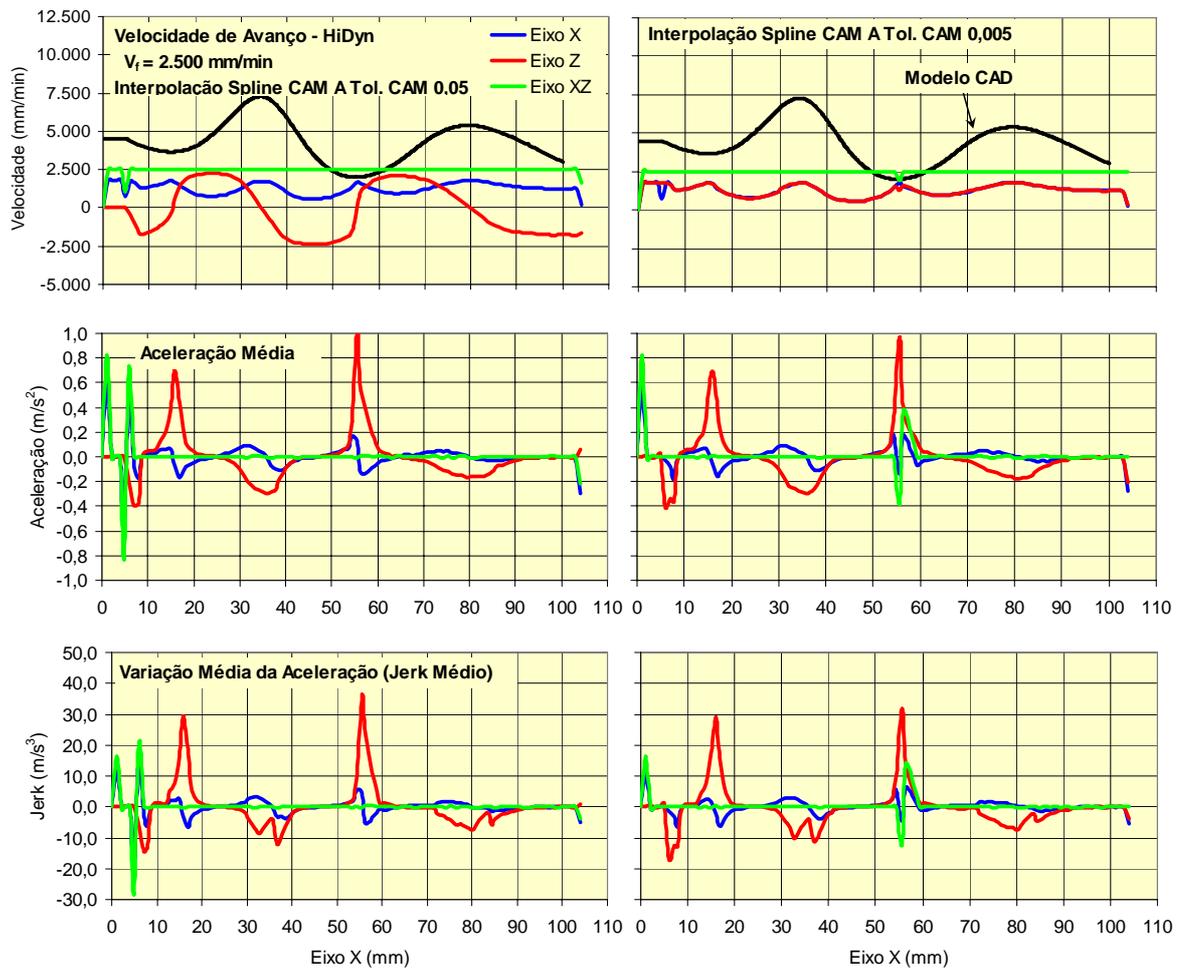


Figura 5.33: Efeito da Interpolação Spline CAM A na aceleração ( $V_f = 2.500$  HiDyn).

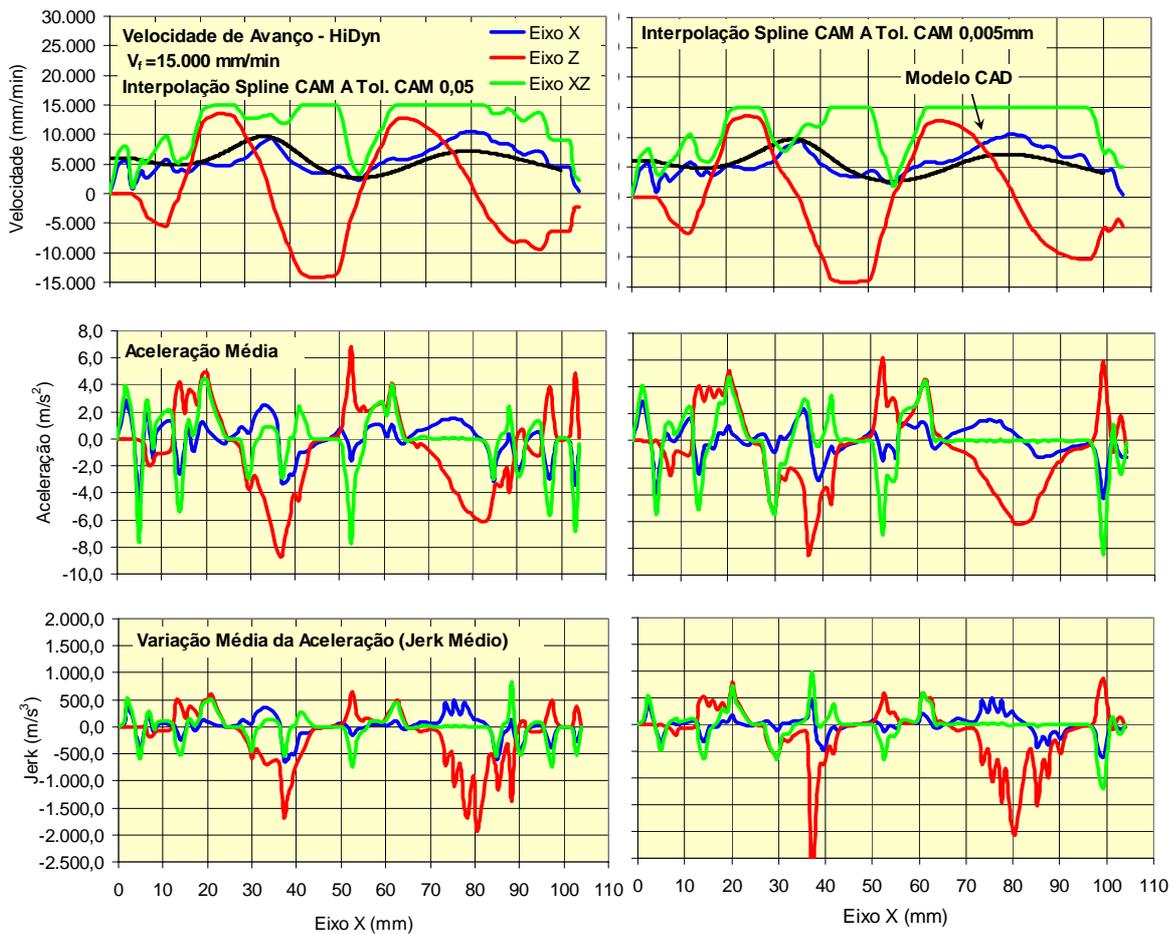


Figura 5.34: Efeito da Interpolação Spline CAM A na aceleração ( $V_f = 15.000$  HiDyn).

### 5.1.4.3 Interpolação Spline CAM B

A Figura 5.35 e Figura 5.36 e ilustram respectivamente o comportamento da velocidade de avanço para as trajetórias geradas com Interpolação *Spline* no Sistema CAM B com Tolerância CAM de 0,05 e 0,005 mm nos centros de usinagem Hermle e HiDyn.

Associando a essas figuras a característica da trajetória gerada pelo Sistema CAM com tolerância CAM de 0,05 e 0,005 mm (ambas representadas por um único segmento de curva - ver Figura 5.4 e Figura 5.5) pode-se evidenciar que nas regiões localizadas entre as posições 40 a 50 e 90 a 100 mm no eixo X, a trajetória com interpolação Spline com tolerância de 0,05 mm apresenta uma velocidade de avanço inferior. Nessas posições a sua trajetória é representada por um maior espaçamento entre os vértices do polígono de controle em relação à trajetória com tolerância CAM de 0,005 mm.

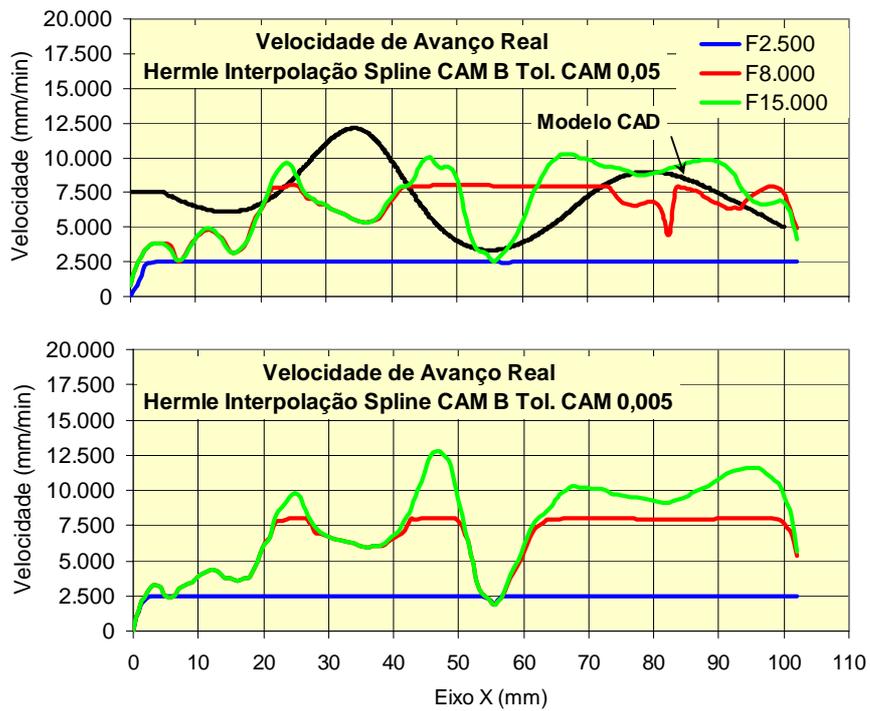


Figura 5.35: Interpolação Spline CAM B (Hermle).

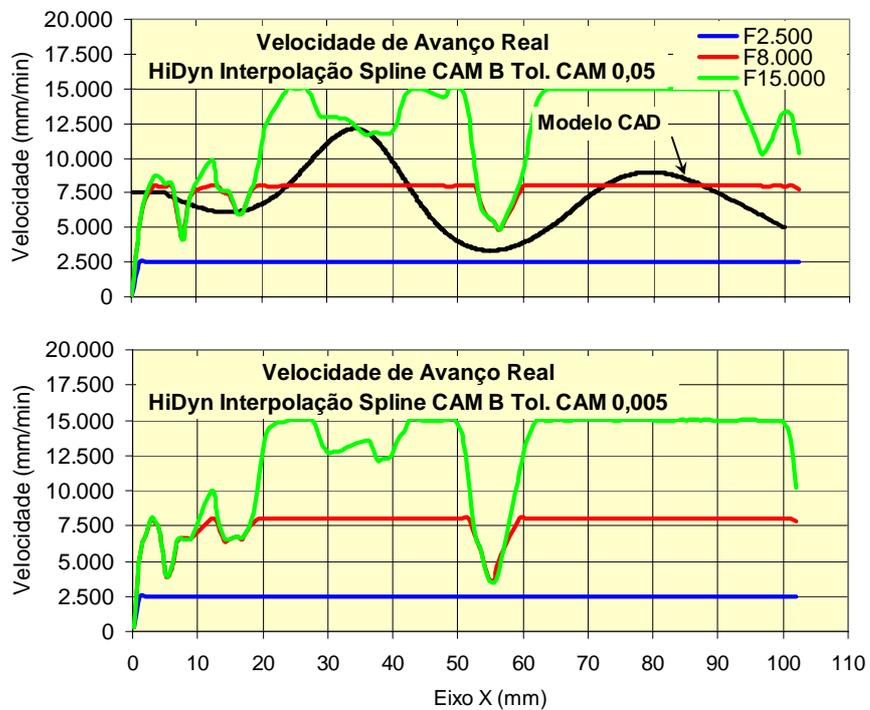


Figura 5.36: Interpolação Spline CAM B (HiDyn).

A Figura 5.37, Figura 5.38, Figura 5.39 e Figura 5.40 e ilustram respectivamente o comportamento da aceleração média e variação da aceleração média em função do Tempo (*Jerk* Médio) para a Interpolação Spline com velocidade de avanço de 2.500 e 15.000 mm/min nos centros de usinagem Hermle e HiDyn.

Através dessas figuras pode-se observar que:

- apesar dos centros de usinagem Hermle e HiDyn apresentarem respectivamente uma aceleração máxima de 10 e 20  $\text{m/s}^2$ , o valor máximo obtido no deslocamento da trajetória da ferramenta foi de 3 e 10  $\text{m/s}^2$ ;
- o aumento da velocidade de avanço resultou automaticamente no aumento da aceleração média e do jerk médio;
- o comportamento da velocidade de avanço e da aceleração média está diretamente relacionada com as derivadas de primeira e segunda ordem obtidas através do modelo matemático da trajetória da ferramenta (ver Figura 5.8 e Figura 5.9).

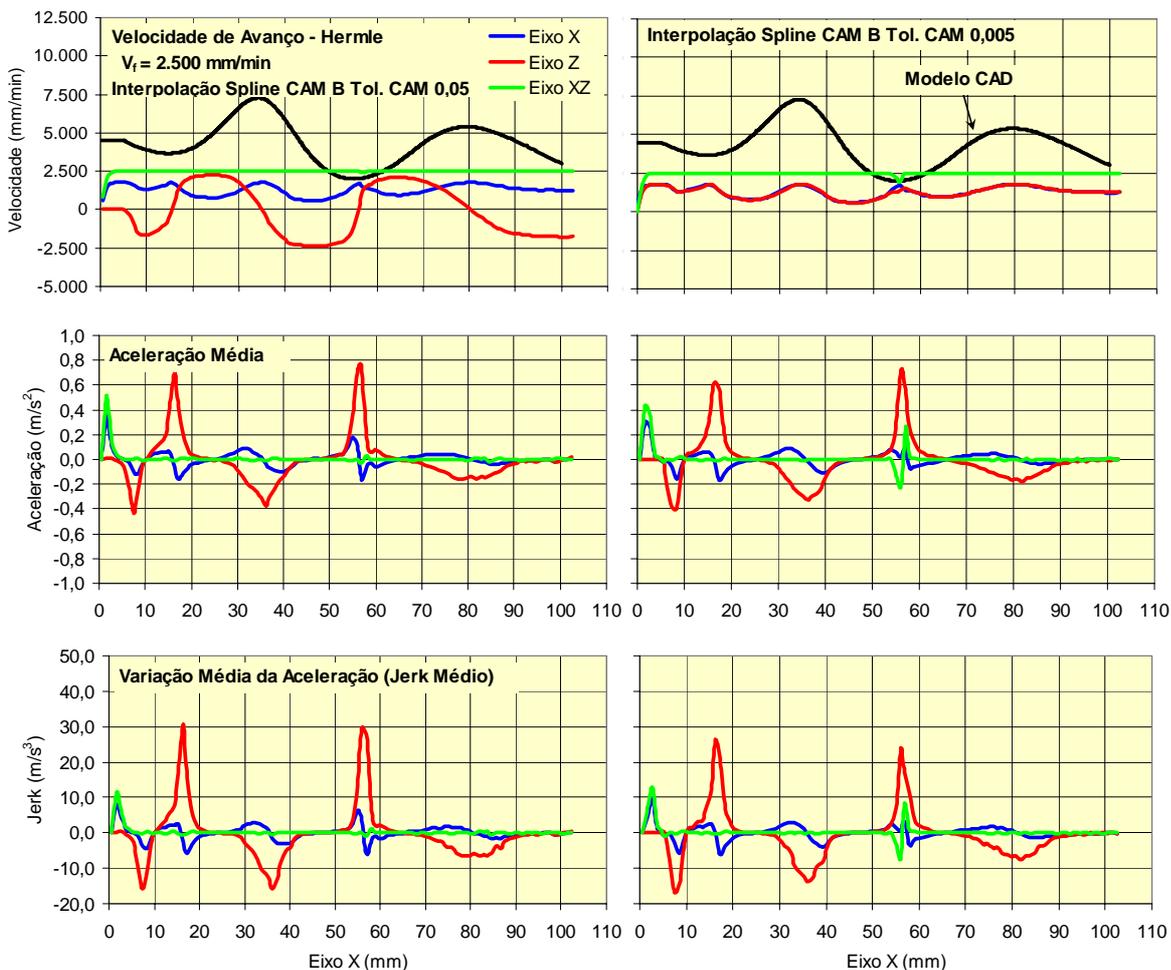


Figura 5.37: Efeito da Interpolação Spline CAM B na aceleração ( $V_f = 2.500$  Hermle).

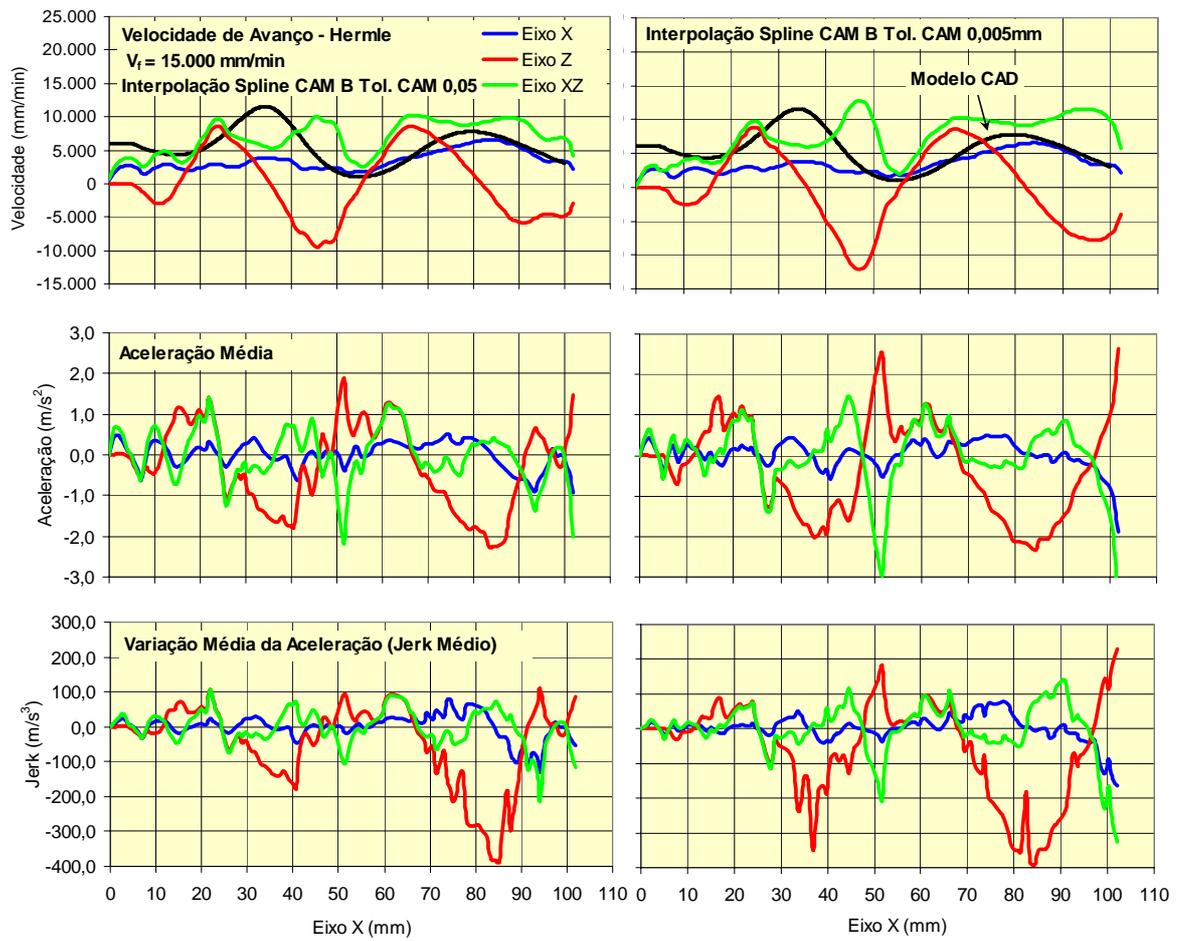


Figura 5.38: Efeito da Interpolação Spline CAM B na aceleração ( $V_f = 15.000$  Hermle).

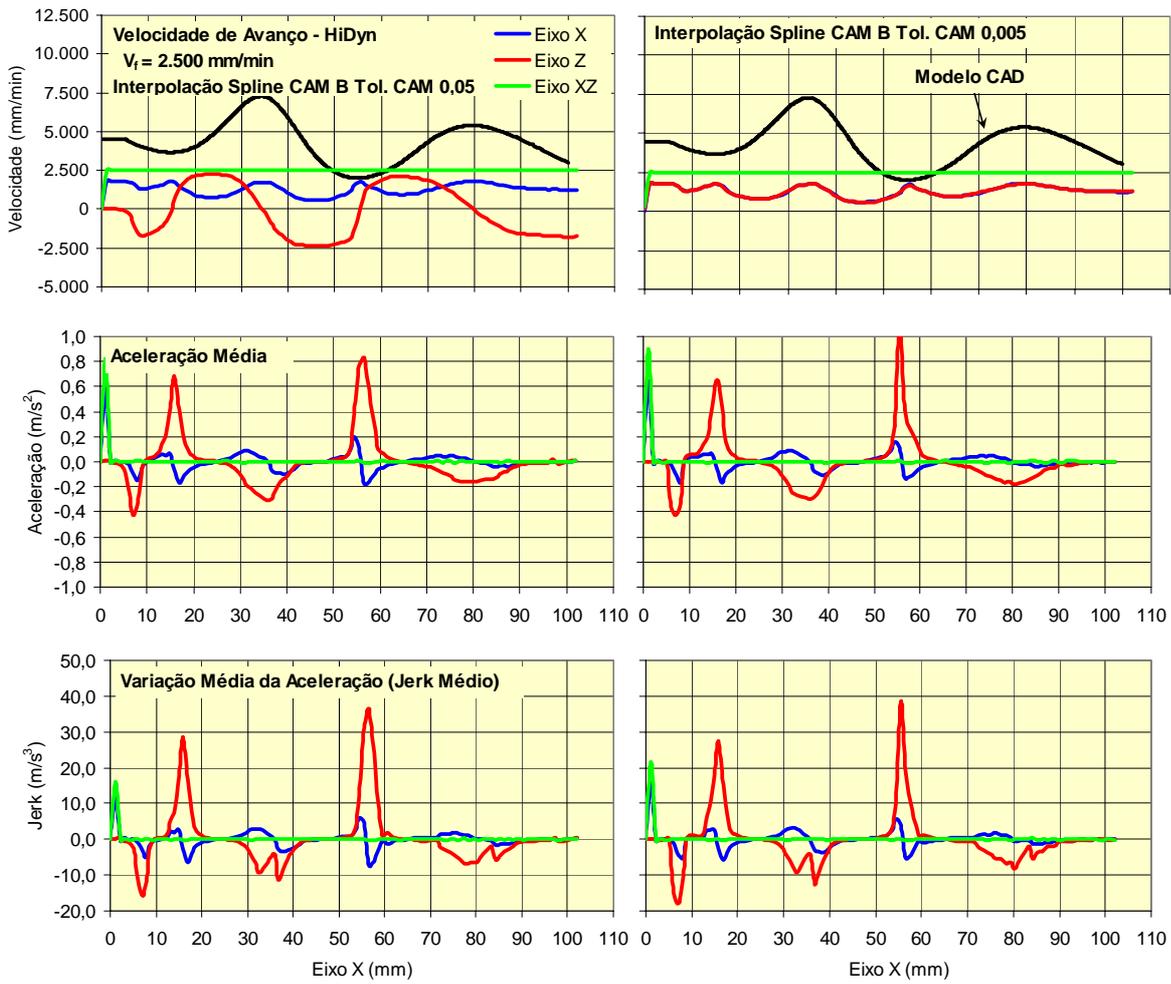


Figura 5.39: Efeito da Interpolação Spline CAM B na aceleração ( $V_f = 2.500 \text{ HiDyn}$ ).

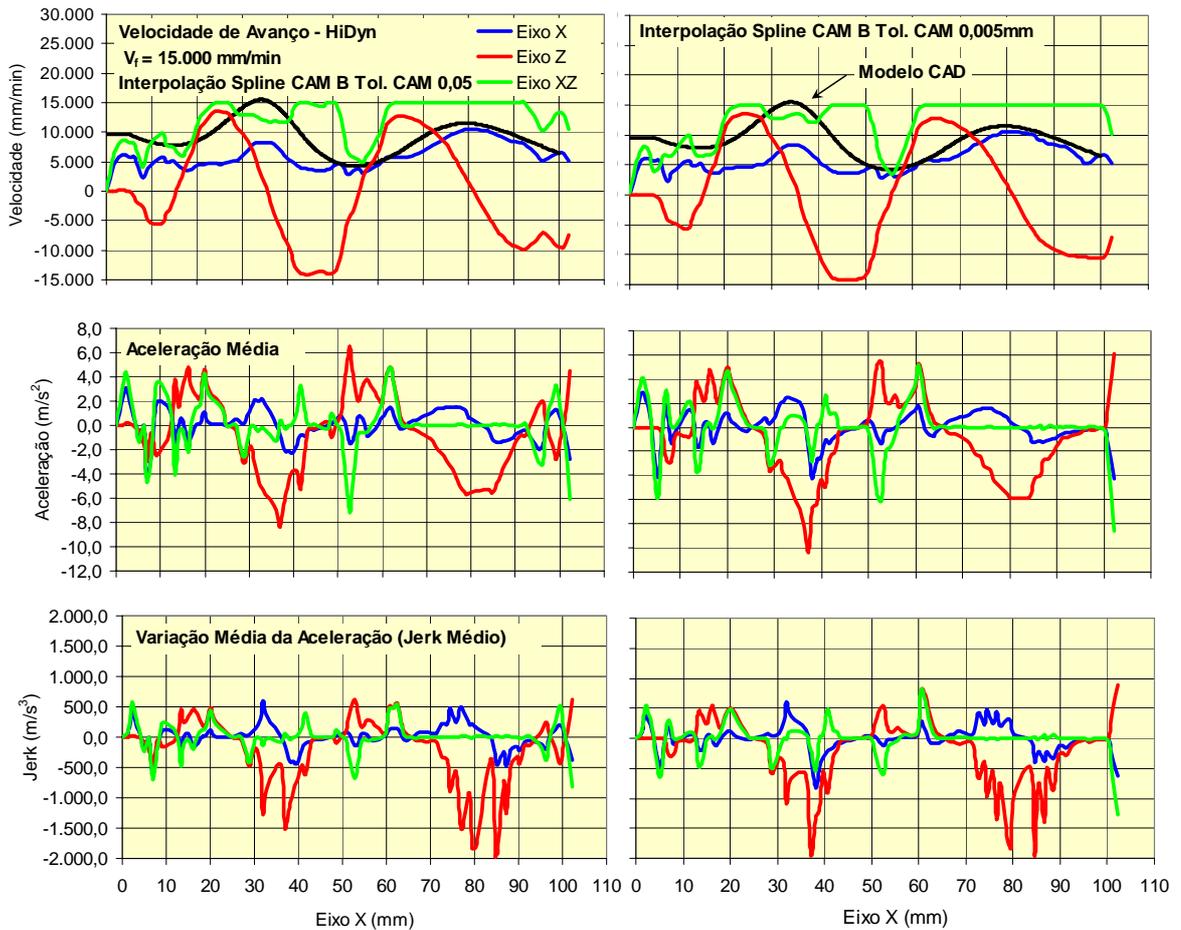


Figura 5.40: Efeito da Interpolação Spline CAM B na aceleração ( $V_f = 15.000$  HiDyn).

### 5.1.5 Força de corte

O comportamento da força de corte resultante (Eixo XYZ) para as diferentes metodologias de interpolação da trajetória da ferramenta com velocidades de 2.500, 8.000 e 15.000 mm/min obtidas no centro de usinagem Hermle está ilustrado respectivamente na Figura 5.41, Figura 5.42 e Figura 5.43.

Através dessas figuras observa-se que:

- a força de corte resultante varia de forma não uniforme ao longo do corpo de prova;
- para as diversas trajetórias da ferramenta não há uma distinção no comportamento da força de corte;

Além disso, considerando a estimativa da área de contato (ver Figura 4.10) verifica-se que apesar das regiões côncavas (maior área de contato) apresentarem um aumento da força de corte, as demais regiões plana e convexas (menores áreas de contato) também

apresentam um aumento da força de corte. Em todas essas regiões, a ferramenta de corte está atuando, em algum momento, de forma perpendicular a geometria do corpo de prova, o que acarreta um corte, no centro da ferramenta, com velocidade nula e, conseqüentemente um aumento da força de corte.

O comportamento das forças de corte individualmente nos eixos X e Z apresentam as mesmas características das forças de corte resultante, sendo que as forças no eixo Z são normalmente maiores em relação às forças no eixo X. As forças de corte sobre os eixos X e Z encontram-se no Anexo K.

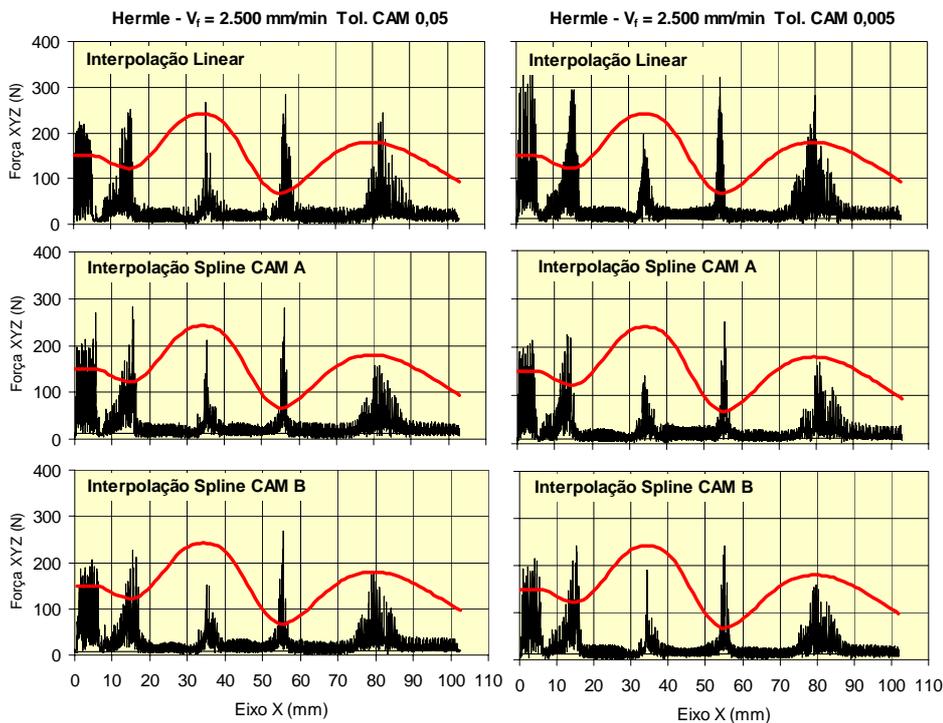


Figura 5.41: Força de corte no Eixo XYZ ( $V_f = 2.500$  mm/min Hermle).

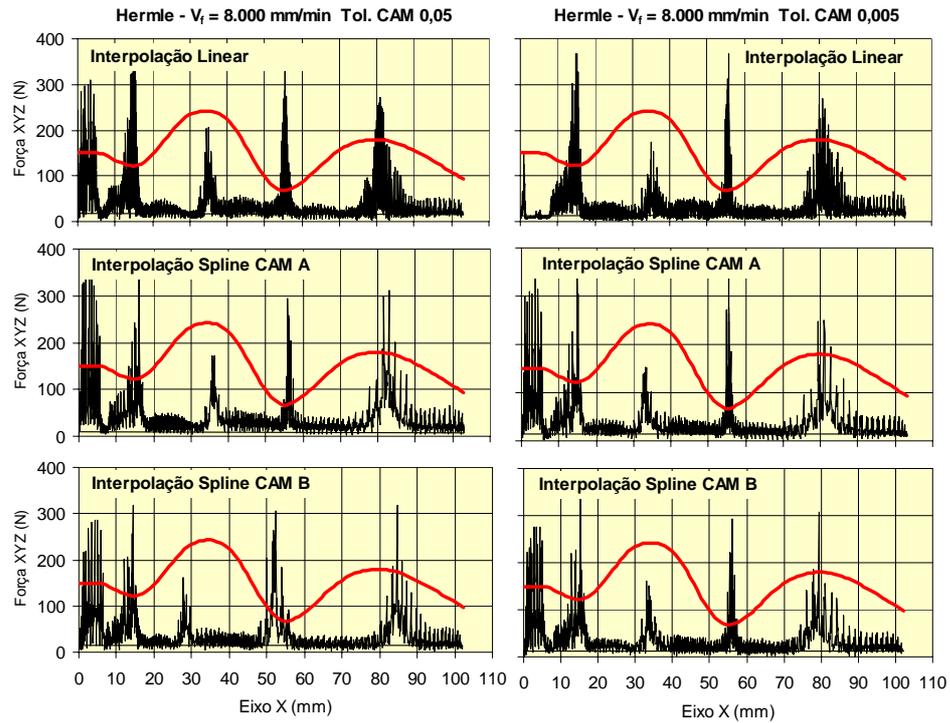


Figura 5.42: Força de corte no Eixo XYZ ( $V_f = 8.000$  mm/min Hermle).

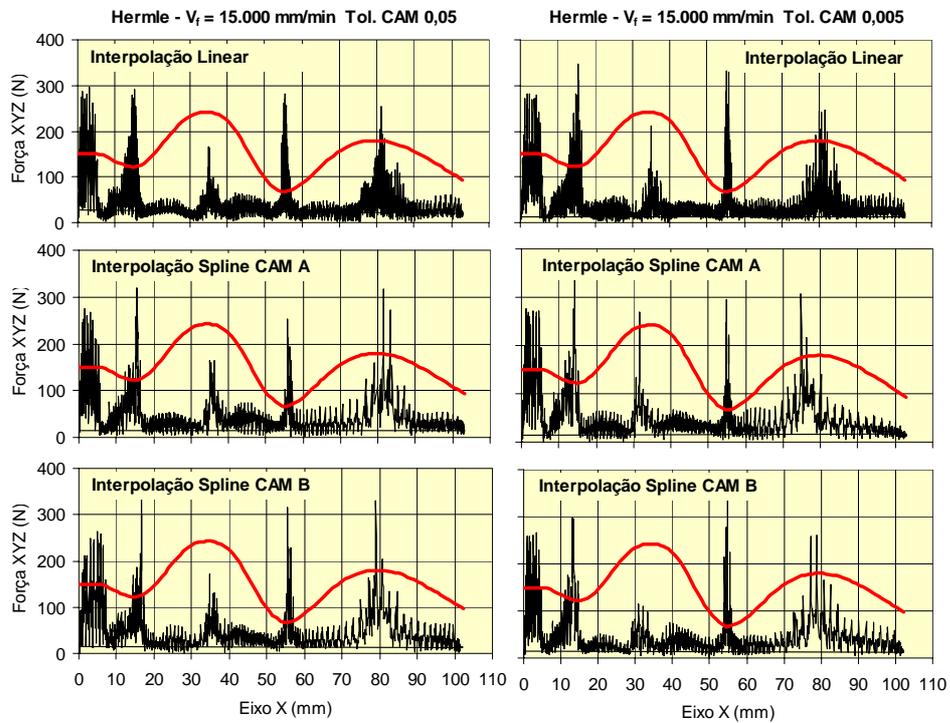


Figura 5.43: Força de corte no Eixo XYZ ( $V_f = 15.000$  mm/min Hermle).

O comportamento da força de corte resultante (Eixo XYZ) para as diferentes metodologias de interpolação da trajetória da ferramenta com velocidades de 2.500, 8.000 e 15.000 mm/min obtidas no centro de usinagem HiDyn está ilustrado respectivamente na Figura 5.44, Figura 5.45 e Figura 5.47.

Através dessas figuras observa-se que apesar de apresentar alguns valores superiores em relação ao centro de usinagem Hermle, o comportamento da força de corte apresentou o mesmo comportamento.

As forças de corte sobre os eixos X e Z encontram-se no Anexo K.

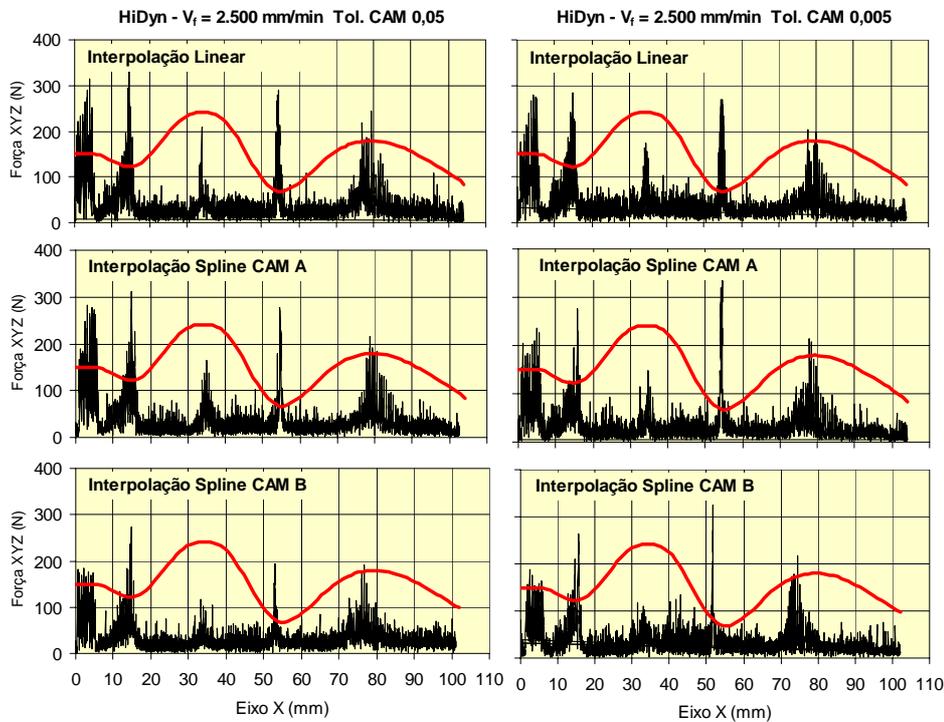


Figura 5.44: Força de corte no Eixo XYZ ( $V_f=2.500$  mm/min HiDyn).

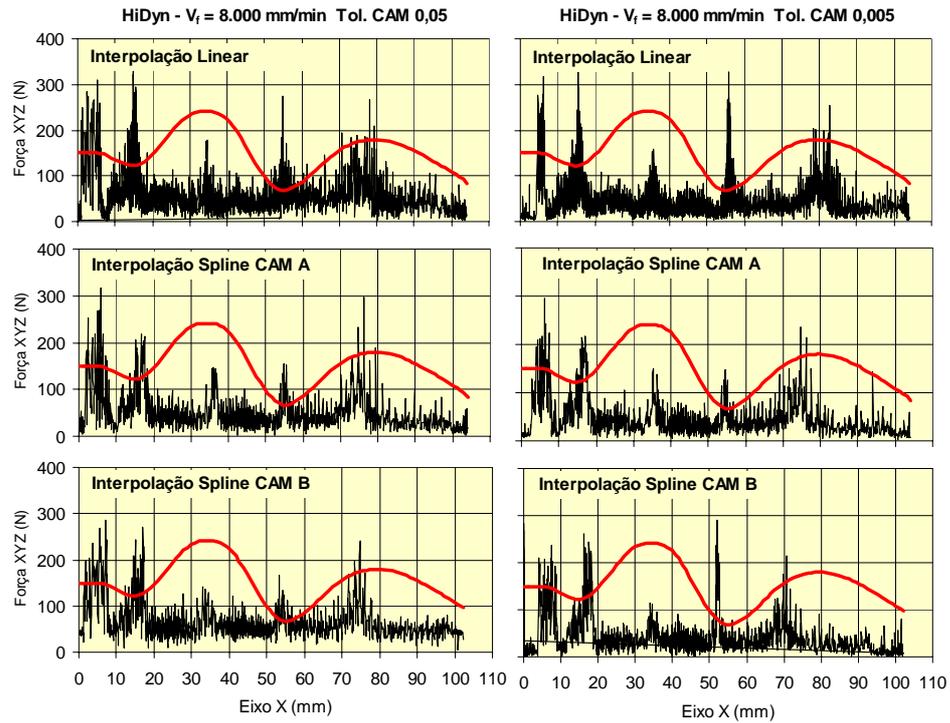


Figura 5.45: Força de corte no Eixo XYZ ( $V_f=8.000$  mm/min HiDyn).

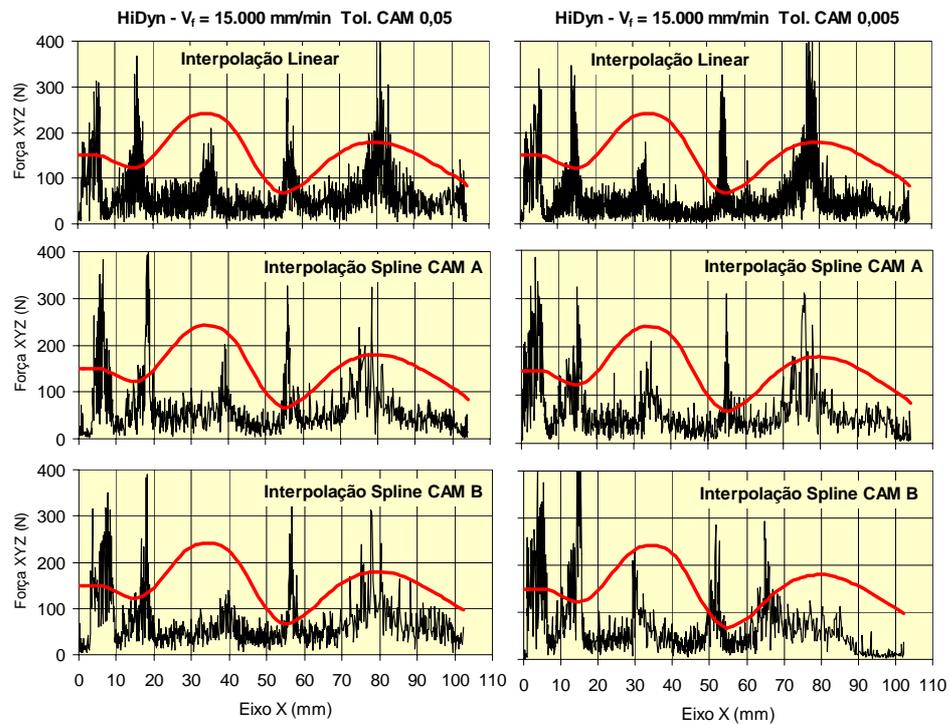


Figura 5.46: Força de corte no Eixo XYZ ( $V_f=15.000$  mm/min HiDyn).

### 5.1.6 Exatidão Geométrica

A exatidão geométrica para as diferentes metodologias de interpolação da trajetória da ferramenta com velocidades de 2.500 (corpo de prova 1), 8.000 (corpo de prova 2) e 15.000 mm/min (corpo de prova 3) obtidas no centro de usinagem Hermle está ilustrado respectivamente na Figura 5.47, Figura 5.48 e Figura 5.49.

Essas figuras foram obtidas através do relatório de medição da máquina de medir por coordenadas, sendo que os valores de desvio indicados consideram a comparação entre a modelo CAD e o corpo de prova, a partir de uma referência XYZ pré-determinada nos corpos de prova (ver item 4.3.3).

No relatório de medição as cores pretas e vermelhas indicam respectivamente que as variações dimensionais estão dentro ou fora de uma de uma tolerância de  $\pm 0,1$  mm em relação ao perfil do corpo de prova.

Através dessas figuras observa-se que:

- o aumento da velocidade de avanço resulta, em todos os casos, em um aumento dos desvios dimensionais;
- as trajetórias com interpolação *Spline* apresentam maiores desvios dimensionais em relação às trajetórias com Interpolação Linear;
- nas regiões em que a trajetória da ferramenta ocorre no sentido descendente (início da região 1, região 2 e região 4), a geometria do corpo de prova está inferior ao modelo CAD, ou seja há uma violação geométrica;
- nas regiões em que a trajetória da ferramenta ocorre no sentido ascendente (região 1 e região 3), a geometria do corpo de prova está superior ao modelo CAD, ou seja há um sobremetal residual;
- na trajetória com Interpolação *Spline* gerada no Sistema CAM B com tolerância CAM de 0,05 mm há um aumento localizado no sobremetal residual. Essa característica não ocorre nas demais trajetórias;
- as trajetórias de ferramenta geradas com tolerância CAM de 0,005 mm apresentaram desvios geométricos inferiores em relação as trajetórias com tolerância CAM de 0,05 mm.

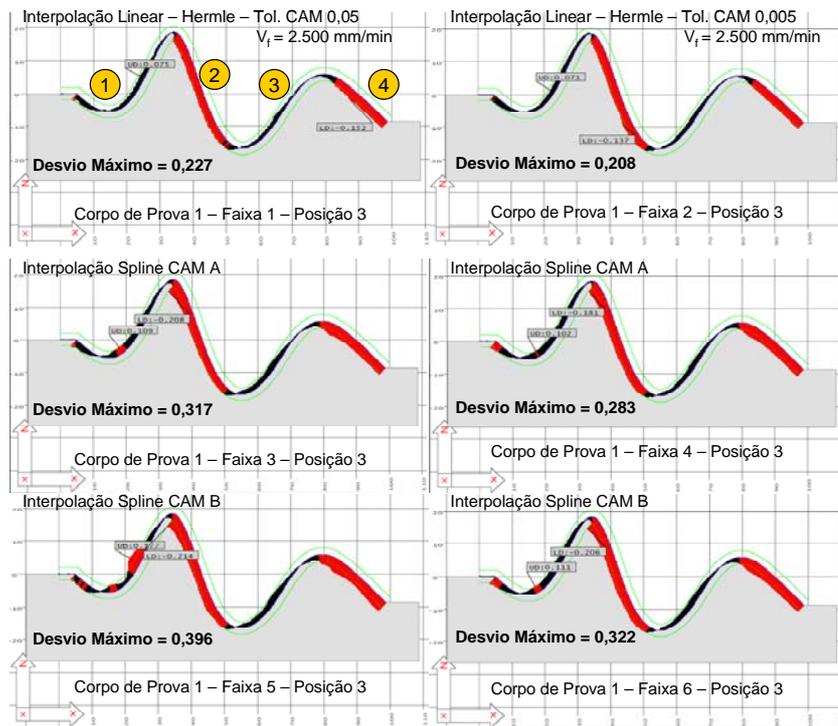


Figura 5.47: Exatidão geométrica do corpo de prova 1.

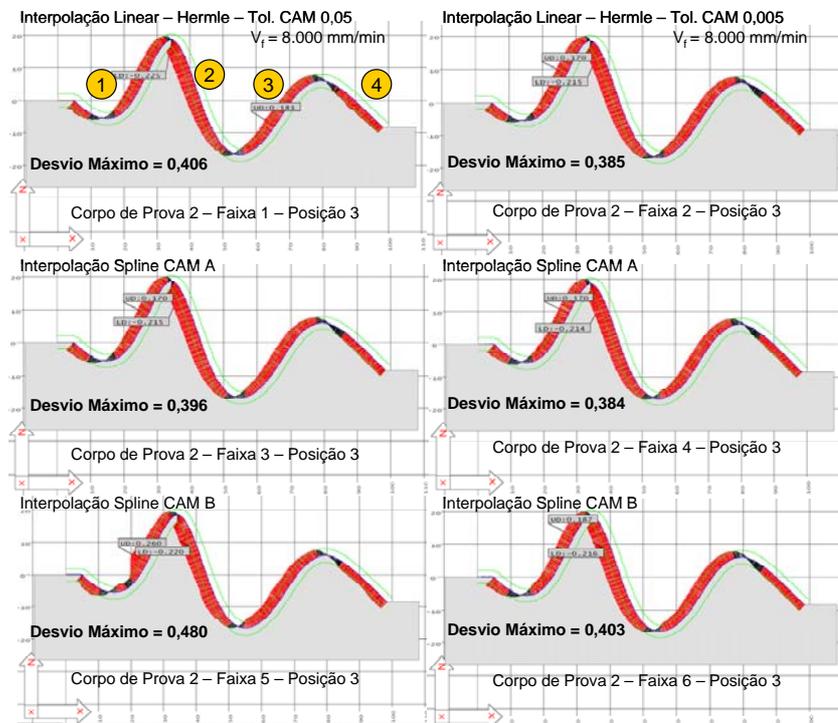


Figura 5.48: Exatidão geométrica do corpo de prova 2.

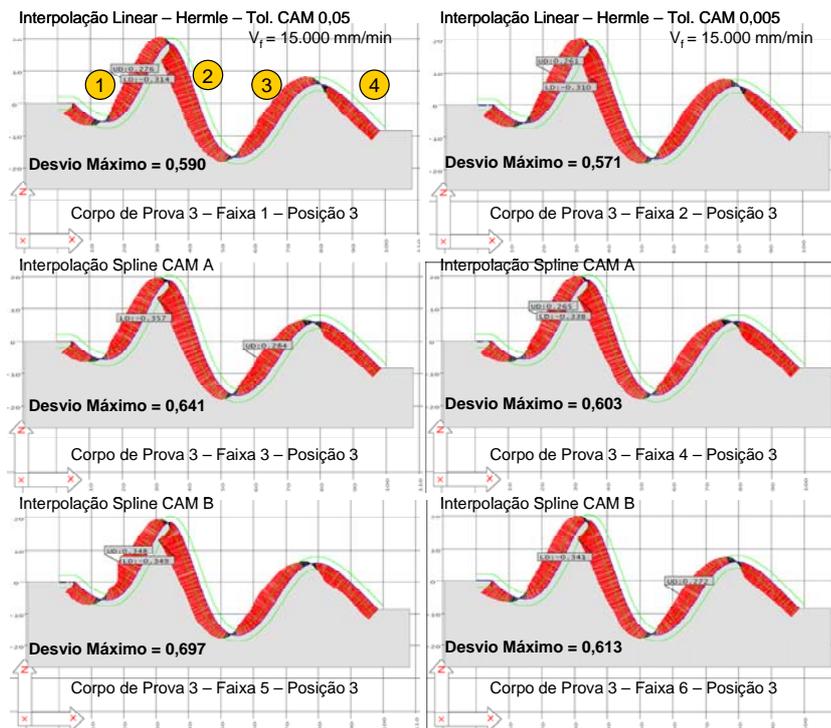


Figura 5.49: Exatidão geométrica do corpo de prova 3.

A Figura 5.50, Figura 5.51 e Figura 5.52 ilustram respectivamente a exatidão geométrica para as diferentes metodologias de interpolação da trajetória da ferramenta com velocidades de 2.500 (corpo de prova 4), 8.000 (corpo de prova 5) e 15.000 mm/min (corpo de prova 6) obtidas no centro de usinagem HiDyn.

Observa-se, que apesar da exatidão geométrica apresentar o mesmo comportamento geral em relação ao centro de usinagem Hermle, os desvios obtidos foram extremamente inferiores, principalmente com o aumento da velocidade de avanço.

Nesse sentido, a trajetória com Interpolação Spline gerada no Sistema CAM B com tolerância CAM de 0,005 mm, cuja representação geométrica é de uma única curva Spline com uma alta quantidade de vetores internos (ver Figura 5.5), apresentou a melhor exatidão geométrica.

Os altos desvios apresentados no final do corpo de prova 6 (nas últimas três faixas de medição) não estão relacionados com as trajetórias da ferramenta, mas sim com a variação do comprimento do corpo de prova, sendo por isso desconsiderados na análise.

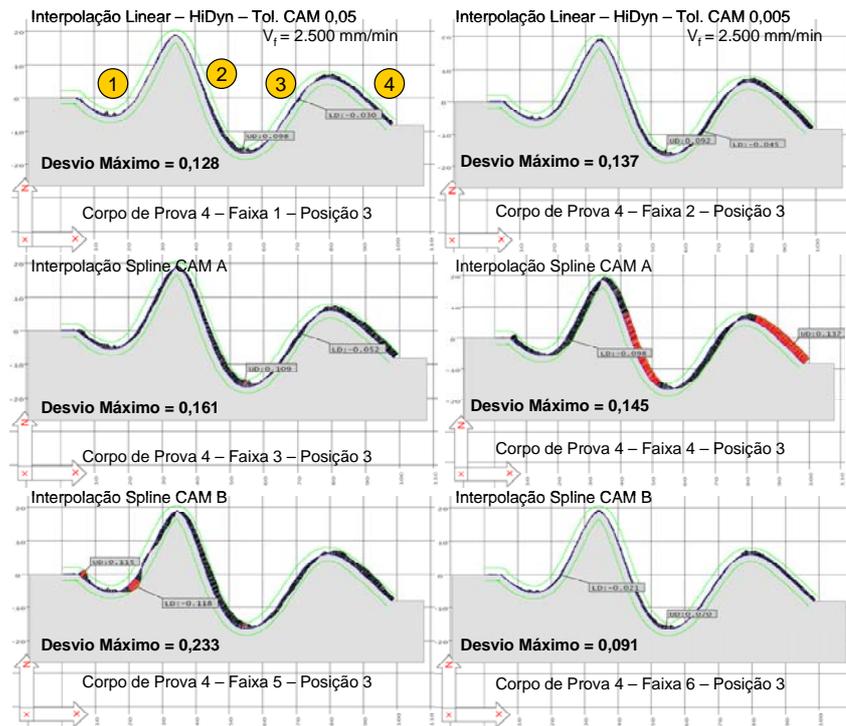


Figura 5.50: Exatidão geométrica do corpo de prova 4.

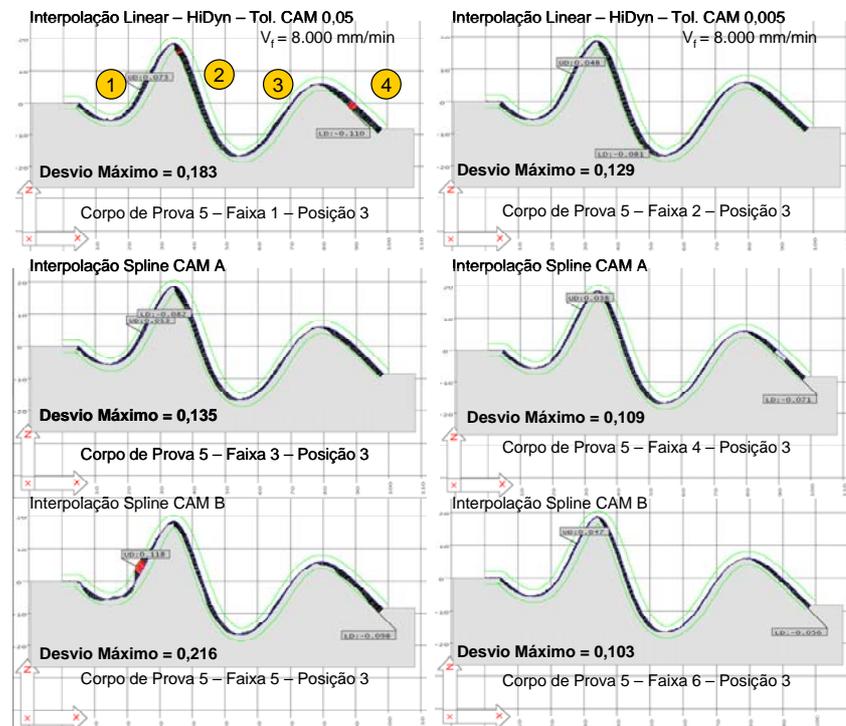


Figura 5.51: Exatidão geométrica do corpo de prova 5.

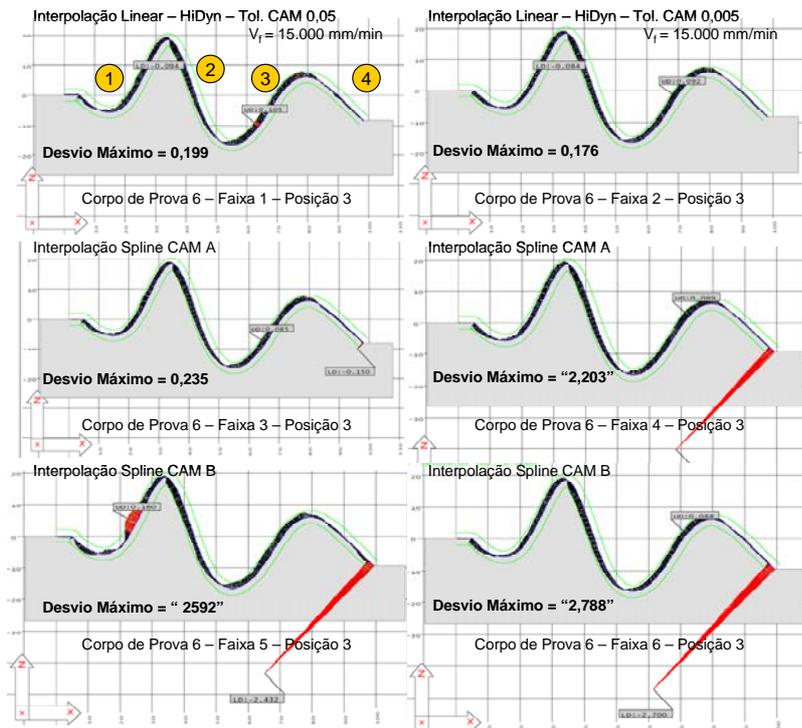


Figura 5.52: Exatidão geométrica do corpo de prova 6.

Considerando o procedimento de comparação que utiliza uma curva de ajuste sobre os pontos medidos (ver item 4.3.3), a exatidão geométrica para as diferentes metodologias de interpolação da trajetória da ferramenta com velocidades de 2.500 (corpo de prova 1), 8.000 (corpo de prova 2) e 15.000 mm/min (corpo de prova 3) obtidas no centro de usinagem Hermle está ilustrada respectivamente na Figura 5.53, Figura 5.54 e Figura 5.55.

Nesse caso, apesar de terem sido utilizadas duas tolerâncias para o ajuste da curva sobre os pontos medidos (0,025 e 0,0025 mm), somente os dados obtidos com a tolerância de 0,025 mm foram utilizados na avaliação da exatidão. Os dados obtidos com a tolerância de ajuste de 0,0025 mm apresentaram o mesmo comportamento e estão ilustrados no Anexo L.

Através desse procedimento pode-se observar que:

- o aumento da velocidade de avanço resulta, em todos os casos, em um aumento dos desvios dimensionais;
- as trajetórias com Interpolação *Spline* apresentam maiores desvios dimensionais em relação as trajetórias com Interpolação *Linear*;

- os valores de exatidão obtidos nesse procedimento, assim como a variação entre as diferentes trajetórias de ferramenta são inferiores em relação ao procedimento de avaliação anterior, como, por exemplo as trajetórias com interpolação Linear, Spline CAM A e Spline CAM B com tolerância CAM de 0,05 mm e velocidade de avanço de 2.500 mm/min (Figura 5.53) que apresentaram respectivamente desvios máximos de 0,150, 0,201 e 0,208 contra desvios de 0,227, 0,317 e 0,396 mm (Figura 5.47);
- as geometrias obtidas com as trajetórias de Interpolação Linear apresentaram uma semelhança (parâmetro  $\sum \text{Erro } XZ^2$ ) superior ao modelo CAD em relação às trajetórias com Interpolação Spline;
- o aumento da velocidade de avanço contribuiu de forma significativa para a redução da semelhança entre a geometria usinagem e o modelo CAD, como por exemplo as trajetórias com interpolação Linear, Spline CAM A e Spline CAM B com tolerância CAM de 0,05 mm e velocidade de avanço de 2.500 mm/min (Figura 5.53) apresentaram respectivamente valores no parâmetro  $\sum \text{Erro } XZ^2$  na ordem 0,593, 0,971 e 1,254 contra 3,852, 4,075 e 4,268 mm<sup>2</sup> para as mesmas trajetória com velocidade de avanço de 15.000 mm/min (Figura 5.55).

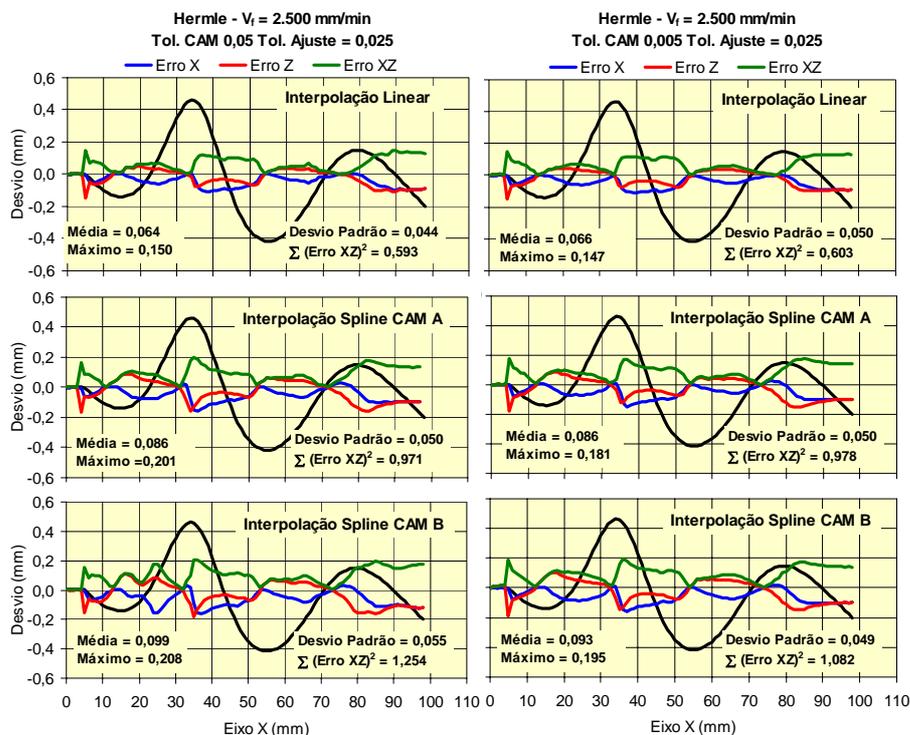


Figura 5.53: Exatidão geométrica dos eixos no corpo de prova 1.

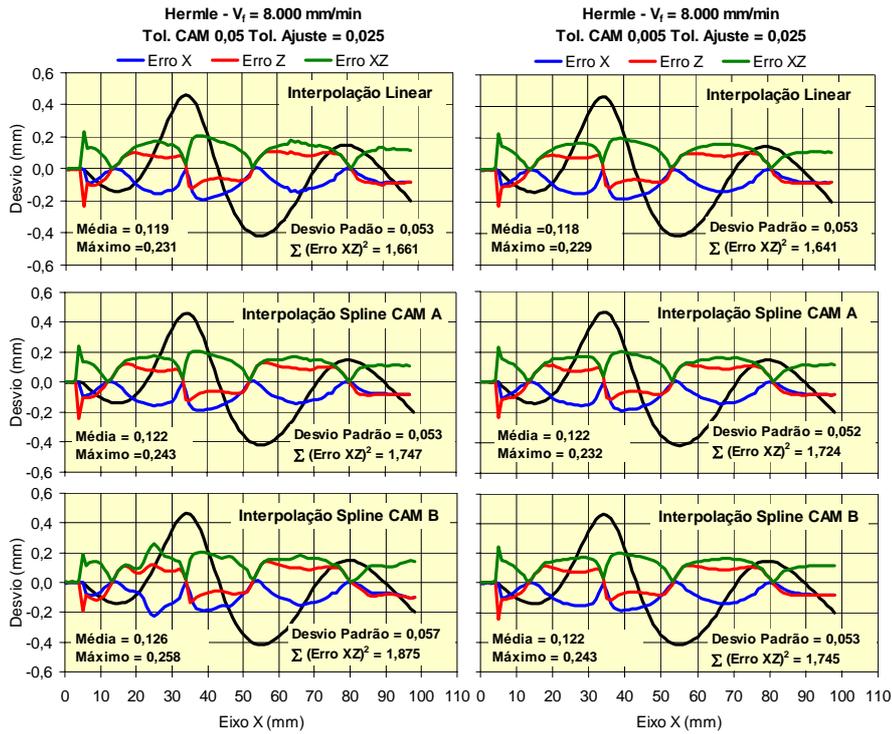


Figura 5.54: Exatidão geométrica dos eixos no corpo de prova 2.

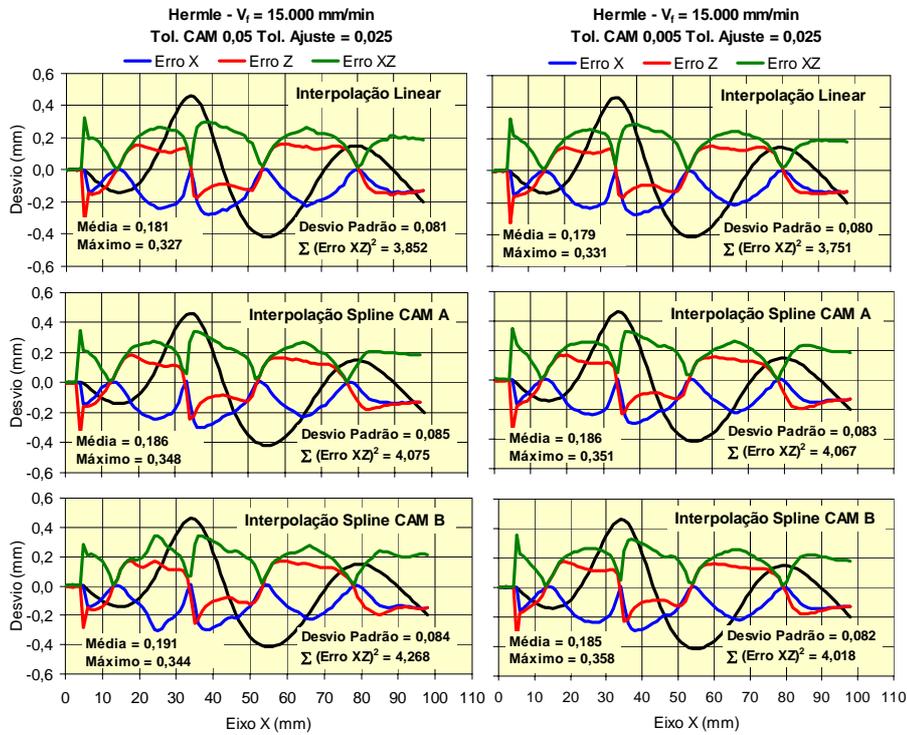


Figura 5.55: Exatidão geométrica dos eixos no corpo de prova 3.

A Figura 5.56, Figura 5.57 e Figura 5.58 ilustram a exatidão geométrica para as diferentes metodologias de interpolação da trajetória da ferramenta com velocidades de 2.500 (corpo de prova 4), 8.000 (corpo de prova 5) e 15.000 mm/min (corpo de prova 6) obtidas no centro de usinagem HiDyn.

Através dessas figuras pode-se observar que:

- diferentemente do comportamento apresentado no centro de usinagem Hermle, o aumento da velocidade de avanço não resulta um aumento significativo dos desvios dimensionais, assim como, os desvios apresentados pelas Interpolações Spline e Linear apresentaram -se de forma semelhante;
- os valores de exatidão obtidos nesse procedimento, assim como a variação entre as diferentes trajetórias de ferramenta são inferiores em relação ao procedimento de avaliação anterior, como por exemplo as trajetórias com interpolação Linear, Spline CAM A e Spline CAM B com tolerância CAM de 0,05 mm e velocidade de avanço de 2.500 mm/min (Figura 5.56) apresentaram respectivamente desvios máximos de 0,090, 0,095 e 0,117 contra desvios de 0,128, 0,161 e 0,233 mm (Figura 5.50);
- para as trajetórias com Interpolação Linear, o aumento da velocidade de avanço contribuiu de forma significativa para a redução da semelhança entre a geometria usinagem e o modelo CAD, como por exemplo as trajetórias com tolerância CAM de 0,05 mm e velocidade de avanço de 2.500, 8.000 e 15.000 mm/min apresentaram respectivamente valores no parâmetro  $\sum \text{Erro } XZ^2$  na ordem 0,121, 0,298 e 0,330;
- para as trajetórias com Interpolação Spline, a semelhança entre a geometria usinada e o modelo CAD apresentou valores distintos conforme o Sistema CAM utilizado e sua tolerância;
- a Interpolação Spline gerada no Sistema CAM B com tolerância CAM de 0,005 mm apresentou a melhor semelhança entre a geometria usinada e o modelo CAD.

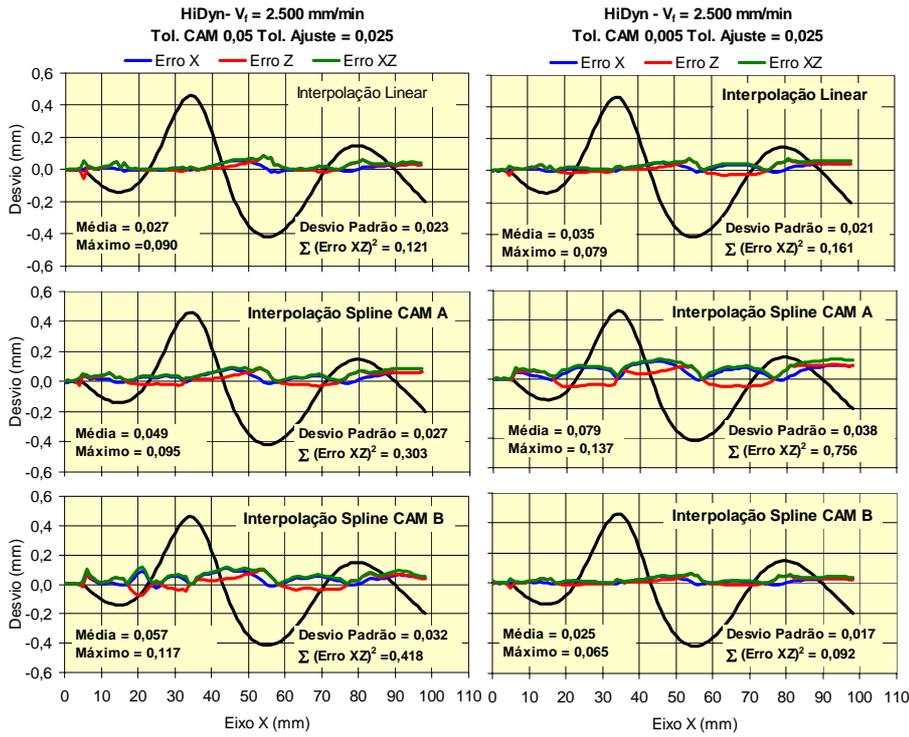


Figura 5.56: Exatidão geométrica dos eixos no corpo de prova 4.

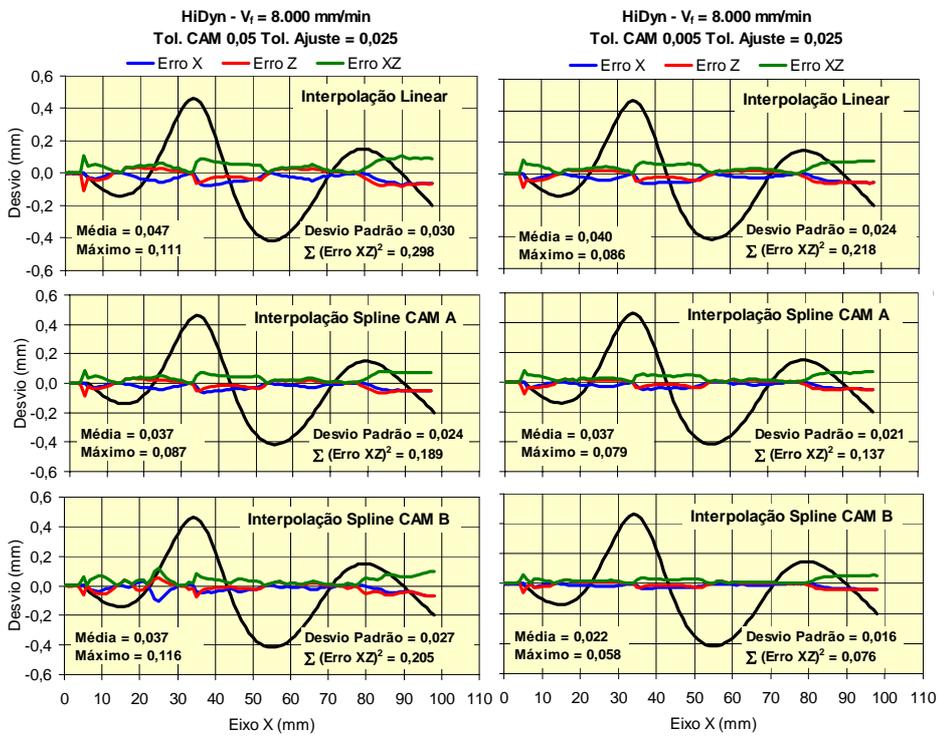


Figura 5.57: Exatidão geométrica dos eixos no corpo de prova 5.

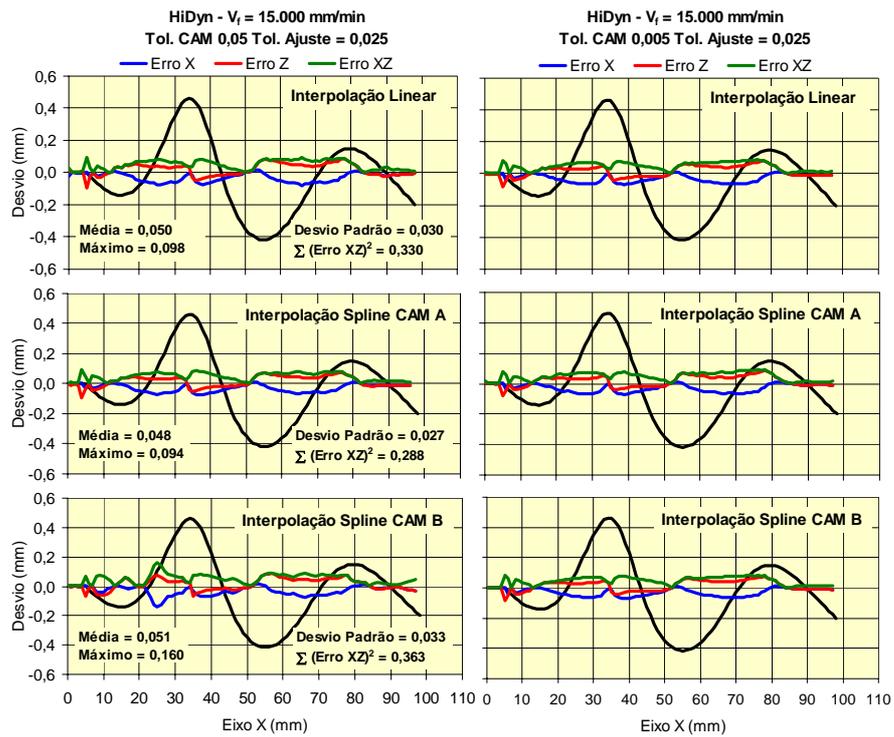


Figura 5.58: Exatidão geométrica dos eixos no corpo de prova 6.



## 6 Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros.

Os estudos envolvendo a pesquisa bibliográfica sobre manufatura de superfícies complexas permitiram evidenciar a inserção da Tecnologia HSC nesse processo de fabricação, assim como os aspectos relevantes das demais tecnologias envolvidas.

Nesse sentido, verificou-se que a aplicação da Tecnologia HSC na manufatura de superfícies complexas está limitada limitada em função da característica dinâmica da máquina ferramenta e a trajetória da ferramenta.

Os estudos teóricos envolvendo as forças de corte (ver item 3.2) evidenciaram a sua influência direta sobre a exatidão geométrica e a qualidade superficial. No entanto, mostraram também o seu pioneirismo e complexidade na aplicação em manufatura de superfícies complexas. Processo no qual as velocidades de avanço e área de contato entre o par ferramenta-peça não são constante.

A evolução dos comandos numéricos em direção da otimização da trajetória da ferramenta, assim como, a tendência de surgimento de funções especiais para melhorar o controle da velocidade e aceleração da máquina ferramenta também ficaram evidenciados nos estudos teóricos.

Com relação aos modelos matemáticos, a revisão bibliográfica permitiu compreender os diferentes modelos de curvas *Spline* (*B-Spline*, *NUBS* e *NURBS*), a característica da função de suavização e, principalmente a distribuição dos vetores internos de uma curva.

Através da análise da geração da trajetória da ferramenta com a Interpolação Linear pelo Sistema CAM, verificou-se que quanto menor a tolerância CAM maior quantidade de segmentos de retas na trajetória da ferramenta. No entanto o aumento da quantidade de segmentos de retas resulta em tamanhos de segmentos e inclinações entre eles menores.

Apesar do modelo geométrico do corpo de prova ser único, a geração da trajetória da ferramenta através de Interpolação Spline apresentou características distintas quanto às tolerância CAM adotadas e os Sistemas CAM utilizados.

As trajetórias geradas pelo Sistema CAM A foram representadas por um conjunto de segmentos de curvas, sendo que a redução da tolerância CAM causou um aumento da quantidade de segmentos e, conseqüentemente, segmentos com menores comprimentos.

As trajetórias geradas pelo Sistema CAM B foram, para ambas as tolerâncias CAM, representadas por um único segmento de curva. A redução da tolerância CAM causou

um aumento da quantidade de vértices do polígono de controle (77 contra 44) e, conseqüentemente, uma redução da distância entre eles.

Outro fator importante evidenciado na análise da trajetória da ferramenta refere-se ao fato de utilização das derivadas de primeira e segunda ordem para avaliar a sua qualidade e o efeito da trajetória sobre os parâmetros de velocidade e aceleração.

Na análise das derivadas da trajetória da ferramenta observou-se que a distribuição dos vértices do polígono de controle e dos vetores internos está diretamente relacionada com o comportamento das derivadas de primeira e segunda ordem. Quanto mais uniforme a distribuição menores serão as variações das derivadas, da mesma forma, regiões que apresentam um acúmulo de diversos vértices do polígono de controle apresentam uma maior variação das derivadas.

O tempo de usinagem mostrou que as trajetórias com Interpolação *Spline* apresentaram valores inferiores em relação às trajetórias com Interpolação Linear, principalmente em condições de altas velocidades de avanço. Da mesma forma, os tempos de usinagem obtidos com o centro de usinagem HiDyn (maior capacidade dinâmica) apresentaram valores inferiores em relação ao centro de usinagem Hermle para todas as trajetórias estudadas.

Dentro das trajetórias da ferramenta com Interpolação *Spline*, as trajetórias representadas através de um único segmento de curva (trajetórias geradas no Sistema CAM B) apresentaram um menor tempo de usinagem em relação às trajetórias representadas por vários segmentos de curvas (trajetórias geradas no Sistema CAM Unigraphics).

A redução da tolerância CAM influenciou de forma negativa somente no tempo de usinagem das trajetórias com Interpolação Linear, não influenciando nas trajetórias com Interpolação *Spline*.

O comportamento da velocidade de avanço ao longo do corpo de prova evidenciou que na manufatura de superfícies complexas, independentemente do valor de velocidade de avanço programada, a velocidade de avanço real varia em função da característica da geometria, da representação da trajetória da ferramenta, da característica dinâmica da máquina ferramenta e do CNC (tempo de resposta de máquina - TRM).

Da mesma forma ocorreu com o tempo de usinagem, uma vez que estão diretamente relacionados, as trajetórias com interpolação *Spline* apresentaram um melhor comportamento em relação às trajetórias com Interpolação Linear. As acelerações médias também foram superiores nas Interpolações *Spline*.

Na Interpolação Linear o comportamento da velocidade relaciona-se com o tamanho do segmento programado, com a inclinação do seguimento e com o tempo de resposta da máquina ferramenta. Em função disso, o centro de usinagem HiDyn (TRM=0,003 s) apresentou um melhor comportamento em relação ao centro de usinagem Hermle (TRM=0,007 s).

O aumento da variação da velocidade de avanço, assim como, o aumento da inclinação entre os segmentos de retas resultou em maiores variações de aceleração e impulso (jerk) médio. A aceleração apresentou-se de forma inferior em relação à aceleração especificada em catálogo para ambas as máquinas ferramentas.

Dentro das trajetórias da ferramenta com Interpolação *Spline*, as trajetórias representadas através de um único segmento de curva apresentaram um melhor comportamento da velocidade de avanço em relação às trajetórias representadas por vários segmentos de curvas.

O comportamento da velocidade de avanço e aceleração apresentou-se similar as derivadas de primeira e segunda ordem da trajetória da ferramenta. Além disso, nas regiões representadas por junções entre segmentos de curvas *Spline*, houve uma redução acentuada da velocidade.

Em função da grande variação geométrica do corpo de prova, a força de corte obtida durante a usinagem apresentou-se não uniforme. O aumento da velocidade de avanço resultou em um aumento da intensidade da força de corte, porém não proporcional.

Apesar da força de corte apresentar características específicas em algumas regiões do corpo de prova, entre as trajetórias da ferramenta (Interpolação Linear e Interpolação *Spline*) não houve uma distinção.

O aumento da área de contato entre o par ferramenta-peça nas regiões côncavas do corpo de prova resultou no aumento da intensidade da força de corte. No entanto, o efeito da usinagem com velocidade de corte nula no centro da ferramenta esférica ficou evidenciado com o aumento da intensidade da força de corte nas regiões plana e convexas, mesmo essas regiões apresentando menores áreas de contato.

A análise da exatidão geométrica, considerando um sistema de referência comum entre o modelo CAD e a geometria usinada evidenciou, para ambos os centros de usinagem, que:

- o aumento da velocidade de avanço resulta em um aumento dos desvios dimensionais;

- nas regiões em que a ferramenta desloca-se no sentido descendente, a geometria do corpo de prova está inferior ao modelo CAD, ou seja há uma violação geométrica;
- nas regiões em que a ferramenta desloca-se no sentido ascendente, a geometria do corpo de prova está superior ao modelo CAD, ou seja há um sobremetal residual;

No entanto, apesar da exatidão geométrica apresentar o mesmo comportamento em ambos os centros de usinagem (aumento dos desvios dimensionais em função do aumento da velocidade de avanço), observou-se que a característica dinâmica está diretamente relacionada com os desvios obtidos, principalmente com o aumento da velocidade de avanço. Os desvios apresentados no centro de usinagem Hermle são extremamente superiores em relação ao centro de usinagem HiDyn.

Nesse sentido, as trajetórias com Interpolação Linear, que apresentam maiores limitações de velocidade de avanço e, conseqüentemente menores exigências dinâmicas, apresentaram menores desvios de exatidão em relação às trajetórias com Interpolação Spline no centro de usinagem Hermle. No centro de usinagem HiDyn, as trajetórias com Interpolação Spline apresentaram menores desvios de exatidão em relação à Interpolação Linear em função de sua melhor característica dinâmica.

A trajetória com Interpolação Spline gerada no Sistema CAM B com tolerância CAM de 0,005 mm, cuja representação geométrica é uma única curva Spline com uma alta quantidade de vetores internos, apresentou a melhor exatidão geométrica.

Utilizando outro procedimento de comparação da exatidão geométrica, o qual está baseado na utilização de uma curva de ajuste sobre os pontos medidos verificou-se inicialmente que a tolerância utilizada para o ajuste da curva sobre os pontos medidos (0,025 e 0,0025 mm) não apresentaram divergências nos resultados finais.

As características da exatidão geométrica, assim como, o efeito do aumento da exatidão em função do aumento da velocidade de avanço, seguiram o padrão obtido com o procedimento de avaliação anterior (sistema de referência único).

No entanto, os valores de exatidão obtidos nesse procedimento, assim como a variação entre as diferentes trajetórias de ferramenta são inferiores em relação ao procedimento de avaliação anterior.

Outra característica importante nesse novo procedimento de avaliação geométrica está na obtenção de um parâmetro de comparação da semelhança entre o modelo CAD e a geometria usinada ( $\sum \text{Erro } XZ^2$ ). Com isso, avaliou-se de forma quantitativa que:

- no centro de usinagem Hermle, as trajetórias com interpolação Linear, Spline CAM A e Spline CAM B com tolerância CAM de 0,05 mm e velocidade de avanço de 2.500 mm/min (Figura 5.53) apresentaram uma semelhança entre o modelo CAD e a geometria usinada ( $\sum \text{Erro } XZ^2$ ) na ordem de 0,593, 0,971 e 1,254 contra 3,852, 4,075 e 4,268 mm<sup>2</sup> para as mesmas trajetórias com velocidade de avanço de 15.000 mm/min (Figura 5.55);
- no centro de usinagem HiDyn, o aumento da velocidade de avanço de 2.500, para 15.000 mm/min resultou na redução da semelhança entre o modelo CAD e a geometria usinada ( $\sum \text{Erro } XZ^2$ ) de 0,121 para 0,330 mm<sup>2</sup> na trajetória com Interpolação Linear com tolerância CAM de 0,05 mm;

Da mesma forma que ocorreu com o procedimento de avaliação anterior, a Interpolação Spline gerada no Sistema CAM B com tolerância CAM de 0,005 mm apresentou a melhor semelhança entre a geometria usinada e o modelo CAD.

Com relação ao aspecto superficial, a interpolação NURBS modificada apresentou um aspecto uniforme ao longo do corpo de prova para ambas as tolerâncias CAM, não apresentando os problemas ocorridos na Interpolação NURBS original.

Com isso, apesar da interpolação NURBS sofrer com os problemas de integração entre a cadeia CAD/CAM/CNC, os ganhos obtidos através de algumas modificações sobre este tipo de interpolação demonstraram que, com um aperfeiçoamento dessa integração, esse tipo de interpolação pode realmente ser uma solução na manufatura de moldes e matrizes com altas velocidades.

Baseado nas conclusões anteriores espera-se que essa tese tenha contribuído para avançar a fronteira de conhecimento sobre a aplicação de curvas Spline na representação da trajetória da ferramenta na manufatura de superfícies complexas.

Para os trabalhos futuros sugere-se:

- o desenvolvimento de um sistema de geração da trajetória da ferramenta com Interpolação Spline que permita o controle dos parâmetros do modelo matemático da curva, tais como: quantidade de vértices do polígono de controle, ordem da curva e distribuição dos vetores internos;
- o desenvolvimento de um sistema de avaliação quantitativo da trajetória da ferramenta na manufatura de superfícies complexas;
- o estudo das forças de corte atuante na manufatura de superfícies complexas sem a condição de velocidade de corte no centro da ferramenta esférica, permitindo assim, que outras informações possam ser observadas;

- o estudo sobre os métodos de avaliação da exatidão geométrica de superfícies complexas que considere os procedimentos adotados nesse trabalho, assim como, a avaliação entre o modelo matemático da geometria do corpo de prova e o modelo matemático da curva de ajuste sobre os pontos medidos.

## 7 Referência Bibliográfica

- [1] CHOI, B.K.; JERARD, R.B. Sculptured Surface Machining - Theory and applications. Netherlands, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1998. 368 p. ISBN 0-412-78020-8.
- [2] SRIYOTHA P. ET AL. Development of 5-axis Linear Motor Driven Super-Precision Machine. In: Annals of the CIRP, v. 55, n. 1, 2006.
- [3] ALTAN, T.; LILLY, B.; YEN, Y.C. Manufacturing of Dies and Molds. In: Annals of the CIRP, v. 50, n. 2, 2001.
- [4] KLEIN F. NC-Steuerung für die 5.achsige Fräsbearbeitung auf der Basis von NURBS, Aachen: Shaker, 1995. 123 p. ISBN 3-8265-0738-x.
- [5] SCHULZ, H. Hochgeschwindigkeitsbearbeitung. Germany, München: Carls Hanser Verlag, 1996. 286 p. ISBN 3-446-18796-0
- [6] FALLBÖHMER, P.; ALTAN, T.; TÖNSHOFF, H.K.; NAKAGAWA, T. Survey of the die and mold manufacturing industry. Journal of Materials Processing Technology, v. 59, p. 158-168, 1996.
- [7] VDM: The German Machine Tool Industry in 2005. VDW sector report 2005. Disponível em: [http://www.vdw.de/web-bin/owa/homepage?p\\_bereich=leistungsangebot&p\\_menu\\_id=1000000025&p\\_zusatzdaten=bw\\_zeige\\_ordner&p\\_zusatz\\_id=283&p\\_sprache=e](http://www.vdw.de/web-bin/owa/homepage?p_bereich=leistungsangebot&p_menu_id=1000000025&p_zusatzdaten=bw_zeige_ordner&p_zusatz_id=283&p_sprache=e). Acesso em: 05 fev.2007.
- [8] COELHO, R.T.; SCHÜTZER, K.; SOUZA, A.F. The Application of High Speed Cutting in Brazil - First Results. In: VI SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE ALTA TECNOLOGIA. Piracicaba. 2001. p. 89-118.
- [9] COELHO, R.T.; SCHÜTZER, K. Projeto Temático FAPESP - Tecnologia de Usinagem com Altas Velocidades de Corte - Dois anos de desenvolvimentos. In: VIII SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE ALTA TECNOLOGIA. Piracicaba. 2003. p. 101-140.
- [10] SILVA, A.S. A.; GOMES, J.O.; SOUZA, G.O. Análise do processo de desbaste e acabamento por fresamento do aço AISI P20 em grupo de ferramentarias. *Ferramental*, Joinville-SC, a.1, n. 3, p. 15-20, Nov/Dez. 2005.
- [11] LARTIGUE, C.; THIEBAUT, F.; MAEKAWA, T. CNC tool path in terms of B-Spline curves. Computer Aided Design, v. 33, p. 307-319, 2001.
- [12] HSU, L.; YEH, S.S. Adaptive feedrate interpolation for parametric curves with a confined chord error. Computer Aided Design, v. 34, p. 229-237, 2002.

- [13] LARTIGUE, C.; TOURNIER, C.; RITOU, M.; DUMIR, D. High performance NC for HSM by means of Polynomial Trajectories. In: Annals of the CIRP, v. 53, n. 1, 2004.
- [14] HAN, G.C. ET AL. High speed algorithm for CNC machine tools. *IECON Proceedings*, v. 3, p. 1493-1497, 1999.
- [15] SOUZA, A. F. Contribuições ao fresamento de geometrias complexas aplicado a tecnologia de usinagem com altas velocidades. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos - EESC-USP, 2004.
- [16] Helleno, A.L.; Schützer K. Investigation of tool path interpolation on the manufacturing of die and molds with HSC technology. *Journal of Materials Processing Technology*, v.179, p.178-184, 2006.
- [17] REGALBUTO, R. Empirische Untersuchungen zum Vergleich von linear- und NURBS-interpolierten NC-Programmen. Diplomarbeit - Technische Universität Darmstadt, Germany, 2004.
- [18] ARNOME, A. *High Performance Machining*. USA, Cincinnati: Hanser Gardner Publications, 1998. ISBN 1-56990-246-1.
- [19] STROH C.; ABELE, E. NURBS based Tool Path generation. In: X SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE ALTA TECNOLOGIA. Piracicaba. 2005. p. 49-68.
- [20] HELLENO, A. L. Investigação de Métodos de Interpolacao para Trajetória da Ferramenta na usinagem de Moldes e Matrizes com Alta Velocidade. Dissertação (Mestrado) - Universidade Metodista de Piracicaba, 2004.
- [21] RANGARAJAN A.; DORNFELD D. Efficient Tool Path and Part Orientation for Face Milling. In. *Annals of the CIRP*, v.53, 2004.
- [22] MONREAL, M.; RODRIGUEZ, C.A. Influence of tool path strategy on the cycle time of high speed milling. *Computer Aided Design*, v. 35, p.395-401, 2003.
- [23] ALTINTAS, Y., ERKORKMAZ, K. Feedrate optimization for *Spline* interpolation in high speed machine tools. In: *Annals of the CIRP*, v.52, p.297-302, 2003.
- [24] YAU, H.T., KUO M.J. NURBS machining and feed rate adjustment for high-speed cutting of complex sculptured surfaces, *International Journal of Production Research*, v.39, p.21-41, 2001.
- [25] CHENG, M.Y; TSAI, M.C.; KUO, J.C. Real time NURBS command generators for cnc servo controllers. *International Journal of Machine tools & manufacture*, v. 42, p. 801-813, 2002.
- [26] MAHON, MC.; BROWNE, J. *CAD/CAM from Principles to Practice*. UK, Suffolk: Addison-Esley, 1993. 508 p. ISBN 0-201-56502-1

- [27] PATRIKALAKIS, N.M.; MAEKAWA, T. Shape Interrogation for Computer Aided Design and Manufacturing. USA, New York: Springer, 2002. ISBN 3-540-42454-7.
- [28] COSTANTINI, P. Curve and surface construction using variable degree polynomial *Splines*. Computer Aided Geometric Design, v. 17, p. 419-446, 2000.
- [29] ERKORKMAZ, K.; ALTINTAS, Y. High Speed CNC system design. Part I: jerk limited trajectory deneneration and quintic *Spline* interpolation. International journal of Machine tools & manufacture, v. 41, p. 1323-1345, 2001.
- [30] RAMESH, R.; MANNAN, M.A.; POO, A.N. Error compensation in machine tools - a review Part I: geometric, cutting-force induced and fixture dependent errors. International journal of Machine tools & manufacture, v. 40, p. 1235-1256, 2000.
- [31] LAMIKIZ, A.; LÓPEZ DE LACALLE, L.N.; SÁNCHEZ, J.A., SALGADO M.A. Cutting force estimation in sculptured surface milling. International journal of Machine tools & manufacture, v. 44, p. 1511-1526, 2004.
- [32] LAZOGLU, I. Sculpture surface machining: a generalized model of ball-end milling force system. International journal of Machine tools & manufacture, v. 43, p. 453-462, 2003.
- [33] ENGIN, S.; ALTINTAS, Y. Mechanics and dynamics of general milling cutters. Part I - helical end mills. International journal of Machine tools & manufacture, v. 41, p. 2195-2212, 2001.
- [34] BOUZAKIS, K.-D.; AICHOUH, P.; EFSTATHIOU, K. Determination of the geometry, cutting force and roughness in free form surfaces finishing milling, with ball end tools. International journal of Machine tools & manufacture, v. 43, p. 499-514, 2003.
- [35] IMANI, B.M.; SADEGHI, M.H.; ELBESTAWI M.A. An improved process simulation system for ball-end milling of sculptured surfaces. International journal of Machine tools & manufacture, v. 38, p. 1089-1107, 1998.
- [36] SCHULZ, H; SCHÜTZER, K. Histórico da Usinagem com Altíssima Velocidade até os Dias Atuais In: SANTOS A.V. ET AL. Usinagem em Altíssimas Velocidades. 1 ed. São Paulo: Editora Érica, 2003. cap.1 p.13-28.
- [37] SCHULZ, H. Tendências Tecnológicas em HSC. In: II SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE ALTA TECNOLOGIA. Santa Bárbara d'Oeste. 1997.
- [38] SCHULZ, H. The history of high speed machinig. Ciência e Tecnologia, Piracicaba, v.7, n. 13, p.97-105, jun.1999.
- [39] VAUGHN, R.L.; PETERSON, A.H.: New machine tools needed for metals of tomorrow. aviation. R&D Handbook - Production Engineering Section, pp. 5-7, Jun. 1958.

- [40] VAUGHN, R.L.; QUACKENBUSH, L.J.: The high-speed milling of titanium alloys, ASTME (SME). Technical Paper MR 66-151, Abril, 1966.
- [41] WILLIAMSON, D.T.N.: New wave in manufacturing. American Machinist - Special Report No. 607. 3 (1967) 19, Set. p. 143-154.
- [42] MC GEE, F.J.: Manufacturing methods for high-speed machining of aluminium. Final Technical Report (DRDMI-EAT) Requirement No. 6089, U.S. Army Missile R&D Command, 1978.
- [43] SCHULZ, H. A tecnologia da manufatura no limiar do milênio. Máquina e Metais, São Paulo, v. 36, n. 415, p. 138-156, ago. 2000.
- [44] TÖNSHOFF H.K. ET AL. Characterizing the HSC-Range - Material Behaviour and Residual Stress In: Scientific Fundamentals of HSC. 1 ed. Munich: Carl Hanser Verlag, 2001. p.103-122.
- [45] KLOCKE F.; HOPPE S. Mechanisms of chip Formation in High Speed Cutting In: Scientific Fundamentals of HSC. 1 ed. Munich: Carl Hanser Verlag, 2001. p.1-10.
- [46] ARNDT G.: Ultra-High-Speed machining: a review and an analysis of cutting forces. Proceedings of the institution of mechanical engineers, 187 44/77,p. 625-634, ASME, New York, 1973.
- [47] KERBER, S. A usinagem HSC na cadeia da produção de moldes e matrizes. Máquina e Metais, São Paulo, v. 37, n. 419, p. 20-29, dez. 2000.
- [48] SCHULZ, H.; ABELE, E.; SAHM, A. High Speed Machining - Fundamental and Industrial Application. In: VI SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE ALTA TECNOLOGIA. Piracicaba. 2001. p. 25-56.
- [49] OLLING, G.; CHOI, B.K.; JERARD, R.B. Machining Impossible Shapes. Netherlands, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999. 386 p. ISBN 0-07-100846-2.
- [50] HORNING C. Werkzeug und Formenbau mit Zukunft. In: Innovation Werkzeug und Formenbau. Darmstadt. 2005.
- [51] BUSH R. Best Practice - der European HSM Award. In: Innovation Werkzeug und Formenbau. Darmstadt. 2005.
- [52] SCHULZ, H; SCHÜTZER, K. Tendências Futuras da usinagem com Altíssima Velocidade In: SANTOS A.V. ET AL. Usinagem em Altíssimas Velocidades. 1 ed. São Paulo: Editora Érica, 2003. cap.15 p.204-213.
- [53] ABELE E. HSC: Experiences, Progresses, Potentials In: VIII SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE ALTA TECNOLOGIA. Piracicaba. 2003. p. 1-28.

- [54] SCHMITT, T. Máquina ferramenta para usinagem com altíssima velocidade de corte. In: I SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE ALTA TECNOLOGIA. Santa Bárbara d'Oeste. 1996.
- [55] WALZ T. Utilização de motores lineares em máquinas ferramentas In: I SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE ALTA TECNOLOGIA. Santa Bárbara d'Oeste. 1996.
- [56] GATTI H. Automatisierung steigert die Produktivität In: 10 Österreichische HSC-Tagung, Steyr, 2002. ISBN 3-9501 603-0-2.
- [57] SCHULTZ H. Characteristics of Modern Manufacturing Techniques. In : X SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE ALTA TECNOLOGIA. p.1-18, 2005.
- [58] Better Production: Linear motors Shorten Production Time. MMS Online. 2001. Disponível em <<http://www.mmsonline.com/articles/0201bp1.html>>. Acesso em: 22 jan 2005.
- [59] KOELSCH, J.R. Máquinas para fabricação de moldes. *Máquina e Metais*, São Paulo, v. 39, n. 448, p. 134-149, mai. 2003.
- [60] MORI, M. et al. A Study on development of an Open Servo System for Intelligent Control of a CNC Machine Tool. In: Annals of the CIRP, v. 50, n. 1, 2001.
- [61] EBERLEIN, W. Do modelo digital ao produto final mais rapidamente. In: III SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE ALTA TECNOLOGIA. Santa Bárbara d'Oeste. 1998. p. 65-87.
- [62] HELLENO, A. L. Usinagem de moldes e matrizes com altas velocidades na faixa de transição para HSC (High Speed Cutting). Dissertação (Trabalho de Graduação) - Universidade Metodista de Piracicaba, 2001.
- [63] MOREIRA, J. Tecnologia CNC para usinagem a alta velocidade. *Máquina e Metais*, São Paulo, v. 39, n. 446, p. 148-159, mar. 2003.
- [64] Die and Mould Making. Application Guide, Sandvik-Coromant, 1999.
- [65] Sinumerik 810D/840D. Tool and Mold Making. 04 ed. 2004.
- [66] Sinumerik 840D/840Di/810D/FM-NC. Programming Guide Advanced. 10 ed. 2000.
- [67] FERRARESI, D. *Fundamentos da usinagem dos Metais*. São Paulo: Edgard Blücher, , 1981. 753 p.
- [68] DINIZ, A.E.; MARCONDES, F.C.; COPPINI, N.L. *Tecnologia da Usinagem dos Materiais*. São Paulo: MM Editora , 1999. 242 p.

- [69] KRONENBERG, M. Machining science and application - theory and practice to operation and development of machining process. Oxford: Pergamon Press. 1966
- [70] TRENT, E.M.; WRIGHT P.K. Metal Cutting, 4th ed. USA: Butterwoth Heinemann, 2000.445p. ISBN 0-7506-7069-x.
- [71] GORCZYCA, F.E. Application of metal cutting theory. New York, Industrial press. ISBN 0-8311-1176-3.
- [72] ASME, Manual on Cutting of Metals. USA, The American Society of Mechanical Engineers, 1952.,
- [73] AWF 158. Kurzausgabe der AWF-Blätter Nr. 100-111, 119-125, 141, 775 u. 756. Berlin, Ausschuss für wirtschaftliche Fertigung, julho, 1949.
- [74] KIENZLE, O. Die Bestimmung von Kräften und Leistungen and spanenden werkzeugen und werkzuegmachinen. VDI. Hannover 94: 299-305, abril, 1952.
- [75] NEVES, D.; DINIZ, A.E.; O fresamento de material endurecido com fresa de ponta esférica - análise da influência dos parâmetros de usinagem de desbaste na força de corte, COBEF 2003, maio, Uberlândia-MG
- [76] MACKERLE, J. Finite element analysis and simulation of machining: an addendum A bibliography (1996-2002). International journal of Machine tools & manufacture, v. 43, p. 103-114, 2003.
- [77] AURICH, J.C.; BIL, H.: 3D Finite Element Modelling of Segmented Chip Formation. In: Annals of the CIRP, v. 55, n. 1, 2006.
- [78] BEHRENS A.; WESTHOFF B. Simulation of the Cutting Process. In: Scientific Fundamentals of HSC. 1 ed. Munich: Carl Hanser Verlag, 2001. p. 53 - 65.
- [79] SÖHNER J. Simulation of the High Speed Milling Process p. In: Scientific Fundamentals of HSC. 1 ed. Munich: Carl Hanser Verlag, 2001. p.56 - 76.
- [80] LEOPOLD J.; HOYER K.; SEMMLER U. Simulation of Chip Forming Process in High Speed Machining using Eukerian Finite Element Analysis. In: Scientific Fundamentals of HSC. 1 ed. Munich: Carl Hanser Verlag, 2001. p. 92 - 101.
- [81] YANG, M.Y.; SIM, C.G. Reduction of machining erros by adjustment of feedrates in the ball-end milling process. International journal of Production Research, v. 31, p. 665-689, 1993.
- [82] LÓPEZ DE LACALLE, L.N.; LAMIKIZ, A.; SÁNCHEZ, J.A., SALGADO M.A. Effects of tool deflection in the high-speed milling of inclined surfaces. International Journal Advanced Manufacturing Technology, v. 24, p. 621-631, 2004.

- [83] SCHÜTZER, K. ET AL. Fontes de Desvios Geométricos na Fabricação de Moldes e Matrizes In: COELHO R.T. Tecnologias Avançadas de Manufatura. 1 ed. Jaboticabal-SP: Editora Novos Talentos, 2005. cap.2 p.35-46.
- [84] PIEGL, L., TILLER, W.: The NURBS Book. Germany, Springer, 1997. ISBN 3-540-61545-8.
- [85] ROGERS, D. F.: An introduction to NURBS: with historical perspective. USA, Morgan Kaufman Publishers, 2001. 321 p. ISBN 1-55860-669-6.
- [86] BOUJELBENE, M.; MOISAN, A.; TOUNSI, N.; BRENIER, B.:Productivity enhancement in dies and molds manufacturing by the use of  $C^1$  continuous tool path. International journal of Machine tools & manufacture, v. 44, p. 101-107, 2004.
- [87] Wolf, J.; Weck, M. ISO 14649 Provides Information for Sophisticated and flexible numerically controlled production. Production Engineering Reserchand Development, v. 10, Issue 2, p. 41-46, 2003.
- [88] YEH, S.S.; HSU P.L. Adaptive feedrate interpolation for parametric curves with a confined chord error.Computer Aided Design, v. 34, p. 229-237, 2002.
- [89] CHOI, Y.K.; BANERJEE A. Tool path generation and tolerance analysis for free-form surfaces. International Journal of Machine tools & Manufacture, v. 47, p. 689-696, 2007.
- [90] NC Gesellschaft Recomendation. Milling Cutters and Machining Centers. NCG2004/Part1.Jul. 2000.
- [91] DANIEL, A. High Speed Machining in the pratice of the Tool and Mould making industry. In: VI SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE ALTA TECNOLOGIA. Piracicaba. 2001. p. 153-190.
- [92] FLEISIG, R.V; SPENCE, A.D. A constant feed and reduced angular acceleration interpolation algorithm for multi axis machining. Computer Aided Design, v. 33, p. 1-15, 2001.
- [93] LANGERON, J.M., DUC, E., LARTIGUE, C., BOURDET P., 2004, A new format for 5-axis tool path computation using *BSpline* curves, Computer-Aided Design, 36:1219-1229.
- [94] KONINCKX, B., VAN BRUSSEL, H.: Real Time NURBS interpolation for distributed motion control, Annals of the CIRP, v.51, p.315-318, 2002.
- [95] SOUZA, A. F. Análise das interpolações de trajetórias de ferramenta na usinagem HSC (High Speed Cutting) em superfícies complexas. Dissertação (Mestrado) - Universidade Metodista de Piracicaba, 2001.

- [96] MÜLLER M.; ERDOS, G.; XIROUCHAKIS P.: High accuracy *Spline* interpolation for 5-axis machining, *Computer-Aided Design*, 36:1379-1393, 2004.
- [97] WECK, M.; MEYLAHN A.; HARDEBUSCH C. Innovative Algorithms for a *Spline*-Based CNC Controller, *Production Engineering*, v.1/1,p.83-86,1999.
- [98] BOUCHER, P.; DUMUR, D.; RODRIGUEZ, P. Robustification of CNC controller for machine tools motor drives. In: *Annals of the CIRP*, v52, 2003.
- [99] PRITSCHOW, G.; ROGERS, G. Decentralized CNC interpolation using Intelligent Drives *Production Engineering Reserchand Development*, v. IX/1, p. 127-130, 2002.
- [100] TSAI, Y.F.; FAROUKI, R.T.; FELDMAN, B. Performance analysis of cnc interpolators for time dependent feedrate along PH curves. *Computer Aided Geometric Design*, v. 18, p. 245-265, 2001.
- [101] ZELINSKI, P. (2001) Understanding NURBS interpolation. Disponível em <<http://www.mmsonline.com/articles/079901.html>>. Acesso em: 22 jan 2003.
- [102] GE Fanuc. Automation CNC: technical brief NURBS interpolation. Japan. 2000.
- [103] Heidenhain TNC530. User's Manual. Disponível em [http://filebase.heidenhain.de/doku/tnc\\_guide/pdf\\_files/iTNC530/340420-xx/en/bhb.pdf](http://filebase.heidenhain.de/doku/tnc_guide/pdf_files/iTNC530/340420-xx/en/bhb.pdf). Acesso em 05/01/2007.
- [104] WINGS, E.; JUTTLER, B. Generating tool paths on surfaces for a numerically controlled calotte cutting. *Computer Aided Design*, v.36, p.325-331, 2004.
- [105] LEE, S; KOO, T. Tool path generation for NURBS surface machining. In: *Proceedings of the Americam Control Conference*. Denver.p. 2614 - 2619, 2003.
- [106] Unigraphics NX 2. Documentation. 2004.
- [107] CATIA V5. Documentation. 2005.
- [108] KLEIN, F. *NC-Steuerung für die 5 achsige Fräbearbeitung auf der Basis von NURBS*. Germany, Aachen: Shaker, 1995. ISBN 3-8265-0738-x.
- [109] TIKRON, M, KO, T.J., LEE, S.H., KIM, H.S. NURBS Interpolation for constant material removal rate in open NC machine tools, *International Journal of Maschine Tools*,v.44, p. 237-245, 2004.
- [110] OKUMA OPS200. Technical Information. Disponível em <http://www.pumori.ru/INV/docs/osp-p200.pdf>. Acesso em 05.07.2006.
- [111] Sinumerik 840D/810D. Description of Functions Synchronized Actions. 10 ed. 2000.

**Anexo A - Programa de Monitoramento da Velocidade de Avanço**

ID=1 EVERY \$AA\_IW[X1]>=R75 DO \$R01=\$VA\_VACTM[X1] \$R02=\$VA\_VACTM[Y1]  
\$R03=\$VA\_VACTM[Z1] \$R04=\$AA\_IW[X1] \$R05=\$AA\_IW[Y1] \$R06=\$AA\_IW[Z1]

ID=2 EVERY \$AA\_IW[X1]>=R76 DO \$R07=\$VA\_VACTM[X1] \$R08=\$VA\_VACTM[Y1]  
\$R09=\$VA\_VACTM[Z1] \$R10=\$AA\_IW[X1] \$R11=\$AA\_IW[Y1] \$R12=\$AA\_IW[Z1]

ID=3 EVERY \$AA\_IW[X1]>=R77 DO \$R13=\$VA\_VACTM[X1] \$R14=\$VA\_VACTM[Y1]  
\$R15=\$VA\_VACTM[Z1] \$R16=\$AA\_IW[X1] \$R17=\$AA\_IW[Y1] \$R18=\$AA\_IW[Z1]

ID=4 EVERY \$AA\_IW[X1]>=R78 DO \$R19=\$VA\_VACTM[X1] \$R20=\$VA\_VACTM[Y1]  
\$R21=\$VA\_VACTM[Z1] \$R22=\$AA\_IW[X1] \$R23=\$AA\_IW[Y1] \$R24=\$AA\_IW[Z1]

ID=5 EVERY \$AA\_IW[X1]>=R79 DO \$R25=\$VA\_VACTM[X1] \$R26=\$VA\_VACTM[Y1]  
\$R27=\$VA\_VACTM[Z1] \$R28=\$AA\_IW[X1] \$R29=\$AA\_IW[Y1] \$R30=\$AA\_IW[Z1]

ID=6 EVERY \$AA\_IW[X1]>=R80 DO \$R31=\$VA\_VACTM[X1] \$R32=\$VA\_VACTM[Y1]  
\$R33=\$VA\_VACTM[Z1] \$R34=\$AA\_IW[X1] \$R35=\$AA\_IW[Y1] \$R36=\$AA\_IW[Z1]

ID=7 EVERY \$AA\_IW[X1]>=R81 DO \$R37=\$VA\_VACTM[X1] \$R38=\$VA\_VACTM[Y1]  
\$R39=\$VA\_VACTM[Z1] \$R40=\$AA\_IW[X1] \$R41=\$AA\_IW[Y1] \$R42=\$AA\_IW[Z1]

ID=8 EVERY \$AA\_IW[X1]>=R82 DO \$R43=\$VA\_VACTM[X1] \$R44=\$VA\_VACTM[Y1]  
\$R45=\$VA\_VACTM[Z1] \$R46=\$AA\_IW[X1] \$R47=\$AA\_IW[Y1] \$R48=\$AA\_IW[Z1]

ID=9 EVERY \$AA\_IW[X1]>=R83 DO \$R49=\$VA\_VACTM[X1] \$R50=\$VA\_VACTM[Y1]  
\$R51=\$VA\_VACTM[Z1] \$R52=\$AA\_IW[X1] \$R53=\$AA\_IW[Y1] \$R54=\$AA\_IW[Z1]

ID=10 EVERY \$AA\_IW[X1]>=R84 DO \$R55=\$VA\_VACTM[X1] \$R56=\$VA\_VACTM[Y1]  
\$R57=\$VA\_VACTM[Z1] \$R58=\$AA\_IW[X1] \$R59=\$AA\_IW[Y1] \$R60=\$AA\_IW[Z1]

ID=11 EVERY \$AA\_IW[X1]>=R85 DO \$R61=\$VA\_VACTM[X1] \$R62=\$VA\_VACTM[Y1]  
\$R63=\$VA\_VACTM[Z1] \$R64=\$AA\_IW[X1] \$R65=\$AA\_IW[Y1] \$R66=\$AA\_IW[Z1]

ID=12 EVERY \$AA\_IW[X1]>=R86 DO \$R67=\$VA\_VACTM[X1] \$R68=\$VA\_VACTM[Y1]  
\$R69=\$VA\_VACTM[Z1] \$R70=\$AA\_IW[X1] \$R71=\$AA\_IW[Y1] \$R72=\$AA\_IW[Z1]

M17



## **Anexo B - Programas de usinagem do Corpo de Prova**

O Anexo B é composto pelos seguintes programas de programas de usinagem:

- Desbaste.txt;
- Pre-acabamento\_fase\_01.txt;
- Pre-acabamento\_fase\_02.txt;
- Acabamento\_F01\_Linear\_5C.txt;
- Acabamento\_F02\_Linear\_5M.txt;
- Acabamento\_F03\_Spline\_CAM\_A\_5C;
- Acabamento\_F04\_Spline\_CAM\_A\_5M;
- Acabamento\_F05\_Spline\_CAM\_B\_5C;
- Acabamento\_F06\_Spline\_CAM\_B\_5M.

Esses programas foram utilizados na fabricação dos corpos de prova conforme a descrição no Item 4.2.2 e em virtude de seus tamanhos, assim como , permitirem a sua reutilização por demais pesquisadores e profissionais da área, os programas estão arquivados num DVD que segue anexado no final deste trabalho.



## **Anexo C - Modelo CAD do Corpo de Prova**

O Anexo C é composto pelos arquivos eletrônicos do corpo de prova em formato IGES e STEP. Faz parte desse anexo os arquivos:

- Modelo\_cad.stp;
- Modelo\_cad.igs.

Com o objetivo de permitir a utilização do modelo CAD do corpo de prova por demais pesquisadores e profissionais da área, os arquivos eletrônicos estão armazenados num DVD que segue anexado no final deste trabalho.



## Anexo D - Informações técnica da base de medição de forças

Kalibrierblatt  
Feuille d'étalonnage  
Calibration sheet

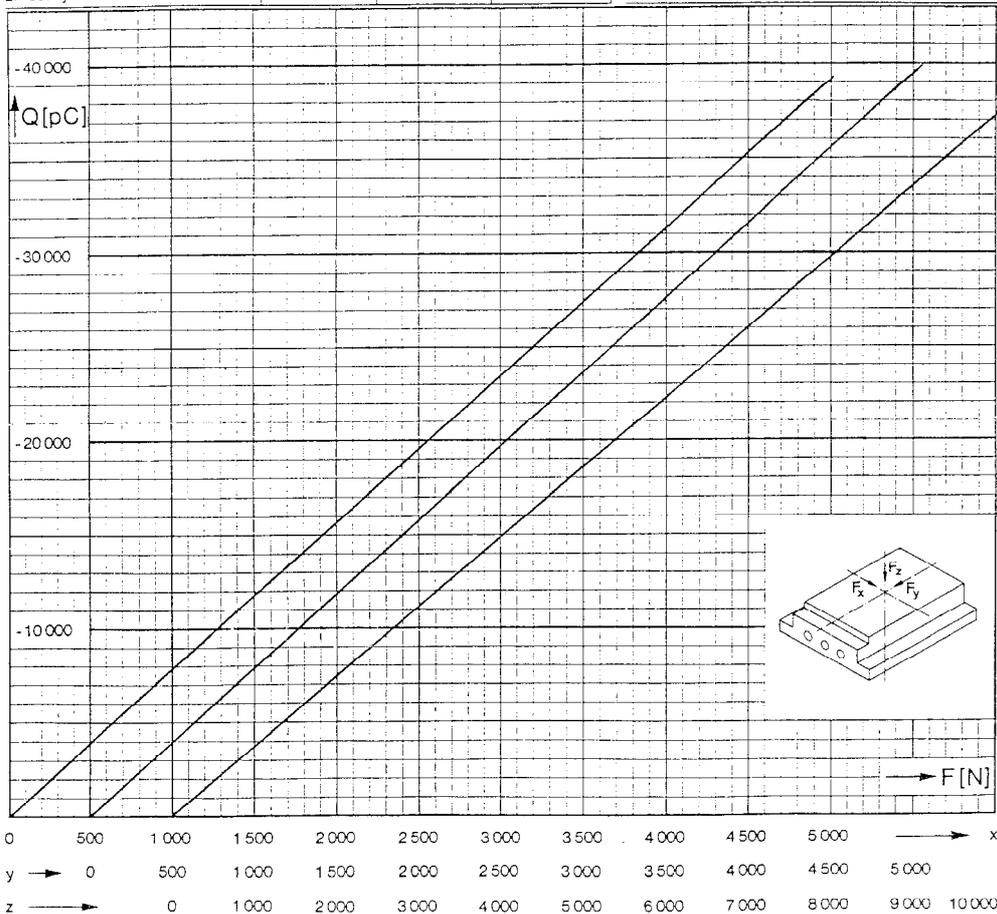


Piezo-Instrumentation **KISTLER**

3-Komponenten-Dynamometer  
Dynamomètre à 3 composantes  
3-component dynamometer

Type 9257A SN 218836

Kalibrierter Bereich Gamme étalonnée Calibrated range	[N]	$F_x$ 0...5000	$F_y$ 0...5000	$F_z$ 0...10000	Betriebstemperaturbereich Gamme de temp. d'utilisation [°C] Working temperature range	0 ... 70
Empfindlichkeit Sensibilité Sensitivity	[pC/N]	-7,82	-7,89	-3,72	Kalibriert bei Étalonné à Calibrated at	20 °C by He Date 11.10.85
Linearität Linearité Linearity	$\leq \pm \% \text{ FSO}$	0,3	0,3	0,3	1 N (Newton) = 1 kg·m·s <sup>-2</sup> = 0,1019...kp = 0,2248...lbf 1 kp = 1 kgf = 9,80665 N 1 lbf (pound force) = 4,448...N	



Übersprechen / Cross talk	
x → y	1,4 ‰
y → x	0,7 ‰
x → z	0,2 ‰
y → z	0,8 ‰
z → x	0,4 ‰
z → y	0,4 ‰



## **Anexo E - Trajetórias Simplificadas - Interpolação Linear**

O Anexo E é composto pelos programas NC que contém as trajetórias de ferramenta simplificada utilizadas nas operações de acabamento do corpo de prova envolvendo a Interpolação Linear.

Faz parte do Anexo E os seguintes programas:

- Traj\_Simplif\_F01\_Linear\_5C.txt;
- Traj\_Simplif\_F01\_Linear\_5M.txt;

Em virtude do tamanho dos programas NC, assim como , permitir a sua reutilização por demais pesquisadores e profissionais da área, os programas estão arquivados num DVD que segue anexado no final deste trabalho.



## Anexo F - Trajetórias Simplificadas - Spline CAM A 5C

O Anexo F é composto pelo Programa NC que representa a trajetória da ferramenta obtida através da Interpolação Spline no Sistema CAM A com uma Tolerância de 0,05 mm.

Para efeito de ilustração, além do arquivo eletrônico arquivado num DVD que segue anexado no final deste trabalho com o nome Traj\_Simplif\_F03\_Spline\_CAM\_A\_5C, a seguir é descrita a trajetória da ferramenta obtida.

```
N0001 G40 ; Radiuskorrektur AUS
N0002 G510; Nullpunkt
N0003 G90 ; ABSPLINEPLINE olute Bemassung
N0004 G71 ; metrisch
N0005 G97 ; S in Umin
N0006 G94 ; F in mmmin
N0007 F3000 ; Vorschub
T="WARMLAUF"
N0009 M06
;N0010 S1000 M03 ; Spindel ein
N0011 G1 F3000 G642 Z20 ; fahre auf z20, bahnen verschleifen
CONTADOR45
R89=$A_HOUR
R90=$A_MINUTE
R91=$A_SECOND
R92=$A_MSECOND
HSCXC
N0680 G00 X-21.213 Y21.213 Z22.167
N0690 G00 X-21.213 Y21.213 Z3.000
N0700 G01 X-21.213 Y21.213 Z.000
N0710 G01 X-17.768 Y24.659 Z.000
N0720 BSPLINE X-17.672 Y24.754 Z-.013 PL=0. SD=3
N0730 X-17.378 Y25.048 Z-.017 PL=.003
N0740 X-16.945 Y25.482 Z-.137 PL=.0062
N0750 X-16.398 Y26.029 Z-.401 PL=.0048
N0760 X-15.964 Y26.462 Z-.789 PL=.0072
N0770 X-15.474 Y26.953 Z-1.459 PL=.0041
N0780 X-14.855 Y27.572 Z-2.256 PL=.0103
N0790 X-14.155 Y28.271 Z-3.164 PL=.0121
N0800 X-13.128 Y29.298 Z-4.255 PL=.0076
N0810 X-12.188 Y30.239 Z-5.093 PL=.0209
N0820 X-11.220 Y31.206 Z-5.515 PL=.0063
N0830 X-10.578 Y31.848 Z-5.659 PL=.0046
N0840 X-9.966 Y32.461 Z-5.424 PL=.0095
```

N0850 X-9.119 Y33.307 Z-4.609 PL=.0055  
N0860 X-8.168 Y34.258 Z-3.147 PL=.0173  
N0870 X-6.938 Y35.488 Z-.514 PL=.0215  
N0880 X-5.355 Y37.071 Z3.754 PL=.0317  
N0890 X-3.752 Y38.674 Z8.526 PL=.0545  
N0900 X-2.193 Y40.234 Z12.808 PL=.0319  
N0910 X-1.095 Y41.331 Z15.121 PL=.0212  
N0920 X-.132 Y42.295 Z16.642 PL=.009  
N0930 X.952 Y43.378 Z17.876 PL=.0154  
N0940 X2.578 Y45.005 Z18.675 PL=.0193  
N0950 X4.008 Y46.435 Z18.416 PL=.0185  
N0960 X5.177 Y47.603 Z17.672 PL=.0067  
N0970 X6.225 Y48.652 Z16.500 PL=.0153  
N0980 X7.116 Y49.542 Z14.779 PL=.0199  
N0990 X8.066 Y50.492 Z12.377 PL=.0123  
N1000 X9.258 Y51.684 Z8.492 PL=.0294  
N1010 X10.701 Y53.127 Z2.662 PL=.0529  
N1020 X12.407 Y54.834 Z-4.577 PL=.0557  
N1030 X14.117 Y56.543 Z-10.845 PL=.0619  
N1040 X15.874 Y58.300 Z-14.826 PL=.0322  
N1050 X16.996 Y59.423 Z-16.347 PL=.0101  
N1060 X17.583 Y60.009 Z-16.710 PL=.0065  
N1070 X18.152 Y60.579 Z-16.555 PL=.0031  
N1080 X19.145 Y61.571 Z-15.811 PL=.0084  
N1090 X20.581 Y63.007 Z-13.981 PL=.0238  
N1100 X22.374 Y64.801 Z-10.796 PL=.0286  
N1110 X23.885 Y66.311 Z-7.408 PL=.0385  
N1120 X25.266 Y67.692 Z-4.299 PL=.0224  
N1130 X26.492 Y68.918 Z-1.807 PL=.0212  
N1140 X27.866 Y70.293 Z.695 PL=.0243  
N1150 X29.488 Y71.914 Z2.939 PL=.0253  
N1160 X31.234 Y73.660 Z4.643 PL=.0219  
N1170 X33.180 Y75.606 Z5.763 PL=.0196  
N1180 X35.577 Y78.003 Z6.161 PL=.0245  
N1190 X37.637 Y80.064 Z5.423 PL=.0313  
N1200 X39.205 Y81.632 Z4.306 PL=.0102  
N1210 X40.903 Y83.330 Z2.874 PL=.0141  
N1220 X42.187 Y84.613 Z1.380 PL=.0382  
N1230 X43.107 Y85.533 Z.278 PL=0.  
N1240 BSPLINE X44.691 Y87.118 Z-1.677 PL=0. SD=3  
N1250 X47.809 Y90.235 Z-5.941 PL=.4712  
N1260 X51.273 Y93.699 Z-10.841 PL=.5288  
N1270 X51.721 Y94.148 Z-11.528 PL=0.  
N1280 BSPLINE X52.030 Y94.457 Z-12.090 PL=0. SD=3

---

N1290 X52.217 Y94.643 Z-12.712 PL=1.  
N1300 X52.296 Y94.722 Z-13.415 PL=0.  
N1310 G00 X52.296 Y94.722 Z7.106  
N1320 G00 X52.296 Y94.722 Z22.167  
R93=\$A\_HOUR  
R94=\$A\_MINUTE  
R95=\$A\_SECOND  
R96=\$A\_MSECOND  
M30



## Anexo G - Trajetórias Simplificadas -Spline CAM A 5M

O Anexo G é composto pelo Programa NC que representa a trajetória da ferramenta obtida através da Interpolação Spline no Sistema CAM A com uma Tolerância de 0,005 mm.

Para efeito de ilustração, além do arquivo eletrônico arquivado num DVD que segue anexado no final deste trabalho com o nome Traj\_Simplif\_F04\_Spline\_CAM\_A\_5M , a seguir é descrita a trajetória da ferramenta obtida.

```
N0001 G40 ; Radiuskorrektur AUS
N0002 G510; Nullpunkt
N0003 G90 ; ABSPLINEPLINEPLINE olute Bemassung
N0004 G71 ; metrisch
N0005 G97 ; S in Umin
N0006 G94 ; F in mmmin
N0007 F3000 ; Vorschub
T="WARMLAUF"
N0009 M06
;N0010 S1000 M03 ; Spindel ein
N0011 G1 F3000 G642 Z20 ; fahre auf z20, bahnen verschleifen
CONTADOR45
R89=$A_HOUR
R90=$A_MINUTE
R91=$A_SECOND
R92=$A_MSECOND
HSCXC
N0640 G00 X-21.213 Y21.213 Z22.167
N0650 G00 X-21.213 Y21.213 Z3.000
N0660 G01 X-21.213 Y21.213 Z.000
N0670 BSPLINE X-19.897 Y22.530 Z.003 PL=0. SD=3
N0680 X-18.741 Y23.686 Z-.008 PL=.1098
N0690 X-17.330 Y25.096 Z-.002 PL=.0088
N0700 X-16.944 Y25.483 Z-.130 PL=.0089
N0710 X-16.442 Y25.984 Z-.359 PL=.0186
N0720 X-15.905 Y26.522 Z-.838 PL=.0208
N0730 X-15.245 Y27.182 Z-1.791 PL=.0181
N0740 X-14.073 Y28.354 Z-3.303 PL=.0476
N0750 X-12.620 Y29.807 Z-4.816 PL=.0799
N0760 X-11.237 Y31.189 Z-5.584 PL=.0372
N0770 X-10.425 Y32.002 Z-5.626 PL=.0176
N0780 X-9.642 Y32.784 Z-5.214 PL=.0186
N0790 X-8.814 Y33.612 Z-4.211 PL=.0392
```

N0800 X-7.573 Y34.854 Z-2.016 PL=.0412  
N0810 X-6.376 Y36.051 Z.934 PL=.1016  
N0820 X-4.815 Y37.611 Z5.323 PL=.0775  
N0830 X-3.324 Y39.103 Z9.822 PL=.1397  
N0840 X-1.695 Y40.732 Z14.051 PL=.1051  
N0850 X-.219 Y42.207 Z16.652 PL=.0673  
N0860 X.777 Y43.203 Z17.626 PL=.0425  
N0870 X1.192 Y43.619 Z17.912 PL=0.  
N0880 BSPLINE X1.812 Y44.238 Z18.345 PL=0. SD=3  
N0890 X2.909 Y45.336 Z18.681 PL=.0646  
N0900 X4.358 Y46.784 Z18.262 PL=.0366  
N0910 X5.454 Y47.880 Z17.445 PL=.0354  
N0920 X6.487 Y48.913 Z16.061 PL=.0424  
N0930 X7.493 Y49.919 Z13.982 PL=.0541  
N0940 X8.762 Y51.188 Z10.279 PL=.0689  
N0950 X10.586 Y53.013 Z3.342 PL=.148  
N0960 X12.468 Y54.895 Z-5.132 PL=.2711  
N0970 X14.567 Y56.993 Z-12.080 PL=.1667  
N0980 X16.207 Y58.633 Z-15.351 PL=.0594  
N0990 X17.120 Y59.546 Z-16.492 PL=.0368  
N1000 X17.678 Y60.105 Z-16.719 PL=.016  
N1010 X17.853 Y60.279 Z-16.641 PL=0.  
N1020 BSPLINE X18.273 Y60.699 Z-16.503 PL=0. SD=3  
N1030 X19.036 Y61.462 Z-15.897 PL=.031  
N1040 X20.531 Y62.958 Z-14.066 PL=.0315  
N1050 X22.741 Y65.167 Z-10.234 PL=.0802  
N1060 X24.827 Y67.253 Z-5.091 PL=.1398  
N1070 X27.757 Y70.184 Z.751 PL=.0824  
N1080 X30.689 Y73.115 Z4.669 PL=.1443  
N1090 X34.090 Y76.517 Z6.043 PL=.0576  
N1100 X37.308 Y79.735 Z5.905 PL=.0486  
N1110 X40.334 Y82.761 Z3.545 PL=.1229  
N1120 X43.998 Y86.424 Z-.708 PL=.0709  
N1130 X46.640 Y89.067 Z-4.352 PL=.152  
N1140 X48.468 Y90.894 Z-6.896 PL=.0389  
N1150 X48.876 Y91.302 Z-7.472 PL=0.  
N1160 BSPLINE X49.297 Y91.724 Z-8.065 PL=0. SD=3  
N1170 X50.096 Y92.523 Z-9.189 PL=.2801  
N1180 X51.064 Y93.490 Z-10.559 PL=.3507  
N1190 X52.029 Y94.456 Z-11.939 PL=.0548  
N1200 X52.291 Y94.718 Z-12.969 PL=.3143  
N1210 X52.323 Y94.749 Z-13.808 PL=0.  
N1220 G00 X52.323 Y94.749 Z46.192  
N1230 G00 X52.323 Y94.749 Z22.167

R93=\$A\_HOUR  
R94=\$A\_MINUTE  
R95=\$A\_SECOND  
R96=\$A\_MSECOND  
M30



## Anexo H - Trajetórias Simplificadas -Spline CAM B 5C

O Anexo H é composto pelo Programa NC que representa a trajetória da ferramenta obtida através da Interpolação Spline no Sistema CAM B com uma Tolerância de 0,05 mm.

Para efeito de ilustração, além do arquivo eletrônico arquivado num DVD que segue anexado no final deste trabalho com o nome Traj\_Simplif\_F05\_Spline\_CAM\_B\_5C , a seguir é descrita a trajetória da ferramenta obtida.

```
N0001 G40 ; Radiuskorrektur AUS
N0002 G510; Nullpunkt
N0003 G90 ; ABSPLINE olute Bemassung
N0004 G71 ; metrisch
N0005 G97 ; S in Umin
N0006 G94 ; F in mmmin
N0007 F3000 ; Vorschub
T="WARMLAUF"
N0009 M06
;N0010 S1000 M03 ; Spindel ein
N0011 G1 F3000 G642 Z20 ; fahre auf z20, bahnen verschleifen
CONTADOR45
R89=$A_HOUR
R90=$A_MINUTE
R91=$A_SECOND
R92=$A_MSECOND
HSCXC
G0 X-24.00628 Y24.00628 Z19.31641
Z3.00000 F2500
BSPLINE X-24.00628 Y24.00628 Z2.00000 PL=0.000
N2 X-24.00628 Y24.00628 Z1.00000 PL=3.000
N3 X-24.00628 Y24.00628 Z0.00000 PL=0.000
BSPLINE X-23.00925 Y25.00330 Z-0.01859 PL=0.000
N2 X-21.29207 Y26.72048 Z0.08056 PL=4.190
N3 X-19.44713 Y28.56542 Z-0.03832 PL=3.313
N4 X-17.96279 Y30.04976 Z-1.72413 PL=0.000
N5 X-16.82329 Y31.18926 Z-3.44323 PL=4.384
N6 X-15.09069 Y32.92186 Z-5.01940 PL=2.861
N7 X-13.88684 Y34.12571 Z-5.62635 PL=1.448
N8 X-13.01442 Y34.99813 Z-5.59605 PL=1.042
N9 X-12.29170 Y35.72085 Z-5.03808 PL=1.129
N10 X-11.61232 Y36.40023 Z-4.18090 PL=1.244
N11 X-10.87956 Y37.13299 Z-2.95458 PL=1.483
```

N12 X-10.01592 Y37.99663 Z-1.14887 PL=2.074  
N13 X-8.95393 Y39.05862 Z1.51283 PL=2.976  
N14 X-7.72749 Y40.28506 Z4.98473 PL=4.110  
N15 X-6.43528 Y41.57727 Z8.83675 PL=4.555  
N16 X-5.18049 Y42.83206 Z12.31234 PL=4.128  
N17 X-3.86143 Y44.15112 Z15.26587 PL=3.013  
N18 X-2.15479 Y45.85776 Z17.84572 PL=3.325  
N19 X0.88745 Y48.90000 Z19.15811 PL=4.126  
N20 X4.11626 Y52.12881 Z16.07249 PL=5.093  
N21 X5.88872 Y53.90127 Z10.45293 PL=6.066  
N22 X7.66602 Y55.67857 Z3.86533 PL=7.052  
N23 X8.71955 Y56.73210 Z-0.99000 PL=8.141  
N24 X9.81884 Y57.83139 Z-5.13529 PL=0.000  
N25 X10.54235 Y58.55490 Z-8.05125 PL=5.141  
N26 X11.76591 Y59.77846 Z-11.89471 PL=4.145  
N27 X12.94811 Y60.96066 Z-14.45020 PL=3.265  
N28 X13.96045 Y61.97300 Z-16.23342 PL=1.794  
N29 X15.28016 Y63.29271 Z-16.93883 PL=1.711  
N30 X16.54131 Y64.55386 Z-15.45906 PL=2.065  
N31 X17.95142 Y65.96397 Z-13.76482 PL=2.349  
N32 X19.71669 Y67.72924 Z-10.50597 PL=3.888  
N33 X21.61075 Y69.62330 Z-6.22045 PL=5.713  
N34 X23.86746 Y71.88001 Z-1.27515 PL=5.813  
N35 X26.52519 Y74.53774 Z3.00482 PL=6.036  
N36 X30.25645 Y78.26900 Z6.19075 PL=5.146  
N37 X35.10011 Y83.11266 Z5.97721 PL=6.864  
N38 X39.56334 Y87.57589 Z1.38507 PL=7.509  
N39 X42.29340 Y90.30595 Z-2.20113 PL=8.429  
N40 X44.04274 Y92.05529 Z-4.63563 PL=0.000  
N41 X45.77451 Y93.78706 Z-6.87775 PL=1.984  
N42 X47.33205 Y95.34460 Z-9.37257 PL=7.973  
N43 X48.71028 Y96.72283 Z-11.17991 PL=0.000  
BSPLINE X48.71028 Y96.72283 Z-9.17991 PL=0.000  
N2 X48.71028 Y96.72283 Z-7.17991 PL=6.000  
N3 X48.71028 Y96.72283 Z-5.17991 PL=0.000  
G0 X48.71028 Y96.72283 Z-5.17991  
Z19.31641  
R93=\$A\_HOUR  
R94=\$A\_MINUTE  
R95=\$A\_SECOND  
R96=\$A\_MSECOND  
M30

## Anexo I - Trajetórias Simplificadas - Spline CAM B 5M

O Anexo I é composto pelo Programa NC que representa a trajetória da ferramenta obtida através da Interpolação Spline no Sistema CAM B com uma Tolerância de 0,005 mm.

Para efeito de ilustração, além do arquivo eletrônico arquivado num DVD que segue anexado no final deste trabalho com o nome Traj\_Simplif\_F06\_Spline\_CAM\_B\_5M , a seguir é descrita a trajetória da ferramenta obtida.

```
N0001 G40 ; Radiuskorrektur AUS
N0002 G510; Nullpunkt
N0003 G90 ; ABSPLINE olute Bemassung
N0004 G71 ; metrisch
N0005 G97 ; S in Umin
N0006 G94 ; F in mmmin
N0007 F3000 ; Vorschub
T="WARMLAUF"
N0009 M06
;N0010 S1000 M03 ; Spindel ein
N0011 G1 F3000 G642 Z20 ; fahre auf z20, bahnen verschleifen
CONTADOR45
R89=$A_HOUR
R90=$A_MINUTE
R91=$A_SECOND
R92=$A_MSECOND
HSCXC
G0 X-24.03810 Y24.03810 Z19.31741
Z3.00000 F2500
BSPLINE X-24.03810 Y24.03810 Z2.00000 PL=0.000
N2 X-24.03810 Y24.03810 Z1.00000 PL=3.000
N3 X-24.03810 Y24.03810 Z0.00000 PL=0.000
BSPLINE X-22.85958 Y25.21661 Z0.00000 PL=0.000
N2 X-21.68107 Y26.39512 Z0.00000 PL=5.000
N3 X-20.18925 Y27.88694 Z0.00000 PL=0.000
N4 X-19.56286 Y28.51333 Z-0.14793 PL=1.329
N5 X-18.72729 Y29.34890 Z-0.79345 PL=1.328
N6 X-18.08770 Y29.98849 Z-1.77426 PL=1.320
N7 X-17.32912 Y30.74707 Z-2.73655 PL=1.329
N8 X-16.46311 Y31.61308 Z-3.74989 PL=1.677
N9 X-15.46076 Y32.61543 Z-4.71237 PL=1.760
N10 X-14.48265 Y33.59354 Z-5.38405 PL=1.686
N11 X-13.57823 Y34.49796 Z-5.67898 PL=1.169
```

N12 X-12.76848 Y35.30771 Z-5.44449 PL=1.012  
N13 X-11.92934 Y36.14685 Z-4.60525 PL=1.252  
N14 X-10.90392 Y37.17227 Z-3.00732 PL=2.024  
N15 X-9.82349 Y38.25270 Z-0.62865 PL=3.200  
N16 X-8.68989 Y39.38630 Z2.33665 PL=3.216  
N17 X-7.68573 Y40.39046 Z5.23317 PL=3.706  
N18 X-6.76042 Y41.31577 Z7.95630 PL=2.753  
N19 X-5.98739 Y42.08880 Z10.16962 PL=2.606  
N20 X-5.21661 Y42.85958 Z12.22696 PL=2.046  
N21 X-4.37981 Y43.69638 Z14.21431 PL=2.331  
N22 X-3.38531 Y44.69088 Z16.09797 PL=2.558  
N23 X-2.22167 Y45.85452 Z17.54153 PL=2.140  
N24 X-1.02054 Y47.05565 Z18.34441 PL=1.816  
N25 X0.17003 Y48.24622 Z18.59677 PL=1.620  
N26 X1.31619 Y49.39238 Z18.36308 PL=1.618  
N27 X2.41062 Y50.48681 Z17.65125 PL=1.622  
N28 X3.41633 Y51.49252 Z16.44584 PL=1.822  
N29 X4.42297 Y52.49916 Z14.56088 PL=2.104  
N30 X5.32655 Y53.40274 Z12.12544 PL=3.132  
N31 X6.14870 Y54.22489 Z9.39684 PL=2.995  
N32 X6.79314 Y54.86933 Z6.98571 PL=2.772  
N33 X7.43046 Y55.50665 Z4.45857 PL=1.965  
N34 X8.10251 Y56.17870 Z1.67912 PL=3.312  
N35 X8.86410 Y56.94029 Z-1.51745 PL=3.535  
N36 X9.61062 Y57.68681 Z-4.55385 PL=3.272  
N37 X10.32158 Y58.39777 Z-7.25639 PL=2.837  
N38 X11.03875 Y59.11494 Z-9.67302 PL=2.540  
N39 X11.68427 Y59.76046 Z-11.55327 PL=2.484  
N40 X12.23716 Y60.31335 Z-12.94070 PL=1.242  
N41 X12.63630 Y60.71249 Z-13.83680 PL=1.050  
N42 X13.00964 Y61.08583 Z-14.58295 PL=0.884  
N43 X13.35671 Y61.43290 Z-15.19381 PL=0.807  
N44 X13.67496 Y61.75115 Z-15.67807 PL=0.659  
N45 X13.95680 Y62.03299 Z-16.04484 PL=0.516  
N46 X14.22671 Y62.30290 Z-16.33558 PL=0.448  
N47 X14.51357 Y62.58976 Z-16.57515 PL=0.474  
N48 X14.87042 Y62.94661 Z-16.71182 PL=0.487  
N49 X15.24150 Y63.31769 Z-16.57627 PL=0.573  
N50 X15.61242 Y63.68861 Z-16.35038 PL=0.530  
N51 X15.97390 Y64.05009 Z-16.05447 PL=0.615  
N52 X16.45035 Y64.52654 Z-15.58712 PL=0.621  
N53 X17.15788 Y65.23407 Z-14.74475 PL=1.224  
N54 X18.06364 Y66.13983 Z-13.41184 PL=2.071  
N55 X18.97144 Y67.04763 Z-11.82119 PL=2.246

N56 X19.68384 Y67.76003 Z-10.41137 PL=1.810  
N57 X20.34739 Y68.42358 Z-9.00671 PL=1.141  
N58 X21.03589 Y69.11208 Z-7.46777 PL=2.116  
N59 X21.84457 Y69.92076 Z-5.62687 PL=2.206  
N60 X22.69021 Y70.76640 Z-3.76941 PL=2.180  
N61 X23.67110 Y71.74729 Z-1.77687 PL=2.241  
N62 X24.87253 Y72.94872 Z0.39193 PL=2.861  
N63 X26.26584 Y74.34203 Z2.43551 PL=3.158  
N64 X27.71785 Y75.79404 Z4.01746 PL=2.478  
N65 X29.12155 Y77.19774 Z5.09716 PL=2.118  
N66 X30.59250 Y78.66869 Z5.78898 PL=2.161  
N67 X32.18949 Y80.26568 Z6.04931 PL=2.267  
N68 X33.84747 Y81.92366 Z5.79260 PL=2.350  
N69 X35.57264 Y83.64883 Z4.96654 PL=2.412  
N70 X37.51612 Y85.59231 Z3.42665 PL=2.925  
N71 X39.56966 Y87.64585 Z1.19536 PL=4.081  
N72 X41.60459 Y89.68078 Z-1.36728 PL=3.961  
N73 X43.32547 Y91.40166 Z-3.68083 PL=3.517  
N74 X45.66183 Y93.73802 Z-6.90799 PL=2.595  
N75 X47.38207 Y95.45826 Z-9.34927 PL=7.744  
N76 X48.67370 Y96.74989 Z-11.17316 PL=0.000  
BSPLINE X48.67370 Y96.74989 Z-9.17316 PL=0.000  
N2 X48.67370 Y96.74989 Z-7.17316 PL=6.000  
N3 X48.67370 Y96.74989 Z-5.17316 PL=0.000  
G0 X48.67370 Y96.74989 Z-5.17316  
Z19.31741  
R93=\$A\_HOUR  
R94=\$A\_MINUTE  
R95=\$A\_SECOND  
R96=\$A\_MSECOND  
M30



## Anexo J - Característica das Trajetórias com Interpolação Spline

Interpolação Spline CAM A Tol. CAM 0,05 mm (Curva 1)

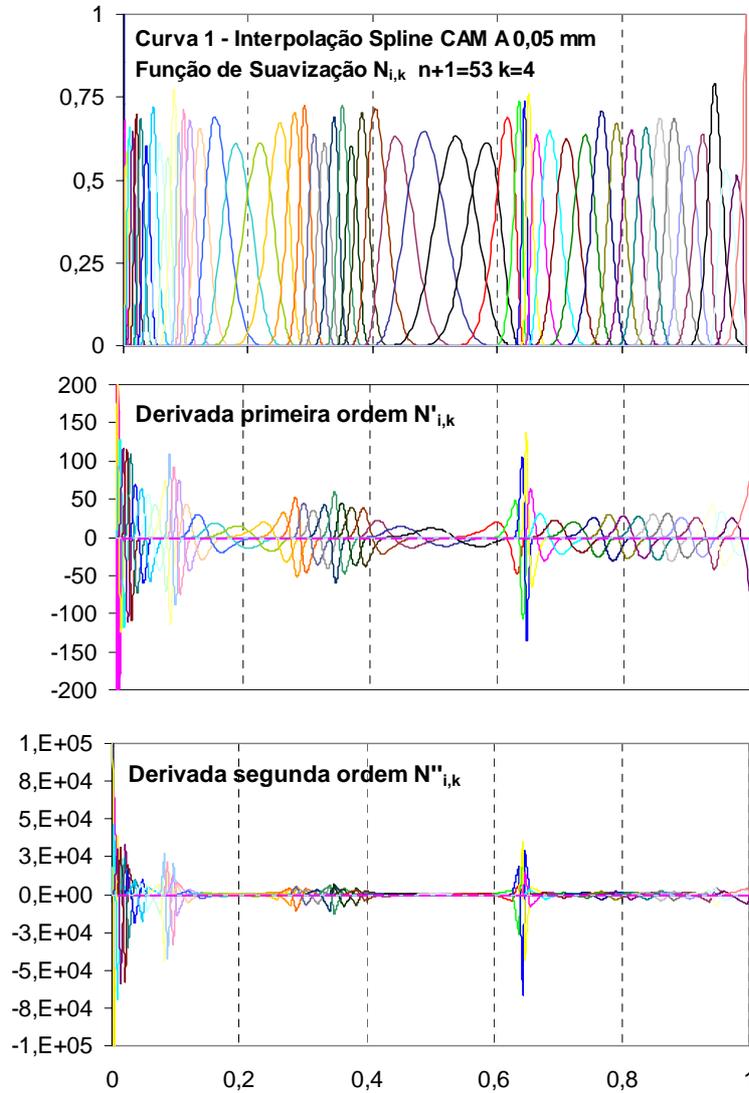
- Polígono de controle

Polígono de Controle				Polígono de Controle				Polígono de Controle			
Vértice	X	Y	Z	Vértice	X	Y	Z	Vértice	X	Y	Z
1	-17,49	24,38	0,00	21	-1,10	41,33	15,12	41	23,88	66,31	-7,41
2	-17,67	24,75	-0,01	22	-0,13	42,29	16,64	42	25,27	67,69	-4,30
3	-17,38	25,05	-0,02	23	0,95	43,38	17,88	43	26,49	68,92	-1,81
4	-16,94	25,48	-0,14	24	2,58	45,00	18,68	44	27,87	70,29	0,69
5	-16,40	26,03	-0,40	25	4,01	46,43	18,42	45	29,49	71,91	2,94
6	-15,96	26,46	-0,79	26	5,18	47,60	17,67	46	31,23	73,66	4,64
7	-15,47	26,95	-1,46	27	6,23	48,65	16,50	47	33,18	75,61	5,76
8	-14,85	27,57	-2,26	28	7,12	49,54	14,78	48	35,58	78,00	6,16
9	-14,16	28,27	-3,16	29	8,07	50,49	12,38	49	37,64	80,06	5,42
10	-13,13	29,30	-4,26	30	9,26	51,68	8,49	50	39,21	81,63	4,31
11	-12,19	30,24	-5,09	31	10,70	53,13	2,66	51	40,90	83,33	2,87
12	-11,22	31,21	-5,52	32	12,41	54,83	-4,58	52	42,19	84,61	1,38
13	-10,58	31,85	-5,66	33	14,12	56,54	-10,84	53	43,11	85,53	0,28
14	-9,97	32,46	-5,42	34	15,87	58,30	-14,83				
15	-9,12	33,31	-4,61	35	17,00	59,42	-16,35				
16	-8,17	34,26	-3,15	36	17,58	60,01	-16,71				
17	-6,94	35,49	-0,51	37	18,15	60,58	-16,56				
18	-5,36	37,07	3,75	38	19,14	61,57	-15,81				
19	-3,75	38,67	8,53	39	20,58	63,01	-13,98				
20	-2,19	40,23	12,81	40	22,37	64,80	-10,80				

- Distribuição dos Vetores Internos do parâmetro “t”

Distribuição Vetores					
Knots	Valor	Knots	Valor	Knots	Valor
1	0	21	0,227	41	0,68
2	0	22	0,259	42	0,709
3	0	23	0,280	43	0,747
4	0	24	0,289	44	0,77
5	0,003	25	0,304	45	0,791
6	0,009	26	0,324	46	0,815
7	0,014	27	0,342	47	0,84
8	0,021	28	0,349	48	0,862
9	0,025	29	0,364	49	0,882
10	0,036	30	0,384	50	0,906
11	0,048	31	0,396	51	0,938
12	0,055	32	0,426	52	0,948
13	0,076	33	0,478	53	0,962
14	0,083	34	0,534	54	1
15	0,087	35	0,596	55	1
16	0,097	36	0,628	56	1
17	0,102	37	0,638	57	1
18	0,119	38	0,645		
19	0,141	39	0,648		
20	0,172	40	0,656		

- Função de Suavização e Derivadas de primeira e segunda ordem



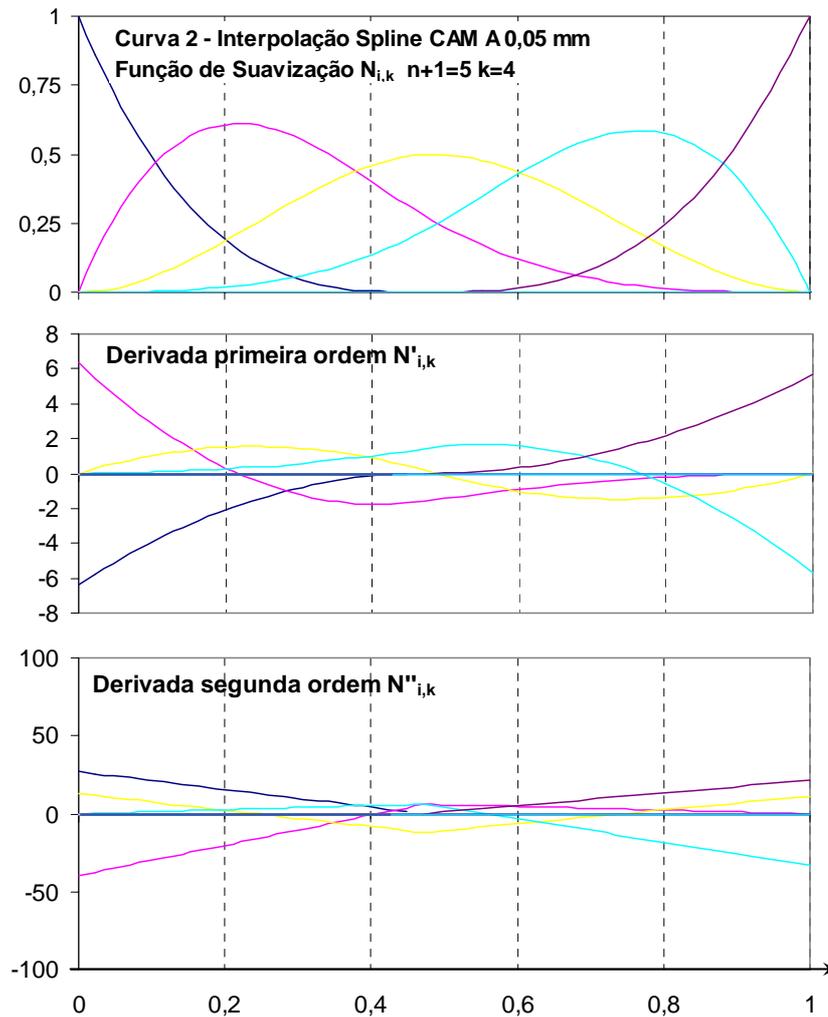
Interpolação Spline CAM A Tol. CAM 0,05 mm (Curva 2)

- Polígono de controle e Distribuição dos Vetores Internos do parâmetro “t”

Polígono de Controle			
Vértice	X	Y	Z
1	43,11	85,53	0,28
2	44,69	87,12	-1,68
3	47,81	90,24	-5,94
4	51,27	93,70	-10,84
5	51,72	94,15	-11,53

Distribuição Vetores						
Knots		Valor	Knots		Valor	
1	0		4	0	7	1
2	0		5	0,471	8	1
3	0		6	1	9	1

- Função de Suavização e Derivadas de primeira e segunda ordem



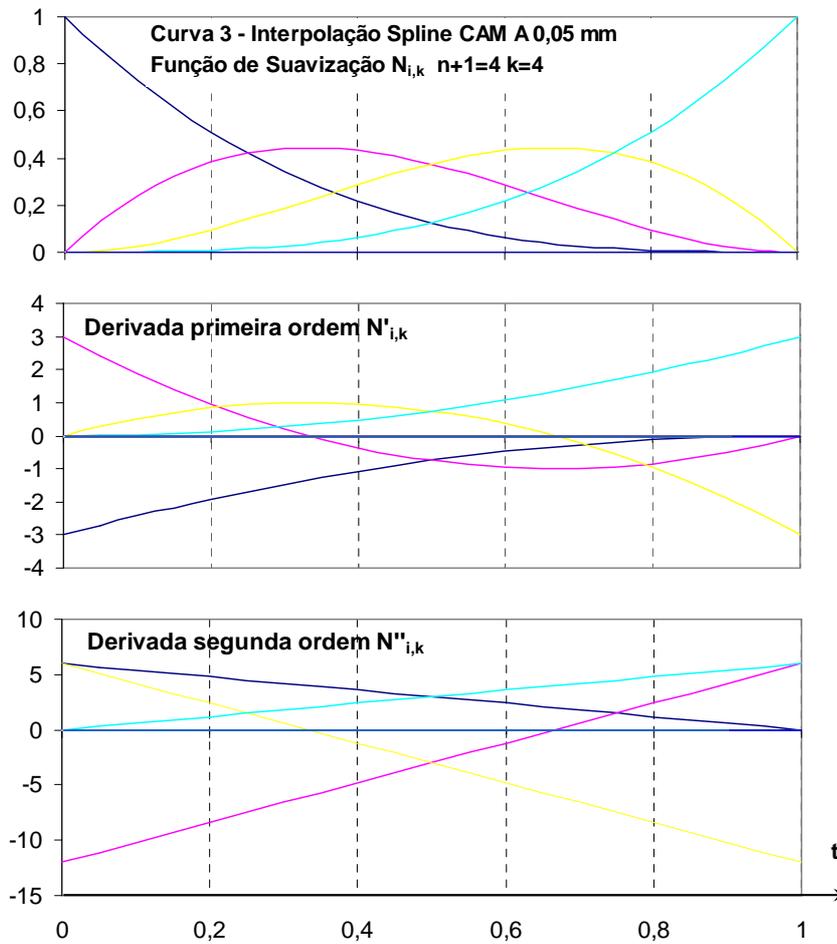
Interpolação Spline CAM A Tol. CAM 0,05 mm (Curva 3)

- Polígono de controle e Distribuição dos Vetores Internos do parâmetro “t”

Polígono de Controle			
Vértice	X	Y	Z
1	51,72	94,15	-11,53
2	52,03	94,46	-12,09
3	52,22	94,64	-12,71
4	52,30	94,72	-13,42

Distribuição Vetores					
Knots	Valor	Knots	Valor	Knots	Valor
1	0	4	0	7	1
2	0	5	1	8	1
3	0	6	1		

- Função de Suavização e Derivadas de primeira e segunda ordem



Interpolação Spline CAM A Tol. CAM 0,005 mm (Curva 1)

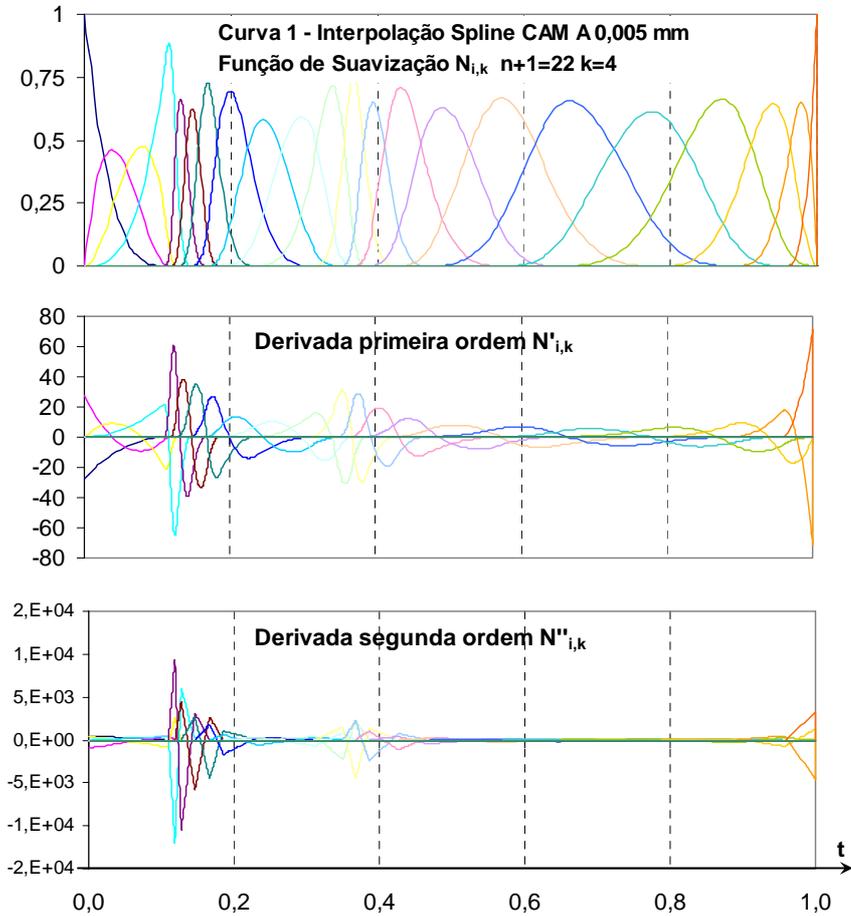
- Polígono de controle e Distribuição dos Vetores Internos do parâmetro “t”

Polígono de Controle			
Vértice	X	Y	Z
1	-21,21	21,21	0,00
2	-19,90	22,53	0,00
3	-18,74	23,69	-0,01
4	-17,33	25,10	0,00
5	-16,94	25,48	-0,13
6	-16,44	25,98	-0,36
7	-15,90	26,52	-0,84
8	-15,24	27,18	-1,79
9	-14,07	28,35	-3,30
10	-12,62	29,81	-4,82
11	-11,24	31,19	-5,58
12	-10,42	32,00	-5,63
13	-9,64	32,78	-5,21
14	-8,81	33,61	-4,21
15	-7,57	34,85	-2,02
16	-6,38	36,05	0,93
17	-4,82	37,61	5,32
18	-3,32	39,10	9,82
19	-1,69	40,73	14,05
20	-0,22	42,21	16,65

Polígono de Controle			
Vértice	X	Y	Z
21	0,78	43,20	17,63
22	1,19	43,62	17,91

Distribuição Vetores						
Knots		Valor	Knots		Valor	
1	0		10	0,185	19	0,645
2	0		11	0,233	20	0,785
3	0		12	0,313	21	0,89
4	0		13	0,35	22	0,958
5	0,11		14	0,367	23	1
6	0,119		15	0,386	24	1
7	0,128		16	0,425	25	1
8	0,146		17	0,466	26	1
9	0,167		18	0,568		

- Função de Suavização e Derivadas de primeira e segunda ordem



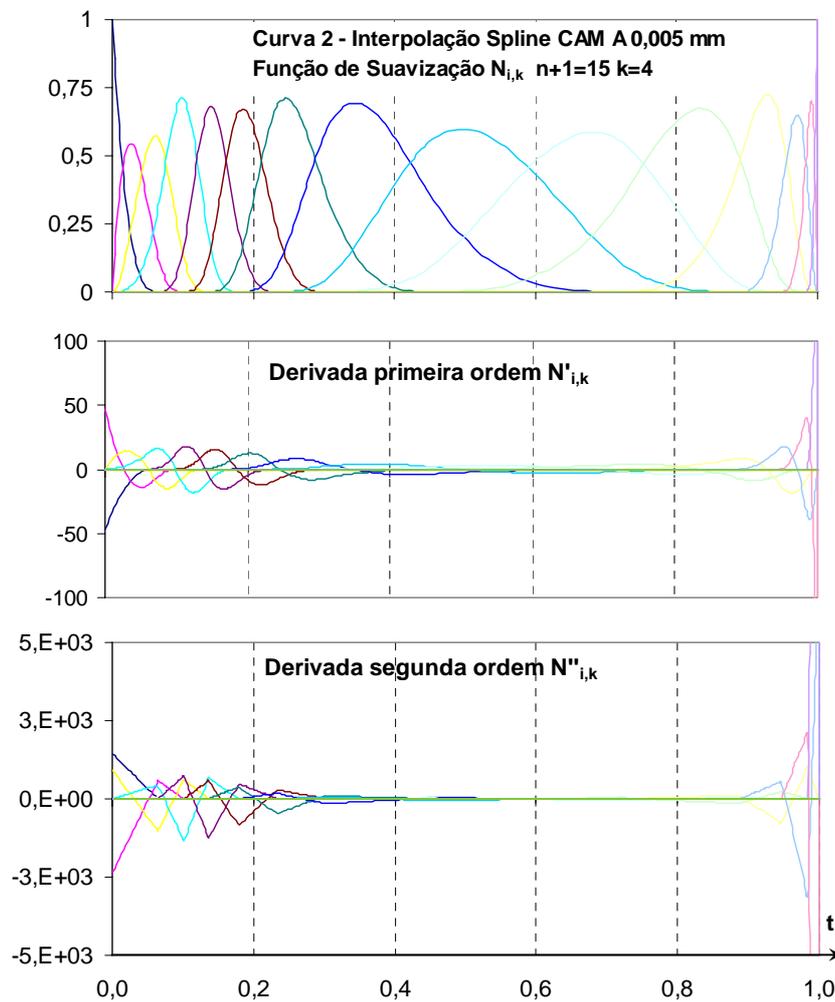
Interpolação Spline CAM A Tol. CAM 0,005 mm (Curva 2)

- Polígono de controle e Distribuição dos Vetores Internos do parâmetro “t”

Polígono de Controle			
Vértice	X	Y	Z
1	1,19	43,62	17,91
2	1,81	44,24	18,34
3	2,91	45,34	18,68
4	4,36	46,78	18,26
5	5,45	47,88	17,45
6	6,49	48,91	16,06
7	7,49	49,92	13,98
8	8,76	51,19	10,28
9	10,59	53,01	3,34
10	12,47	54,89	-5,13
11	14,57	56,99	-12,08
12	16,21	58,63	-15,35
13	17,12	59,55	-16,49
14	17,68	60,10	-16,72
15	17,85	60,28	-16,64

Distribuição Vetores					
Knots	Valor	Knots	Valor	Knots	Valor
1	0	8	0,179	15	0,984
2	0	9	0,233	16	1
3	0	10	0,302	17	1
4	0	11	0,45	18	1
5	0,065	12	0,721	19	1
6	0,101	13	0,888		
7	0,137	14	0,947		

- Função de Suavização e Derivadas de primeira e segunda ordem



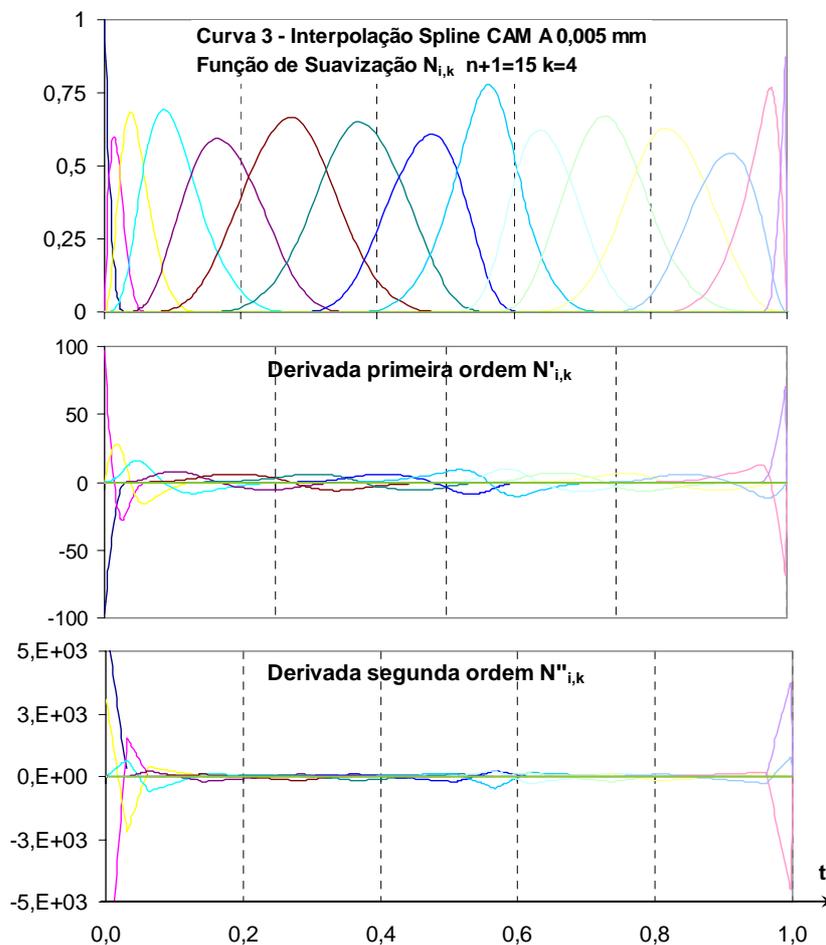
### Interpolação Spline CAM A Tol. CAM 0,005 mm (Curva 3)

- Polígono de controle e Distribuição dos Vetores Internos do parâmetro “t”

Polígono de Controle			
Vértice	X	Y	Z
1	17,85	60,28	-16,64
2	18,27	60,70	-16,50
3	19,04	61,46	-15,90
4	20,53	62,96	-14,07
5	22,74	65,17	-10,23
6	24,83	67,25	-5,09
7	27,76	70,18	0,75
8	30,69	73,12	4,67
9	34,09	76,52	6,04
10	37,31	79,73	5,91
11	40,33	82,76	3,55
12	44,00	86,42	-0,71
13	46,64	89,07	-4,35
14	48,47	90,89	-6,90
15	48,88	91,30	-7,47

Distribuição Vetores					
Knóts	Valor	Knóts	Valor	Knóts	Valor
1	0	8	0,282	15	0,961
2	0	9	0,365	16	1
3	0	10	0,509	17	1
4	0	11	0,567	18	1
5	0,031	12	0,615	19	1
6	0,062	13	0,738		
7	0,143	14	0,809		

- Função de Suavização e Derivadas de primeira e segunda ordem



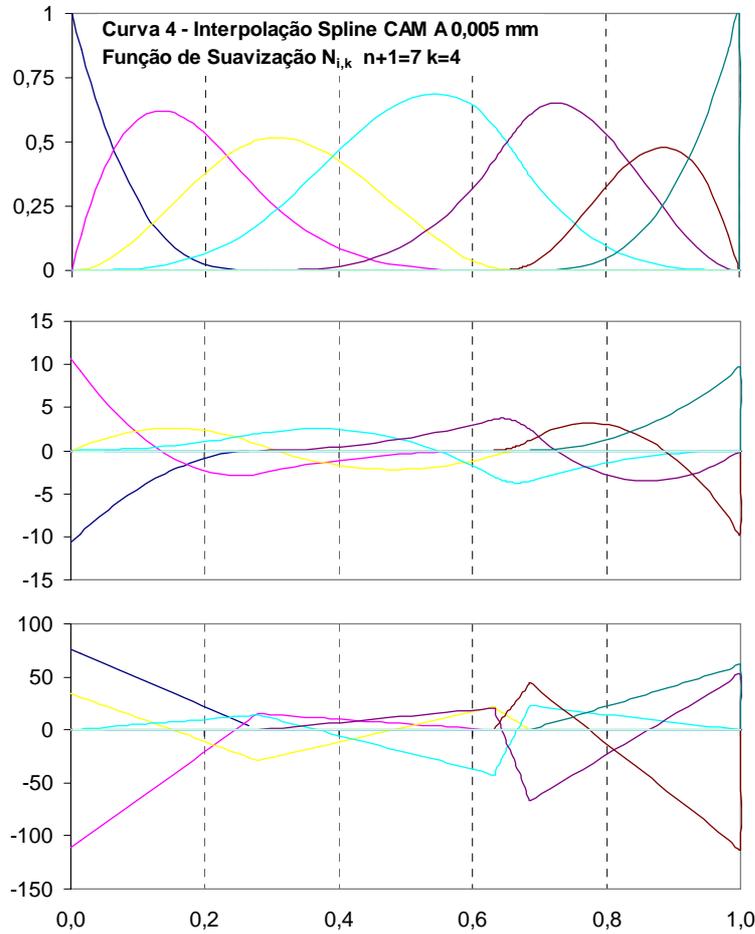
Interpolação Spline CAM A Tol. CAM 0,005 mm (Curva 4)

- Polígono de controle e Distribuição dos Vetores Internos do parâmetro “t”

Polígono de Controle			
Vértice	X	Y	Z
1	48,88	91,30	-7,47
2	49,30	91,72	-8,06
3	50,10	92,52	-9,19
4	51,06	93,49	-10,56
5	52,03	94,46	-11,94
6	52,29	94,72	-12,97
7	52,32	94,75	-13,81

Distribuição Vetores					
Knots	Valor	Knots	Valor	Knots	Valor
1	0	5	0,28	9	1
2	0	6	0,631	10	1
3	0	7	0,686	11	1
4	0	8	1		

- Função de Suavização e Derivadas de primeira e segunda ordem



Interpolação Spline CAM B Tol. CAM 0,05 mm (Curva 1)

- Polígono de controle

Polígono de Controle			
Vértice	X	Y	Z
1	-24,01	24,01	0,00
2	-23,01	25,00	-0,02
3	-21,29	26,72	0,08
4	-19,45	28,57	-0,04
5	-17,96	30,05	-1,72
6	-16,82	31,19	-3,44
7	-15,09	32,92	-5,02
8	-13,89	34,13	-5,63
9	-13,01	35,00	-5,60
10	-12,29	35,72	-5,04
11	-11,61	36,40	-4,18
12	-10,88	37,13	-2,95
13	-10,02	38,00	-1,15
14	-8,95	39,06	1,51
15	-7,73	40,29	4,98
16	-6,44	41,58	8,84
17	-5,18	42,83	12,31
18	-3,86	44,15	15,27
19	-2,15	45,86	17,85
20	0,89	48,90	19,16

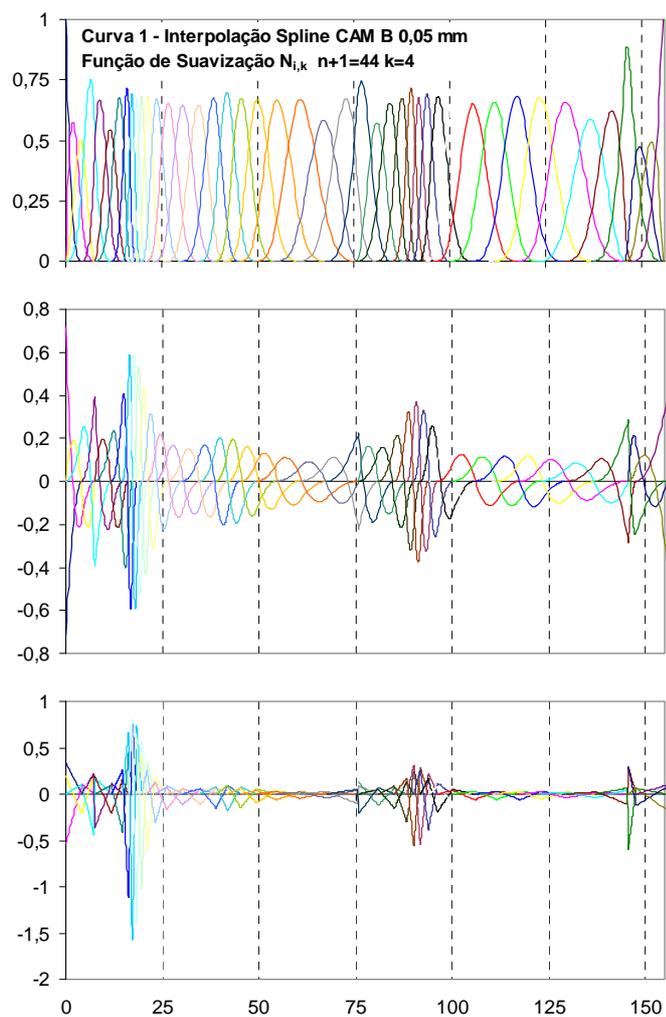
Polígono de Controle			
Vértice	X	Y	Z
21	4,12	52,13	16,07
22	5,89	53,90	10,45
23	7,67	55,68	3,87
24	8,72	56,73	-0,99
25	9,82	57,83	-5,14
26	10,54	58,55	-8,05
27	11,77	59,78	-11,89
28	12,95	60,96	-14,45
29	13,96	61,97	-16,23
30	15,28	63,29	-16,94
31	16,54	64,55	-15,46
32	17,95	65,96	-13,76
33	19,72	67,73	-10,51
34	21,61	69,62	-6,22
35	23,87	71,88	-1,28
36	26,53	74,54	3,00
37	30,26	78,27	6,19
38	35,10	83,11	5,98
39	39,56	87,58	1,39
40	42,29	90,31	-2,20

Polígono de Controle			
Vértice	X	Y	Z
41	44,04	92,06	-4,636
42	45,77	93,79	-6,878
43	47,33	95,34	-9,373
44	48,71	96,72	-11,18

- Distribuição dos Vetores Internos do parâmetro “t”

Distribuição Vetores					
Knots	Valor	Knots	Valor	Knots	Valor
1	0,00	21	45,28	41	137,19
2	0,00	22	49,40	42	145,62
3	0,00	23	54,49	43	145,62
4	0,00	24	60,56	44	147,61
5	4,19	25	67,61	45	155,58
6	7,50	26	75,75	46	155,58
7	7,50	27	75,75	47	155,58
8	11,89	28	80,89	48	155,58
9	14,75	29	85,04		
10	16,20	30	88,30		
11	17,24	31	90,10		
12	18,37	32	91,81		
13	19,61	33	93,87		
14	21,09	34	96,22		
15	23,17	35	100,11		
16	26,14	36	105,82		
17	30,25	37	111,64		
18	34,81	38	117,67		
19	38,94	39	122,82		
20	41,95	40	129,68		

- Função de Suavização e Derivadas de primeira e segunda ordem



## Interpolação Spline CAM B Tol. CAM 0,005 mm (Curva 1)

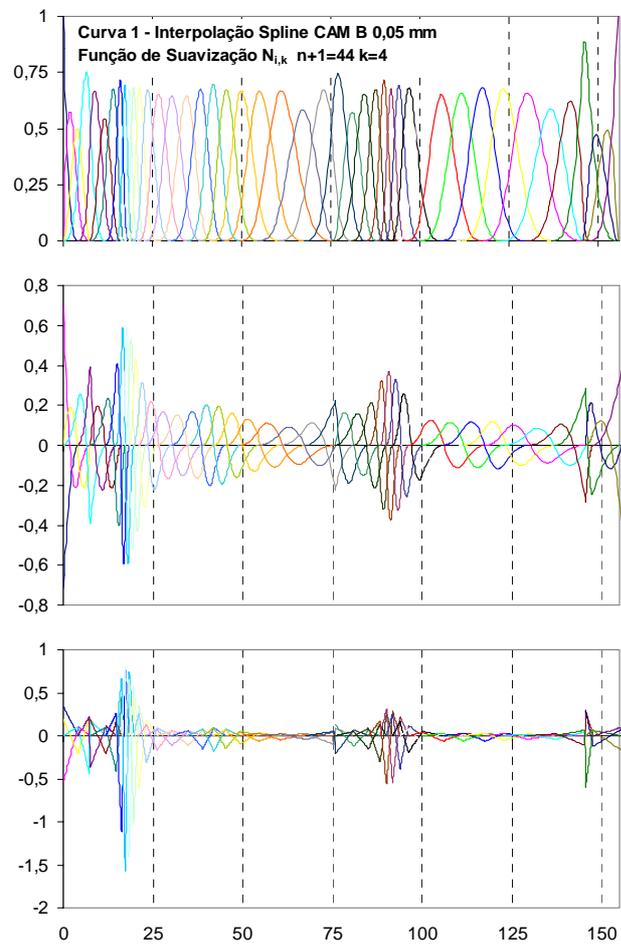
- Polígono de controle

Polígono de Controle				Polígono de Controle				Polígono de Controle			
Vértice	X	Y	Z	Vértice	X	Y	Z	Vértice	X	Y	Z
1	-24,04	24,04	0,00	28	2,41	50,49	17,65	55	18,06	66,14	-13,41
2	-22,86	25,22	0,00	29	3,42	51,49	16,45	56	18,97	67,05	-11,82
3	-21,68	26,40	0,00	30	4,42	52,50	14,56	57	19,68	67,76	-10,41
4	-20,19	27,89	0,00	31	5,33	53,40	12,13	58	20,35	68,42	-9,01
5	-19,56	28,51	-0,15	32	6,15	54,22	9,40	59	21,04	69,11	-7,47
6	-18,73	29,35	-0,79	33	6,79	54,87	6,99	60	21,84	69,92	-5,63
7	-18,09	29,99	-1,77	34	7,43	55,51	4,46	61	22,69	70,77	-3,77
8	-17,33	30,75	-2,74	35	8,10	56,18	1,68	62	23,67	71,75	-1,78
9	-16,46	31,61	-3,75	36	8,86	56,94	-1,52	63	24,87	72,95	0,39
10	-15,46	32,62	-4,71	37	9,61	57,69	-4,55	64	26,27	74,34	2,44
11	-14,48	33,59	-5,38	38	10,32	58,40	-7,26	65	27,72	75,79	4,02
12	-13,58	34,50	-5,68	39	11,04	59,11	-9,67	66	29,12	77,20	5,10
13	-12,77	35,31	-5,44	40	11,68	59,76	-11,55	67	30,59	78,67	5,79
14	-11,93	36,15	-4,61	41	12,24	60,31	-12,94	68	32,19	80,27	6,05
15	-10,90	37,17	-3,01	42	12,64	60,71	-13,84	69	33,85	81,92	5,79
16	-9,82	38,25	-0,63	43	13,01	61,09	-14,58	70	35,57	83,65	4,97
17	-8,69	39,39	2,34	44	13,36	61,43	-15,19	71	37,52	85,59	3,43
18	-7,69	40,39	5,23	45	13,67	61,75	-15,68	72	39,57	87,65	1,20
19	-6,76	41,32	7,96	46	13,96	62,03	-16,04	73	41,60	89,68	-1,37
20	-5,99	42,09	10,17	47	14,23	62,30	-16,34	74	43,33	91,40	-3,68
21	-5,22	42,86	12,23	48	14,51	62,59	-16,58	75	45,66	93,74	-6,91
22	-4,38	43,70	14,21	49	14,87	62,95	-16,71	76	47,38	95,46	-9,35
23	-3,39	44,69	16,10	50	15,24	63,32	-16,58	77	48,67	96,75	-11,17
24	-2,22	45,85	17,54	51	15,61	63,69	-16,35				
25	-1,02	47,06	18,34	52	15,97	64,05	-16,05				
26	0,17	48,25	18,60	53	16,45	64,53	-15,59				
27	1,32	49,39	18,36	54	17,16	65,23	-14,74				

- Distribuição dos Vetores Internos do parâmetro “t”

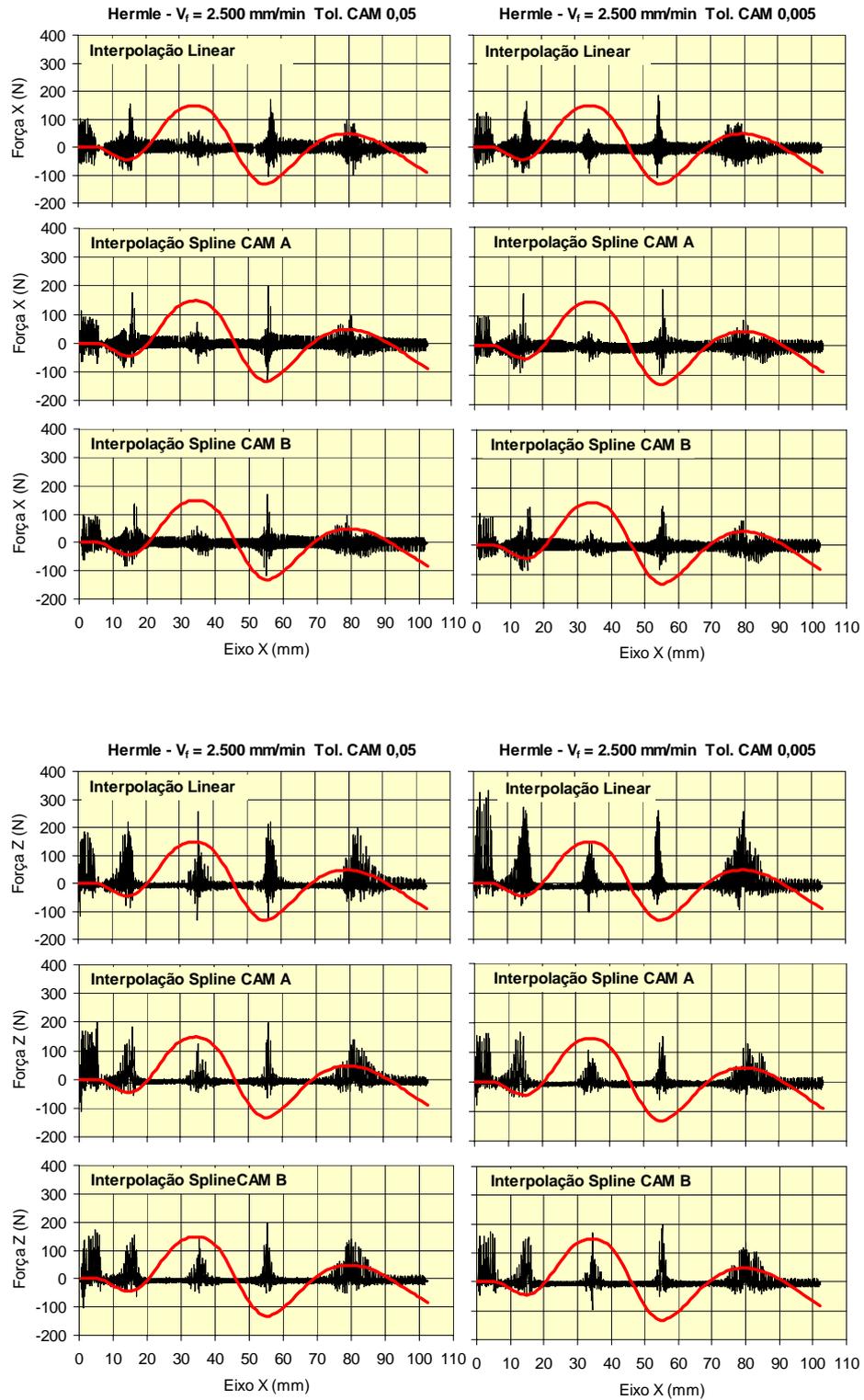
Distribuição Vetores			
Knots	Valor	Knots	Valor
1	0,00	28	48,88
2	0,00	29	50,50
3	0,00	30	52,12
4	0,00	31	53,94
5	5,00	32	56,04
6	5,00	33	59,18
7	6,33	34	62,17
8	7,66	35	64,94
9	8,98	36	66,91
10	10,31	37	70,22
11	11,98	38	73,76
12	13,74	39	77,03
13	15,43	40	79,86
14	16,60	41	82,40
15	17,61	42	84,89
16	18,86	43	86,13
17	20,89	44	87,18
18	24,09	45	88,06
19	27,30	46	88,87
20	31,01	47	89,53
21	33,76	48	90,05
22	36,37	49	90,49
23	38,41	50	90,97
24	40,74	51	91,46
25	43,30	52	92,03
26	45,44	53	92,56
27	47,26	54	93,17
		55	93,79
		56	95,02
		57	97,09
		58	99,34
		59	101,15
		60	102,29
		61	104,40
		62	106,61
		63	108,79
		64	111,03
		65	113,89
		66	117,05
		67	119,53
		68	121,64
		69	123,81
		70	126,07
		71	128,42
		72	130,83
		73	133,76
		74	137,84
		75	141,80
		76	145,32
		77	147,91
		78	155,66
		79	155,66
		80	155,66
		81	155,66

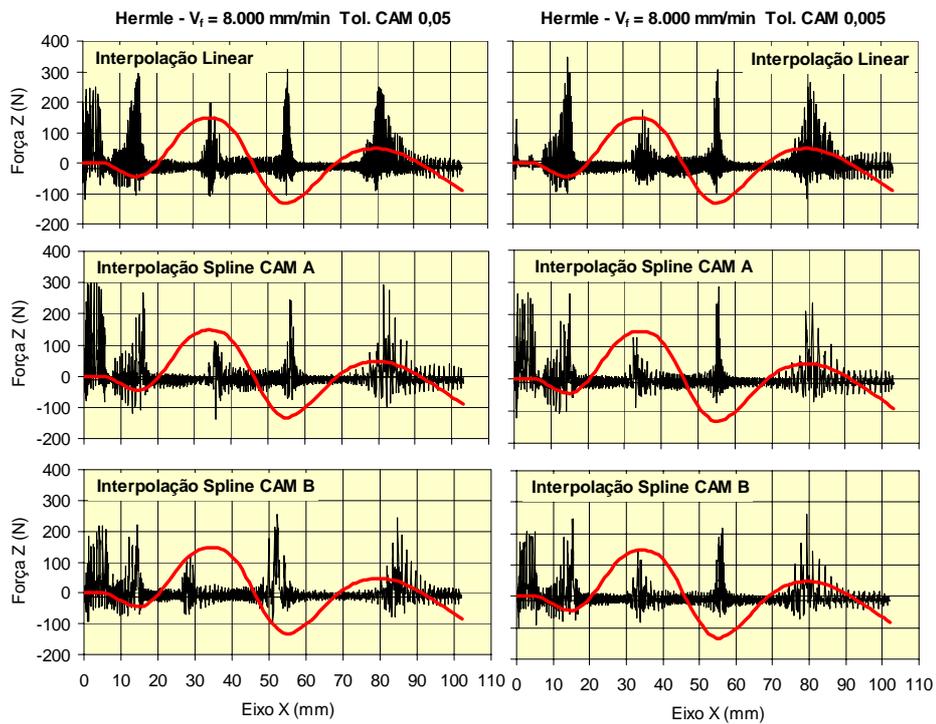
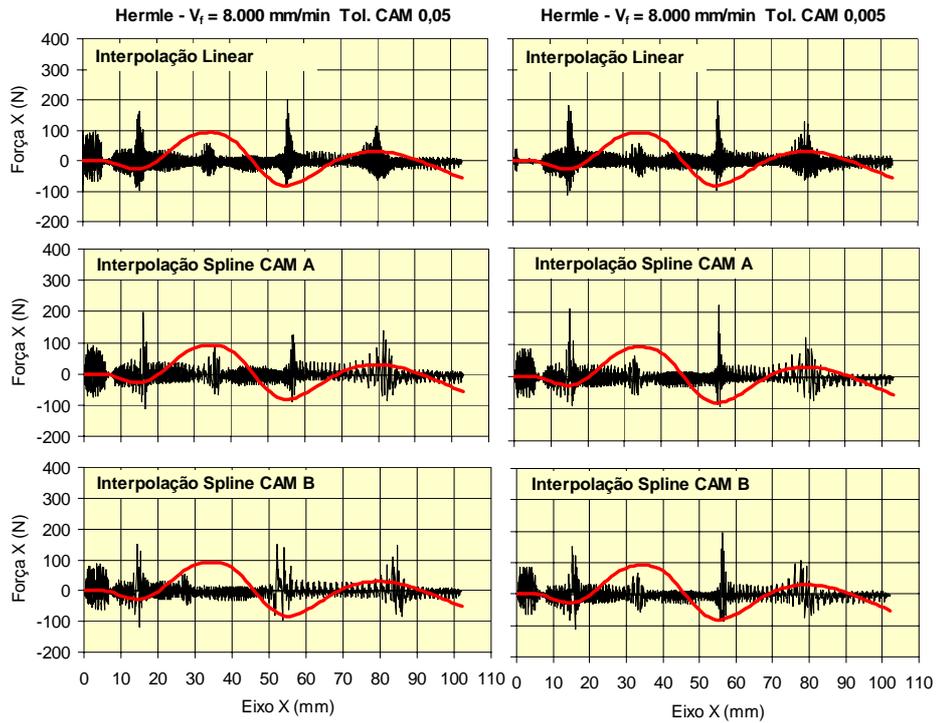
- Função de Suavização e Derivadas de primeira e segunda ordem

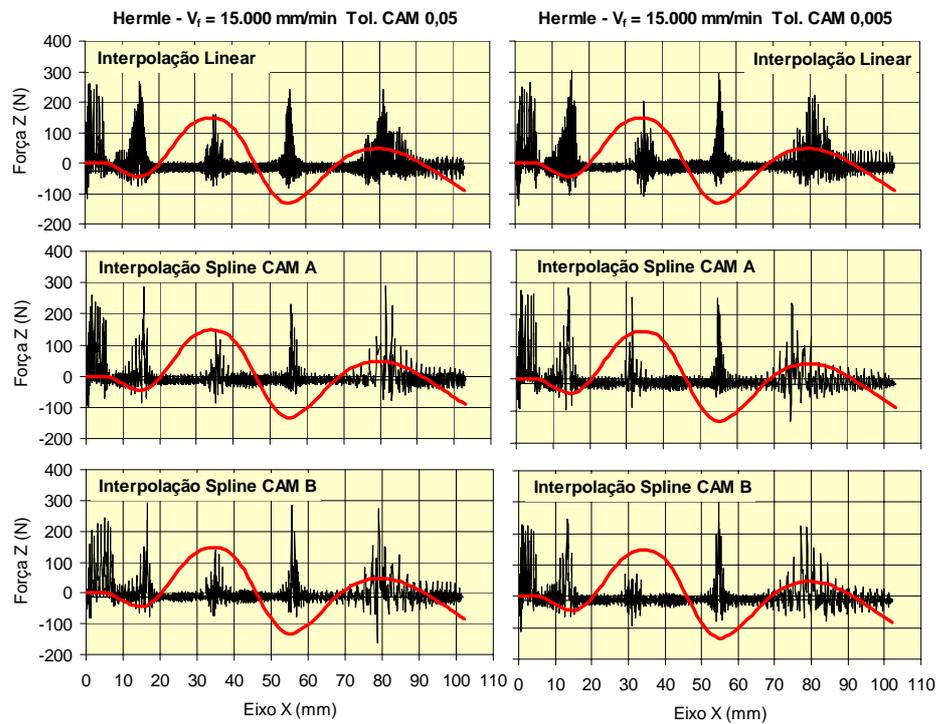
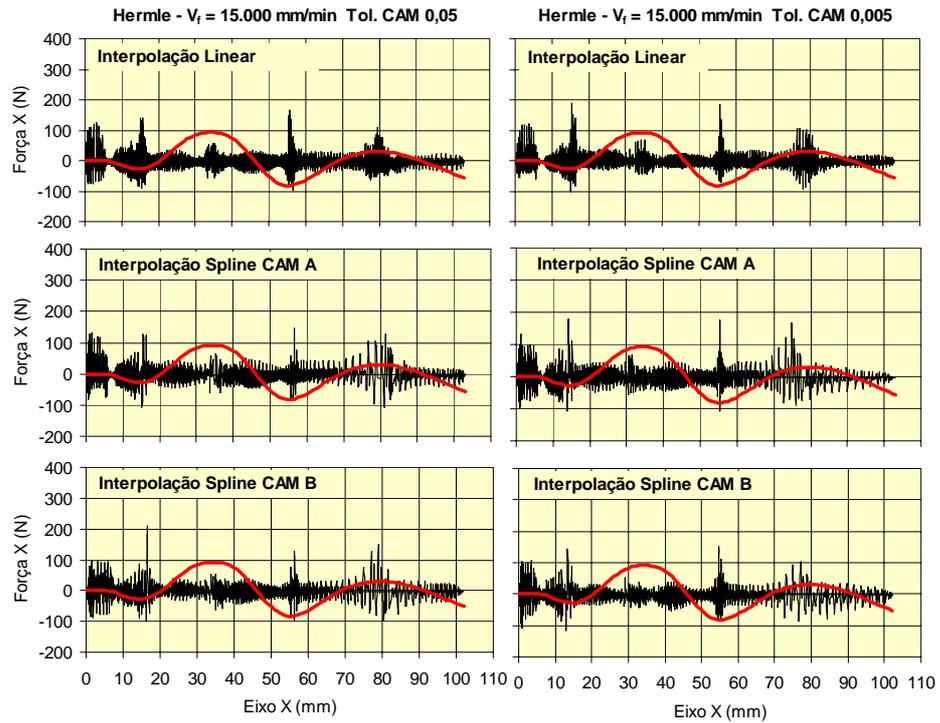


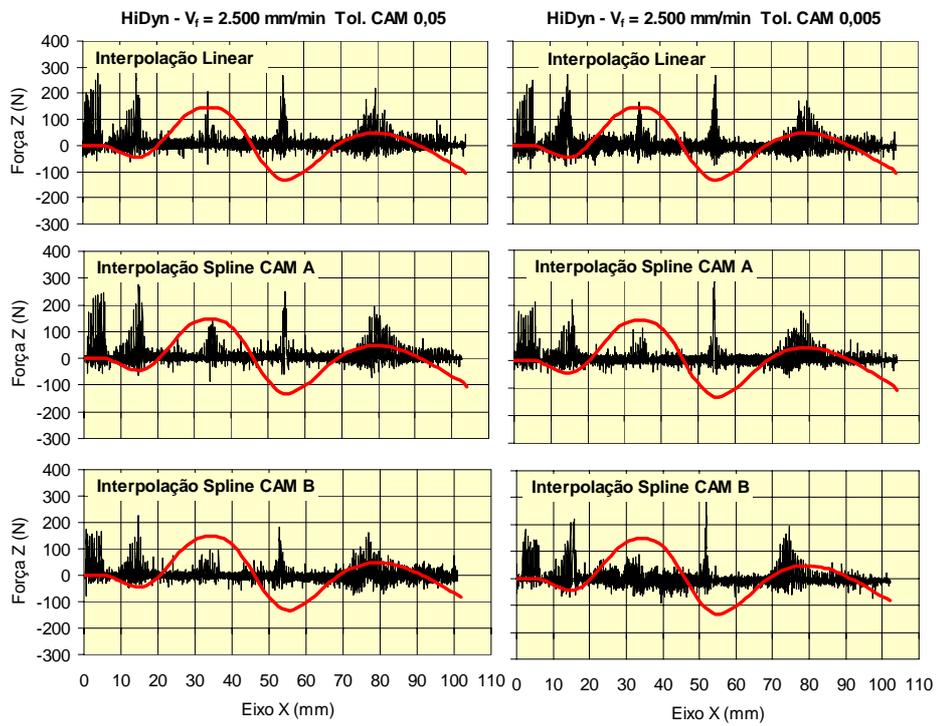
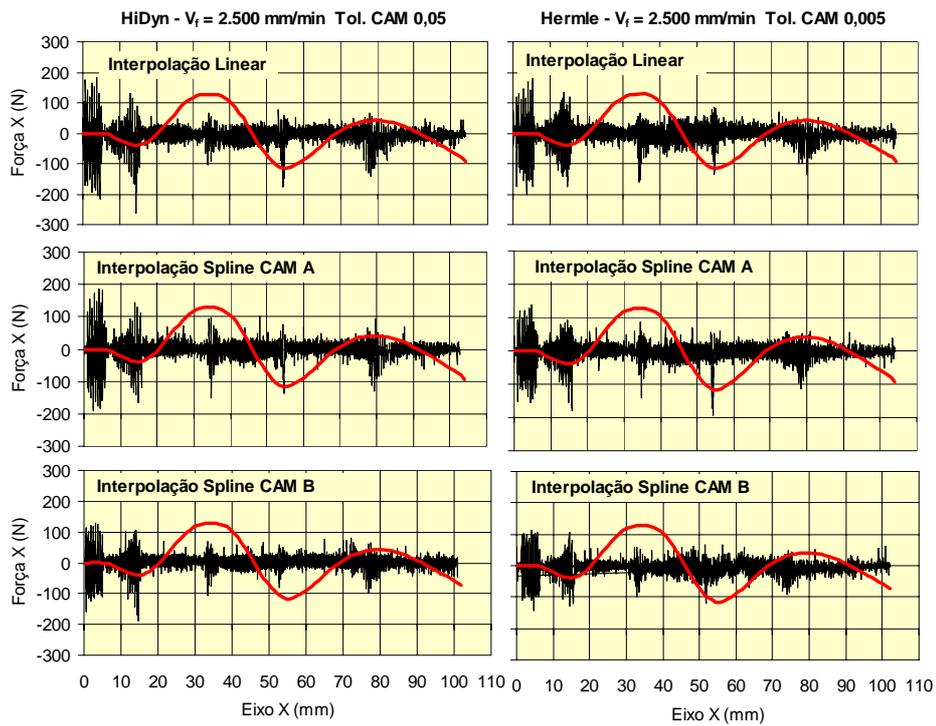


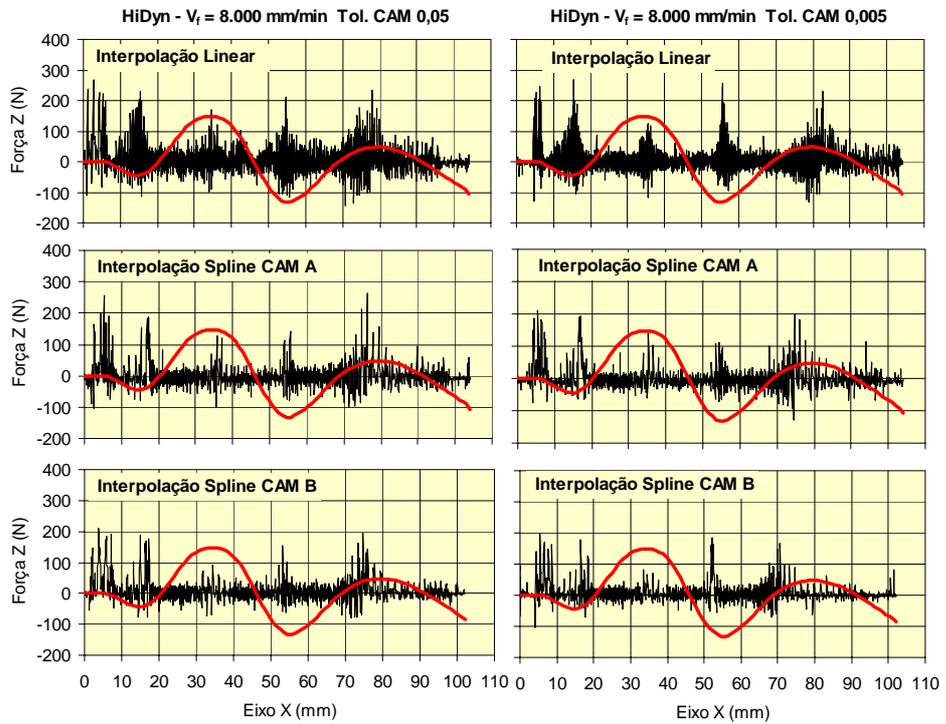
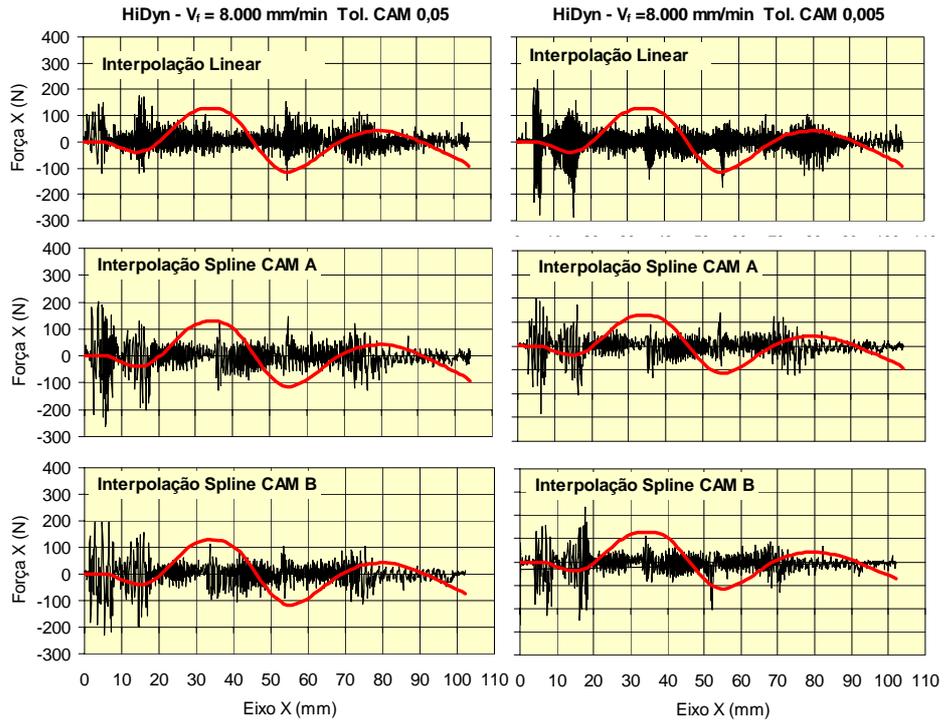
## Anexo K - Força de corte - Eixos X e Z

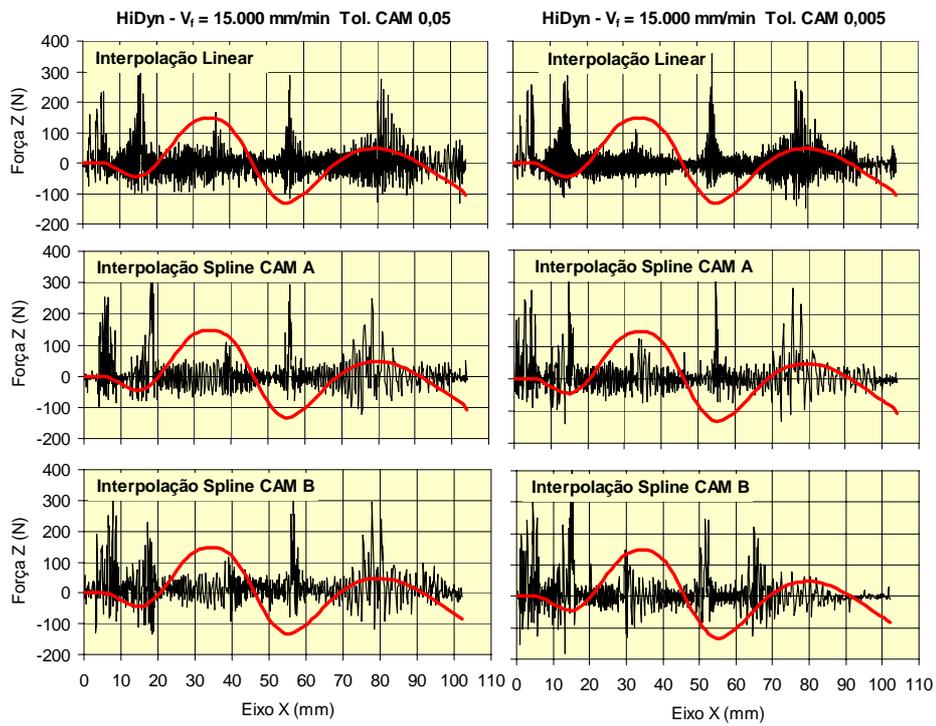
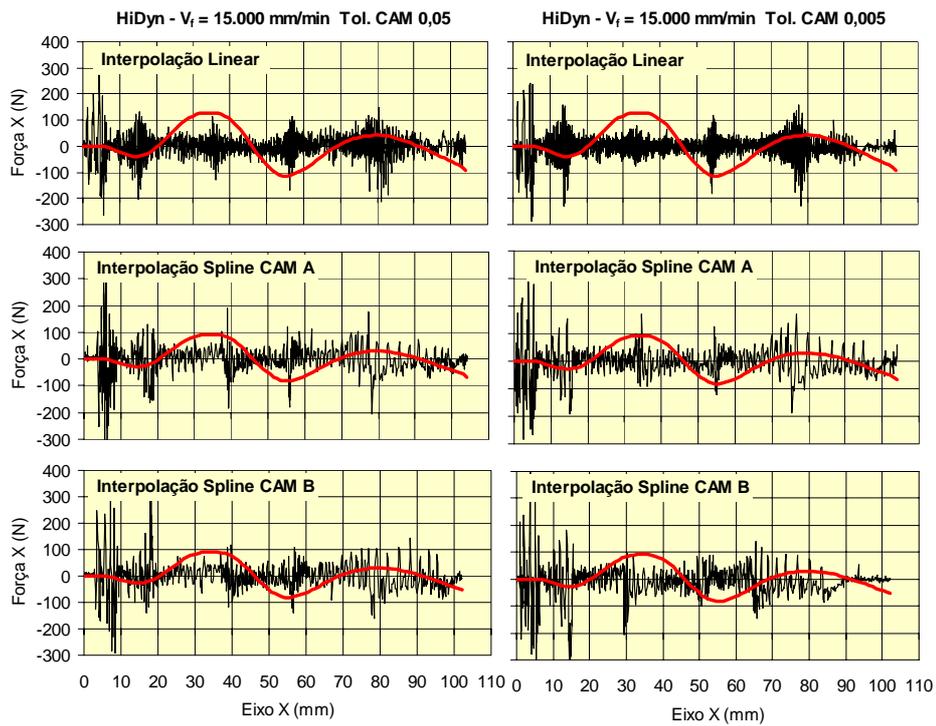












## Anexo L - Exatidão Geométrica - Tol. Ajuste = 0,0025 mm

